

SOLUZIONI: I MONOMI

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Dove i numeri restano leggibili, l'ultimo passo è il controllo con un valore per le lettere: è l'abitudine che smaschera quasi tutti gli errori.

1. Riconoscere e ridurre a forma normale

Esercizio 1.

→ $2a \cdot 3a = 6a^2$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: $6a^2$

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà 24 e il risultato dà 24. (il controllo che smaschera quasi tutti gli errori)

Esercizio 2.

→ $5x^2 \cdot (-2)x = 5x^2 \cdot (-2x)$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ $5x^2 \cdot (-2x) = -10x^3$

→ Risultato: $-10x^3$

→ Controllo con $x = 2$: l'espressione di partenza dà -80 e il risultato dà -80 .

Esercizio 13.

→ Guardo che cosa lega fra loro numeri e lettere.

→ Ci sono solo moltiplicazioni e potenze con esponente naturale: **è un monomio**. (è la definizione)

Esercizio 14.

→ Guardo che cosa lega fra loro numeri e lettere.

→ Qui c'è una somma, e in un monomio questo non c'è: **non è un monomio**. (basta una cosa fuori posto)

→ Un monomio ammette solo prodotti e potenze a esponente naturale.

Esercizio 23.

→ $2b \cdot 3a = 6ab$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: **$6ab$**

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 24 e il risultato dà 24.

Esercizio 24.

→ $(-1)y^2 \cdot 4x = (-y^2) \cdot 4x$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ $(-y^2) \cdot 4x = -4xy^2$

→ Risultato: **$-4xy^2$**

→ Controllo con $x = 2, y = 2$: l'espressione di partenza dà -32 e il risultato dà -32.

Esercizio 33.

→ La parte letterale si scrive dai gradi richiesti: a^2, b , in ordine alfabetico. (il grado relativo a una lettera è il suo esponente)

→ Il coefficiente va davanti: $-\frac{2}{3}$.

→ Il monomio è $-\frac{2}{3}a^2b$.

→ Controllo: il grado complessivo è 3, come deve essere.

Esercizio 34.

→ La parte letterale si scrive dai gradi richiesti: x, y^3 , in ordine alfabetico. (il grado relativo a una lettera è il suo esponente)

→ Il coefficiente va davanti: 5.

→ Il monomio è **$5xy^3$** .

→ Controllo: il grado complessivo è 4, come deve essere.

2. Grado complessivo e grado relativo

Esercizio 41.

→ Gli esponenti delle lettere: x ha esponente 2, y ha esponente 3, z ha esponente 1. (l'1 non si scrive, ma c'è)

→ Il grado complessivo è la loro somma: $2 + 3 + 1 = 6$.

→ Il coefficiente non entra nel grado, nemmeno col suo denominatore.

Esercizio 42.

→ Gli esponenti delle lettere: a ha esponente 1, b ha esponente 1. (l'1 non si scrive, ma c'è)

→ Il grado complessivo è la loro somma: $1 + 1 = 2$.

→ Il coefficiente non entra nel grado, nemmeno col suo denominatore.

Esercizio 53.

→ Il grado relativo a una lettera è l'esponente di quella lettera, e basta.

→ In $-\frac{3}{4}x^2y^3z$ la lettera y ha esponente 3.

→ Le altre lettere non contano, e il coefficiente nemmeno.

Esercizio 54.

→ Il grado relativo a una lettera è l'esponente di quella lettera, e basta.

→ In $2a^3b^2$ la lettera a ha esponente 3.

→ Le altre lettere non contano, e il coefficiente nemmeno.

Esercizio 63.

→ $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ Risultato: $-8a^6b^3$

→ Il grado è la somma degli esponenti: $6 + 3 = 9$.

Esercizio 64.

→ $12a^3b^2 : (-4ab) = -3a^2b$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ Risultato: $-3a^2b$

→ Il grado è la somma degli esponenti: $2 + 1 = 3$.

Esercizio 73.

→ Il grado complessivo è la somma degli esponenti di tutte le lettere. (è la definizione)

→ Qui le lettere sono due, quindi $3 + (\text{esponente di } b) = 7$.

→ L'esponente di b è $7 - 3 = 4$.

→ Un monomio così è per esempio $5a^3b^4$: grado $3 + 4 = 7$. Torna.

Esercizio 74.

→ Nel prodotto gli esponenti si sommano, quindi i gradi si sommano. (il grado del prodotto è la somma dei gradi)

→ $4 + x = 9$, cioè $x = 5$.

→ Controllo: $2a^4 \cdot 3a^5 = 6a^9$, e 9 è il grado richiesto.

3. Monomi simili, uguali, opposti**Esercizio 81.**

→ Copro i coefficienti e guardo solo le parti letterali: x^2y e x^2y . (i coefficienti non contano)

→ Sono identiche, quindi i monomi sono **simili**: si possono sommare.

Esercizio 82.

→ Copro i coefficienti e guardo solo le parti letterali: x^2y e xy^2 . (i coefficienti non contano)

→ Sono diverse, quindi i monomi **non sono simili**: la loro somma resta scritta.

Esercizio 91.

→ Parti letterali: a^3b e a^3b .

→ Uguali, quindi sono simili. Guardo i coefficienti: -7 e -7 .

→ Anche i coefficienti sono uguali: i monomi sono **uguali**.

Esercizio 92.

→ Parti letterali: x^2 e x^2 .

→ Uguali, quindi sono simili. Guardo i coefficienti: 4 e -4 .

→ I coefficienti sono opposti: i monomi sono **opposti**, e la loro somma fa 0.

Esercizio 99.

→ L'opposto ha la stessa parte letterale e il coefficiente col segno cambiato. (opposto vuol dire che la somma fa zero)

→ Da $3a^2b$ si passa a $-3a^2b$.

→ Controllo: $3a^2b + (-3a^2b) = 0$.

Esercizio 100.

→ L'opposto ha la stessa parte letterale e il coefficiente col segno cambiato. (opposto vuol dire che la somma fa zero)

→ Da $-\frac{1}{2}xy^3$ si passa a $\frac{1}{2}xy^3$.

→ Controllo: $-\frac{1}{2}xy^3 + \frac{1}{2}xy^3 = 0$.

Esercizio 108.

→ Simili vuol dire **stessa parte letterale**, esponenti compresi.

→ Qui le parti letterali sono a^2 e a^3 : diverse. (il coefficiente uguale non conta)

→ Falso. E infatti $3a^2 + 3a^3$ non si può sommare: resta scritto così.

Esercizio 109.

→ Opposti significa: simili e con coefficienti opposti. (è la definizione)

→ Essere opposti contiene già l'essere simili, quindi **vero**.

→ Esempio: $4x^2$ e $-4x^2$. La loro somma fa 0, e si possono sommare proprio perché sono simili.

4. Somme algebriche di monomi

Esercizio 116.

→ $3a + 5a = 8a$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Risultato: **8a**

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.

