

SOLUZIONI: SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni scomposizione si chiude con lo stesso controllo che conviene prendere come abitudine: rimoltiplicare i fattori e ritrovare il polinomio di partenza.

1. Scomposto o no? Riconoscere e verificare

Esercizio 1.

→ Guardo qual è l'**ultima** operazione della scrittura. (scomposta = tutta un prodotto)

→ $2x(x - 5)$: l'ultima operazione è un prodotto.

→ Quindi è scomposta.

Esercizio 2.

→ Guardo qual è l'**ultima** operazione della scrittura.

→ $2x^2 - 10x$: è una somma di due termini: è lo sviluppo, non la scomposizione.

→ Quindi non è scomposta.

Esercizio 21.

→ Rimoltiplico i fattori: $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$. (la verifica di una scomposizione è sempre lo sviluppo)

→ È proprio il polinomio dato: **vero**.

Esercizio 22.

→ Rimoltiplico i fattori: $(x + 3)(x + 3) = x^2 + 6x + 9$.

→ Il polinomio dato era $x^2 + 9$: le due scritture sono diverse, quindi **falso**.

2. Raccoglimento totale

Esercizio 36.

→ Il fattore comune è il MCD dei termini: 2. (coefficiente: MCD dei coefficienti; lettere comuni con l'esponente minore)

→ Divido ogni termine per il fattore raccolto: $2x : 2 = x$, $6 : 2 = 3$.

→ $2x + 6 = 2(x + 3)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $2x + 6$. (ogni scomposizione si verifica da sola, sviluppando)

Esercizio 37.

→ Il fattore comune è il MCD dei termini: 3.

→ Divido ogni termine per il fattore raccolto: $3x : 3 = x$, $-6 : 3 = -2$.

→ $3x - 6 = 3(x - 2)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $3x - 6$.

Esercizio 71.

→ Il fattore comune è il MCD dei termini: $3ab$.

→ Divido ogni termine per il fattore raccolto: $3a^2b : 3ab = a$, $6ab^2 : 3ab = 2b$.

→ $3a^2b + 6ab^2 = 3ab(a + 2b)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $3a^2b + 6ab^2$.

Esercizio 72.

→ Il fattore comune è il MCD dei termini: $2xy$.

→ Divido ogni termine per il fattore raccolto: $2x^2y : 2xy = x$, $-6xy^2 : 2xy = -3y$.

→ $2x^2y - 6xy^2 = 2xy(x - 3y)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $2x^2y - 6xy^2$.

3. Raccoglimento parziale

Esercizio 91.

→ Quattro termini e nessun fattore comune a tutti: provo il raccoglimento parziale, a coppie. (quattro termini: o cubo di binomio o parziale)

→ Dai primi due raccolgo x^2 , dagli ultimi due 2: $x^2(x - 3) + 2(x - 3)$.

→ La parentesi $(x - 3)$ è la stessa nelle due coppie: la raccolgo. (se le parentesi non vengono uguali, la strada è sbagliata)

$$\rightarrow (x - 3)(x^2 + 2)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 - 3x^2 + 2x - 6$.

Esercizio 92.

→ Quattro termini e nessun fattore comune a tutti: provo il raccoglimento parziale, a coppie.

→ Dai primi due raccolgo x^2 , dagli ultimi due 3: $x^2(x + 2) + 3(x + 2)$.

→ La parentesi $(x + 2)$ è la stessa nelle due coppie: la raccolgo.

$$\rightarrow (x + 2)(x^2 + 3)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$.

Esercizio 111.

→ Quattro termini e nessun fattore comune a tutti: provo il raccoglimento parziale, a coppie.

→ Dai primi due raccolgo x^2 , dagli ultimi due -2 : $x^2(x - 3) - 2(x - 3)$.

→ La parentesi $(x - 3)$ è la stessa nelle due coppie: la raccolgo.

$$\rightarrow (x - 3)(x^2 - 2)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 - 3x^2 - 2x + 6$.

Esercizio 112.

→ Quattro termini e nessun fattore comune a tutti: provo il raccoglimento parziale, a coppie.

→ Dai primi due raccolgo x^2 , dagli ultimi due -3 : $x^2(x + 2) - 3(x + 2)$.

→ La parentesi $(x + 2)$ è la stessa nelle due coppie: la raccolgo.

$$\rightarrow (x + 2)(x^2 - 3)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 2x^2 - 3x - 6$.

4. Differenza di quadrati**Esercizio 125.**

→ $x^2 - 1$ è una differenza di due quadrati: $x^2 = x$ al quadrato e $1 = 1$ al quadrato. (due termini, entrambi quadrati, segno meno)

→ Con $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$: $(x + 1)(x - 1)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 - 1$.

Esercizio 126.

→ $x^2 - 4$ è una differenza di due quadrati: $x^2 = x$ al quadrato e $4 = 2$ al quadrato.

→ Con $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$: $(x + 2)(x - 2)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 - 4$.

Esercizio 160.

→ $x^2 - y^2$ è una differenza di due quadrati: $x^2 = x$ al quadrato e $y^2 = y$ al quadrato.

