

FORMULARIO: I MONOMI

In ogni riquadro: la regola con le sue condizioni e un esempio con i numeri.

1 Che cos'è un monomio

1.1 Monomio e forma normale

Un **monomio** lega numeri e lettere **solo** con moltiplicazioni e potenze a esponente naturale. È in **forma normale** quando ha un solo coefficiente davanti e ogni lettera compare una volta sola, in ordine alfabetico. Il coefficiente 1 non si scrive.

ESEMPIO

$$-\frac{3}{4}x^2y^3z \quad \text{sì} \quad a + b \quad \text{no} \quad \frac{3}{a} \quad \text{no} \quad a^{-2} \quad \text{no}$$
$$3a^2b \cdot (-2)ab^3 = -6a^3b^4$$

1.2 Coefficiente e parte letterale

Il **coefficiente** è il fattore numerico; la **parte letterale** è il prodotto delle lettere con i loro esponenti.

ESEMPIO

In $-6a^3b^4$: coefficiente -6 , parte letterale a^3b^4 .

2 Grado

2.1 Grado complessivo e relativo

Il **grado complessivo** è la somma degli esponenti di tutte le lettere. Il **grado relativo** a una lettera è l'esponente di quella lettera. Il coefficiente non conta.

Un numero diverso da zero ha grado 0; lo **zero non ha grado**.

ESEMPIO

$$-\frac{3}{4}x^2y^3z : \quad \text{grado } 2 + 3 + 1 = 6$$

relativo a x : 2; a y : 3; a z : 1.

2.2 Il grado nelle operazioni

prodotto	i gradi si sommano
quoziente	i gradi si sottraggono
potenza n -esima	il grado si moltiplica per n
somma di simili	il grado non cambia

ESEMPIO

$-2a^2b$ ha grado 3; il suo cubo ha grado 9, e infatti $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$ con $6 + 3 = 9$.

3 Simili, uguali, opposti

3.1 Le tre relazioni

simili	stessa parte letterale, coefficiente qualunque
uguali	simili e con lo stesso coefficiente
opposti	simili e con coefficienti opposti

«Simili» è la relazione che conta: è la condizione per sommarli.

ESEMPIO

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2y \text{ e } -5x^2y &\text{ simili} & 3x^2y \text{ e } 3xy^2 &\text{ no} \\ +4x^2 \text{ e } -4x^2 &\text{ opposti : somma} = 0 \end{aligned}$$

4 Le operazioni

4.1 Somma algebrica

Si sommano **solo** i monomi simili: si sommano i coefficienti e la parte letterale **resta la stessa**.
Monomi non simili non si sommano: la somma resta scritta.

ESEMPIO

$$\begin{aligned} 5a^2b - 3a^2b + a^2b &= 3a^2b \\ 3a^2 + 5a^2 &= 8a^2 \quad (\text{non } 8a^4) & 3a + 2b &= 3a + 2b \end{aligned}$$

4.2 Parentesi dentro una somma

Parentesi con un **più** davanti: si toglie e non cambia niente. Con un **meno** davanti: togliendola, **ogni** segno che sta dentro cambia. Un numero davanti alla parentesi moltiplica ogni termine.

ESEMPIO

$$(4x^2 + x) - (x^2 - 3x) = 4x^2 + x - x^2 + 3x = 3x^2 + 4x$$

$$2(3a - b) = 6a - 2b \quad - (3a - 6b) = -3a + 6b$$

4.3 Prodotto

Coefficienti moltiplicati (regola dei segni), esponenti delle lettere uguali **sommati**, lettere non comuni riportate. Il prodotto di due monomi è sempre un monomio.

ESEMPIO

$$\left(-\frac{2}{3}a^2b\right) \cdot \left(\frac{9}{4}ab^2\right) = -\frac{3}{2}a^3b^3$$

4.4 Quoziente

Coefficienti divisi, esponenti **sottratti**. Il risultato è un monomio **solo se** ogni esponente del dividendo è maggiore o uguale a quello del divisore.

ESEMPIO

$$12a^3b^2 : (-4ab) = -3a^2b$$

$$a^2 : a^3 = \frac{1}{a} \quad \text{non è un monomio}$$

4.5 Potenza

Si eleva il coefficiente e si **moltiplicano** gli esponenti per l'esponente della potenza. Il segno: base negativa con esponente pari dà positivo, dispari dà negativo.

