

DISEQUAZIONI DI PRIMO GRADO

700 esercizi divisi per tipologia e difficoltà

- si applica la regola e basta
- ■ □□ standard da compito in classe
- ■ ■ □ servono due passaggi e attenzione ai casi
- ■ ■ ■ difficilissimi: casi limite, discussioni, trucchi

Il risultato è a destra, fra parentesi quadre, ed è sempre l'**insieme delle soluzioni**: una disuguaglianza come $x > 3$, oppure $S = \mathbb{R}$ se la disequazione è sempre verificata, oppure $S = \emptyset$ se non è verificata da nessun numero. Nelle fratte la risposta si intende dopo il confronto con le C.E.; nelle letterali comprende la discussione dei tre casi. I procedimenti completi dei primi due esercizi di ogni blocco e di tutti quelli segnati ■ ■ ■ ■ stanno nel file delle soluzioni.

1. Disuguaglianze, verso, soluzioni

Teoria: par. 2 e 3

■□□□ Vera o falsa? Dove è falsa, scrivi la disuguaglianza giusta.

- | | | |
|--|--|---|
| 1. $-5 < -3$ [vera] | 7. $7 \geq 7$ [vera] | 13. $-\frac{7}{2} < -3$ [vera] |
| 2. $-2 > -7$ [vera] | 8. $-4 \leq -4$ [vera] | 14. $0 \leq 0$ [vera] |
| 3. $0 > -1$ [vera] | 9. $5 < 5$ [falsa] | 15. $-4 > 0$ [falsa] |
| 4. $-8 < -9$ [falsa] | 10. $-\frac{3}{5} < -\frac{2}{5}$ [vera] | 16. $\frac{5}{6} \geq \frac{4}{5}$ [vera] |
| 5. $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ [vera] | 11. $-1 > -2$ [vera] | 17. $-9 \leq -10$ [falsa] |
| 6. $-\frac{1}{2} > -\frac{1}{3}$ [falsa] | 12. $\frac{2}{3} < \frac{3}{5}$ [falsa] | 18. $-\frac{1}{4} > -\frac{1}{5}$ [falsa] |

■□□□ Il valore indicato appartiene all'insieme delle soluzioni?

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 19. $2x - 3 < x + 5$ per $x = 4$ [sì] | 24. $-2x > 6$ per $x = 0$ [no] |
| 20. $2x - 3 < x + 5$ per $x = 9$ [no] | 25. $5 - x \leq 2$ per $x = 3$ [sì] |
| 21. $3x + 1 \geq 10$ per $x = 3$ [sì] | 26. $5 - x \leq 2$ per $x = 1$ [no] |
| 22. $3x + 1 \geq 10$ per $x = 2$ [no] | 27. $4x - 7 < 2x + 1$ per $x = 0$ [sì] |
| 23. $-2x > 6$ per $x = -4$ [sì] | 28. $4x - 7 < 2x + 1$ per $x = 5$ [no] |

■ ■ □□ Come sopra: qui prima conviene svolgere i calcoli nei due membri.

29. $\frac{x-1}{2} > \frac{x}{3}$ per $x = 7$ [sì]

30. $\frac{x-1}{2} > \frac{x}{3}$ per $x = 2$ [no]

31. $2(x-3) \leq 3(x+1)$ per $x = -9$ [sì]

32. $2(x-3) \leq 3(x+1)$ per $x = -10$ [no]

33. $\frac{x}{4} - 1 \geq \frac{x}{6}$ per $x = 12$ [sì]

34. $\frac{x}{4} - 1 \geq \frac{x}{6}$ per $x = 6$ [no]

35. $(x+1)^2 - x^2 < 9$ per $x = 3$ [sì]

36. $(x+1)^2 - x^2 < 9$ per $x = 5$ [no]

37. $3 - 2x \geq x - 3$ per $x = 2$ [sì]

38. $3 - 2x \geq x - 3$ per $x = 3$ [no]

39. $\frac{2x+1}{3} \leq \frac{x-1}{2}$ per $x = -5$ [sì]

40. $\frac{2x+1}{3} \leq \frac{x-1}{2}$ per $x = -4$ [no]

2. Intervalli, retta, insieme delle soluzioni

Teoria: par. 4

■□□□ **Scrivi in forma di intervallo.**

41. $x > 3$ $[(3, +\infty)]$

46. $x < -1$ $[(-\infty, -1)]$

50. $x < -\frac{3}{2}$ $[(-\infty, -\frac{3}{2})]$

42. $x < 5$ $[(-\infty, 5)]$

47. $x \geq 7$ $[7, +\infty)$

51. $x \geq \frac{5}{3}$ $[\frac{5}{3}, +\infty)$

43. $x \geq -2$ $[[-2, +\infty)]$

48. $x \leq -6$ $[(-\infty, -6)]$

52. $x \leq \frac{7}{4}$ $[(-\infty, \frac{7}{4}]]$

44. $x \leq 0$ $[(-\infty, 0)]$

45. $x > -4$ $[(-4, +\infty)]$

49. $x > \frac{1}{2}$ $[(\frac{1}{2}, +\infty)]$

■□□□ **Scrivi come disuguaglianza.**

53. $(3, +\infty)$ $[x > 3]$

57. $(0, +\infty)$ $[x > 0]$

60. $(-\infty, 9)$ $[x < 9]$

54. $(-\infty, 2]$ $[x \leq 2]$

58. $(-\infty, \frac{4}{3}]$ $[x \leq \frac{4}{3}]$

61. $[6, +\infty)$ $[x \geq 6]$

55. $[-1, +\infty)$ $[x \geq -1]$

59. $[-\frac{7}{2}, +\infty)$ $[x \geq -\frac{7}{2}]$

62. $(-\infty, -\frac{2}{5}]$ $[x \leq -\frac{2}{5}]$

■□□□ **Intervalli limitati: scrivi la doppia disuguaglianza e disegna l'insieme sulla retta.**

63. $(2, 5]$ $[2 < x \leq 5]$

66. $[-1, 3)$ $[-1 \leq x < 3]$

64. $[-3, 1]$ $[-3 \leq x \leq 1]$

67. $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}]$ $[\frac{1}{2} < x \leq \frac{7}{2}]$

65. $(0, 4)$ $[0 < x < 4]$

68. $(-5, -2]$ $[-5 < x \leq -2]$

69. $[-4, 0) \quad [-4 \leq x < 0]$

70. $[3, 8] \quad [3 \leq x \leq 8]$

■ ■ □ □ Operazioni fra insiemi: scrivi il risultato come intervallo, aiutandoti con il disegno sulla retta.