→ Con $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$: $(x + y)(x - y)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 - y^2$.

Esercizio 161.

→ $x^2 - 4y^2$ è una differenza di due quadrati: $x^2 = x$ al quadrato e $4y^2 = 2y$ al quadrato.

→ Con $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$: $(x + 2y)(x - 2y)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 - 4y^2$.

5. Quadrato di binomio e di trinomio**Esercizio 180.**

→ I due quadrati: x^2 (di x) e 1 (di 1). (tre termini: candidato quadrato di binomio)

→ La prova del doppio prodotto: $2 \cdot x \cdot 1 = 2x$, ed è proprio il termine centrale. (senza questa prova due quadrati non bastano)

→ $(x + 1)^2$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 + 2x + 1$.

Esercizio 181.

→ I due quadrati: x^2 (di x) e 4 (di 2).

→ La prova del doppio prodotto: $2 \cdot x \cdot 2 = 4x$, ed è proprio il termine centrale.

$$\rightarrow (\mathbf{x} + \mathbf{2})^2$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 + 4x + 4$.

Esercizio 205.

→ Sei termini, tre dei quali quadrati: candidato quadrato di trinomio, con x , y e 1 . (sei termini: tre quadrati e tre doppi prodotti)

→ I tre doppi prodotti: $2 \cdot x \cdot y = 2xy$, $2 \cdot x \cdot 1 = 2x$, $2 \cdot y \cdot 1 = 2y$. Ci sono tutti.

$$\rightarrow (\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{1})^2$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y + 1$.

Esercizio 206.

→ Sei termini, tre dei quali quadrati: candidato quadrato di trinomio, con x , $2y$ e 1 .

→ I tre doppi prodotti: $2 \cdot x \cdot 2y = 4xy$, $2 \cdot x \cdot 1 = 2x$, $2 \cdot 2y \cdot 1 = 4y$. Ci sono tutti.

$$\rightarrow (\mathbf{x} + \mathbf{2y} + \mathbf{1})^2$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y + 1$.

6. Cubi: somma, differenza, cubo di binomio**Esercizio 215.**

→ $x^3 + 1$: due cubi, di x e di 1 . (due termini, entrambi cubi)

→ Con $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$: $(\mathbf{x} + \mathbf{1})(\mathbf{x}^2 - \mathbf{x} + \mathbf{1})$ (il trinomio è il «falso quadrato»: niente 2 , e non si scompone oltre)

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 1$.

Esercizio 216.

→ $x^3 + 8$: due cubi, di x e di 2 .

→ Con $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$: $(\mathbf{x} + \mathbf{2})(\mathbf{x}^2 - \mathbf{2x} + \mathbf{4})$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 8$.

Esercizio 235.

→ Quattro termini, il primo e l'ultimo sono cubi: di x e di 1. (quattro termini: candidato cubo di binomio)

→ La prova dei tripli prodotti: $3 \cdot x^2 \cdot 1 = 3x^2$ e $3 \cdot x \cdot 1^2 = 3x$: sono i termini di mezzo.

→ $(x + 1)^3$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

Esercizio 236.

→ Quattro termini, il primo e l'ultimo sono cubi: di x e di 2.

→ La prova dei tripli prodotti: $3 \cdot x^2 \cdot 2 = 6x^2$ e $3 \cdot x \cdot 2^2 = 12x$: sono i termini di mezzo.

→ $(x + 2)^3$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$.

7. Trinomio speciale**Esercizio 247.**

→ Trinomio speciale: cerco due numeri con somma 3 e prodotto 2. (somma = coefficiente del termine di mezzo, prodotto = termine noto)

→ Parto dal prodotto: le coppie di divisori di 2 sono $1 \cdot 2$ (con i segni concordi). Quella con la somma giusta è 1 e 2. (il segno del prodotto dice se i numeri sono concordi o discordi)

→ $(x + 1)(x + 2)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 + 3x + 2$.

Esercizio 248.

→ Trinomio speciale: cerco due numeri con somma 4 e prodotto 3.

→ Parto dal prodotto: le coppie di divisori di 3 sono $1 \cdot 3$ (con i segni concordi). Quella con la somma giusta è 1 e 3.

→ $(x + 1)(x + 3)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 + 4x + 3$.

Esercizio 277.

→ Trinomio speciale (i due numeri qui viaggiano con la y): cerco due numeri con somma 3 e prodotto 2.

→ Parto dal prodotto: le coppie di divisori di 2 sono $1 \cdot 2$ (con i segni concordi). Quella con la somma giusta è 1 e 2.

→ $(x + 2y)(x + y)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 + 3xy + 2y^2$.

Esercizio 278.

→ Trinomio speciale (i due numeri qui viaggiano con la y): cerco due numeri con somma 5 e prodotto 6.

→ Parto dal prodotto: le coppie di divisori di 6 sono $1 \cdot 6$, $2 \cdot 3$ (con i segni concordi). Quella con la somma giusta è 2 e 3.

→ $(x + 2y)(x + 3y)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^2 + 5xy + 6y^2$.

