

FRAZIONI ALGEBRICHE

ALGEBRA

Condizioni di esistenza, semplificazione
e le quattro operazioni

Prof. A. Perna

IllogicoMatematico

Indice

1	Cosa serve prima di partire	3
2	Che cos'è una frazione algebrica	3
3	Le condizioni di esistenza	4
4	Semplificare: la regola, e il divieto	5
5	Semplificare con le scomposizioni	6
6	Moltiplicazione	8
7	Divisione	9
8	Ridurre allo stesso denominatore	10
9	Somma e differenza	10
10	Potenze	12
11	Espressioni: l'ordine delle operazioni	13
12	La verifica, e come si scrive il risultato	14

1 Cosa serve prima di partire

Cosa devi già sapere

- **Frazioni numeriche.** Si semplificano dividendo sopra e sotto per lo stesso numero: $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$. Si sommano riducendo al mcm dei denominatori: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$. Si divide moltiplicando per il reciproco: $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$.
- **Scomporre in fattori.** Qui serve a ogni riga: raccoglimento ($3x + 6 = 3(x + 2)$), differenza di quadrati ($x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$), quadrato di binomio ($x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$), trinomio speciale ($x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$).
- **Legge di annullamento del prodotto.** Un prodotto è zero quando lo è almeno un fattore: $(x - 2)(x + 3) = 0$ per $x = 2$ e per $x = -3$. È con questa che si trovano i valori vietati.
- **Potenze:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $a^0 = 1$ per $a \neq 0$.
- **Il meno davanti a una frazione** vale per tutto il numeratore: $-\frac{x-1}{2} = \frac{-x+1}{2}$.

Se questi punti sono chiari, il resto del capitolo si legge di fila. Se la scomposizione è incerta, conviene ripassarla adesso: qui è l'attrezzo di tutti i giorni.

2 Che cos'è una frazione algebrica

Una frazione numerica è una divisione fra numeri. Una frazione algebrica è una divisione fra polinomi: sopra e sotto, al posto dei numeri, ci sono lettere.

Formula 2.1: Frazione algebrica: È il quoziente di due polinomi:

$$\frac{A(x)}{B(x)} \quad \text{con } B(x) \text{ non nullo}$$

A si chiama **numeratore**, B **denominatore**. Il denominatore deve contenere almeno una lettera: se no è una normale espressione con dei numeri sotto.

Perché è diversa da tutto quello visto finora? Perché il denominatore *cambia* al cambiare della lettera, e per certi valori diventa zero. Dividere per zero non si può, e quindi ci sono valori in cui la scrittura non ha senso. È il motivo per cui il prossimo paragrafo esiste.

Esempio Svolto 2.1: Frazione algebrica o no:

1. $\frac{x+1}{x-3}$: sotto c'è una lettera, è una frazione algebrica.

2. $\frac{x^2+1}{5}$: sotto c'è solo un numero. Non è una frazione algebrica, è un polinomio con i coefficienti frazionari ($\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{5}$), e non ha valori vietati.
3. $\frac{3}{x^2+1}$: è algebrica. Il denominatore però non si annulla mai (un quadrato più uno è sempre positivo): esiste per ogni valore di x , come si vedrà fra poco.
4. **Controllo.** Il discriminante è uno solo: c'è una lettera *sotto* la barra?

3 Le condizioni di esistenza

Prima di fare qualunque cosa a una frazione algebrica si scrive per quali valori ha senso. L'insieme dei valori ammessi si chiama **campo di esistenza**; le disuguaglianze che lo descrivono si chiamano **condizioni di esistenza**, e da qui in avanti si scrivono **C.E.**

Formula 3.1: Condizioni di esistenza: La frazione $\frac{A}{B}$ esiste per i valori che **non** annullano il denominatore:

$$B \neq 0$$

Si trovano scomponendo B e ponendo diverso da zero **ogni** fattore che contiene la lettera.

Metodo 3.1: Trovare le C.E.:

1. Guarda solo il **denominatore**: il numeratore non c'entra.
2. **Scomponilo** in fattori.
3. Poni ogni fattore con la lettera diverso da zero, e risolvi.
4. Scrivi tutte le condizioni trovate, una accanto all'altra.

