

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

ALGEBRA

Dal raccoglimento alla regola di Ruffini: tutti i metodi,
e come scegliere quello giusto

Prof. A. Perna

IllogicoMatematico

Indice

1	Cosa serve prima di partire	3
2	Che cosa vuol dire scomporre	3
3	Raccoglimento totale	4
4	Raccoglimento parziale	5
5	Differenza di quadrati	6
6	Quadrato di binomio e di trinomio	7
7	I cubi	8
8	Il trinomio speciale	9
9	Il teorema del resto	10
10	La regola di Ruffini	11
11	La strategia: quale metodo, in che ordine	13
12	La verifica, e come si scrive il risultato	14

1 Cosa serve prima di partire

Cosa devi già sapere

- **Prodotto di un monomio per un polinomio:** si distribuisce. $2x(x+3) = 2x^2 + 6x$. E fra due polinomi: ogni termine del primo per ogni termine del secondo, $(x+1)(x+2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$.
- **I prodotti notevoli al dritto:** $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. In questo capitolo si leggono **al rovescio**.
- **MCD fra monomi:** coefficiente il MCD dei coefficienti, lettere *comuni* con l'esponente *minore*. MCD di $6x^2y$ e $4xy^3$: $2xy$.
- **Valore numerico:** sostituire un numero alle lettere. Per $P(x) = x^2 - 3x$, $P(2) = 4 - 6 = -2$.
- **La divisione con resto**, come per i numeri: $17 = 5 \cdot 3 + 2$. Con i polinomi la scrittura è la stessa, $P(x) = d(x) \cdot Q(x) + R$.

Se questi punti sono chiari, il resto del capitolo si legge di fila.

2 Che cosa vuol dire scomporre

Fin qui i polinomi si sono *sviluppati*: da $(x+1)(x+2)$ a $x^2 + 3x + 2$. Scomporre è il viaggio al contrario: partire da $x^2 + 3x + 2$ e ritrovare i fattori. Serve perché un **prodotto** si può semplificare, studiare nei segni, annullare un fattore alla volta — una **somma** no. Tutto quello che viene dopo (frazioni algebriche, equazioni di secondo grado) comincia con una scomposizione.

Formula 2.1: Scomporre in fattori: Scomporre un polinomio vuol dire riscriverlo come **prodotto** di polinomi di grado più basso:

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

La scomposizione è **finita** quando ogni fattore è **irriducibile**, cioè non si scompone più (con coefficienti razionali).

Attenzione alla parola *prodotto*: $x(x+1) + 3$ **non** è una scrittura scomposta, perché l'ultima operazione è una somma. $x(x+1+3x^2)$ invece sì: l'ultima operazione è una moltiplicazione.

Esempio Svolto 2.1: Scomposta o no?:

1. $2x(x-5)$: prodotto di $2x$ per $(x-5)$. Scomposta.
2. $2x^2 - 10x$: somma di due termini. **Non scomposta** (è lo *sviluppo* della precedente).

3. $(x + 1)(x - 2) + 4$: l'ultima operazione è il $+4$. **Non scomposta**, anche se dentro ci sono parentesi.

4. **Controllo** del primo caso: $2x \cdot x - 2x \cdot 5 = 2x^2 - 10x$. Sviluppando ritrovo la somma: le due scritture sono lo stesso polinomio, scritto in due modi.

Metodo 2.1: Verificare una scomposizione:

1. Rimoltiplica tutti i fattori, con calma.
2. Confronta con il polinomio di partenza, termine per termine.
3. Se non coincidono, la scomposizione è sbagliata: cerca il segno o il termine che non torna.

È il superpotere di questo capitolo: **ogni esercizio si può controllare da soli**, rimoltiplicando. Nessun altro argomento offre una verifica così a buon mercato: usala ogni volta.

Errore tipico

Scomporre non è «mettere qualche parentesi»: la scrittura finale deve essere *tutta* un prodotto. Se fuori dalle parentesi resta un più o un meno, non è una scomposizione.

3 Raccoglimento totale

Primo metodo, e primo in un altro senso: **si tenta sempre per primo**, qualunque cosa venga dopo.