71. Scrivi $A \cap B$ con $A = (1, +\infty)$, $B = (-\infty, 6]$. $[(1, 6]]$

72. Scrivi $A \cap B$ con $A = [-2, +\infty)$, $B = (-\infty, 3]$. $[-2, 3]$

73. Scrivi $A \cup B$ con $A = (-\infty, 0)$, $B = (5, +\infty)$. $((-\infty, 0) \cup (5, +\infty))$

74. Scrivi $A \cup B$ con $A = (-\infty, -1]$, $B = [4, +\infty)$. $((-\infty, -1] \cup [4, +\infty))$

75. Scrivi $A \cap B$ con $A = (2, +\infty)$, $B = (5, +\infty)$. $[(5, +\infty)]$

76. Scrivi $A \cap B$ con $A = (-\infty, -3)$, $B = (1, +\infty)$. $[\emptyset]$

77. Scrivi $A \cup B$ con $A = (-\infty, 3)$, $B = (1, +\infty)$. $[\mathbb{R}]$

78. Scrivi $A \cap B$ con $A = [0, +\infty)$, $B = (-\infty, 0]$. $[\{0\}]$

79. Scrivi il complementare di $A = (-\infty, 4)$. $[4, +\infty)$

80. Scrivi il complementare di $A = [-2, +\infty)$. $((-\infty, -2))$

81. Scrivi il complementare di $A = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$. $\left[\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)\right]$

82. Scrivi $A \cap B$ con $A = (-5, +\infty)$, $B = (-\infty, -5)$. $[\emptyset]$

83. Scrivi $A \cup B$ con $A = (-\infty, 2]$, $B = (2, +\infty)$. $[\mathbb{R}]$

84. Scrivi $A \cap B$ con $A = \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$, $B = \left(-\infty, \frac{9}{2}\right]$. $\left[\left[\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right]\right]$

85. Scrivi $A \cup B$ con $A = (-\infty, -4)$, $B = (-\infty, 1)$. $((-\infty, 1))$

86. Scrivi $A \cap B$ con $A = [-4, +\infty)$, $B = (-\infty, -1]$. $[-4, -1]$

87. Scrivi $A \cup B$ con $A = (-\infty, -2)$, $B = [-2, +\infty)$. $[\mathbb{R}]$

88. Scrivi $A \cap B$ con $A = (0, +\infty)$, $B = (-\infty, 0)$. $[\emptyset]$

89. Scrivi il complementare di $A = \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$. $\left[\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]\right]$

90. Scrivi $A \cup B$ con $A = (-\infty, 5]$, $B = (-\infty, 8]$. $((-\infty, 8])$

91. Scrivi $A \cap B$ con $A = (-\infty, 7)$, $B = (-\infty, 7]$. $((-\infty, 7])$

92. Scrivi il complementare di $A = (-\infty, 0)$. $[0, +\infty)$

■ ■ ■ ■ Tre insiemi, e complementari di un'operazione. Il disegno sulla retta è l'unico modo per non sbagliare: una riga per insieme, i punti allineati.

93. Scrivi $(A \cap B) \cup C$ con $A = (0, +\infty)$, $B = (-\infty, 5)$, $C = [8, +\infty)$. $[(0, 5) \cup [8, +\infty)]$
94. Scrivi $(A \cap B) \cup C$ con $A = [-3, +\infty)$, $B = (-\infty, 2]$, $C = (-\infty, -6)$. $[(-\infty, -6) \cup [-3, 2]]$
95. Scrivi $\overline{A \cup B}$ con $A = (-\infty, -1)$, $B = (4, +\infty)$. $[-1, 4]$
96. Scrivi $\overline{A \cup B}$ con $A = (-\infty, 0]$, $B = [6, +\infty)$. $[(0, 6)]$
97. Scrivi $\overline{A \cap B}$ con $A = (-2, +\infty)$, $B = (-\infty, 3)$. $[(-\infty, -2] \cup [3, +\infty)]$
98. Scrivi $\overline{A \cap B}$ con $A = [1, +\infty)$, $B = (-\infty, 7]$. $[(-\infty, 1) \cup (7, +\infty)]$
99. Scrivi $A \setminus B$ con $A = (-4, +\infty)$, $B = [2, +\infty)$. $[(-4, 2)]$
100. Scrivi $A \setminus B$ con $A = (-\infty, 9]$, $B = (-\infty, 1)$. $[1, 9]$

3. I principi di equivalenza e il cambio di verso

Teoria: par. 5

■ □ □ □ Quale principio è stato usato: il primo o il secondo? Dove il verso è cambiato, di perché.

101. $3x - 5 < x + 1 \rightarrow 3x - x < 1 + 5$ [primo] 107. $x - 7 \geq 3 \rightarrow x \geq 10$ [primo]
102. $2x > 8 \rightarrow x > 4$ [secondo] 108. $\frac{2x}{5} < 4 \rightarrow 2x < 20$ [secondo]
103. $\frac{x}{3} \leq 2 \rightarrow x \leq 6$ [secondo] 109. $6x \leq 2x + 8 \rightarrow 6x - 2x \leq 8$ [primo]
104. $5x + 2 \geq 12 \rightarrow 5x \geq 10$ [primo] 110. $x + 9 > 4 \rightarrow x > -5$ [primo]
105. $4x - 1 < 2x + 7 \rightarrow 4x - 2x < 7 + 1$ [primo] 111. $-7x \leq 21 \rightarrow x \geq -3$ [secondo]
106. $-3x > 9 \rightarrow x < -3$ [secondo] 112. $3x + 4 > x - 2 \rightarrow 3x - x > -2 - 4$ [primo]

■ □ □ □ Vero o falso: il passaggio è lecito? Dove è sbagliato, trova l'errore e scrivi il passaggio giusto.