Esempio Svolto 3.1: C.E. con il denominatore da scomporre:

1. Il **denominatore** di $\frac{x+1}{x^2-4}$ è x^2-4 .
2. **Lo scompongo**: $x^2-4 = (x+2)(x-2)$.
3. **Ogni fattore diverso da zero**:

$$x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2 \quad x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$$

4. **Scrivo**: C.E. $x \neq -2$, $x \neq 2$.
5. **Controllo.** Con $x = 2$ il denominatore vale $4-4=0$: la scrittura non ha senso, ed era proprio uno dei valori esclusi.

Esempio Svolto 3.2: Una frazione che esiste sempre:

$\frac{3}{x^2+1}$: pongo $x^2 + 1 \neq 0$, cioè $x^2 \neq -1$. Un quadrato non è mai negativo, quindi la disuguaglianza è vera per ogni x .

C.E.: nessuna condizione, esiste per ogni x

Non è un caso strano: succede ogni volta che il denominatore è una somma di quadrati, o un trinomio irriducibile.

Le C.E. si leggono sul denominatore scomposto

Chi guarda $\frac{5}{x^2-5x+6}$ e scrive « $x \neq 6$ » ha confuso il termine noto con una soluzione. Si scompone: $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$, e le condizioni sono **due**, $x \neq 2$ e $x \neq 3$. Senza scomporre, metà dei valori vietati resta nascosta.

Il numeratore non pone condizioni

In $\frac{x-7}{x+1}$ la condizione è $x \neq -1$ e basta. Che il numeratore si annulli per $x = 7$ non è un problema: una frazione con numeratore zero vale zero, ed è un risultato legittimo. Zero *sotto* è vietato, zero *sopra* no.

Perché non si può dividere per zero

$\frac{6}{2} = 3$ perché $3 \cdot 2 = 6$. Se esistesse $\frac{6}{0} = q$, dovrebbe valere $q \cdot 0 = 6$: ma qualunque numero moltiplicato per zero dà zero, e 6 non è zero. Nessun q funziona, quindi la scrittura non ha significato — non «fa infinito», non ha proprio senso.

4 Semplificare: la regola, e il divieto

Semplificare vuol dire dividere numeratore e denominatore per uno stesso fattore. Con i numeri si fa da anni; con le lettere la regola è identica, ma c'è una condizione che con i numeri non si nota.

Formula 4.1: Proprietà invariantiva: Dividendo numeratore e denominatore per uno stesso fattore **non nullo** si ottiene una frazione equivalente:

$$\frac{A \cdot C}{B \cdot C} = \frac{A}{B} \quad (C \neq 0)$$

Si semplificano **solo fattori**, cioè cose moltiplicate: mai gli addendi di una somma.

Esempio Svolto 4.1: Semplificare monomi:

1. $\frac{6x^2y}{9xy^3}$, con C.E. $x \neq 0, y \neq 0$.
2. **I coefficienti:** 6 e 9 si dividono per 3, restano 2 e 3.
3. **Le lettere:** $\frac{x^2}{x} = x, \frac{y}{y^3} = \frac{1}{y^2}$ (resta la potenza dalla parte dove l'esponente era maggiore).

$$\frac{6x^2y}{9xy^3} = \frac{2x}{3y^2}$$

4. **Controllo** con $x = 1, y = 1$: il testo dà $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, il risultato $\frac{2}{3}$. Torna.

Adesso il punto più importante del capitolo.

Non si semplificano gli addendi

$\frac{x+3}{x}$ **non** fa 3: la x sopra è un *addendo*, non un fattore. Prova con $x = 1$: il testo vale $\frac{4}{1} = 4$, la «semplicificazione» darebbe 3. Sono diversi, quindi il passaggio è sbagliato.

Stessa cosa per $\frac{x+3}{3}$: il 3 sotto non se ne va. E per $\frac{x^2+1}{x}$, e per $\frac{2x+4}{2}$ — quest'ultima si semplifica, ma solo dopo aver raccolto: $\frac{2(x+2)}{2} = x+2$.