Esercizio 117.

→ $7x^2 - 2x^2 = 5x^2$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Risultato: **$5x^2$**

→ Controllo con $x = 2$: l'espressione di partenza dà 20 e il risultato dà 20.

Esercizio 130.

→ $3a + 2b$ è già in forma normale.

→ Risultato: **$3a + 2b$**

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 10 e il risultato dà 10.

Esercizio 131.

→ $2ab + 5a - 3ab = -ab + 5a$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Risultato: **$-ab + 5a$**

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 6 e il risultato dà 6.

Esercizio 142.

→ $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a = \frac{5}{6}a$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Risultato: **$\frac{5}{6}a$**

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà $\frac{5}{3}$ e il risultato dà $\frac{5}{3}$.

Esercizio 143.

→ $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{4}x^2$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Risultato: **$\frac{1}{4}x^2$**

→ Controllo con $x = 2$: l'espressione di partenza dà 1 e il risultato dà 1.

Esercizio 156.

$$\rightarrow (3a - 2b) + (5a + b) = 3a - 2b + 5a + b \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 3a - 2b + 5a + b = 8a - b \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{8a - b}$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } a = 2, b = 2: \text{ l'espressione di partenza dà 14 e il risultato dà 14.}$$

Esercizio 157.

$$\rightarrow (4x^2 + x) - (x^2 - 3x) = 4x^2 + x - x^2 + 3x \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 4x^2 + x - x^2 + 3x = 3x^2 + 4x \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{3x^2 + 4x}$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } x = 2: \text{ l'espressione di partenza dà 20 e il risultato dà 20.}$$

Esercizio 168.

$$\rightarrow 2(3a - b) - 3(a - 2b) = 6a - 2b - 3(a - 2b) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow 6a - 2b - 3(a - 2b) = 6a - 2b - (3a - 6b)$$

$$\rightarrow 6a - 2b - (3a - 6b) = 6a - 2b - 3a + 6b \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 6a - 2b - 3a + 6b = 3a + 4b \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{3a + 4b}$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } a = 2, b = 2: \text{ l'espressione di partenza dà 14 e il risultato dà 14.}$$

Esercizio 169.

$$\rightarrow 3(x^2 + 2x) - 2(x^2 - x) = 3x^2 + 6x - 2(x^2 - x) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow 3x^2 + 6x - 2(x^2 - x) = 3x^2 + 6x - (2x^2 - 2x)$$

$$\rightarrow 3x^2 + 6x - (2x^2 - 2x) = 3x^2 + 6x - 2x^2 + 2x \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 3x^2 + 6x - 2x^2 + 2x = x^2 + 8x \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{x^2 + 8x}$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } x = 2: \text{ l'espressione di partenza dà 20 e il risultato dà 20.}$$

Esercizio 180.

→ Se $3a^2b + x = 7a^2b$, allora x è la differenza. (si torna indietro sottraendo)

$$\rightarrow x = 7a^2b - 3a^2b = \mathbf{4a^2b}$$

→ Controllo: $3a^2b + 4a^2b = 7a^2b$.

Esercizio 181.

→ Se $5xy + x = -2xy$, allora x è la differenza. (si torna indietro sottraendo)

$$\rightarrow x = -2xy - 5xy = \mathbf{-7xy}$$

→ Controllo: $5xy + (-7xy) = -2xy$.

Esercizio 186.

→ Nelle somme si sommano i **coefficienti**, e la parte letterale non cambia.

→ Qui sono stati sommati gli esponenti: quella è la regola del *prodotto*, non della somma. (è lo scambio più frequente)

→ Il risultato giusto è $\mathbf{8a^2}$.

→ Controllo con $a = 2$: $12 + 20 = 32$ e $8 \cdot 4 = 32$. Invece $8a^4$ darebbe 128.

Esercizio 187.

→ $3a$ e $2b$ hanno parti letterali diverse: non sono simili.

→ Monomi non simili non si sommano: la somma resta scritta. (non è un lavoro incompiuto)

→ Il risultato giusto è $\mathbf{3a + 2b}$.

→ Controllo con $a = 1$ e $b = 10$: a sinistra $3 + 20 = 23$, mentre $5ab$ darebbe 50.

5. Prodotti di monomi**Esercizio 191.**

→ $3a \cdot 2b = 6ab$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: $\mathbf{6ab}$

→ Controllo con $a = 2$, $b = 2$: l'espressione di partenza dà 24 e il risultato dà 24.

Esercizio 192.

$$\rightarrow (-4x) \cdot 5x^2 = -20x^3 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -20x^3$$

$\rightarrow$ Controllo con $x = 2$: l'espressione di partenza dà -160 e il risultato dà -160 .

Esercizio 203.

$$\rightarrow 2a \cdot 3b \cdot 4c = 6ab \cdot 4c \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow 6ab \cdot 4c = 24abc$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 24abc$$

$\rightarrow$ Controllo con $a = 2, b = 2, c = 2$: l'espressione di partenza dà 192 e il risultato dà 192 .

Esercizio 204.

$$\rightarrow (-x) \cdot 2x \cdot (-3x) = (-2x^2) \cdot (-3x) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow (-2x^2) \cdot (-3x) = 6x^3$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 6x^3$$

$\rightarrow$ Controllo con $x = 2$: l'espressione di partenza dà 48 e il risultato dà 48 .

Esercizio 211.

$$\rightarrow \left(-\frac{2}{3}a^2b\right) \cdot \frac{9}{4}ab^2 = -\frac{3}{2}a^3b^3 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -\frac{3}{2}a^3b^3$$

$\rightarrow$ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà -96 e il risultato dà -96 .

Esercizio 212.

$$\rightarrow \frac{3}{5}x^2y \cdot \frac{10}{9}xy^3 = \frac{2}{3}x^3y^4 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{2}{3}x^3y^4$$

$\rightarrow$ Controllo con $x = 2, y = 2$: l'espressione di partenza dà $\frac{256}{3}$ e il risultato dà $\frac{256}{3}$.

Esercizio 223.

$$\rightarrow \left(\frac{1}{3}xy\right) (6x^2y) \left(-\frac{1}{2}y\right) = 2x^3y^2 \left(-\frac{1}{2}y\right) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow 2x^3y^2 \left(-\frac{1}{2}y\right) = -x^3y^3$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -x^3y^3$$

→ Controllo con $x = 2, y = 2$: l'espressione di partenza dà -64 e il risultato dà -64 .

Esercizio 224.

$$\rightarrow \left(\frac{3}{4}a\right) \left(\frac{2}{3}b\right) (-2ab) = \frac{1}{2}ab (-2ab) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}ab (-2ab) = -a^2b^2$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -a^2b^2$$

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà -16 e il risultato dà -16 .