113. $-2x > 6 \rightarrow x > -3$ [no] 118. $-x \geq 5 \rightarrow x \leq -5$ [sì]
114. $-2x > 6 \rightarrow x < -3$ [sì] 119. $2x - 5 < 3 \rightarrow 2x < 8$ [sì]
115. $3x < 12 \rightarrow x < 4$ [sì] 120. $-4x \leq 8 \rightarrow x \leq -2$ [no]
116. $3x < 12 \rightarrow x > 4$ [no] 121. $-4x \leq 8 \rightarrow x \geq -2$ [sì]
117. $-x \geq 5 \rightarrow x \geq -5$ [no] 122. $\frac{-x}{3} > 2 \rightarrow x > -6$ [no]

123. $5 - x > 1 \rightarrow -x > -4$ [sì]

125. $-6x \geq -18 \rightarrow x \geq 3$ [no]

124. $5 - x > 1 \rightarrow x > 4$ [no]

■ ■ ■ ■ Moltiplica i due membri della disuguaglianza per il numero indicato e scrivi la disuguaglianza che ne esce, verso compreso.

126. $-3 < 5$, moltiplico per 2 [$-6 < 10$]

139. $10 < 14$, moltiplico per $-\frac{1}{2}$ [$-5 > -7$]

127. $-3 < 5$, moltiplico per -2 [$6 > -10$]

140. $-9 < -6$, moltiplico per $\frac{1}{3}$ [$-3 < -2$]

128. $4 < 9$, moltiplico per 3 [$12 < 27$]

141. $2 < 7$, moltiplico per -3 [$-6 > -21$]

129. $4 < 9$, moltiplico per -1 [$-4 > -9$]

142. $-12 < -3$, moltiplico per $-\frac{1}{3}$ [$4 > 1$]

130. $-8 < -2$, moltiplico per $-\frac{1}{2}$ [$4 > 1$]

143. $6 < 15$, moltiplico per $\frac{1}{3}$ [$2 < 5$]

131. $7 < 10$, moltiplico per $\frac{1}{2}$ [$\frac{7}{2} < 5$]

144. $-2 < 3$, moltiplico per -5 [$10 > -15$]

132. $-1 < 6$, moltiplico per -4 [$4 > -24$]

145. $1 < 9$, moltiplico per -2 [$-2 > -18$]

133. $2 < 11$, moltiplico per 5 [$10 < 55$]

146. $-10 < -4$, moltiplico per 2 [$-20 < -8$]

134. $-5 < -1$, moltiplico per 3 [$-15 < -3$]

147. $8 < 20$, moltiplico per $-\frac{1}{4}$ [$-2 > -5$]

135. $0 < 8$, moltiplico per -3 [$0 > -24$]

148. $-3 < -1$, moltiplico per -6 [$18 > 6$]

136. $-6 < -2$, moltiplico per -3 [$18 > 6$]

149. $4 < 12$, moltiplico per $\frac{1}{4}$ [$1 < 3$]

137. $3 < 8$, moltiplico per -2 [$-6 > -16$]

150. $-5 < 0$, moltiplico per -2 [$10 > 0$]

138. $-4 < 1$, moltiplico per 5 [$-20 < 5$]

4. Disequazioni intere elementari

Teoria: par. 6

■ ■ ■ ■ Risolvi e scrivi l'insieme delle soluzioni.

151. $3x + 2 < 11$ [$x < 3$]

156. $6x > 18$ [$x > 3$]

161. $5 + 3x < 2$ [$x < -1$]

152. $5x - 3 > 12$ [$x > 3$]

157. $-2x < 10$ [$x > -5$]

162. $9 - x \geq 3$ [$x \leq 6$]

153. $2x + 7 \leq 1$ [$x \leq -3$]

158. $3x \geq -12$ [$x \geq -4$]

163. $4x + 6 > 2$ [$x > -1$]

154. $4x - 5 \geq 7$ [$x \geq 3$]

159. $7x + 4 > 25$ [$x > 3$]

164. $x - 12 \leq -5$ [$x \leq 7$]

155. $x + 9 < 4$ [$x < -5$]

160. $2x - 8 \leq 0$ [$x \leq 4$]

165. $8x < 2x + 12$ [$x < 2$]

166. $3x \geq x + 10$ [$x \geq 5$] 169. $2x + 5 < 5x - 4$ [$x > 3$] 172. $9x + 1 \leq 5x - 11$ [$x \leq -3$]
 167. $5x - 1 > 2x + 8$ [$x > 3$] 170. $6 - x \geq 2x + 3$ [$x \leq 1$] 173. $x + 4 > 3x - 6$ [$x < 5$]
 168. $7x + 3 \leq 4x + 9$ [$x \leq 2$] 171. $4x - 7 > x + 2$ [$x > 3$]

■□□□ Risolvi. Attenzione al segno del coefficiente: qui qualche verso cambia.

174. $2x - 3 < 7 - 3x$ [$x < 2$] 182. $-5x \leq -15$ [$x \geq 3$] 189. $-7x > 28$ [$x < -4$]
 175. $5x + 2 \geq 2x + 2$ [$x \geq 0$] 183. $2 - x > 5$ [$x < -3$] 190. $\frac{-x}{2} \geq 3$ [$x \leq -6$]
 176. $8 - 2x < 3x - 7$ [$x > 3$] 184. $10 - 3x \leq 4$ [$x \geq 2$] 191. $-3x + 5 \leq -4$ [$x \geq 3$]
 177. $10x - 4 > 6x$ [$x > 1$] 185. $-3x + 1 > 7$ [$x < -2$] 192. $8 - 5x < -7$ [$x > 3$]
 178. $3x + 8 \leq 8 - x$ [$x \leq 0$] 186. $6 - 2x \geq 0$ [$x \leq 3$] 193. $-4x - 6 \geq 2$ [$x \leq -2$]
 179. $12 - 5x > 2 - 3x$ [$x < 5$] 187. $5x < 2$ [$x < \frac{2}{5}$] 194. $7 - 2x \leq 1$ [$x \geq 3$]
 180. $-4x \geq 20$ [$x \leq -5$] 188. $4x \geq -6$ [$x \geq -\frac{3}{2}$] 195. $-6x < -24$ [$x > 4$]
 181. $-x < 7$ [$x > -7$]

■□□□ Con le parentesi: prima si svolgono i calcoli.