La regola in una riga: prima si scompone, e si cancella solo quello che è *moltiplicato* per il resto.

La condizione resta anche dopo

$\frac{x(x-2)}{x-2}$ si semplifica e dà x — ma le C.E. erano $x \neq 2$, e restano. Le due scritture sono uguali *dove entrambe hanno senso*: in $x = 2$ la prima non esiste e la seconda vale 2. Per questo le C.E. si scrivono **all'inizio**, sulla frazione di partenza, e ci si tengono fino alla fine.

5 Semplificare con le scomposizioni

Nella pratica il numeratore e il denominatore non sono mai già scomposti: la prima mossa è sempre quella.

Metodo 5.1: Semplificare una frazione algebrica:

1. **Scomponi** numeratore e denominatore, ciascuno per conto suo, fino ai fattori irriducibili.
2. Scrivi le C.E. leggendole sul denominatore scomposto.

3. **Cancella** i fattori comuni, uno per uno.
4. Riscrivi quello che resta, e ricorda le C.E. accanto al risultato.

Esempio Svolto 5.1: Raccoglimento e differenza di quadrati:

1. **Scompongo** sopra e sotto:

$$\frac{3x + 6}{x^2 - 4} = \frac{3(x + 2)}{(x + 2)(x - 2)}$$

2. **C.E.** dal denominatore scomposto: $x \neq -2, x \neq 2$.
3. **Cancello** il fattore comune $(x + 2)$:

$$\frac{\cancel{3(x+2)}}{\cancel{(x+2)}(x-2)} = \frac{3}{x-2}$$

4. **Controllo** con $x = 0$: il testo dà $\frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$, il risultato $\frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$. Torna.

Esempio Svolto 5.2: Due scomposizioni diverse:

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$$

1. **Sopra** è una differenza di quadrati: $(x + 3)(x - 3)$. **Sotto** è un quadrato di binomio: $(x + 3)^2$.
2. **C.E.**: $x + 3 \neq 0$, cioè $x \neq -3$.
3. **Semplifico** un fattore $(x + 3)$:

$$\frac{(x + 3)(x - 3)}{(x + 3)^2} = \frac{x - 3}{x + 3}$$

4. **Controllo** con $x = 0$: il testo dà $\frac{-9}{9} = -1$, il risultato $\frac{-3}{3} = -1$. Torna.

Esempio Svolto 5.3: Quando compare un meno:

$$\frac{x - 2}{4 - x^2} = \frac{x - 2}{(2 + x)(2 - x)}$$

I fattori $(x - 2)$ e $(2 - x)$ sono *opposti*: $2 - x = -(x - 2)$. Riscrivo:

$$\frac{x - 2}{(2 + x)[-(x - 2)]} = \frac{\cancel{(x - 2)}}{-(2 + x)\cancel{(x - 2)}} = -\frac{1}{x + 2}$$

con C.E. $x \neq -2, x \neq 2$.

Opposti, non uguali

$\frac{x-2}{2-x}$ non fa 1: fa -1 . Due binomi con i termini scambiati sono opposti, e il modo per non sbagliare è raccogliere il meno: $2-x = -(x-2)$, e allora la cancellazione si vede.

6 Moltiplicazione

È l'operazione più facile: numeratore per numeratore, denominatore per denominatore. Il mestiere sta nel semplificare *prima*.

Formula 6.1: Prodotto di frazioni algebriche:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D} \quad (B \neq 0, D \neq 0)$$

Le C.E. sono quelle di tutti i denominatori che compaiono.

Metodo 6.1: Moltiplicare:

1. Scomponi **tutti** i numeratori e i denominatori.
2. Scrivi le C.E.
3. Semplifica «in croce»: ogni fattore sopra con un fattore uguale sotto, da qualunque delle due frazioni venga.
4. Moltiplica quello che resta.

Semplificare prima non è una furbizia da risparmio: moltiplicare per primo produce polinomi enormi, che poi si dovrebbero riscomporre.