Esercizio 233.

$$\rightarrow \left(-\frac{3}{5}a^2b\right) \cdot \frac{10}{9}ab^2c \cdot \left(-\frac{3}{2}c\right) = \left(-\frac{2}{3}a^3b^3c\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}c\right) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \left(-\frac{2}{3}a^3b^3c\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}c\right) = a^3b^3c^2$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } a^3b^3c^2$$

→ Controllo con $a = 2, b = 2, c = 2$: l'espressione di partenza dà 256 e il risultato dà 256 .

Esercizio 234.

$$\rightarrow (2xy^2) \left(-\frac{3}{2}x^2y\right) (2xyz) = (-3x^3y^3) (2xyz) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow (-3x^3y^3) (2xyz) = -6x^4y^4z$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -6x^4y^4z$$

→ Controllo con $x = 2, y = 2, z = 2$: l'espressione di partenza dà -3072 e il risultato dà -3072 .

Esercizio 243.

→ Se $3ab \cdot x = -12a^3b^2$, allora x è il quoziente. (la divisione disfa la moltiplicazione)

$$\rightarrow x = -12a^3b^2 : 3ab = -4a^2b$$

$$\rightarrow \text{Controllo: } 3ab \cdot (-4a^2b) = -12a^3b^2.$$

Esercizio 244.

$$\rightarrow \text{Se } -2x^2 \cdot x = 6x^4y, \text{ allora } x \text{ è il quoziente. (la divisione disfa la moltiplicazione)}$$

$$\rightarrow x = 6x^4y : (-2x^2) = -3x^2y$$

$$\rightarrow \text{Controllo: } -2x^2 \cdot (-3x^2y) = 6x^4y.$$

6. Quozienti di monomi**Esercizio 251.**

$$\rightarrow 12a^3b^2 : (-4ab) = -3a^2b \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -3a^2b$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } a = 2, b = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } -24 \text{ e il risultato dà } -24.$$

Esercizio 252.

$$\rightarrow 6x^4 : 2x^2 = 3x^2 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 3x^2$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } x = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } 12 \text{ e il risultato dà } 12.$$

Esercizio 261.

$$\rightarrow (-30a^5b^2) : (-5a^2b) = 6a^3b \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 6a^3b$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } a = 2, b = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } 96 \text{ e il risultato dà } 96.$$

Esercizio 262.

$$\rightarrow (-x^4y^3) : (-xy) = x^3y^2 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } x^3y^2$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } x = 2, y = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } 32 \text{ e il risultato dà } 32.$$

Esercizio 267.

$$\rightarrow \frac{3}{4}a^3b^2 : \frac{1}{2}ab = \frac{3}{2}a^2b \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{3}{2}a^2b$$

$\rightarrow$ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 12 e il risultato dà 12.

Esercizio 268.

$$\rightarrow \left(-\frac{2}{3}x^4y\right) : \frac{1}{3}x^2 = -2x^2y \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -2x^2y$$

$\rightarrow$ Controllo con $x = 2, y = 2$: l'espressione di partenza dà -16 e il risultato dà -16 .

Esercizio 279.

$\rightarrow$ Confronto gli esponenti, lettera per lettera: nel dividendo sono tutti maggiori o uguali a quelli del divisore. (è la condizione)

$$\rightarrow \text{Allora il quoziente è un monomio: } 12a^3b^2 : 4ab = 3a^2b.$$

$$\rightarrow \text{Controllo: } 3a^2b \cdot 4ab = 12a^3b^2.$$

Esercizio 280.

$\rightarrow$ Confronto gli esponenti della lettera a : 2 nel dividendo, 3 nel divisore.

$\rightarrow$ La sottrazione darebbe esponente -1 , cioè negativo: il risultato **non è un monomio**.

$\rightarrow$ La divisione si può scrivere come frazione, ma sta fuori dall'insieme dei monomi. (come $7 : 2$ sta fuori dagli interi)

Esercizio 287.

$$\rightarrow 24a^5b^3 : 4a^2b : 3ab = 6a^3b^2 : 3ab \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow 6a^3b^2 : 3ab = 2a^2b$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 2a^2b$$

$\rightarrow$ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.

Esercizio 288.

$$\rightarrow (-36x^6y^2) : (-6x^2y) : 3x^2 = 6x^4y : 3x^2 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow 6x^4y : 3x^2 = 2x^2y$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{2x^2y}$$

$\rightarrow$ Controllo con $x = 2, y = 2$: l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.

Esercizio 295.

$\rightarrow$ Se $x : 4ab = 3a^2b$, allora x è il prodotto. (il contrario della divisione)

$$\rightarrow x = 3a^2b \cdot 4ab = \mathbf{12a^3b^2}$$

$$\rightarrow \text{Controllo: } 12a^3b^2 : 4ab = 3a^2b.$$

Esercizio 296.

$\rightarrow$ Se $x : 3m = -5m^3$, allora x è il prodotto. (il contrario della divisione)

$$\rightarrow x = -5m^3 \cdot 3m = \mathbf{-15m^4}$$

$$\rightarrow \text{Controllo: } -15m^4 : 3m = -5m^3.$$

7. Potenze di monomi**Esercizio 301.**

$$\rightarrow (-2a^2b)^3 = -8a^6b^3 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{-8a^6b^3}$$

$\rightarrow$ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà -4096 e il risultato dà -4096 .

Esercizio 302.

$$\rightarrow (3x)^2 = 9x^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{9x^2}$$

$\rightarrow$ Controllo con $x = 2$: l'espressione di partenza dà 36 e il risultato dà 36.

Esercizio 315.

$$\rightarrow \left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2y^6 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{4}x^2y^6$$

→ Controllo con $x = 2, y = 2$: l'espressione di partenza dà 64 e il risultato dà 64.

Esercizio 316.

$$\rightarrow \left(\frac{2}{3}a^2\right)^3 = \frac{8}{27}a^6 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{8}{27}a^6$$

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà $\frac{512}{27}$ e il risultato dà $\frac{512}{27}$.

Esercizio 329.

$$\rightarrow (2a^2b)^3 : (2a^2b)^2 = 8a^6b^3 : (2a^2b)^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow 8a^6b^3 : (2a^2b)^2 = 8a^6b^3 : 4a^4b^2$$

$$\rightarrow 8a^6b^3 : 4a^4b^2 = 2a^2b \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 2a^2b$$

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.

Esercizio 330.

$$\rightarrow (-3x^2)^2 \cdot (2x)^3 = 9x^4 \cdot (2x)^3 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow 9x^4 \cdot (2x)^3 = 9x^4 \cdot 8x^3$$

$$\rightarrow 9x^4 \cdot 8x^3 = 72x^7 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 72x^7$$

→ Controllo con $x = 2$: l'espressione di partenza dà 9216 e il risultato dà 9216.