Formula 3.1: Raccoglimento a fattore comune: Se tutti i termini hanno un fattore comune, si porta fuori il loro MCD e dentro resta il quoziente di ogni termine:

$$AB + AC = A(B + C)$$

È la proprietà distributiva letta al contrario.

Esempio Svolto 3.1: Raccoglimento totale:

1. **Leggere i dati.** Scompongo $3a^2b + 6ab^2$.
2. **Il MCD dei termini.** Coefficienti: MCD di 3 e 6 è 3. Lettere comuni con l'esponente minore: a e b . Fattore comune: $3ab$.

3. Divido ogni termine per $3ab$: $3a^2b : 3ab = a$, $6ab^2 : 3ab = 2b$.

$$3a^2b + 6ab^2 = 3ab(a + 2b)$$

4. Controllo. $3ab \cdot a = 3a^2b$ e $3ab \cdot 2b = 6ab^2$: torna.

Esempio Svolto 3.2: Raccogliere il segno meno:

Scompongo $-2x^3 - 4x^2$. Quando il primo termine è negativo conviene raccogliere anche il meno: il fattore è $-2x^2$.

$$-2x^3 - 4x^2 = -2x^2(x + 2)$$

Dentro la parentesi i segni sono **cambiati tutti e due**: controllo rimoltiplicando, $-2x^2 \cdot x = -2x^3$ e $-2x^2 \cdot 2 = -4x^2$. Torna.

Il termine che «sparisce»

$3x + 3 = 3(x + 1)$: quando un termine è *uguale* al fattore raccolto, dentro resta 1, non zero e non niente. Il controllo è contare: due termini fuori, due dentro. $3(x)$ ha perso un pezzo.

Il meno raccolto male

$-x - 1 = -(x + 1)$, **non** $-(x - 1)$: raccogliendo il meno, cambia il segno di *ogni* termine. Rimoltiplica sempre: $-(x - 1) = -x + 1$, che non è il polinomio di partenza.

4 Raccoglimento parziale

Quando un fattore comune a *tutti* i termini non c'è, può esserci a gruppi: si raccoglie **a coppie**, e se dalle coppie esce la stessa parentesi, quella si raccoglie a sua volta.

Formula 4.1: Raccoglimento parziale:

$$AC + AD + BC + BD = A(C + D) + B(C + D) = (C + D)(A + B)$$

Funziona solo se le due parentesi vengono **identiche**: quello è il segnale che la strada è giusta.

Esempio Svolto 4.1: Raccoglimento parziale:

1. Leggere i dati. Scompongo $x^3 - x^2 + x - 1$: quattro termini, nessun fattore comune a tutti.

2. A coppie. Dai primi due raccolgo x^2 , dagli ultimi due raccolgo 1:

$$x^2(x-1) + 1(x-1)$$

3. La parentesi comune è $(x-1)$: la raccolgo.

$$x^3 - x^2 + x - 1 = (x-1)(x^2 + 1)$$

4. Controllo. $(x-1)(x^2+1) = x^3 + x - x^2 - 1$: riordinando è il polinomio di partenza.

Metodo 4.1: Raccoglimento parziale:

1. Conta i termini: il parziale vive su quattro (o sei) termini.
2. Forma le coppie e raccogli in ciascuna il suo fattore comune (eventualmente 1 o -1).
3. Se le parentesi sono identiche, raccoglile; se no, prova ad accoppiare i termini in un altro ordine.
4. Controlla rimoltiplicando.

Errore tipico

Se le due parentesi vengono *quasi* uguali — per esempio $(x-1)$ e $(1-x)$ — non è un fallimento: $1-x = -(x-1)$. Si raccoglie il meno nella seconda coppia e le parentesi tornano identiche. Ma se vengono proprio diverse, il parziale su quell'accoppiata non funziona: cambia ordine ai termini o cambia metodo.

5 Differenza di quadrati

Due termini, entrambi quadrati, segno meno in mezzo: è il prodotto notevole $(a+b)(a-b)$ letto al rovescio, e il più veloce da riconoscere.

Formula 5.1: Differenza di quadrati:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Vale per a e b qualunque: numeri, monomi, anche polinomi interi.