Esempio Svolto 6.1: Un prodotto:

$$\frac{x^2-1}{x} \cdot \frac{2x}{x+1}$$

1. **Scompongo:** $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$.

$$\frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{2x}{x+1}$$

2. **C.E.:** $x \neq 0$ e $x \neq -1$.

3. Semplifico in croce: $(x+1)$ sopra a sinistra con $(x+1)$ sotto a destra; x sotto a sinistra con x sopra a destra.

$$\frac{\cancel{(x+1)}(x-1)}{x} \cdot \frac{2x}{\cancel{(x+1)}} = 2(x-1)$$

4. Controllo con $x = 2$: il testo dà $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2$; il risultato $2(2-1) = 2$. Torna.

7 Divisione

Si moltiplica per il reciproco, come con i numeri. C'è però una condizione in più, e va scritta.

Formula 7.1: Quoziente di frazioni algebriche:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C} \quad (B \neq 0, D \neq 0, C \neq 0)$$

Si rovescia il **divisore**, cioè la frazione che sta dopo il segno di divisione. Il suo numeratore C finisce a denominatore, quindi anche C dev'essere diverso da zero.

Esempio Svolto 7.1: Una divisione:

$$\frac{x^2 - 4}{x} : \frac{x+2}{x^2}$$

1. Scompongo e scrivo le C.E. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$; condizioni: $x \neq 0$ (denominatori) e $x \neq -2$ (numeratore del divisore, che sta per diventare denominatore).

2. Rovescio il divisore:

$$\frac{(x+2)(x-2)}{x} \cdot \frac{x^2}{x+2}$$

3. Semplifico: via $(x+2)$; e $\frac{x^2}{x} = x$.

$$= x(x-2)$$

4. Controllo con $x = 1$: il testo dà $\frac{-3}{1} : \frac{3}{1} = -1$; il risultato $1 \cdot (1-2) = -1$. Torna.

Si rovescia il secondo, non il primo

$\frac{A}{B} : \frac{C}{D}$ diventa $\frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$. Con i numeri l'errore si vede subito ($\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ fa 2, non $\frac{1}{8}$); con le lettere no, perché il risultato sembra comunque «una frazione con delle x ». Quando c'è un dubbio, si prova con i numeri.

8 Ridurre allo stesso denominatore

Per sommare due frazioni serve lo stesso denominatore: si costruisce con il mcm, esattamente come con i numeri, ma i «numeri primi» qui sono i **fattori**.

Formula 8.1: mcm di due denominatori: Scomposti i denominatori, il mcm è il prodotto di **tutti** i fattori che compaiono, ciascuno preso con l'**esponente più grande**.

$$\text{mcm}[(x+1)(x-1), (x-1)^2] = (x+1)(x-1)^2$$

Esempio Svolto 8.1: Costruire il mcm:

Denominatori $x^2 - 1$ e $x^2 - 2x + 1$.

1. Scompongo: $(x+1)(x-1)$ e $(x-1)^2$.

2. Raccolgo i fattori: c'è $(x+1)$, e c'è $(x-1)$ con esponenti 1 e 2: prendo il maggiore.

$$\text{mcm} = (x+1)(x-1)^2$$

3. I complementari: per la prima frazione, il mcm diviso il suo denominatore dà $(x-1)$; per la seconda dà $(x+1)$. Sono i fattori per cui vanno moltiplicati i numeratori.

Il mcm non è il prodotto

Moltiplicare i due denominatori funziona sempre, ma produce polinomi più grandi del necessario, che poi si devono semplificare. Con $(x-1)$ e (x^2-1) il prodotto darebbe $(x-1)^2(x+1)$, mentre il mcm è $(x+1)(x-1)$: metà del lavoro.

9 Somma e differenza

Metodo 9.1: Sommare due frazioni algebriche:

1. Scomponi i denominatori e scrivi le **C.E.**
2. Trova il **mcm**.
3. Per ogni frazione, moltiplica il numeratore per il suo **complementare** (mcm diviso il denominatore).
4. Somma i numeratori — **attenzione al meno**, che si distribuisce su tutto il numeratore che segue.
5. Svolgi i calcoli sopra, poi **scomponi il numeratore**: se ha un fattore in comune col denominatore, si semplifica.