Esercizio 291.

→ Sviluppo il prodotto, termine a termine: $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6$. (a ritroso: dallo sviluppo si ricostruisce il trinomio)

→ Sommo i simili: $x^2 + 5x + 6$.

→ Che infatti ha somma 5 e prodotto 6: il trinomio speciale dei due numeri 2 e 3.

Esercizio 292.

→ Sviluppo il prodotto, termine a termine: $(x + 1)(x + 5) = x^2 + 5x + 1x + 5$.

→ Sommo i simili: $x^2 + 6x + 5$.

→ Che infatti ha somma 6 e prodotto 5: il trinomio speciale dei due numeri 1 e 5.

8. Teorema del resto e divisibilità

Esercizio 306.

→ $P(x) = x^2 + 3x + 1$, diviso per $x - 1$.

→ Il divisore si annulla per $x = 1$: per il teorema del resto, $R = P(1)$. (il resto è il valore del polinomio, senza fare la divisione)

$$\rightarrow P(1) = 1 + 3 + 1 = 5$$

$$\rightarrow \mathbf{R = 5}$$

Esercizio 307.

→ $P(x) = x^2 - 2x + 5$, diviso per $x - 2$.

→ Il divisore si annulla per $x = 2$: per il teorema del resto, $R = P(2)$.

$$\rightarrow P(2) = 4 - 4 + 5 = 5$$

$$\rightarrow \mathbf{R = 5}$$

Esercizio 336.

→ $P(x) = x^2 - 5x + 6$: divisibile per $x - 2$ vuol dire resto zero, e il resto è $P(2)$. (teorema di Ruffini: divisibile se e solo se $P(a) = 0$)

$$\rightarrow P(2) = 4 - 10 + 6 = 0$$

→ Resto zero: sì, è divisibile ($x = 2$ è una radice).

Esercizio 337.

→ $P(x) = x^2 - 5x + 6$: divisibile per $x - 1$ vuol dire resto zero, e il resto è $P(1)$.

$$\rightarrow P(1) = 1 - 5 + 6 = 2$$

→ Il resto non è zero: no, non è divisibile.

Esercizio 351.

→ $P(x) = x^2 + kx - 6$: il resto della divisione per $x - 2$ è $P(2)$, qualunque sia k . (il teorema del resto trasforma la richiesta in un'equazione in k)

$$\rightarrow P(2) = 2k - 2, \text{ e deve valere } 0.$$

$$\rightarrow \text{Risolvo: } 2k - 2 = 0 \text{ dà } \mathbf{k = 1}.$$

→ Controllo: con questo k il resto viene proprio 0.

Esercizio 352.

→ $P(x) = x^2 + kx + 8$: il resto della divisione per $x + 2$ è $P(-2)$, qualunque sia k .

→ $P(-2) = -2k + 12$, e deve valere 0.

→ Risolvo: $-2k + 12 = 0$ dà $k = 6$.

→ Controllo: con questo k il resto viene proprio 0.

9. Regola di Ruffini**Esercizio 365.**

→ Divido $x^3 + x^2 + x - 3$ per $x - 1$ con lo schema.

→ Coefficienti in grado decrescente (con gli zeri dei gradi mancanti) e 1 a sinistra: (abbasso il primo, poi «moltiplica e somma» colonna per colonna)

→

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

→ L'ultima riga si legge: quoziente $Q(x) = x^2 + 2x + 3$ e resto $R = 0$.

→ Controllo col teorema del resto: $P(1) = 0$. Torna.

Esercizio 366.

→ Divido $x^3 - 3x^2 + 4x - 3$ per $x - 2$ con lo schema.

→ Coefficienti in grado decrescente (con gli zeri dei gradi mancanti) e 2 a sinistra:

→

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 4 & -3 \\ 2 & & 2 & -2 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 2 & 1 \end{array}$$

→ L'ultima riga si legge: quoziente $Q(x) = x^2 - x + 2$ e resto $R = 1$.

→ Controllo col teorema del resto: $P(2) = 1$. Torna.

Esercizio 380.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto -6 : $P(1) = -8$; $P(-1) = 0$. (teorema di Ruffini: se $P(a) = 0$, $(x - a)$ è un fattore)

→ Radice trovata: $x = -1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + x - 6$ è un trinomio speciale: somma 1 e prodotto -6 danno i numeri -2 e 3 .

→ $(x + 1)(x + 3)(x - 2)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.

Esercizio 381.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 6: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ 1 & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - x - 6$ è un trinomio speciale: somma -1 e prodotto -6 danno i numeri -3 e 2 .

→ $(x + 2)(x - 1)(x - 3)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

Esercizio 402.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 4: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -5 & 0 & 4 \\ 1 & & 1 & 1 & -4 & -4 \\ \hline & 1 & 1 & -4 & -4 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 + x^2 - 4x - 4$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di -4 : $Q(1) = -6$; $Q(-1) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -4 & -4 \\ -1 & & -1 & 0 & 4 \\ \hline & 1 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - 4$ è una differenza di quadrati: $(x + 2)(x - 2)$.

$$\rightarrow (x+1)(x+2)(x-1)(x-2)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 5x^2 + 4$.