Esempio Svolto 5.1: Differenza di quadrati:

1. $x^2 - 25$: x^2 è il quadrato di x , 25 di 5.

$$x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$$

2. $9x^2 - 4y^2$: quadrati di $3x$ e $2y$.

$$9x^2 - 4y^2 = (3x + 2y)(3x - 2y)$$

3. **Controllo** del primo: $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5x + 5x - 25 = x^2 - 25$. Torna.

La somma di quadrati

$x^2 + 4$ **non si scompone**: non è $(x + 2)^2$ (che vale $x^2 + 4x + 4$: manca il doppio prodotto) e non è $(x + 2)(x - 2)$ (che vale $x^2 - 4$: il segno). La somma di due quadrati è irriducibile, e scriverlo — «irriducibile» — è la risposta giusta, non una resa.

Quadrati travestiti

La formula non guarda che faccia hanno a e b : in $(x + 1)^2 - 9$ il primo quadrato è tutta la parentesi, e viene $(x + 1 + 3)(x + 1 - 3) = (x + 4)(x - 2)$. E $x^4 - 16$ è una differenza di quadrati di x^2 e 4: se ne riparla nella strategia, perché uno dei due fattori si scompone ancora.

6 Quadrato di binomio e di trinomio

Tre termini, due dei quali quadrati: il candidato è il quadrato di binomio. La firma che lo conferma è il **doppio prodotto**.

Formula 6.1: Trinomio quadrato di binomio:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Il segno del doppio prodotto è il segno dentro la parentesi; i due quadrati sono sempre positivi.

Esempio Svolto 6.1: Riconoscere un quadrato di binomio:

1. **Leggere i dati.** Scompongo $x^2 + 6x + 9$.

2. **I due quadrati.** $x^2 = (x)^2$ e $9 = (3)^2$: candidati $a = x$, $b = 3$.

3. La prova del doppio prodotto. $2ab = 2 \cdot x \cdot 3 = 6x$: è proprio il termine centrale, col segno più.

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

4. Un secondo caso. $4x^2 - 12x + 9$: quadrati di $2x$ e 3 , doppio prodotto $2 \cdot 2x \cdot 3 = 12x$ col meno: $(2x - 3)^2$.

5. Controllo. $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$. Torna.

Senza doppio prodotto niente quadrato

In $x^2 + 3x + 9$ i quadrati ci sono $(x$ e $3)$, ma il doppio prodotto dovrebbe essere $6x$, non $3x$: **non** è $(x + 3)^2$. Questo trinomio è irriducibile. La prova del doppio prodotto non si salta mai: due quadrati da soli non bastano.

Il quadrato di trinomio

Sei termini, tre dei quali quadrati:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a + b + c)^2$$

Si verifica con i *tre* doppi prodotti, uno per coppia. Per esempio $x^2 + 4y^2 + 1 + 4xy + 2x + 4y = (x + 2y + 1)^2$.

7 I cubi

Due famiglie diverse, da non confondere: **due** termini che sono cubi (somma o differenza di cubi), oppure **quattro** termini (cubo di binomio).

Formula 7.1: Somma e differenza di cubi:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Il binomio ha lo **stesso segno** del testo; nel trinomio il termine centrale ha il segno **opposto**, e il trinomio è irriducibile (è il «falso quadrato»: gli manca il 2).

Esempio Svolto 7.1: Somma e differenza di cubi:

1. $a^3 + 8$: cubi di a e 2 .

$$a^3 + 8 = (a + 2)(a^2 - 2a + 4)$$

2. $27x^3 - 1$: cubi di $3x$ e 1 .

$$27x^3 - 1 = (3x - 1)(9x^2 + 3x + 1)$$

3. Controllo del primo: $(a + 2)(a^2 - 2a + 4) = a^3 - 2a^2 + 4a + 2a^2 - 4a + 8 = a^3 + 8$. I termini di mezzo si elidono a coppie: è la firma della formula giusta.

Formula 7.2: Quadrinomio cubo di binomio:

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

Quattro termini: due cubi e due **tripli prodotti**, $3a^2b$ e $3ab^2$. Con b negativo i segni si alternano.