Esempio Svolto 9.1: Una somma:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$$

1. **C.E.:** $x \neq 0$, $x \neq -1$. **mcm:** i due denominatori non hanno fattori comuni, quindi è $x(x+1)$.
2. **I complementari:** $(x+1)$ per la prima, x per la seconda.

$$\frac{1 \cdot (x+1)}{x(x+1)} + \frac{1 \cdot x}{x(x+1)} = \frac{x+1+x}{x(x+1)}$$

3. **Somma sopra:** $\frac{2x+1}{x(x+1)}$. Il numeratore non si scompone, quindi si ferma qui.
4. **Controllo** con $x = 1$: il testo dà $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$; il risultato $\frac{3}{2}$. Torna.

Esempio Svolto 9.2: Una differenza che si semplifica:

$$\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4}$$

1. **Scompongo** il secondo denominatore: $(x+2)(x-2)$. **C.E.:** $x \neq 2$, $x \neq -2$. **mcm:** $(x+2)(x-2)$.
2. **Complementari:** $(x+2)$ per la prima, 1 per la seconda.

$$\frac{x+2}{(x+2)(x-2)} - \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+2-4}{(x+2)(x-2)}$$

3. **Sopra resta** $x-2$, che è un fattore del denominatore:

$$\frac{\cancel{(x-2)}}{(x+2)\cancel{(x-2)}} = \frac{1}{x+2}$$

4. **Controllo** con $x = 0$: il testo dà $-\frac{1}{2} - \frac{4}{-4} = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$; il risultato $\frac{1}{2}$. Torna.

5. **Nota bene:** le C.E. restano $x \neq 2$ e $x \neq -2$, anche se nel risultato del 2 non c'è più traccia.

Qui i denominatori non si eliminano

Nelle *equazioni* si moltiplica per il mcm e i denominatori spariscono. In un'*espressione* no: non c'è nessun uguale, non c'è niente da moltiplicare ai due membri, e il denominatore resta fino alla fine. È l'errore più frequente quando i due capitoli si studiano vicini: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ non diventa mai $x + 1 + x$.

Il meno davanti alla frazione

In $\frac{3}{x} - \frac{x-1}{x}$ il numeratore diventa $3 - (x - 1) = 3 - x + 1 = 4 - x$, non $3 - x - 1$. Quando il numeratore che segue il meno ha più di un termine, si mettono le parentesi *prima* di fare i conti.

10 Potenze

Formula 10.1: Potenza di una frazione algebrica: L'esponente si applica **sia sopra sia sotto**, e dentro a *ogni* fattore:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n} \quad (B \neq 0)$$

Con esponente **negativo** si passa al reciproco:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^{-n} = \left(\frac{B}{A}\right)^n = \frac{B^n}{A^n} \quad (A \neq 0, B \neq 0)$$

Esempio Svolto 10.1: Potenza con esponente positivo:

$$\left(\frac{2x}{y^2}\right)^3 = \frac{(2x)^3}{(y^2)^3} = \frac{8x^3}{y^6}$$

Il 2 è dentro la parentesi, quindi si eleva anche lui: $2^3 = 8$. Sotto, gli esponenti si moltiplicano: $y^{2 \cdot 3} = y^6$. C.E.: $y \neq 0$.

Esempio Svolto 10.2: Potenza con esponente negativo:

$$\left(\frac{x}{x+1}\right)^{-2}$$

1. **Rovescio** la frazione e cambio il segno all'esponente: $\left(\frac{x+1}{x}\right)^2$.
2. **Elevo:** $\frac{(x+1)^2}{x^2}$.
3. **C.E.:** servono *tutti e due* diversi da zero, perché ora anche $x+1$ è stato a denominatore: $x \neq 0, x \neq -1$.
4. **Controllo** con $x = 1$: il testo dà $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$; il risultato $\frac{4}{1} = 4$. Torna.