Esercizio 403.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 18: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 1 & 1 & -11 & -9 & 18 \\ & & 1 & 2 & -9 & -18 \\ \hline & 1 & 2 & -9 & -18 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di -18 : $Q(1) = -24$; $Q(-1) = -8$; $Q(2) = -20$; $Q(-2) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} -2 & 1 & 2 & -9 & -18 \\ & & -2 & 0 & 18 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - 9$ è una differenza di quadrati: $(x+3)(x-3)$.

$$\rightarrow (x+2)(x+3)(x-1)(x-3)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$.

Esercizio 404.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 6: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 1 & 1 & -7 & -1 & 6 \\ & & 1 & 2 & -5 & -6 \\ \hline & 1 & 2 & -5 & -6 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di -6 : $Q(1) = -8$; $Q(-1) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} -1 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + x - 6$ è un trinomio speciale: somma 1 e prodotto -6 danno i numeri -2 e 3 .

$$\rightarrow (x+1)(x+3)(x-1)(x-2)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$.

Esercizio 405.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 12: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & 1 & 2 & -7 & -8 & 12 \\ 1 & & 1 & 3 & -4 & -12 \\ \hline & 1 & 3 & -4 & -12 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di -12 : $Q(1) = -12$; $Q(-1) = -6$; $Q(2) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 3 & -4 & -12 \\ 2 & & 2 & 10 & 12 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + 5x + 6$ è un trinomio speciale: somma 5 e prodotto 6 danno i numeri 2 e 3.

$$\rightarrow (x+2)(x+3)(x-1)(x-2)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.

Esercizio 406.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 24: $P(1) = 36$; $P(-1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = -1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & 1 & -4 & -7 & 22 & 24 \\ -1 & & -1 & 5 & 2 & -24 \\ \hline & 1 & -5 & -2 & 24 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di 24: $Q(1) = 18$; $Q(-1) = 20$; $Q(2) = 8$; $Q(-2) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & -5 & -2 & 24 \\ -2 & & -2 & 14 & -24 \\ \hline & 1 & -7 & 12 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - 7x + 12$ è un trinomio speciale: somma -7 e prodotto 12 danno i numeri -4 e -3 .

$$\rightarrow (x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24$.

Esercizio 407.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 9: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 1 & 0 & -10 & 0 & 9 \\ & & 1 & 1 & -9 & -9 \\ \hline & 1 & 1 & -9 & -9 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 + x^2 - 9x - 9$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di -9 : $Q(1) = -16$; $Q(-1) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} -1 & 1 & 1 & -9 & -9 & -9 \\ & & -1 & 0 & 9 & 9 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - 9$ è una differenza di quadrati: $(x+3)(x-3)$.

$$\rightarrow (x+1)(x+3)(x-1)(x-3)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 10x^2 + 9$.

Esercizio 408.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 16: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 1 & 3 & -8 & -12 & 16 \\ & & 1 & 4 & -4 & -16 \\ \hline & 1 & 4 & -4 & -16 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 + 4x^2 - 4x - 16$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di -16 : $Q(1) = -15$; $Q(-1) = -9$; $Q(2) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 2 & 1 & 4 & -4 & -16 & -16 \\ & & 2 & 12 & 16 & 16 \\ \hline & 1 & 6 & 8 & 0 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + 6x + 8$ è un trinomio speciale: somma 6 e prodotto 8 danno i numeri 2 e 4.

$$\rightarrow (x+2)(x+4)(x-1)(x-2)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x + 16$.

Esercizio 409.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 24: $P(1) = 20$; $P(-1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = -1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & 1 & 0 & -15 & 10 & 24 \\ -1 & & -1 & 1 & 14 & -24 \\ \hline & 1 & -1 & -14 & 24 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 - x^2 - 14x + 24$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di 24: $Q(1) = 10$; $Q(-1) = 36$; $Q(2) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & -1 & -14 & 24 \\ 2 & & 2 & 2 & -24 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + x - 12$ è un trinomio speciale: somma 1 e prodotto -12 danno i numeri -3 e 4 .

$$\rightarrow (x+1)(x+4)(x-2)(x-3)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 15x^2 + 10x + 24$.

Esercizio 410.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 40: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & 1 & 0 & -23 & -18 & 40 \\ 1 & & 1 & 1 & -22 & -40 \\ \hline & 1 & 1 & -22 & -40 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 + x^2 - 22x - 40$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di -40 : $Q(1) = -60$; $Q(-1) = -18$; $Q(2) = -72$; $Q(-2) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 1 & -22 & -40 \\ -2 & & -2 & 2 & 40 \\ \hline & 1 & -1 & -20 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - x - 20$ è un trinomio speciale: somma -1 e prodotto -20 danno i numeri -5 e 4 .

$$\rightarrow (x+2)(x+4)(x-1)(x-5)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 23x^2 - 18x + 40$.