196. $3(x + 2) < 15$ [$x < 3$] 204. $(-2)(x - 3) < 4(1 - x)$ [$x < -1$]
 197. $2(x - 5) \geq 4$ [$x \geq 7$] 205. $6(x + 1) > 3(2x + 2) - 9$ [$S = \mathbb{R}$]
 198. $(-4)(x + 1) > 8$ [$x < -3$] 206. $2(x - 1) - 3(2 - x) \leq 4x - 3$ [$x \leq 5$]
 199. $5(2x - 3) \leq 25$ [$x \leq 4$] 207. $3 - 2(x + 4) > x$ [$x < -\frac{5}{3}$]
 200. $2(3x + 1) > 4x + 10$ [$x > 4$] 208. $-(x - 5) + 2x \geq 8$ [$x \geq 3$]
 201. $3(x - 4) < 2(x - 1)$ [$x < 10$] 209. $4 - 3(2 - x) < x + 6$ [$x < 4$]
 202. $4(x + 2) \geq 3(x + 5)$ [$x \geq 7$] 210. $2(x - [3 - x]) > 10$ [$x > 4$]
 203. $5(x - 1) \leq 2(2x + 3)$ [$x \leq 11$]

■□□□ Parentesi dentro parentesi: si comincia sempre dalla più interna.

211. $3(2x - [x + 1]) \leq 9$ [$x \leq 4$] 213. $2(3 - x) + 5(x + 1) < 20$ [$x < 3$]
 212. $5(x - 1) - 2(x - 4) \geq 12$ [$x \geq 3$] 214. $4(x + 1) - (x - 2) > 15$ [$x > 3$]

215. $(-2)(3 - 2x) \leq 4(x + 1) - 6 + x \quad [x \geq -4]$

216. $x - 2(3 - [x + 1]) \geq 6 \quad [x \geq \frac{10}{3}]$

217. $6 - (2x - [x - 4]) < 0 \quad [x > 2]$

218. $2(3 - x) - 5(x + 1) \geq -21 \quad [x \leq \frac{22}{7}]$

219. $(-3)(x - 2) + 4(2 - x) < 0 \quad [x > 2]$

220. $5 - 2(x - [3 - x]) > 7 \quad [x < 1]$

221. $4(1 - [x - 2]) \leq 3x + 2 \quad [x \geq \frac{10}{7}]$

222. $(-2)(3[x - 1] - 4) \geq x \quad [x \leq 2]$

223. $3(2 - x) - (x + 5) < 2(1 - 2x) \quad [S = \mathbb{R}]$

224. $7 - (2[x + 1] - 3[x - 2]) > x \quad [S = \emptyset]$

225. $9 - 4(x - 2[x - 1]) \leq 3x \quad [x \leq -1]$

5. Con parentesi e prodotti notevoli

Teoria: par. 7

■ ■ ■ ■ Quadrati di binomio e somma per differenza: sviluppa e guarda che i termini in x^2 si elidono.

226. $(x + 2)^2 - (x - 1)^2 \leq 15 \quad [x \leq 2]$

227. $(x + 1)^2 > x^2 + 3 \quad [x > 1]$

228. $(x - 3)^2 - (x + 3)^2 < 12 \quad [x > -1]$

229. $(x + 4)(x - 4) \geq x^2 - 2x \quad [x \geq 8]$

230. $(2x - 1)^2 \leq 4x^2 - 3 \quad [x \geq 1]$

231. $(x + 1)(x - 1) > (x - 2)^2 \quad [x > \frac{5}{4}]$

232. $(x + 5)^2 - x^2 \geq 45 \quad [x \geq 2]$

233. $(3x - 2)^2 < 9x^2 + 4 \quad [x > 0]$

234. $(2x + 1)(2x - 1) \leq 4x^2 - x - 3 \quad [x \leq -2]$

235. $(x - 4)^2 > (x + 2)^2 \quad [x < 1]$

236. $(x + 3)^2 - (x + 1)(x + 5) \geq 2x \quad [x \leq 2]$

237. $2(x - 1)^2 < 2x^2 - 6 \quad [x > 2]$

238. $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 \leq 2x^2 + 4x \quad [x \geq \frac{1}{2}]$

239. $(3 - x)^2 > x^2 - 3 \quad [x < 2]$

240. $(x + 2)(x - 3) < (x - 1)(x + 1) \quad [x > -5]$

241. $(2x - 3)^2 - 4(x - 1)^2 \geq 5 \quad [x \leq 0]$

242. $(x - 5)(x + 5) - (x - 3)^2 \leq 4 \quad [x \leq \frac{19}{3}]$

243. $(x + 1)(x + 2) > (x + 3)(x - 1) \quad [x > -5]$

244. $3(x - 1)^2 < 3x^2 - 12 \quad [x > \frac{5}{2}]$

245. $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 \geq 2x^2 + 16 \quad [S = \emptyset]$

246. $(4x + 1)(4x - 1) \leq 16x^2 + 8x - 5 \quad [x \geq \frac{1}{2}]$

247. $(x + 6)^2 - (x - 6)^2 > 48 \quad [x > 2]$

248. $(x - 1)(x + 4) < (x + 2)(x - 2) \quad [x < 0]$

■ ■ ■ ■ Ancora prodotti notevoli, con qualche cubo. Il grado si guarda dopo aver svolto i calcoli, non prima.

249. $(2x + 3)^2 \geq (2x - 3)^2 + 12 \quad [x \geq \frac{1}{2}]$

251. $(x - 3)(x + 2) - x^2 \leq -9 \quad [x \geq 3]$

250. $(5 - 2x)^2 > 4x^2 - 5 \quad [x < \frac{3}{2}]$

252. $(x + 1)(x - 2) < (x - 3)(x + 4) \quad [x > 5]$

253. $(x-1)^3 \leq x^3 - 3x^2 + 5$ $[x \leq 2]$
254. $(x+2)^3 - x^3 > 6x^2 + 20$ $[x > 1]$
255. $(x+1)^3 - (x-1)^3 \geq 6x^2 + 14$ $[S = \emptyset]$
256. $(x+3)^2 - (x-3)^2 > 24$ $[x > 2]$
257. $(2x+1)^2 - (2x-1)^2 \leq 16$ $[x \leq 2]$
258. $(x-4)(x+4) \geq x^2 - 5x - 6$ $[x \geq 2]$
259. $(x+1)^2 - (x+2)^2 < 3$ $[x > -3]$
260. $(3x-1)(3x+1) - 9x^2 > 4x - 9$ $[x < 2]$
261. $2(x+3)^2 - 2x^2 \leq 8x + 30$ $[x \leq 3]$
262. $(x-6)^2 - (x-2)^2 \geq 4$ $[x \leq \frac{7}{2}]$
263. $(5x+2)^2 - 25x^2 < 15x + 14$ $[x < 2]$
264. $(x+7)(x-7) - (x+3)^2 > -70$ $[x < 2]$
265. $3(x-2)^2 - 3(x+2)^2 \leq 6(1-x)$ $[x \geq -\frac{1}{3}]$
266. $(x+1)^3 - x^3 - 3x^2 > 4$ $[x > 1]$
267. $(x-1)^3 - x^3 + 3x^2 \leq 2x - 4$ $[x \leq -3]$
268. $(2x-1)^2 - 4x^2 \geq -8x + 5$ $[x \geq 1]$
269. $(x+5)(x-5) - x(x-3) < -4$ $[x < 7]$
270. $4(x-1)^2 - 4x^2 + 12x \leq 7$ $[x \leq \frac{3}{4}]$