L'esponente non si dimentica un pezzo

$\left(\frac{2x}{y}\right)^3$ non fa $\frac{2x^3}{y^3}$: anche il 2 va elevato. E $(x+1)^2$ non fa $x^2 + 1$: è un quadrato di binomio, $x^2 + 2x + 1$. Sono due errori diversi che compaiono nella stessa riga.

11 Espressioni: l'ordine delle operazioni

Negli esercizi di riepilogo le operazioni sono mescolate. L'ordine è quello di sempre, e conviene ricordarlo perché è l'unico punto in cui si può sbagliare tutto pur sapendo fare ogni singolo pezzo.

Metodo 11.1: Svolgere un'espressione:

1. **C.E. per prime**, leggendole su *tutti* i denominatori che compaiono nel testo (e sui numeratori dei divisori).
2. Risolvi quello che è dentro le **parentesi**: di solito è una somma, quindi mcm.
3. Poi **potenze**, poi **prodotti e quozienti**, poi somme e differenze rimaste.
4. Semplifica il risultato e riscrivi le C.E. accanto.

Esempio Svolto 11.1: Un'espressione di riepilogo:

$$\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) : \frac{2x}{x^2-1}$$

1. **C.E.** Denominatori: $x-1, x+1, x^2-1 = (x+1)(x-1)$. In più il numeratore del divisore, $2x \neq 0$. Quindi $x \neq 1, x \neq -1, x \neq 0$.

2. La parentesi. mcm = $(x+1)(x-1)$; complementari $(x+1)$ e $(x-1)$:

$$\frac{(x+1) + (x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

3. La divisione, rovesciando il divisore:

$$\frac{2x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{2x}$$

4. Semplifico tutto: resta **1**.

5. Controllo con $x = 2$: la parentesi dà $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, e il divisore vale $\frac{4}{3}$: il quoziente è 1. Torna — ma solo per x diverso da 0, 1 e -1 , dove l'espressione di partenza non esiste.

Un risultato che vale «quasi sempre»

Il risultato 1 dell'esempio sorprende, ma è normale: l'espressione è uguale a 1 *dove esiste*. È la ragione per cui le C.E. si scrivono all'inizio e si riportano alla fine: senza, la risposta «1» sarebbe falsa in tre punti.

12 La verifica, e come si scrive il risultato

Metodo 12.1: Controllare un esercizio con le frazioni:

1. Scegli un numero **ammesso** dalle C.E. (spesso $x = 1$, $x = 2$ o $x = 0$).
2. Calcola il valore dell'**espressione di partenza**.
3. Calcola il valore del tuo **risultato**.
4. Devono dare lo stesso numero. Se non torna, l'errore è sicuramente in mezzo: si rifà il giro riga per riga.

Esempio Svolto 12.1: La verifica smaschera:

Qualcuno scrive $\frac{x+3}{x} = 3$. Controllo con $x = 1$: il testo vale $\frac{4}{1} = 4$, la risposta dice 3. Diversi, quindi il passaggio è sbagliato — ed era la semplificazione vietata del par. 4. Il numero da provare va scelto **fra quelli ammessi**: con $x = 0$ non si sarebbe potuto dire niente, perché lì la frazione non esiste.

Come si scrive il risultato, in breve: numeratore e denominatore **scomposti** (così si vede che non ci sono più fattori da semplificare), tranne quando il numeratore è irriducibile, e allora si lascia sviluppato in ordine di grado decrescente. Il meno davanti alla frazione, non dentro al

denominatore. E le **C.E. accanto al risultato**: sono parte della risposta, non un adempimento iniziale da dimenticare.

Indice analitico

Campo di esistenza, 4

Condizioni di esistenza, 4

Divisione di frazioni, 9

Espressioni con frazioni algebriche, 13

Frazione algebrica, 3

Minimo comune multiplo, 10

Moltiplicazione di frazioni, 8

Potenza di una frazione, 12

Riduzione allo stesso denominatore, 10

Semplificazione di frazioni, 5, 6

Somma di frazioni algebriche, 10

Valori vietati, 4

Verifica, 14