Esercizio 411.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 6: $P(1) = 8$; $P(-1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = -1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} -1 & 1 & -3 & -3 & 7 & 6 \\ & & -1 & 4 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -4 & 1 & 6 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 - 4x^2 + x + 6$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di 6: $Q(1) = 4$; $Q(-1) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - 5x + 6$ è un trinomio speciale: somma -5 e prodotto 6 danno i numeri -3 e -2 .

$$\rightarrow (x+1)^2(x-2)(x-3)$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$.

Esercizio 412.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 12: $P(1) = 8$; $P(-1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = -1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} -1 & 1 & 0 & -9 & 4 & 12 \\ & & -1 & 1 & 8 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -8 & 12 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 - x^2 - 8x + 12$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di 12: $Q(1) = 4$; $Q(-1) = 18$; $Q(2) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} 2 & 1 & -1 & -8 & 12 \\ & & 2 & 2 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + x - 6$ è un trinomio speciale: somma 1 e prodotto -6 danno i numeri -2 e 3 .

$$\rightarrow (x+1)(x+3)(x-2)^2$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 9x^2 + 4x + 12$.

Esercizio 413.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 9: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & 1 & 4 & -2 & -12 & 9 \\ 1 & & 1 & 5 & 3 & -9 \\ \hline & 1 & 5 & 3 & -9 & 0 \end{array}$$

→ Il quoziente $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$ è ancora di terzo grado: altro giro. Divisori di -9 : $Q(1) = 0$.

→

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 5 & 3 & -9 \\ 1 & & 1 & 6 & 9 \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + 6x + 9$ è un trinomio speciale: somma 6 e prodotto 9 danno i numeri 3 e 3.

→ $(x + 3)^2(x - 1)^2$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$.

10. Combinate: più metodi in fila

Esercizio 414.

→ Rimoltiplico: $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$.

→ Ma il testo dice $x^2 + 4$: le due scritture sono diverse, quindi la scomposizione è sbagliata. (la verifica per sviluppo smaschera ogni errore)

→ E non c'è niente da aggiustare: $x^2 + 4$ è irriducibile.

Esercizio 415.

→ Rimoltiplico: $(x - 4)(x - 1) = x^2 - 5x + 4$.

→ Ma il testo dice $x^2 - 4x + 4$: le due scritture sono diverse, quindi la scomposizione è sbagliata.

→ Quella giusta: $(x - 2)^2$.

Esercizio 424.

→ Raccolgo 2x: $2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4)$. (il raccoglimento totale si tenta sempre per primo)

→ Dentro la parentesi resta $x^2 - 4$: guardo se si scompone ancora.

→ $x^2 - 4$ è una differenza di due quadrati: $x^2 = x$ al quadrato e $4 = 2$ al quadrato.

→ Con $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$: **$2x(x + 2)(x - 2)$**

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $2x^3 - 8x$.

Esercizio 425.

→ Raccolgo 3: $3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^2 - 9$: guardo se si scompone ancora.

→ $x^2 - 9$ è una differenza di due quadrati: $x^2 = x$ al quadrato e $9 = 3$ al quadrato.

→ Con $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$: **$3(x + 3)(x - 3)$**

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $3x^2 - 27$.

Esercizio 463.

→ Raccolgo 1: $x^4 - 1 = 1(x^4 - 1)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^4 - 1$: guardo se si scompone ancora.

→ Differenza di quadrati (di x^2 e 1): $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$. (le potenze quarte sono quadrati di quadrati)

→ Il primo fattore è una **somma** di quadrati: irriducibile. Il secondo è ancora una differenza: $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$.

→ **$(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$**

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 1$.

Esercizio 464.

→ Raccolgo 1: $x^4 - 16 = 1(x^4 - 16)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^4 - 16$: guardo se si scompone ancora.

→ Differenza di quadrati (di x^2 e 4): $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$.

→ Il primo fattore è una **somma** di quadrati: irriducibile. Il secondo è ancora una differenza: $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$.

→ **$(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$**

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 16$.

Esercizio 465.

→ Raccolgo 1: $x^4 - 81 = 1(x^4 - 81)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^4 - 81$: guardo se si scompone ancora.

→ Differenza di quadrati (di x^2 e 9): $(x^2 + 9)(x^2 - 9)$.

→ Il primo fattore è una **somma** di quadrati: irriducibile. Il secondo è ancora una differenza: $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$.

→ $(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 81$.

Esercizio 466.

→ Raccolgo $2x$: $2x^5 - 32x = 2x(x^4 - 16)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^4 - 16$: guardo se si scompone ancora.

→ Differenza di quadrati (di x^2 e 4): $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$.

→ Il primo fattore è una **somma** di quadrati: irriducibile. Il secondo è ancora una differenza: $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$.

→ $2x(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $2x^5 - 32x$.

Esercizio 467.

→ Raccolgo 3: $3x^4 - 3 = 3(x^4 - 1)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^4 - 1$: guardo se si scompone ancora.

→ Differenza di quadrati (di x^2 e 1): $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$.

→ Il primo fattore è una **somma** di quadrati: irriducibile. Il secondo è ancora una differenza: $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$.