■ ■ ■ □ **Cubi di binomio e prodotti incrociati: qui i calcoli sono lunghi e la sola difficoltà è non perdere un pezzo.**

271. $x^2(2-x) + (x-2)^3 \leq (-5)(1-2x) + (2x+1)(1-2x)$ $[x \leq 2]$
272. $(x-1)^3 - (x+1)^3 > 2x - 2 - 6x^2 + 2(x+1)(x-1) - 2(x-2)^2$ $[x < 1]$
273. $(x+3)^3 - (x-3)^2(x+3) < 12(x+1)^2$ $[x < 1]$
274. $2(2x-1)(2x+1) - 6(x-2)^2 \geq (x-3)^2 - 3(3+x)(3-x) + 2(x+1)(1-x)$ $[x \geq \frac{1}{3}]$
275. $4(5x-1) + 2(3x+1)^2 > 3x(6x+5) - 2x - 3$ $[x > -\frac{1}{19}]$
276. $(x+2)^3 - (x-1)^3 < 9x(x+2) + 5$ $[x > \frac{4}{9}]$
277. $(x-2)^3 - x(x-3)^2 \leq 5x - 12$ $[x \geq 2]$
278. $2(x+2)^2 - 2x^2 - 8x \geq 3x + 1$ $[x \leq \frac{7}{3}]$
279. $(2x-1)^2 - (x+1)^3 + x(x-1)^2 \leq -x^2 - 4$ $[x \geq \frac{2}{3}]$
280. $3(x-1)^3 - 3x^2(x-3) > x - 6(2x-1)$ $[x > \frac{9}{20}]$
281. $(x+1)^2(x-1) - x^3 < x^2 + 4x - 3$ $[x > \frac{2}{5}]$
282. $(2x+1)^3 - 8x^3 \geq 12x^2 + 7$ $[x \geq 1]$
283. $(x-4)^3 - x^3 + 12x^2 < 40x - 24$ $[x < 5]$
284. $(3x-1)^2 - 9x(x-1) \geq 2x + 1$ $[x \geq 0]$
285. $(x+5)(x-5) - (x-2)^2 \leq 2x - 15$ $[x \leq 7]$
286. $(1-2x)^3 + 8x^3 - 12x^2 > 6x - 5$ $[x < \frac{1}{2}]$
287. $5(x-1)^2 - 5x(x-4) \leq 3(x+1)$ $[x \leq -\frac{2}{7}]$
288. $(x+3)(x^2 - 3x + 9) - x^3 > 5x + 2$ $[x < 5]$

■ ■ ■ □ **Quarte potenze, somme di cubi e prodotti di tre fattori. Conviene sviluppare un membro alla volta.**

289. $(2-x)^3 + x^3 - 6x^2 \geq 12x - 20$ $[x \leq \frac{7}{6}]$
290. $x(x+1)(x-1) - x^3 < 3 - 2x$ $[x < 3]$
291. $(x-1)(x+1)(x^2+1) - x^4 \leq 4x - 3$ $[x \geq \frac{1}{2}]$
292. $(x+2)^2(x-2) - x^3 - 2x^2 > 4x - 1$ $[x < -\frac{7}{8}]$
293. $3(2x-1)^2 - 12x^2 \geq 5 - 8x$ $[x \leq -\frac{1}{2}]$
294. $(x-3)^3 + 9x^2 - x^3 < 20x - 6$ $[x < 3]$
295. $(4x+3)(4x-3) - 16x^2 \leq 2x - 5$ $[x \geq -2]$
296. $2(x-1)^3 - 2x^3 + 6x^2 > 4 - 5x$ $[x > \frac{6}{11}]$
297. $(x+1)^4 - x^4 - 4x^3 - 6x^2 \geq 3x + 2$ $[x \geq 1]$
298. $(3-x)(3+x) + (x-1)^2 < 2 - 3x$ $[x < -8]$
299. $(2x-5)^2 - 4(x-1)^2 \leq 7 - 3x$ $[x \geq \frac{14}{9}]$
300. $(x^2-1)(x+1) - x^3 - x^2 > 4 - 2x$ $[x > 5]$
301. $3(x+2)^2 - 3(x-2)^2 - 16x \geq 4(x-1) - 3$ $[x \geq -\frac{7}{4}]$
302. $5(x-1)^2 - 5(x+1)^2 + 12x \leq 3(2-x) + 1$ $[x \geq -\frac{7}{5}]$
303. $(x-2)^2(x+2) - x^3 + 2x^2 > 5x - 12$ $[x < \frac{20}{9}]$
304. $(x+1)(x-1)(x+2) - x^3 - 2x^2 \geq 4 - 3x$ $[x \geq 3]$
305. $2(x+1)^3 - 2x^3 - 6x^2 < 5(x-1) + 8$ $[x < 1]$

■■■■ I più lunghi: due o tre prodotti notevoli per membro, e i termini di terzo e quarto grado che si elidono solo alla fine. Sviluppa un pezzo alla volta e non saltare righe.