Esercizio 339.

$$\rightarrow \left([-2a^2b]^2\right)^3 : \left([-2a^2b]^3\right)^2 = (4a^4b^2)^3 : \left([-2a^2b]^3\right)^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow (4a^4b^2)^3 : \left([-2a^2b]^3\right)^2 = 64a^{12}b^6 : \left([-2a^2b]^3\right)^2$$

$$\rightarrow 64a^{12}b^6 : \left([-2a^2b]^3 \right)^2 = 64a^{12}b^6 : (-8a^6b^3)^2$$

$$\rightarrow 64a^{12}b^6 : (-8a^6b^3)^2 = 64a^{12}b^6 : 64a^{12}b^6$$

$$\rightarrow 64a^{12}b^6 : 64a^{12}b^6 = 1 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

→ Risultato: **1**

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 1 e il risultato dà 1.

Esercizio 340.

$$\rightarrow \left(-\frac{1}{2}x^2y \right)^4 \cdot (2x)^4 = \frac{1}{16}x^8y^4 \cdot (2x)^4 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{16}x^8y^4 \cdot (2x)^4 = \frac{1}{16}x^8y^4 \cdot 16x^4$$

$$\rightarrow \frac{1}{16}x^8y^4 \cdot 16x^4 = x^{12}y^4 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

→ Risultato: **$x^{12}y^4$**

Esercizio 341.

$$\rightarrow \left([3m^2]^2 : 9m^3 \right)^3 = (9m^4 : 9m^3)^3 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow (9m^4 : 9m^3)^3 = m^3 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

→ Risultato: **m^3**

→ Controllo con $m = 2$: l'espressione di partenza dà 8 e il risultato dà 8.

Esercizio 342.

$$\rightarrow \left(-\frac{2}{3}c^3 \right)^3 : \left(-\frac{8}{27}c^5 \right) = \left(-\frac{8}{27}c^9 \right) : \left(-\frac{8}{27}c^5 \right) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \left(-\frac{8}{27}c^9 \right) : \left(-\frac{8}{27}c^5 \right) = c^4 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

→ Risultato: **c^4**

→ Controllo con $c = 2$: l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.

Esercizio 343.

$$\rightarrow \left([2p^2q]^3 : 4p^3q^2 \right)^2 = (8p^6q^3 : 4p^3q^2)^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow (8p^6q^3 : 4p^3q^2)^2 = (2p^3q)^2 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow (2p^3q)^2 = 4p^6q^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{4p^6q^2}$$

$\rightarrow$ Controllo con $p = 2, q = 2$: l'espressione di partenza dà 1024 e il risultato dà 1024.

Esercizio 344.

$$\rightarrow \left([-t^2u]^3 \right)^2 : \left([t^3u^2]^2 \right) = (-t^6u^3)^2 : \left([t^3u^2]^2 \right) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow (-t^6u^3)^2 : \left([t^3u^2]^2 \right) = t^{12}u^6 : \left([t^3u^2]^2 \right)$$

$$\rightarrow t^{12}u^6 : \left([t^3u^2]^2 \right) = t^{12}u^6 : t^6u^4$$

$$\rightarrow t^{12}u^6 : t^6u^4 = t^6u^2 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{t^6u^2}$$

$\rightarrow$ Controllo con $t = 2, u = 2$: l'espressione di partenza dà 256 e il risultato dà 256.

Esercizio 345.

$$\rightarrow \left(\frac{3}{4}a^2b \right)^2 \cdot \left(-\frac{4}{3}ab^2 \right)^3 = \frac{9}{16}a^4b^2 \cdot \left(-\frac{4}{3}ab^2 \right)^3 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \frac{9}{16}a^4b^2 \cdot \left(-\frac{4}{3}ab^2 \right)^3 = \frac{9}{16}a^4b^2 \cdot \left(-\frac{64}{27}a^3b^6 \right)$$

$$\rightarrow \frac{9}{16}a^4b^2 \cdot \left(-\frac{64}{27}a^3b^6 \right) = -\frac{4}{3}a^7b^8 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{-\frac{4}{3}a^7b^8}$$

Esercizio 346.

$\rightarrow$ L'esponente esterno moltiplica quello della lettera: $(2a^n)^3 = 8a^{3n}$.

$\rightarrow$ Perché sia $8a^{12}$ serve $3n = 12$, cioè $n = \mathbf{4}$.

$\rightarrow$ Controllo: $(2a^4)^3 = 2^3a^{12} = 8a^{12}$. Torna.

Esercizio 347.

$\rightarrow$ Con esponente **pari** la potenza di un negativo è positiva.

→ Controesempio: per $n = 2$ e $a = 3$ si ha $(-3)^2 = +9$. (basta un caso per dire falso)

→ Falso: $(-a)^n$ è negativo solo quando n è dispari e a è positivo.

Esercizio 348.

→ L'esponente agisce su **tutto** quello che sta nella parentesi, coefficiente compreso.

→ $(-3)^2 = +9$: base negativa ed esponente pari danno un risultato positivo. (è lì che sta lo sbaglio)

→ Il risultato giusto è $9a^4$.

→ Chi scrive $-9a^4$ sta calcolando $-(3a^2)^2$, che è un'altra cosa: sono le parentesi a dire su cosa agisce l'esponente.

Esercizio 349.

→ Un monomio si scrive come $c \cdot (\text{parte letterale})$, con c numero.

→ Il suo quadrato è $c^2 \cdot (\text{parte letterale})^2$.

→ c^2 non è mai negativo, e nel quadrato ogni esponente delle lettere raddoppia, quindi diventa **pari**.
(una potenza a esponente pari non è mai negativa)

→ Allora il quadrato è sempre ≥ 0 , e vale 0 solo se il monomio di partenza è nullo.

Esercizio 350.

→ Nel primo caso l'esponente 0 agisce su tutto il monomio: qualunque cosa diversa da zero elevata a 0 fa 1.

→ $(5a^3b)^0 = 1$.

→ Nel secondo l'esponente agisce solo sulla a : $a^0 = 1$, quindi resta $5 \cdot 1 \cdot b = 5b$.

→ La differenza la fanno le parentesi, come sempre.

8. Espressioni con tutte le operazioni

Esercizio 351.

→ $(2a^2b)^2 : (-4a^3b) + 3ab = 4a^4b^2 : (-4a^3b) + 3ab$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $4a^4b^2 : (-4a^3b) + 3ab = -ab + 3ab$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $-ab + 3ab = 2ab$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Risultato: **2ab**

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 8 e il risultato dà 8.

Esercizio 352.

→ $3a \cdot 2a - 4a^2 = 6a^2 - 4a^2$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ $6a^2 - 4a^2 = 2a^2$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Risultato: **2a²**

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà 8 e il risultato dà 8.

Esercizio 376.

→ $\left([2a^2b]^2 : 4a^3b\right) \cdot 3a = (4a^4b^2 : 4a^3b) \cdot 3a$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $(4a^4b^2 : 4a^3b) \cdot 3a = ab \cdot 3a$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $ab \cdot 3a = 3a^2b$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: **3a²b**

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 24 e il risultato dà 24.