→ $3(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $3x^4 - 3$.

Esercizio 468.

→ Raccolgo x : $x^5 - 16x = x(x^4 - 16)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^4 - 16$: guardo se si scompone ancora.

→ Differenza di quadrati (di x^2 e 4): $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$.

→ Il primo fattore è una **somma** di quadrati: irriducibile. Il secondo è ancora una differenza: $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$.

→ $x(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^5 - 16x$.

Esercizio 469.

→ Raccolgo 5: $5x^4 - 80 = 5(x^4 - 16)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^4 - 16$: guardo se si scompone ancora.

→ Differenza di quadrati (di x^2 e 4): $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$.

→ Il primo fattore è una **somma** di quadrati: irriducibile. Il secondo è ancora una differenza: $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$.

→ $5(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $5x^4 - 80$.

Esercizio 470.

→ Raccolgo 2: $2x^4 - 162 = 2(x^4 - 81)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^4 - 81$: guardo se si scompone ancora.

→ Differenza di quadrati (di x^2 e 9): $(x^2 + 9)(x^2 - 9)$.

→ Il primo fattore è una **somma** di quadrati: irriducibile. Il secondo è ancora una differenza: $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$.

→ $2(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $2x^4 - 162$.

Esercizio 471.

→ Quattro termini: raccolgo a coppie. Dai primi due x^2 , dagli ultimi due -9 : viene $x^2(x + 2) - 9(x + 2)$. (parziale prima, e poi si guarda cosa è rimasto)

→ Raccolgo la parentesi comune: $(x + 2)(x^2 - 9)$.

→ $x^2 - 9$ è una differenza di quadrati: $(x + 3)(x - 3)$.

$$\rightarrow (\mathbf{x + 2})(\mathbf{x + 3})(\mathbf{x - 3})$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$.

Esercizio 472.

→ Quattro termini: raccolgo a coppie. Dai primi due x^2 , dagli ultimi due -4 : viene $x^2(x + 3) - 4(x + 3)$.

→ Raccolgo la parentesi comune: $(x + 3)(x^2 - 4)$.

→ $x^2 - 4$ è una differenza di quadrati: $(x + 2)(x - 2)$.

$$\rightarrow (\mathbf{x + 2})(\mathbf{x + 3})(\mathbf{x - 2})$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$.

Esercizio 473.

→ Quattro termini: raccolgo a coppie. Dai primi due x^2 , dagli ultimi due -16 : viene $x^2(x + 1) - 16(x + 1)$.

→ Raccolgo la parentesi comune: $(x + 1)(x^2 - 16)$.

→ $x^2 - 16$ è una differenza di quadrati: $(x + 4)(x - 4)$.

$$\rightarrow (\mathbf{x + 1})(\mathbf{x + 4})(\mathbf{x - 4})$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + x^2 - 16x - 16$.

Esercizio 474.

→ Quattro termini: raccolgo a coppie. Dai primi due x^2 , dagli ultimi due -1 : viene $x^2(x + 5) - 1(x + 5)$.

→ Raccolgo la parentesi comune: $(x + 5)(x^2 - 1)$.

→ $x^2 - 1$ è una differenza di quadrati: $(x + 1)(x - 1)$.

$$\rightarrow (\mathbf{x + 1})(\mathbf{x + 5})(\mathbf{x - 1})$$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 5x^2 - x - 5$.

Esercizio 475.

→ Quattro termini: raccolgo a coppie. Dai primi due x^2 , dagli ultimi due -25 : viene $x^2(x - 2) - 25(x - 2)$.

→ Raccolgo la parentesi comune: $(x - 2)(x^2 - 25)$.

→ $x^2 - 25$ è una differenza di quadrati: $(x + 5)(x - 5)$.

→ $(x + 5)(x - 2)(x - 5)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 - 2x^2 - 25x + 50$.

Esercizio 476.

→ Quattro termini: raccolgo a coppie. Dai primi due x^2 , dagli ultimi due -9 : viene $x^2(x + 4) - 9(x + 4)$.

→ Raccolgo la parentesi comune: $(x + 4)(x^2 - 9)$.

→ $x^2 - 9$ è una differenza di quadrati: $(x + 3)(x - 3)$.

→ $(x + 3)(x + 4)(x - 3)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 + 4x^2 - 9x - 36$.

Esercizio 477.

→ Quattro termini: raccolgo a coppie. Dai primi due x^2 , dagli ultimi due -1 : viene $x^2(x - 3) - 1(x - 3)$.

→ Raccolgo la parentesi comune: $(x - 3)(x^2 - 1)$.

→ $x^2 - 1$ è una differenza di quadrati: $(x + 1)(x - 1)$.

→ $(x + 1)(x - 1)(x - 3)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 - 3x^2 - x + 3$.

Esercizio 478.

→ Quattro termini: raccolgo a coppie. Dai primi due x^2 , dagli ultimi due -4 : viene $x^2(x - 1) - 4(x - 1)$.

→ Raccolgo la parentesi comune: $(x - 1)(x^2 - 4)$.