306. $(x-1)^4 - (x+1)^4 + 8x^3 + 8x \geq 5(x-2)$ $[x \leq 2]$
307. $(1-x)^4 - (1+x)^4 + 8x^3 + 10x \geq 3(x+2) - 1$ $[x \leq -5]$
308. $(x-5)^3 - x^3 + 15x^2 - 80x < 2(3-x) - 140$ $[x > 3]$
309. $(2x+3)^3 - 8x^3 - 36x^2 - 54x \geq 4(x-5) + 7$ $[x \leq 10]$
310. $(3-2x)^3 + 8x^3 - 36x^2 \leq 5(2-x) - 40x$ $[x \geq \frac{17}{9}]$
311. $2(x-3)^3 - 2x^3 + 18x^2 - 50x < 3(x-15)$ $[x < 9]$
312. $(x+4)^3 - x^3 - 12x^2 - 40x > 2(3x+25)$ $[x > -7]$
313. $(2x-1)^3 - (2x+1)^3 + 24x^2 \leq 7 - 4x$ $[x \leq \frac{9}{4}]$
314. $2(x-1)^3 - 2(x+1)^3 + 12x^2 > 5x - 9$ $[x < 1]$
315. $(x+3)^3 - (x-3)^3 - 18x^2 - 20x < 40$ $[x > \frac{7}{10}]$

6. Coefficienti frazionari

Teoria: par. 8

■□□□ Moltiplica per il mcm dei denominatori — che è positivo, quindi il verso non cambia — e risolvi.

316. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 5$ [$x < 6$]

321. $\frac{3x}{2} \leq 9$ [$x \leq 6$]

325. $\frac{3x}{5} \leq 6$ [$x \leq 10$]

317. $\frac{x}{4} - \frac{x}{8} \geq 1$ [$x \geq 8$]

322. $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} < 3$ [$x < 4$]

326. $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} < 2$ [$x < 6$]

318. $\frac{x}{3} + 2 > 4$ [$x > 6$]

323. $\frac{x}{6} \geq \frac{1}{2}$ [$x \geq 3$]

327. $\frac{2x}{7} \geq 4$ [$x \geq 14$]

319. $\frac{x}{5} - 1 \leq 2$ [$x \leq 15$]

324. $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} > 1$ [$x > \frac{5}{2}$]

328. $\frac{x}{3} - \frac{x}{6} > 2$ [$x > 12$]

320. $\frac{2x}{3} > 4$ [$x > 6$]

■□□□ Come sopra. Anche i termini senza denominatore vanno moltiplicati per il mcm.

329. $\frac{5x}{6} \leq 10$ [$x \leq 12$]

333. $\frac{3x}{4} < 6$ [$x < 8$]

337. $\frac{5x}{8} > 5$ [$x > 8$]

330. $\frac{x}{8} + \frac{x}{4} < 3$ [$x < 8$]

334. $\frac{x}{7} + 1 \geq 2$ [$x \geq 7$]

338. $\frac{x}{9} - 2 < -1$ [$x < 9$]

331. $\frac{x}{5} > 2$ [$x > 10$]

335. $\frac{2x}{5} - 1 > 3$ [$x > 10$]

339. $\frac{4x}{3} \geq 8$ [$x \geq 6$]

332. $\frac{x}{2} - 3 \leq 1$ [$x \leq 8$]

336. $\frac{x}{3} + \frac{x}{6} \leq 3$ [$x \leq 6$]

340. $\frac{x}{6} + \frac{x}{3} > 4$ [$x > 8$]

■□□□ Frazioni con un polinomio al numeratore: la barra vale come una parentesi.

341. $\frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} > \frac{1}{6}$ [$x > 4$]

349. $\frac{x+1}{5} > \frac{2x-3}{10}$ [$S = \mathbb{R}$]

342. $\frac{x}{2} + 3 \leq \frac{x}{4}$ [$x \leq -12$]

350. $x - \frac{x+2}{4} \leq 1$ [$x \leq 2$]

343. $\frac{x+2}{3} \geq \frac{x-1}{2}$ [$x \leq 7$]

351. $\frac{2x+3}{5} - \frac{x-1}{2} > 0$ [$x < 11$]

344. $\frac{2x-1}{4} < \frac{x+3}{6}$ [$x < \frac{9}{4}$]

352. $\frac{x-2}{6} + \frac{x}{3} \leq \frac{1}{2}$ [$x \leq \frac{5}{3}$]

345. $\frac{x}{2} - \frac{x-3}{5} > 1$ [$x > \frac{4}{3}$]

353. $\frac{3(x-1)}{4} \geq \frac{x+5}{2}$ [$x \geq 13$]

346. $\frac{3x+1}{2} - x \leq 2$ [$x \leq 3$]

354. $\frac{4x-1}{3} - \frac{x+2}{2} < 1$ [$x < \frac{14}{5}$]

347. $\frac{x-4}{3} + \frac{x+1}{2} \geq 3$ [$x \geq \frac{23}{5}$]

355. $\frac{x}{3} + \frac{2x-1}{6} > 2$ [$x > \frac{13}{4}$]

348. $\frac{2x}{3} - \frac{x-2}{6} < 1$ [$x < \frac{4}{3}$]

■ ■ ■ □ **Attenzione al meno davanti a una frazione: cambia i segni di tutto il numeratore.**

$$356. \frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} \leq 2 \quad [x \leq 1]$$

$$357. \frac{5x-2}{6} \geq \frac{x+4}{3} \quad [x \geq \frac{10}{3}]$$

$$358. \frac{2(x+1)}{3} - \frac{x}{2} < 1 \quad [x < 2]$$

$$359. \frac{3-x}{4} + \frac{x+1}{8} > 1 \quad [x < -1]$$

$$360. \frac{2x-5}{3} \leq \frac{x-1}{4} \quad [x \leq \frac{17}{5}]$$

$$361. \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{6} \geq 4 \quad [x \geq 6]$$

$$362. \frac{x-1}{3} - \frac{x+2}{9} < 1 \quad [x < 7]$$

$$363. \frac{x+6}{4} > \frac{3x-2}{8} \quad [x < 14]$$

$$364. \frac{5x}{6} - \frac{x-1}{2} \leq 2 \quad [x \leq \frac{9}{2}]$$

$$365. \frac{x-3}{2} + 1 \geq \frac{x+1}{4} \quad [x \geq 3]$$

$$366. \frac{3x}{4} - \frac{x+2}{8} < 2 \quad [x < \frac{18}{5}]$$

$$367. \frac{x+2}{6} - \frac{x-4}{9} > 1 \quad [x > 4]$$

$$368. \frac{4-x}{5} \leq \frac{x+2}{3} \quad [x \geq \frac{1}{4}]$$

$$369. \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} + \frac{x-3}{6} \geq 0 \quad [x \geq 1]$$