Esercizio 377.

→ $2(3a^2 - a^2) + 4a^2 = 22a^2 + 4a^2$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ $22a^2 + 4a^2 = 4a^2 + 4a^2$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ $4a^2 + 4a^2 = 8a^2$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Risultato: **8a²**

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà 32 e il risultato dà 32.

Esercizio 404.

→ $\left([-2a^2b]^3 : 4a^3b^2\right) \cdot \left(\left[-\frac{1}{2}ab\right]^2 : \frac{1}{8}a^2b\right) = ([-8a^6b^3] : 4a^3b^2) \cdot \left(\left[-\frac{1}{2}ab\right]^2 : \frac{1}{8}a^2b\right)$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $([-8a^6b^3] : 4a^3b^2) \cdot \left(\left[-\frac{1}{2}ab\right]^2 : \frac{1}{8}a^2b\right) = (-2a^3b) \cdot \left(\left[-\frac{1}{2}ab\right]^2 : \frac{1}{8}a^2b\right)$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

$$\rightarrow (-2a^3b) \cdot \left(\left[-\frac{1}{2}ab \right]^2 : \frac{1}{8}a^2b \right) = (-2a^3b) \cdot \left(\frac{1}{4}a^2b^2 : \frac{1}{8}a^2b \right) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow (-2a^3b) \cdot \left(\frac{1}{4}a^2b^2 : \frac{1}{8}a^2b \right) = (-2a^3b) \cdot 2b \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow (-2a^3b) \cdot 2b = -4a^3b^2 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -4a^3b^2$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } a = 2, b = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } -128 \text{ e il risultato dà } -128.$$

Esercizio 405.

$$\rightarrow \left(\left[\{3x^2y\}^2 : 9x^3y \right] \cdot [-2xy] \right)^2 = \left([9x^4y^2 : 9x^3y] \cdot [-2xy] \right)^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \left([9x^4y^2 : 9x^3y] \cdot [-2xy] \right)^2 = (xy \cdot [-2xy])^2 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow (xy \cdot [-2xy])^2 = (-2x^2y^2)^2 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow (-2x^2y^2)^2 = 4x^4y^4 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 4x^4y^4$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } x = 2, y = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } 1024 \text{ e il risultato dà } 1024.$$

Esercizio 406.

$$\rightarrow \left([2m^3n]^2 \cdot \frac{1}{4}m^2n \right) : m^5n^2 = \left(4m^6n^2 \cdot \frac{1}{4}m^2n \right) : m^5n^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \left(4m^6n^2 \cdot \frac{1}{4}m^2n \right) : m^5n^2 = m^8n^3 : m^5n^2 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow m^8n^3 : m^5n^2 = m^3n \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } m^3n$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } m = 2, n = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } 16 \text{ e il risultato dà } 16.$$

Esercizio 407.

$$\rightarrow \left(\left[-\frac{1}{3}p^2 \right]^3 \cdot 27p \right) : (-p^4) = \left(\left[-\frac{1}{27}p^6 \right] \cdot 27p \right) : (-p^4) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \left(\left[-\frac{1}{27}p^6 \right] \cdot 27p \right) : (-p^4) = (-p^7) : (-p^4) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow (-p^7) : (-p^4) = p^3 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

→ Risultato: p^3

→ Controllo con $p = 2$: l'espressione di partenza dà 8 e il risultato dà 8.

Esercizio 408.

→ $\left([4t^2u^3]^2 : [-8t^3u^4] \right) \cdot \left([-2tu]^3 : 4t^2u^2 \right) = (16t^4u^6 : [-8t^3u^4]) \cdot \left([-2tu]^3 : 4t^2u^2 \right)$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $(16t^4u^6 : [-8t^3u^4]) \cdot \left([-2tu]^3 : 4t^2u^2 \right) = (-2tu^2) \cdot \left([-2tu]^3 : 4t^2u^2 \right)$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $(-2tu^2) \cdot \left([-2tu]^3 : 4t^2u^2 \right) = (-2tu^2) \cdot ([-8t^3u^3] : 4t^2u^2)$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $(-2tu^2) \cdot ([-8t^3u^3] : 4t^2u^2) = (-2tu^2) \cdot (-2tu)$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $(-2tu^2) \cdot (-2tu) = 4t^2u^3$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: $4t^2u^3$

→ Controllo con $t = 2, u = 2$: l'espressione di partenza dà 128 e il risultato dà 128.

Esercizio 409.

→ $2(3[a^2 - b^2] - 2[a^2 - 2b^2]) = 2(3a^2 - 3b^2 - 2[a^2 - 2b^2])$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ $2(3a^2 - 3b^2 - 2[a^2 - 2b^2]) = 2(3a^2 - 3b^2 - [2a^2 - 4b^2])$

→ $2(3a^2 - 3b^2 - [2a^2 - 4b^2]) = 2(3a^2 - 3b^2 - 2a^2 + 4b^2)$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $2(3a^2 - 3b^2 - 2a^2 + 4b^2) = 2(a^2 + b^2)$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ $2(a^2 + b^2) = 2a^2 + 2b^2$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: $2a^2 + 2b^2$

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.

Esercizio 410.

→ $\left(\left[-\frac{2}{3}c^3d \right]^3 : \frac{8}{27}c^6d^2 \right) \cdot (-3d) = \left(\left[-\frac{8}{27}c^9d^3 \right] : \frac{8}{27}c^6d^2 \right) \cdot (-3d)$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $\left(\left[-\frac{8}{27}c^9d^3 \right] : \frac{8}{27}c^6d^2 \right) \cdot (-3d) = (-c^3d) \cdot (-3d)$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $(-c^3d) \cdot (-3d) = 3c^3d^2$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: $3c^3d^2$

→ Controllo con $c = 2, d = 2$: l'espressione di partenza dà 96 e il risultato dà 96.

Esercizio 411.

→ $\left(\left[\{2k^2m\}^3 : \{-4k^3m^2\}\right] : [-2k^3]\right)^2 = ([8k^6m^3 : \{-4k^3m^2\}] : [-2k^3])^2$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $([8k^6m^3 : \{-4k^3m^2\}] : [-2k^3])^2 = ([-2k^3m] : [-2k^3])^2$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $([-2k^3m] : [-2k^3])^2 = m^2$

→ Risultato: m^2

→ Controllo con $k = 2, m = 2$: l'espressione di partenza dà 4 e il risultato dà 4.

Esercizio 412.

→ $\left(\left[\frac{1}{2}s^2\right]^4 \cdot 32s\right) : 2s^5 = \left(\frac{1}{16}s^8 \cdot 32s\right) : 2s^5$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $\left(\frac{1}{16}s^8 \cdot 32s\right) : 2s^5 = 2s^9 : 2s^5$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ $2s^9 : 2s^5 = s^4$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ Risultato: s^4

→ Controllo con $s = 2$: l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.