Esempio Svolto 7.2: Cubo di binomio:

1. Leggere i dati. Scompongo $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$: quattro termini, segni alternati.

2. I due cubi. x^3 e $-8 = (-2)^3$: candidati $a = x$, $b = -2$.

3. La prova dei tripli prodotti. $3a^2b = 3x^2(-2) = -6x^2$ e $3ab^2 = 3x \cdot 4 = 12x$: sono proprio i termini di mezzo.

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x - 2)^3$$

4. Controllo su un valore: per $x = 3$ il testo dà $27 - 54 + 36 - 8 = 1$ e $(3 - 2)^3 = 1$. Torna.

$a^3 + b^3$ **non è** $(a + b)^3$

$(a + b)^3$ sviluppato ha *quattro* termini, non due. E nella somma di cubi il trinomio $a^2 - ab + b^2$ **non è** $(a - b)^2$: manca il 2 nel termine centrale. Chi «semplifica» così sta inventando una formula.

8 Il trinomio speciale

$x^2 + 5x + 6$ non è un quadrato (6 non è il quadrato di niente di intero), eppure si scompone. È il trinomio con una regola tutta sua: cercare **due numeri** che sommati diano il coefficiente di x e moltiplicati il termine noto.

Formula 8.1: Trinomio speciale: Se due numeri m e n hanno somma s e prodotto p :

$$x^2 + sx + p = (x + m)(x + n)$$

(s = coefficiente di x , p = termine noto.)

Esempio Svolto 8.1: Trinomio speciale:

1. **Leggere i dati.** Scompongo $x^2 + 7x + 12$: cerco due numeri con somma 7 e prodotto 12.

2. **Dal prodotto.** Le coppie che danno 12: $1 \cdot 12$, $2 \cdot 6$, $3 \cdot 4$. Somma 7: la coppia è 3 e 4.

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

3. **Con i segni.** $x^2 - 2x - 15$: prodotto -15 (segni discordi), somma -2 : i numeri sono -5 e $+3$.

$$x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$$

4. **Controllo.** $(x - 5)(x + 3) = x^2 + 3x - 5x - 15 = x^2 - 2x - 15$. Torna.

Metodo 8.1: Trovare la coppia:

1. Parti dal **prodotto** p , non dalla somma: elenca le coppie di divisori.
2. Il segno di p dice se i due numeri sono concordi ($p > 0$) o discordi ($p < 0$).
3. Fra le coppie buone, scegli quella con la somma giusta (col segno!).
4. Se nessuna coppia intera funziona, il trinomio non è di questo tipo: si tenta altro, o è irriducibile.

Errore tipico

Somma e prodotto non si scambiano: in $x^2 + 5x + 6$ i numeri sommano a 5 e moltiplicano a 6 — sono 2 e 3. Chi cerca «somma 6 e prodotto 5» trova 1 e 5 e scrive $(x + 1)(x + 5) = x^2 + 6x + 5$: un altro polinomio. Il controllo finale lo smaschera subito.

9 Il teorema del resto

Prima di Ruffini serve una domanda più semplice: quanto fa il **resto** della divisione di $P(x)$ per $x - a$? La risposta è sorprendente: si trova **senza fare la divisione**.

Formula 9.1: Teorema del resto: Il resto della divisione di $P(x)$ per $x - a$ è il valore del polinomio in a :

$$R = P(a)$$

In particolare (teorema di Ruffini): $P(x)$ è **divisibile** per $x - a$ — cioè $x - a$ è un suo fattore — esattamente quando $P(a) = 0$. Un numero a con $P(a) = 0$ si chiama **radice** (o zero) di $P(x)$.

Da dove viene

Dalla scrittura della divisione: $P(x) = (x - a) Q(x) + R$, con R numero perché il divisore ha grado 1. Sostituendo $x = a$ il primo pezzo si annulla, e resta $P(a) = R$. Tutto qui.

Esempio Svolto 9.1: Il resto senza dividere:

1. Leggere i dati. $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$. Cerco il resto della divisione per $x - 1$ e per $x - 2$.

2. Per $x - 1$: qui $a = 1$.

$$P(1) = 1 - 2 + 1 - 2 = -2$$

Resto -2 : non divisibile.

3. Per $x - 2$: qui $a = 2$.

$$P(2) = 8 - 8 + 2 - 2 = 0$$

Resto zero: $x - 2$ è un fattore di $P(x)$.