$$370. x - \frac{2x-1}{3} < \frac{x+1}{2} - 1 \quad [x > 5]$$

■ ■ ■ □ **Più frazioni nello stesso membro, e parentesi quadre da sciogliere prima del mcm.**

$$371. \frac{3x+2}{4} - \frac{x-1}{6} > \frac{x+3}{12} + 1 \quad [x > \frac{7}{6}]$$

$$372. 2 \left(\frac{x-1}{3} + 1 \right) \leq \frac{x+5}{2} \quad [x \leq 7]$$

$$373. \frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} \geq \frac{x+3}{6} + 1 \quad [S = \emptyset]$$

$$374. \frac{2x-3}{5} + \frac{x+1}{2} < \frac{7x-1}{10} + 1 \quad [x < 5]$$

$$375. \frac{x}{2} - \left(x - \frac{x-2}{4} \right) > 1 \quad [x < -6]$$

$$376. \frac{x-2}{3} - \frac{2x+1}{6} \leq \frac{1-x}{2} + 1 \quad [x \leq \frac{14}{3}]$$

$$377. 3 \left(\frac{2x-1}{4} - \frac{x}{2} \right) \geq \frac{x-3}{4} \quad [x \leq 0]$$

$$378. \frac{4x+1}{6} - \frac{2x-3}{4} < \frac{x+2}{12} \quad [x < -9]$$

$$379. \frac{x+3}{2} - \frac{2x-1}{3} > \frac{x-5}{6} + 2 \quad [x < 2]$$

$$380. \frac{3-2x}{4} + \frac{x-1}{8} \leq \frac{5-x}{2} \quad [x \leq 15]$$

$$381. \frac{x-1}{2} - \left(\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{6} \right) > \frac{3x-1}{4} - 1$$

$$[x < \frac{1}{9}]$$

$$382. \frac{\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3}}{2} \leq \frac{x+5}{12} + \frac{x}{4} \quad [x \geq 0]$$

$$383. 2 \left(\frac{x-3}{5} + \frac{x+1}{2} \right) - \frac{3x-1}{10} \geq \frac{x}{2} \quad [x \geq \frac{1}{6}]$$

■ ■ ■ □ **Frazioni con le parentesi dentro, e frazioni di frazioni.**

$$384. \frac{x - \frac{x-2}{3}}{4} < \frac{2x+1}{6} \quad [x > 0]$$

$$385. \frac{\frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{4} + \frac{5-x}{6}}{\frac{11}{2}} \leq \frac{x-1}{12} + 1 \quad [x \leq \frac{11}{2}]$$

$$386. 3 \left(\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{4} \right) - \frac{x-3}{8} > 1 \quad [x > \frac{23}{5}]$$

$$387. \frac{x+2}{3} - \left(\frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{6} \right) \geq 2 \quad [S = \emptyset]$$

$$388. \frac{\frac{2x-1}{4} + \frac{x+2}{3}}{5} < \frac{x-1}{10} \quad [x < -\frac{11}{4}]$$

$$389. \frac{3x+1}{5} - 2 \left(\frac{x-2}{3} - \frac{x}{15} \right) \leq 1 \quad [x \leq -8]$$

$$390. \frac{\frac{x-4}{2} - \frac{2x+1}{6}}{3} > \frac{1-x}{9} \quad [x > 5]$$

$$391. \frac{x-1}{4} + \frac{x-2}{6} - \frac{x-3}{12} \geq \frac{5x-7}{8} \quad [x \leq \frac{13}{7}]$$

$$392. 2 \left(\frac{x+1}{3} - \frac{2x-1}{6} \right) + \frac{x+4}{2} < \frac{3x+1}{4} \quad [x > 11]$$

$$393. \frac{\frac{3x-2}{5} - \frac{x+1}{10}}{2} \leq \frac{x-3}{4} + \frac{x}{2} \quad [x \geq 1]$$

$$394. \frac{x+5}{6} - \left(\frac{x-1}{4} + \frac{x+2}{12} \right) > \frac{2-x}{3} \quad [x > -\frac{3}{2}]$$

$$395. 5 \left(\frac{x-2}{4} - \frac{x+3}{8} \right) - \frac{x-1}{2} \geq \frac{x+1}{8} - 3 \quad [S = \emptyset]$$

■ ■ ■ ■ Frazioni su più livelli: una frazione dentro l'altra. Si scioglie prima la parentesi interna, poi si fa il mcm di tutto.

$$396. \frac{\frac{x+3}{2} - \frac{x}{4}}{3} + \frac{x-1}{6} < \frac{2x+5}{12} \quad [x < 1]$$

$$397. \frac{4x-3}{7} - \left(\frac{x+1}{7} - \frac{2x-5}{14} \right) \leq \frac{x}{2} \quad [x \leq 13]$$

$$398. 3 \left(\frac{x-1}{6} + \frac{x+2}{9} \right) - \frac{5x-4}{18} > \frac{x+1}{3} + 1 \quad [x > \frac{17}{4}]$$

$$399. \frac{\frac{2x+5}{3} - \frac{x-4}{6}}{4} \geq \frac{2x+1}{8} \quad [x \leq \frac{11}{3}]$$

$$400. \frac{x-6}{5} + 2 \left(\frac{x+1}{10} - \frac{x-3}{2} \right) < \frac{3-x}{5} + 1 \quad [x > 1]$$

$$401. \frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} + \frac{x+2}{4} - \frac{x-2}{6} \geq \frac{7x+5}{12} \quad [x \leq \frac{15}{4}]$$

$$402. \frac{\frac{3(x-1)}{4} - \frac{x+5}{8}}{2} \leq \frac{x-2}{16} + 1 \quad [x \leq \frac{25}{4}]$$

$$403. \frac{2x-7}{9} - \left(\frac{x-1}{3} - \frac{x+2}{18} \right) > \frac{x-4}{6} \quad [x < \frac{3}{2}]$$

$$404. 4 \left(\frac{x+2}{5} - \frac{2x-1}{10} \right) + \frac{x-3}{2} \leq \frac{x+7}{10} \quad [x \leq \frac{1}{2}]$$

$$405. \frac{\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{2}}{3} - \frac{x-5}{6} > \frac{x+3}{9} + 1 \quad [x > 9]$$

7. Sempre verificate, mai verificate, casi limite

Teoria: par. 9

■ ■ ■ ■ L'incognita sparisce: guarda cosa resta e rispondi $S = \mathbb{R}$ oppure $S = \emptyset$.