Esercizio 413.

→ $\left([3u^2v]^2 - [2u^2v]^2\right) : u^4v^2 = (9u^4v^2 - [2u^2v]^2) : u^4v^2$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $(9u^4v^2 - [2u^2v]^2) : u^4v^2 = (9u^4v^2 - 4u^4v^2) : u^4v^2$

→ $(9u^4v^2 - 4u^4v^2) : u^4v^2 = 5u^4v^2 : u^4v^2$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ $5u^4v^2 : u^4v^2 = 5$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ Risultato: 5

→ Controllo con $u = 2, v = 2$: l'espressione di partenza dà 5 e il risultato dà 5.

Esercizio 414.

→ $([-x^2y]^3 + [x^2y]^3) \cdot 5xy = (-x^6y^3 + [x^2y]^3) \cdot 5xy$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

$$\rightarrow (-x^6y^3 + [x^2y]^3) \cdot 5xy = (-x^6y^3 + x^6y^3) \cdot 5xy$$

$$\rightarrow (-x^6y^3 + x^6y^3) \cdot 5xy = 0 \cdot 5xy \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow 0 \cdot 5xy = 0 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

→ Risultato: **0**

→ Controllo con $x = 2, y = 2$: l'espressione di partenza dà 0 e il risultato dà 0.

Esercizio 415.

$$\rightarrow 2(3[2a - \{a + a\}] + 4a) = 2(3[2a - 2a] + 4a) \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow 2(3[2a - 2a] + 4a) = 2(30 + 4a)$$

$$\rightarrow 2(30 + 4a) = 2(0 + 4a) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow 2(0 + 4a) = 24a \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow 24a = 8a \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

→ Risultato: **8a**

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.

Esercizio 416.

$$\rightarrow \left(\left[\frac{2}{3}m^2n \right]^2 : \frac{4}{9}m^3n^2 \right) \cdot \left(-\frac{3}{2}mn \right) = \left(\frac{4}{9}m^4n^2 : \frac{4}{9}m^3n^2 \right) \cdot \left(-\frac{3}{2}mn \right) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \left(\frac{4}{9}m^4n^2 : \frac{4}{9}m^3n^2 \right) \cdot \left(-\frac{3}{2}mn \right) = m \cdot \left(-\frac{3}{2}mn \right) \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow m \cdot \left(-\frac{3}{2}mn \right) = -\frac{3}{2}m^2n \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -\frac{3}{2}m^2n$$

→ Controllo con $m = 2, n = 2$: l'espressione di partenza dà -12 e il risultato dà -12.

Esercizio 417.

$$\rightarrow \left([-2p^3q^2]^2 : 4p^4q^3 \right) : (-p^2) = (4p^6q^4 : 4p^4q^3) : (-p^2) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow (4p^6q^4 : 4p^4q^3) : (-p^2) = p^2q : (-p^2) \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow p^2q : (-p^2) = -q$$

→ Risultato: **-q**

→ Controllo con $p = 2, q = 2$: l'espressione di partenza dà -2 e il risultato dà -2 .

Esercizio 418.

→ $\left([4c^2d]^2 : [-2c^3d]\right) \cdot \left(\left[-\frac{1}{8}cd\right] : \frac{1}{4}d\right) = (16c^4d^2 : [-2c^3d]) \cdot \left(\left[-\frac{1}{8}cd\right] : \frac{1}{4}d\right)$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $(16c^4d^2 : [-2c^3d]) \cdot \left(\left[-\frac{1}{8}cd\right] : \frac{1}{4}d\right) = (-8cd) \cdot \left(\left[-\frac{1}{8}cd\right] : \frac{1}{4}d\right)$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $(-8cd) \cdot \left(\left[-\frac{1}{8}cd\right] : \frac{1}{4}d\right) = (-8cd) \cdot \left(-\frac{1}{2}c\right)$

→ $(-8cd) \cdot \left(-\frac{1}{2}c\right) = 4c^2d$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: **$4c^2d$**

→ Controllo con $c = 2, d = 2$: l'espressione di partenza dà 32 e il risultato dà 32 .

Esercizio 419.

→ $\left(\left[\{3t^2\}^3 : 27t^4\right] \cdot [-2t]\right)^3 = ([27t^6 : 27t^4] \cdot [-2t])^3$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $([27t^6 : 27t^4] \cdot [-2t])^3 = (t^2 \cdot [-2t])^3$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $(t^2 \cdot [-2t])^3 = (-2t^3)^3$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ $(-2t^3)^3 = -8t^9$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ Risultato: **$-8t^9$**

→ Controllo con $t = 2$: l'espressione di partenza dà -4096 e il risultato dà -4096 .

Esercizio 420.

→ $\left(\left[\frac{5}{6}a^2b\right]^2 : \frac{25}{36}a^3b^2\right) \cdot (-6a^2) = \left(\frac{25}{36}a^4b^2 : \frac{25}{36}a^3b^2\right) \cdot (-6a^2)$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $\left(\frac{25}{36}a^4b^2 : \frac{25}{36}a^3b^2\right) \cdot (-6a^2) = a \cdot (-6a^2)$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $a \cdot (-6a^2) = -6a^3$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: **$-6a^3$**

→ Controllo con $a = 2, b = 2$: l'espressione di partenza dà -48 e il risultato dà -48 .

Esercizio 421.

$$\rightarrow 3(2[x^2 - 2x^2] + 3x^2) = 3(2[-x^2] + 3x^2) \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow 3(2[-x^2] + 3x^2) = 3(-2x^2 + 3x^2) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow 3(-2x^2 + 3x^2) = 3x^2 \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 3x^2$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } x = 2: \text{ l'espressione di partenza dà 12 e il risultato dà 12.}$$

Esercizio 422.

$$\rightarrow \left(\left[-\frac{3}{2}u^3 \right]^2 \cdot \frac{4}{9}u \right) : (-u^4) = \left(\frac{9}{4}u^6 \cdot \frac{4}{9}u \right) : (-u^4) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \left(\frac{9}{4}u^6 \cdot \frac{4}{9}u \right) : (-u^4) = u^7 : (-u^4) \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow u^7 : (-u^4) = -u^3 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -u^3$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } u = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } -8 \text{ e il risultato dà } -8.$$

Esercizio 423.

$$\rightarrow \left(\left[\{2s^2t\}^2 \cdot \frac{1}{2}st \right] : 2s^3t^2 \right)^2 = \left(\left[4s^4t^2 \cdot \frac{1}{2}st \right] : 2s^3t^2 \right)^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \left(\left[4s^4t^2 \cdot \frac{1}{2}st \right] : 2s^3t^2 \right)^2 = (2s^5t^3 : 2s^3t^2)^2 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow (2s^5t^3 : 2s^3t^2)^2 = (s^2t)^2 \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow (s^2t)^2 = s^4t^2 \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } s^4t^2$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } s = 2, t = 2: \text{ l'espressione di partenza dà 64 e il risultato dà 64.}$$