4. Che cosa ci ho guadagnato. So già che $P(x) = (x - 2) \cdot Q(x)$ per qualche $Q(x)$: per trovarlo mi serve la divisione — ed è il prossimo paragrafo.

Il segno di a

Il teorema parla di $x - a$. Per dividere per $x + 3$ si scrive $x + 3 = x - (-3)$: quindi $a = -3$ e si calcola $P(-3)$. Calcolare $P(3)$ è l'errore più frequente di tutto il capitolo: il divisore $x + 3$ si annulla per $x = -3$, ed è lì che va letto il polinomio.

10 La regola di Ruffini

Il teorema del resto dice *se* $x - a$ divide $P(x)$; la regola di Ruffini fa la divisione — trova $Q(x)$ — con uno schema di somme e prodotti.

Metodo 10.1: La divisione con lo schema di Ruffini:

1. Scrivi i coefficienti di $P(x)$ **in ordine di grado decrescente**, mettendo 0 per ogni grado mancante; il termine noto va oltre la barra.
2. Scrivi a a sinistra (per $x + 3$, scrivi -3).
3. Abbassa il primo coefficiente così com'è.
4. Moltiplicalo per a , scrivi il risultato sotto il coefficiente seguente, somma la colonna.
5. Ripeti fino in fondo: l'ultimo numero è il **resto**, gli altri sono i coefficienti di $Q(x)$, di grado sceso di uno.

Esempio Svolto 10.1: Una divisione con Ruffini:

1. Leggere i dati. Divido $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ per $x + 1$: quindi $a = -1$.

2. Lo schema. Coefficienti 1, 2, -5, -6:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

Abbasso 1; $1 \cdot (-1) = -1$, e $2 + (-1) = 1$; $1 \cdot (-1) = -1$, e $-5 + (-1) = -6$; $-6 \cdot (-1) = 6$, e $-6 + 6 = 0$.

3. Leggere il risultato. Resto 0; quoziente di secondo grado:

$$Q(x) = x^2 + x - 6 \quad \text{e} \quad x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x^2 + x - 6)$$

4. Controllo. Il resto doveva essere $P(-1) = -1 + 2 + 5 - 6 = 0$: il teorema del resto e lo schema raccontano la stessa storia.

Per **scomporre** con Ruffini resta una domanda: dove trovare a ? Non si prova a caso.

Formula 10.1: Dove cercare le radici: Se $P(x)$ ha coefficienti interi, le sue radici **inter**e vanno cercate fra i **divisori del termine noto** (positivi e negativi). Se il primo coefficiente non è 1, si provano anche le frazioni $\frac{\text{divisore del termine noto}}{\text{divisore del primo coefficiente}}$.

Esempio Svolto 10.2: Scomporre con Ruffini, fino in fondo:

1. Leggere i dati. Scompongo $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$. Raccoglimento: niente. Quattro termini ma il parziale non parte. Provo Ruffini.

2. Cerco una radice fra i divisori di -6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$P(1) = 1 + 2 - 5 - 6 = -8 \neq 0 \quad P(-1) = -1 + 2 + 5 - 6 = 0$$

Radice trovata: $a = -1$, quindi $x + 1$ è un fattore.

3. Divido (è lo schema dell'esempio precedente): $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x^2 + x - 6)$.

4. Il quoziente si scompone ancora? $x^2 + x - 6$ è un trinomio speciale: somma 1, prodotto -6 — i numeri sono 3 e -2.

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x - 2)(x + 3)$$

5. Controllo con un valore: $P(2) = 8 + 8 - 10 - 6 = 0$, e il fattore $(x - 2)$ lo conferma.

Lo zero che manca

Per dividere $x^3 - 7x + 6$ lo schema vuole i coefficienti 1, 0, -7, 6: il grado 2 manca e il suo posto lo tiene uno zero. Senza, ogni conto slitta di una colonna e il resto viene sbagliato — con l'aria di essere giusto.

11 La strategia: quale metodo, in che ordine

I metodi sono tanti; il compito non dice quale usare. La bussola è **contare i termini**, dopo aver sempre tentato il raccoglimento totale.