→ $x^2 - 4$ è una differenza di quadrati: $(x + 2)(x - 2)$.

→ $(x + 2)(x - 1)(x - 2)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^3 - x^2 - 4x + 4$.

Esercizio 479.

→ Raccolgo x : $x^4 + 8x = x(x^3 + 8)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^3 + 8$: guardo se si scompone ancora.

→ $x^3 + 8$: due cubi, di x e di 2.

→ Con $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$: $x(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 + 8x$.

Esercizio 480.

→ Raccolgo 2: $2x^3 - 2 = 2(x^3 - 1)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^3 - 1$: guardo se si scompone ancora.

→ $x^3 - 1$: due cubi, di x e di 1.

→ Con $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$: $2(x - 1)(x^2 + x + 1)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $2x^3 - 2$.

Esercizio 481.

→ Raccolgo $3x$: $3x^4 + 3x = 3x(x^3 + 1)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^3 + 1$: guardo se si scompone ancora.

→ $x^3 + 1$: due cubi, di x e di 1.

→ Con $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$: $3x(x + 1)(x^2 - x + 1)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $3x^4 + 3x$.

Esercizio 482.

→ Raccolgo x^2 : $x^5 - 27x^2 = x^2(x^3 - 27)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^3 - 27$: guardo se si scompone ancora.

→ $x^3 - 27$: due cubi, di x e di 3.

→ Con $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$: $x^2(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^5 - 27x^2$.

Esercizio 483.

→ Raccolgo $2x$: $2x^4 + 54x = 2x(x^3 + 27)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^3 + 27$: guardo se si scompone ancora.

→ $x^3 + 27$: due cubi, di x e di 3.

→ Con $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$: $2x(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $2x^4 + 54x$.

Esercizio 484.

→ Raccolgo 5: $5x^3 - 40 = 5(x^3 - 8)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^3 - 8$: guardo se si scompone ancora.

→ $x^3 - 8$: due cubi, di x e di 2.

→ Con $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$: $5(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $5x^3 - 40$.

Esercizio 485.

→ Raccolgo x : $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x = x(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$: guardo se si scompone ancora.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto -6 : $P(1) = -8$; $P(-1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = -1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + x - 6$ è un trinomio speciale: somma 1 e prodotto -6 danno i numeri -2 e 3 .

→ $x(x + 1)(x + 3)(x - 2)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$.

Esercizio 486.

→ Raccolgo 2: $2x^3 - 4x^2 - 10x + 12 = 2(x^3 - 2x^2 - 5x + 6)$.

→ Dentro la parentesi resta $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$: guardo se si scompone ancora.

→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto 6: $P(1) = 0$.

→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ 1 & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - x - 6$ è un trinomio speciale: somma -1 e prodotto -6 danno i numeri -3 e 2 .→ $2(x+2)(x-1)(x-3)$ → Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$.**Esercizio 487.**→ Raccolgo x : $x^4 + 6x^3 + 5x^2 - 12x = x(x^3 + 6x^2 + 5x - 12)$.→ Dentro la parentesi resta $x^3 + 6x^2 + 5x - 12$: guardo se si scompone ancora.→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto -12 : $P(1) = 0$.→ Radice trovata: $x = 1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 6 & 5 & -12 \\ 1 & & 1 & 7 & 12 \\ \hline & 1 & 7 & 12 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 + 7x + 12$ è un trinomio speciale: somma 7 e prodotto 12 danno i numeri 3 e 4 .→ $x(x+3)(x+4)(x-1)$ → Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 + 6x^3 + 5x^2 - 12x$.**Esercizio 488.**→ Raccolgo $3x$: $3x^4 - 21x^2 - 18x = 3x(x^3 - 7x - 6)$.→ Dentro la parentesi resta $x^3 - 7x - 6$: guardo se si scompone ancora.→ Cerco una radice fra i divisori del termine noto -6 : $P(1) = -12$; $P(-1) = 0$.→ Radice trovata: $x = -1$. Divido con lo schema:

→

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 0 & -7 & -6 \\ -1 & & -1 & 1 & 6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

→ $x^2 - x - 6$ è un trinomio speciale: somma -1 e prodotto -6 danno i numeri -3 e 2 .→ $3x(x+1)(x+2)(x-3)$ → Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $3x^4 - 21x^2 - 18x$.

Esercizio 489.

→ Trinomio speciale con x^2 al posto della x : due numeri con somma -5 e prodotto 4 sono -1 e -4 . (il quarto grado spesso è un trinomio speciale travestito)

→ Quindi $(x^2 - 1)(x^2 - 4)$ — ma nessuno dei due fattori è irriducibile!

→ Sono due differenze di quadrati: da $x^2 - 1$ esce $(x + 1)(x - 1)$, da $x^2 - 4$ esce $(x + 2)(x - 2)$.

→ $(x + 1)(x + 2)(x - 1)(x - 2)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 5x^2 + 4$.

Esercizio 490.

→ Trinomio speciale con x^2 al posto della x : due numeri con somma -10 e prodotto 9 sono -1 e -9 .