Esercizio 424.

$$\rightarrow \left([k^3m^2]^2 : k^4m^3 \right) \cdot ([2km]^2 : 4k^2m) = (k^6m^4 : k^4m^3) \cdot ([2km]^2 : 4k^2m) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow (k^6m^4 : k^4m^3) \cdot ([2km]^2 : 4k^2m) = k^2m \cdot ([2km]^2 : 4k^2m) \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow k^2m \cdot ([2km]^2 : 4k^2m) = k^2m \cdot (4k^2m^2 : 4k^2m) \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow k^2m \cdot (4k^2m^2 : 4k^2m) = k^2m \cdot m \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow k^2m \cdot m = k^2m^2 \text{ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{k^2m^2}$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } k = 2, m = 2: \text{ l'espressione di partenza dà 16 e il risultato dà 16.}$$

Esercizio 425.

$$\rightarrow 2 \left([3a^2b]^2 : 9a^3b \right) - 5ab = 2 (9a^4b^2 : 9a^3b) - 5ab \text{ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)}$$

$$\rightarrow 2 (9a^4b^2 : 9a^3b) - 5ab = 2ab - 5ab \text{ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)}$$

$$\rightarrow 2ab - 5ab = -3ab \text{ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \mathbf{-3ab}$$

$$\rightarrow \text{Controllo con } a = 2, b = 2: \text{ l'espressione di partenza dà } -12 \text{ e il risultato dà } -12.$$

9. Valore numerico**Esercizio 426.**

$$\rightarrow \text{Sostituisco, mettendo fra parentesi i valori negativi e frazionari: } -3 \cdot (-2)^2 \cdot \frac{1}{2}. \text{ (le parentesi non sono facoltative)}$$

$$\rightarrow \text{Prima le potenze: } (-2)^2 = 4. \text{ (base negativa ed esponente pari dà positivo)}$$

$$\rightarrow \text{Poi i prodotti: } \mathbf{-6.}$$

Esercizio 427.

$$\rightarrow \text{Sostituisco, mettendo fra parentesi i valori negativi e frazionari: } 2 \cdot 3. \text{ (le parentesi non sono facoltative)}$$

$$\rightarrow \text{Poi i prodotti: } \mathbf{6.}$$

Esercizio 438.

$$\rightarrow \text{Sostituisco, mettendo fra parentesi i valori negativi e frazionari: } -2 \cdot (-1)^3 \cdot (-3). \text{ (le parentesi non sono facoltative)}$$

$$\rightarrow \text{Prima le potenze: } (-1)^3 = -1. \text{ (base negativa ed esponente dispari dà negativo)}$$

$$\rightarrow \text{Poi i prodotti: } \mathbf{-6.}$$

Esercizio 439.

→ Sostituisco, mettendo fra parentesi i valori negativi e frazionari: $3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2^2$. (le parentesi non sono facoltative)

→ Prima le potenze: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, $2^2 = 4$. (base negativa ed esponente pari dà positivo)

→ Poi i prodotti: **3**.

Esercizio 451.

→ $(2a^2b)^2 : (-4a^3b) + 3ab = 4a^4b^2 : (-4a^3b) + 3ab$ (l'esponente agisce sul coefficiente e su ogni lettera)

→ $4a^4b^2 : (-4a^3b) + 3ab = -ab + 3ab$ (coefficienti divisi, esponenti sottratti)

→ $-ab + 3ab = 2ab$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Prima si semplifica: l'espressione vale $2ab$. (molti meno conti che sostituendo subito)

→ Sostituisco, mettendo fra parentesi i valori negativi e frazionari: $2 \cdot 2 \cdot (-1)$. (le parentesi non sono facoltative)

→ Poi i prodotti: **-4**.

Esercizio 452.

→ $3x \cdot 2x - 4x^2 = 6x^2 - 4x^2$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ $6x^2 - 4x^2 = 2x^2$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ Prima si semplifica: l'espressione vale $2x^2$. (molti meno conti che sostituendo subito)

→ Sostituisco, mettendo fra parentesi i valori negativi e frazionari: $2 \cdot (-3)^2$. (le parentesi non sono facoltative)

→ Prima le potenze: $(-3)^2 = 9$. (base negativa ed esponente pari dà positivo)

→ Poi i prodotti: **18**.

10. MCD, mcm, geometria e problemi**Esercizio 461.**

→ I coefficienti: $\text{MCD}(12, 18) = 6$ e $\text{mcm}(12, 18) = 36$.

→ Per il MCD si prendono solo le lettere comuni (a, b) con l'esponente minore: **$6ab^2$** . (come fra i numeri, coi fattori primi)

→ Per il mcm si prendono tutte le lettere (a, b, c) con l'esponente maggiore: **$36a^3b^3c$** .

→ Controllo: il MCD divide entrambi i monomi, il mcm è divisibile per entrambi.

Esercizio 462.

→ I coefficienti: $\text{MCD}(8, 12) = 4$ e $\text{mcm}(8, 12) = 24$.

→ Per il MCD si prendono solo le lettere comuni (x, y) con l'esponente minore: **$4xy$** . (come fra i numeri, coi fattori primi)

→ Per il mcm si prendono tutte le lettere (x, y) con l'esponente maggiore: **$24x^2y^3$** .

→ Controllo: il MCD divide entrambi i monomi, il mcm è divisibile per entrambi.

Esercizio 471.

→ I coefficienti: $\text{MCD}(12, 18, 24) = 6$ e $\text{mcm}(12, 18, 24) = 72$.

→ Per il MCD si prendono solo le lettere comuni (a, b) con l'esponente minore: **$6ab$** . (come fra i numeri, coi fattori primi)

→ Per il mcm si prendono tutte le lettere (a, b) con l'esponente maggiore: **$72a^3b^3$** .

→ Controllo: il MCD divide entrambi i monomi, il mcm è divisibile per entrambi.

Esercizio 472.

→ I coefficienti: $\text{MCD}(4, 6, 8) = 2$ e $\text{mcm}(4, 6, 8) = 24$.

→ Per il MCD si prendono solo le lettere comuni (x) con l'esponente minore: **$2x$** . (come fra i numeri, coi fattori primi)

→ Per il mcm si prendono tutte le lettere (x, y) con l'esponente maggiore: **$24x^3y^2$** .

→ Controllo: il MCD divide entrambi i monomi, il mcm è divisibile per entrambi.

Esercizio 479.

→ Il perimetro di un rettangolo di lati $3a$ e $2a$. (prima la formula, poi il calcolo)

→ $2(3a + 2a) = 25a$ (si sommano solo i simili, e solo i coefficienti)

→ $25a = 10a$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: **$10a$**

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà 20 e il risultato dà 20.

Esercizio 480.