Metodo 11.1: La strategia, sempre la stessa:

1. **Raccoglimento totale**, per primo, sempre.
2. Conta i termini di quel che resta: **due** → differenza di quadrati, somma/differenza di cubi; **tre** → quadrato di binomio, poi trinomio speciale; **quattro** → cubo di binomio, poi raccoglimento parziale; se niente funziona → **Ruffini**.
3. Guarda **ogni fattore** ottenuto: si scompone ancora?
4. Fermati quando tutti i fattori sono irriducibili, e **rimoltiplica** per controllare.

Esempio Svolto 11.1: Raccoglimento più differenza di quadrati:

1. $2x^3 - 8x$: raccolgo $2x$, resta $x^2 - 4$.
2. $x^2 - 4$ è una differenza di quadrati.

$$2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4) = 2x(x - 2)(x + 2)$$

3. **Controllo.** $2x(x - 2)(x + 2) = 2x(x^2 - 4) = 2x^3 - 8x$. Torna.

Esempio Svolto 11.2: Due scomposizioni una dentro l'altra:

1. $x^4 - 16$: differenza di quadrati, $(x^2)^2$ e 4^2 .

$$x^4 - 16 = (x^2 + 4)(x^2 - 4)$$

2. **Ogni fattore, di nuovo.** $x^2 + 4$: somma di quadrati, irriducibile. $x^2 - 4$: si scompone ancora.

$$x^4 - 16 = (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$$

3. Fermarsi a $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$ era l'errore della trappola del par. 2: una scomposizione è finita solo quando *nessun* fattore si scompone più.

Esempio Svolto 11.3: Raccoglimento più trinomio speciale:

1. $3x^2 + 15x + 18$: raccolgo 3, resta $x^2 + 5x + 6$.

2. Somma 5, prodotto 6: i numeri sono 2 e 3.

$$3x^2 + 15x + 18 = 3(x + 2)(x + 3)$$

3. **Controllo** su un valore: per $x = 1$ il testo dà $3 + 15 + 18 = 36$ e $3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$. Torna.

Il raccoglimento dimenticato

Chi parte in quarta con i metodi «nobili» su $2x^2 - 50$ cerca quadrati in $2x^2$ e non li trova. Prima si raccoglie il 2: resta $x^2 - 25$, e la strada è in discesa. Il raccoglimento totale non è un metodo per esercizi facili: è il **primo passo di tutti** gli esercizi.

12 La verifica, e come si scrive il risultato

Ultima pagina, ma è la più redditizia del capitolo.

Metodo 12.1: Il controllo di ogni scomposizione:

1. **Rimoltiplica** i fattori: deve tornare il polinomio del testo, termine per termine.
2. In alternativa (o in aggiunta): **sostituisci un valore** comodo, tipo $x = 1$ o $x = 2$, nel testo e nella tua scomposizione: devono dare lo stesso numero.
3. Controlla di essere **arrivato in fondo**: nessun fattore dev'essere ancora scomponibile.

Esempio Svolto 12.1: Il controllo che smaschera:

Qualcuno scrive $x^2 - 2x - 15 = (x - 3)(x + 5)$. Controllo con $x = 1$: il testo dà $1 - 2 - 15 = -16$; il prodotto dà $(1 - 3)(1 + 5) = -12$. **Diversi**: la scomposizione è sbagliata (la coppia giusta era -5 e $+3$). Dieci secondi di conto, un errore in meno sul compito.

Come si scrive il risultato, in breve: fattori nell'ordine numero $\rightarrow$ monomio $\rightarrow$ parentesi per grado crescente; dentro ogni parentesi il termine col grado più alto per primo; un fattore che si ripete si scrive come potenza, $(x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$. Non per pignoleria: con l'ordine fisso, la tua risposta e quella del libro si confrontano a colpo d'occhio.

Indice analitico

Cubo di binomio, 8

Differenza di cubi, 8

Differenza di quadrati, 6

Divisione con Ruffini, 11

Fattore, 3

Irriducibile, 3

Quadrato di binomio, 7

Raccoglimento parziale, 5

Raccoglimento totale, 4

Radice di un polinomio, 10

Resto, 10

Ruffini, regola di, 11

Scomposizione, 3

Somma di cubi, 8

Strategia di scomposizione, 13

Teorema del resto, 10

Trinomio speciale, 9

Verifica, 14