→ Quindi $(x^2 - 1)(x^2 - 9)$ — ma nessuno dei due fattori è irriducibile!

→ Sono due differenze di quadrati: da $x^2 - 1$ esce $(x + 1)(x - 1)$, da $x^2 - 9$ esce $(x + 3)(x - 3)$.

→ $(x + 1)(x + 3)(x - 1)(x - 3)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 10x^2 + 9$.

Esercizio 491.

→ Trinomio speciale con x^2 al posto della x : due numeri con somma -13 e prodotto 36 sono -4 e -9 .

→ Quindi $(x^2 - 4)(x^2 - 9)$ — ma nessuno dei due fattori è irriducibile!

→ Sono due differenze di quadrati: da $x^2 - 4$ esce $(x + 2)(x - 2)$, da $x^2 - 9$ esce $(x + 3)(x - 3)$.

→ $(x + 2)(x + 3)(x - 2)(x - 3)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 13x^2 + 36$.

Esercizio 492.

→ Trinomio speciale con x^2 al posto della x : due numeri con somma -17 e prodotto 16 sono -1 e -16 .

→ Quindi $(x^2 - 1)(x^2 - 16)$ — ma nessuno dei due fattori è irriducibile!

→ Sono due differenze di quadrati: da $x^2 - 1$ esce $(x + 1)(x - 1)$, da $x^2 - 16$ esce $(x + 4)(x - 4)$.

→ $(x + 1)(x + 4)(x - 1)(x - 4)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 17x^2 + 16$.

Esercizio 493.

→ Trinomio speciale con x^2 al posto della x : due numeri con somma -29 e prodotto 100 sono -4 e -25 .

→ Quindi $(x^2 - 4)(x^2 - 25)$ — ma nessuno dei due fattori è irriducibile!

→ Sono due differenze di quadrati: da $x^2 - 4$ esce $(x + 2)(x - 2)$, da $x^2 - 25$ esce $(x + 5)(x - 5)$.

→ $(x + 2)(x + 5)(x - 2)(x - 5)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 29x^2 + 100$.

Esercizio 494.

→ Trinomio speciale con x^2 al posto della x : due numeri con somma -25 e prodotto 144 sono -9 e -16 .

→ Quindi $(x^2 - 9)(x^2 - 16)$ — ma nessuno dei due fattori è irriducibile!

→ Sono due differenze di quadrati: da $x^2 - 9$ esce $(x + 3)(x - 3)$, da $x^2 - 16$ esce $(x + 4)(x - 4)$.

→ $(x + 3)(x + 4)(x - 3)(x - 4)$

→ Controllo: rimoltiplicando i fattori torna $x^4 - 25x^2 + 144$.

Esercizio 495.

→ Scompongo: $n^2 + n = n(n + 1)$. (raccoglimento totale)

→ n e $n + 1$ sono due numeri consecutivi: uno dei due è per forza pari.

→ Un prodotto con un fattore pari è pari: $n^2 + n$ è pari. (è la scomposizione a rendere visibile il fattore pari)

Esercizio 496.

→ Chiamo i tre consecutivi n , $n + 1$, $n + 2$ e sommo: $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3$.

→ Scompongo: $3n + 3 = 3(n + 1)$. (raccoglimento totale)

→ C'è il fattore 3: la somma è divisibile per 3 — ed è il triplo del numero di mezzo.

Esercizio 497.

→ Due dispari consecutivi si scrivono $2n + 1$ e $2n + 3$. (la forma $2n + 1$ è il modo di dire «dispari»)

→ $(2n + 3)^2 - (2n + 1)^2$ è una differenza di quadrati: $[(2n + 3) + (2n + 1)][(2n + 3) - (2n + 1)]$.

(molto più corto che sviluppare i due quadrati)

→ $= (4n + 4) \cdot 2 = 8(n + 1)$.

→ C'è il fattore 8: **divisibile per 8**. Controllo con $5^2 - 3^2 = 16 = 8 \cdot 2$.

Esercizio 498.

→ Scompongo: $n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n - 1)(n + 1)$. (raccoglimento, poi differenza di quadrati)

→ $n - 1, n, n + 1$ sono tre consecutivi: fra tre consecutivi c'è almeno un pari e un multiplo di 3.

→ Il prodotto è quindi divisibile per $2 \cdot 3$: **$n^3 - n$ è divisibile per 6**.

→ Controllo: $4^3 - 4 = 60 = 6 \cdot 10$.

Esercizio 499.

→ Due multipli di 7 si scrivono $7a$ e $7b$.

→ La somma: $7a + 7b = 7(a + b)$. (raccoglimento totale)

→ C'è il fattore 7: la somma è un multiplo di 7.

Esercizio 500.

→ Un dispari si scrive $2n + 1$. Il suo quadrato: $(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$. (quadrato di binomio)

→ Scompongo la parte senza l'1: $4n^2 + 4n = 2(2n^2 + 2n)$.

→ Quindi $(2n + 1)^2 = 2(2n^2 + 2n) + 1$: un pari più uno, cioè **dispari**.