→ L'area del rettangolo di lati $3a$ e $2a$. (prima la formula, poi il calcolo)

→ $3a \cdot 2a = 6a^2$ (coefficienti moltiplicati, esponenti sommati)

→ Risultato: $6a^2$

→ Controllo con $a = 2$: l'espressione di partenza dà 24 e il risultato dà 24.

Esercizio 485.

→ L'area di un rettangolo è il prodotto dei lati: $3a \cdot x = 12a^2b$.

→ $x = 12a^2b : 3a = 4ab$. (si torna indietro dividendo)

→ Il perimetro è $2(3a + 4ab) = 6a + 8ab$.

→ Qui si ferma: $6a$ e $8ab$ non sono simili, quindi non si sommano.

→ Controllo: $3a \cdot 4ab = 12a^2b$. Torna.

Esercizio 486.

→ Il volume è il prodotto dei tre spigoli.

→ I due noti danno $2a \cdot 3ab = 6a^2b$.

→ Il terzo è $24a^3b^2 : 6a^2b = 4ab$.

→ Controllo: $6a^2b \cdot 4ab = 24a^3b^2$. Torna.

Esercizio 487.

→ L'area del quadrato è il lato al quadrato: serve il monomio che elevato al quadrato dà $16x^4$.

→ $4^2 = 16$ e $(x^2)^2 = x^4$, quindi il lato è $4x^2$. (sul coefficiente si fa la radice, sull'esponente si dimezza)

→ Il perimetro è $4 \cdot 4x^2 = 16x^2$.

→ Controllo: $(4x^2)^2 = 16x^4$. Torna.

Esercizio 488.

→ Lato ℓ : l'area è ℓ^2 .

→ Lato 2ℓ : l'area è $(2\ell)^2 = 4\ell^2$. (l'esponente agisce anche sul 2)

→ Il rapporto fra le due aree è $4\ell^2 : \ell^2 = 4$, e non dipende da ℓ : vale per qualunque quadrato.

→ È il grado 2 a dirlo: raddoppiando una lunghezza, l'area va per 2^2 .

Esercizio 489.

→ Per due monomi vale la regola dei numeri: $\text{MCD} \cdot \text{mcm}$ è uguale al prodotto dei due.

→ $3ab \cdot 18a^2b^3 = 54a^3b^4$.

→ L'altro monomio è $54a^3b^4 : 6a^2b = \mathbf{9ab^3}$.

→ Controllo: fra $6a^2b$ e $9ab^3$ il MCD è $3ab$ (lettere comuni con l'esponente minore) e il mcm è $18a^2b^3$. Torna.

Esercizio 490.

→ a^2 non è mai negativo, qualunque valore abbia a .

→ Moltiplicando per -3 il risultato è sempre negativo o nullo.

→ Vale 0 per $a = 0$ ed è negativo per ogni altro valore: quindi è positivo per **nessun valore di a** .

→ Da non leggere come $(-3a)^2$, che invece è $9a^2$ e non è mai negativo. (le parentesi, di nuovo)

Esercizio 491.

→ I volumi sono $(2a)^3 = 8a^3$ e $(3a)^3 = 27a^3$.

→ Hanno la stessa parte letterale a^3 : sono simili, quindi si sommano.

→ $8a^3 + 27a^3 = \mathbf{35a^3}$: sì, è un monomio.

→ Non fa $35a^9$: nelle somme gli esponenti non si toccano.

Esercizio 492.

→ Il perimetro è $2 \cdot (\text{base} + \text{altezza})$, quindi la somma dei due lati è $10a : 2 = 5a$.

→ L'altro lato è $5a - 2a = \mathbf{3a}$. (sono simili, si sottraggono)

→ L'area è $2a \cdot 3a = \mathbf{6a^2}$.

→ Controllo: $2(2a + 3a) = 10a$. Torna.

Esercizio 493.

- La somma dà un monomio solo quando i due addendi sono **simili**.
- $3a + 2b$ non è un monomio: è una somma che resta scritta, cioè un polinomio. (un controesempio basta)
- Falso.
- Nota: $3a - 3a = 0$ è il monomio nullo, quindi in quel caso un monomio si ottiene.
-

Esercizio 494.

- Nel prodotto i coefficienti si moltiplicano e gli esponenti delle lettere uguali si sommano.
- La somma di due numeri naturali è un naturale, quindi gli esponenti restano naturali. (è la condizione per essere un monomio)
- Vero: il prodotto di due monomi è sempre un monomio.
- Col quoziente non vale: là gli esponenti si sottraggono e possono diventare negativi.
-

Esercizio 495.

- Simili vuol dire stessa parte letterale, con gli stessi esponenti.
- Nella divisione gli esponenti si sottraggono: ogni lettera resta con esponente 0.
- Le lettere spariscono, perché $x^0 = 1$, e resta il quoziente dei coefficienti: **un numero**, cioè un monomio di grado 0.
- Esempio: $6a^2b : 3a^2b = 2$.
-

Esercizio 496.

- Nel quoziente gli esponenti si sottraggono, lettera per lettera.
- Per la b : $2 - 1 = 1$, non 2. Chi scrive b^2 ha ricopiato l'esponente del dividendo. (è l'errore)
- Il risultato giusto è **$3a^2b$** .
- Controllo: $3a^2b \cdot 4ab = 12a^3b^2$. Torna.
-

Esercizio 497.

- Il grado è la *somma* degli esponenti, e la stessa somma si ottiene distribuendo gli esponenti in modi diversi.
- $3a^2b$ e $3ab^2$ hanno entrambi grado 3, ma parti letterali diverse. (un controesempio basta)
- Falso: e infatti non si possono sommare.

→ Vale il contrario: due monomi simili hanno sempre lo stesso grado.

Esercizio 498.

→ Nel MCD ogni lettera comune compare con l'esponente **minore**; nel mcm ogni lettera compare con l'esponente **maggiore**.

→ Quindi, lettera per lettera, l'esponente nel MCD è minore o uguale a quello nel mcm.

→ Anche sui coefficienti il MCD divide il mcm, come fra i numeri.

→ Allora mcm : MCD ha tutti gli esponenti maggiori o uguali a zero: è un monomio, e questo vuol dire proprio che il MCD divide il mcm.

→ Esempio: $36a^3b^3c : 6ab^2 = 6a^2bc$.

Esercizio 499.

→ Grado 0 vuol dire che tutte le lettere hanno esponente 0, cioè che non ci sono lettere: resta solo il coefficiente.

→ Lo zero è escluso perché il monomio nullo **non ha grado**. (è l'unica eccezione)

→ Vero: per esempio $7 = 7x^0$ ha grado 0.

Esercizio 500.

→ Opposti vuol dire simili e con coefficienti opposti, e le parti letterali qui sono già uguali (a^2b).

→ Serve che k sia l'opposto di -5 , cioè $k = 5$.

→ Controllo: $5a^2b + (-5a^2b) = 0$. Torna.