ESEMPIO

$$(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3 \quad \left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2y^6$$

$$(-2a)^2 = 4a^2 \quad \text{ma} \quad -2a^2 = -2a^2$$

5 Valore numerico, MCD e mcm

5.1 Valore numerico

Si sostituisce a ogni lettera il suo valore, **fra parentesi** se è negativo o frazionario, e si calcola rispettando l'ordine delle operazioni.

ESEMPIO

$-3a^2b$ per $a = -2$, $b = \frac{1}{2}$:

$$-3 \cdot (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} = -3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = -6$$

Senza parentesi si otterrebbe +6: segno sbagliato.

5.2 MCD e mcm fra monomi

MCD	MCD dei coefficienti; lettere comuni con l'esponente minore
mcm	mcm dei coefficienti; tutte le lettere con l'esponente maggiore

Le lettere si comportano come i fattori primi. E come fra i numeri, $\text{MCD} \cdot \text{mcm}$ è uguale al prodotto dei due monomi.

ESEMPIO

Fra $12a^3b^2$ e $18ab^3c$:

$$\begin{aligned} \text{MCD} &= 6ab^2 & \text{mcm} &= 36a^3b^3c \\ 6ab^2 \cdot 36a^3b^3c &= 12a^3b^2 \cdot 18ab^3c = 216a^4b^5c \end{aligned}$$

6 Monomi e geometria

6.1 Perimetri, aree, volumi

Il grado dice quante dimensioni ha la grandezza: 1 per una lunghezza, 2 per un'area, 3 per un volume. Per questo un'area non si somma a una lunghezza: non sono monomi simili.

ESEMPIO

Rettangolo di lati $3a$ e $2a$:

$$2p = 2(3a + 2a) = 10a \quad A = 3a \cdot 2a = 6a^2$$

Se il lato raddoppia il perimetro raddoppia, l'area quadruplica.

6.2 Ordine delle operazioni

Lo stesso dell'aritmetica: parentesi (dalla più interna), potenze, prodotti e quozienti da sinistra a destra, somme algebriche. In più, a ogni somma si controlla che i monomi siano **simili**.

ESEMPIO

$$\begin{aligned}(2a^2b)^2 : (-4a^3b) + 3ab &= 4a^4b^2 : (-4a^3b) + 3ab \\ &= -ab + 3ab = 2ab\end{aligned}$$

6.3 Il controllo che trova quasi tutti gli errori

Si dà un valore alle lettere (per esempio $a = 2$, $b = 1$) e si confronta il numero ottenuto dall'espressione di partenza con quello del risultato. Se non coincidono, c'è un errore.

Non dimostra che il risultato è giusto — due monomi diversi possono coincidere su un valore — ma smaschera quasi tutti gli sbagli in pochi secondi.

ESEMPIO

$3a^2 + 5a^2 = 8a^2$? Con $a = 2$: $12 + 20 = 32$ e $8 \cdot 4 = 32$. Sì.
 $8a^4$ darebbe $8 \cdot 16 = 128$: no.

6.4 Casi particolari da ricordare

$1ab$	si scrive ab : il coefficiente 1 resta sottinteso
7	è un monomio di grado 0
0	è il monomio nullo e non ha grado
a^0	vale 1, con $a \neq 0$
$-a$	ha coefficiente -1

ESEMPIO

Nella somma $5a^2b - 3a^2b + a^2b$ il terzo termine ha coefficiente 1: $(5 - 3 + 1) = 3$, non $(5 - 3) = 2$.

Somma o prodotto? È qui che si sbaglia

somma	prodotto
$a + a = 2a$	$a \cdot a = a^2$
$3a^2 + 5a^2 = 8a^2$	$3a^2 \cdot 5a^2 = 15a^4$
$3a + 2b$ non si semplifica	$3a \cdot 2b = 6ab$
i coefficienti si sommano	i coefficienti si moltiplicano
gli esponenti non cambiano	gli esponenti si sommano

I cinque errori che costano di più

- $3a^2 + 5a^2 = 8a^2$, non $8a^4$: nelle somme gli esponenti non si toccano.
- $3a + 2b$ resta così: non sono simili.
- $(-2a)^2 = 4a^2$, mentre $-2a^2$ è un'altra cosa.
- Nel valore numerico i negativi vanno fra parentesi.
- Nel MCD si prende l'esponente *minore* e solo le lettere comuni.