406. $2(x+1) < 2x+5$ [$S = \mathbb{R}$]

407. $3(x-2) > 3x-6$ [$S = \emptyset$]

408. $5x+1 \geq 5x+1$ [$S = \mathbb{R}$]

409. $4x-3 > 4x+2$ [$S = \emptyset$]

410. $2(3x-1) \leq 6x-2$ [$S = \mathbb{R}$]

411. $x+7 > x-7$ [$S = \mathbb{R}$]

412. $3(x+4) \geq 3x+12$ [$S = \mathbb{R}$]

413. $(-2)(x-1) < -2x+2$ [$S = \emptyset$]

414. $6x-5 > 6x$ [$S = \emptyset$]

415. $4(x+1) \leq 4x+4$ [$S = \mathbb{R}$]

416. $7x+2 < 7x-3$ [$S = \emptyset$]

417. $5(x-2) \geq 5x-10$ [$S = \mathbb{R}$]

418. $2x+9 > 2x+9$ [$S = \emptyset$]

419. $(-3)(x+2) \leq -3x-5$ [$S = \mathbb{R}$]

420. $8x-1 \geq 8x-1$ [$S = \mathbb{R}$]

421. $\frac{x}{2}+1 < \frac{x}{2}+3$ [$S = \mathbb{R}$]

422. $2(x-3)+6 > 2x$ [$S = \emptyset$]

423. $9x \leq 9x+4$ [$S = \mathbb{R}$]

424. $(2x-3)^2 - 4x^2 + 12x \geq 9$ [$S = \mathbb{R}$]

425. $(x+5)^2 - (x-5)^2 - 20x < 1$ [$S = \mathbb{R}$]

426. $3(x-1)^2 - 3(x+1)^2 + 12x > 0$ [$S = \emptyset$]

427. $(3x+2)(3x-2) - 9x^2 + 4 > 0$ [$S = \emptyset$]

■ ■ ■ ■ Prima si svolgono i calcoli: solo dopo si vede che l'incognita se ne va.

428. $(x+1)^2 \geq x^2 + 2x + 1$ [$S = \mathbb{R}$]

429. $(x-2)^2 < x^2 - 4x + 5$ [$S = \mathbb{R}$]

430. $2(x+1) - (x-3) \leq x+5$ [$S = \mathbb{R}$]

431. $(x+1)(x-1) > x^2 - 1$ [$S = \emptyset$]

432. $3(x-1) - 2(x+1) \geq x-5$ [$S = \mathbb{R}$]

433. $(x+3)^2 - (x-3)^2 < 12x$ [$S = \emptyset$]

434. $4(x+2) - 2(2x+4) > 1$ [$S = \emptyset$]

435. $(2x-1)^2 \leq 4x^2 - 4x + 1$ [$S = \mathbb{R}$]

436. $\frac{x}{3} + \frac{x}{6} > \frac{x}{2}$ [$S = \emptyset$]

437. $5(x-1) - 3(x-2) < 2x+1$ [$S = \emptyset$]

438. $(x-1)(x+2) \geq x^2 + x - 2$ [$S = \mathbb{R}$]

439. $2(x - [1-x]) \leq 4x - 2$ [$S = \mathbb{R}$]

440. $(x-2)^3 - x^3 + 6x^2 - 12x \leq -8$ [$S = \mathbb{R}$]

441. $\frac{x+1}{2} + \frac{x-1}{3} - \frac{5x-1}{6} < 0$ [$S = \emptyset$]

442. $\frac{2x-1}{4} - \frac{2x+3}{4} + 1 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$]

443. $4\left(\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{4}\right) - x \geq -3$ [$S = \mathbb{R}$]

444. $(x-3)(x+3) - (x-3)^2 - 6x \leq 0$ [$S = \mathbb{R}$]

445. $2(x+1)^3 - 2x^3 - 6x^2 - 6x > 2$ [$S = \emptyset$]

446. $(4x-1)^2 - 16x^2 + 8x < 1$ [$S = \emptyset$]

447. $\frac{x}{2} - \frac{x-4}{4} - \frac{x+4}{4} \leq 0$ [$S = \mathbb{R}$]

$$448. 3 \left(\frac{2x-1}{3} - \frac{x+1}{3} \right) - x \geq -2 \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$449. (x-1)(x+1) - (x+1)^2 + 2x > -2 \quad [S = \emptyset]$$

$$450. (2-x)^3 + x^3 - 6x^2 + 12x < 8 \quad [S = \emptyset]$$

■■■■ Casi limite. Giustifica a parole perché l'incognita sparisce e perché quello che resta è vero o falso.

$$451. (x+1)^3 - (x-1)^3 > 6x^2 + 2 \quad [S = \emptyset]$$

$$452. (x+2)^2 - (x+1)^2 \leq 2x + 3 \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$453. \frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} \geq \frac{5x-1}{6} \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$454. \frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{3} < \frac{x+2}{3} \quad [S = \emptyset]$$

$$455. (x+3)^3 - (x-3)^3 - 18x^2 > 54 \quad [S = \emptyset]$$

$$456. \frac{x-2}{4} - \frac{x+2}{6} \leq \frac{x-14}{12} \quad [S = \emptyset]$$

$$457. 3(x-1)^2 - 3(x+1)^2 \geq -12x \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$458. (2x-1)^3 - 8x^3 + 12x^2 < 6x + 5 \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$459. \frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{2} > 1 \quad [S = \emptyset]$$

$$460. \frac{3x-2}{5} - \frac{3x+3}{5} \leq -1 \quad [S = \mathbb{R}]$$

8. Disequazioni letterali e discussione

Teoria: par. 10

■■■□ Risolvi e discuti nell'incognita x : per quali valori del parametro il coefficiente è positivo, negativo, nullo?

$$461. (a-2)x < 3 \quad [a > 2: x < \frac{3}{a-2}; a < 2: x > \frac{3}{a-2}; a = 2: S = \mathbb{R}]$$

$$465. (a+1)x > a+1 \quad [a > -1: x > 1; a < -1: x < 1; a = -1: S = \emptyset]$$

$$462. ax > 2a \quad [a > 0: x > 2; a < 0: x < 2; a = 0: S = \emptyset]$$

$$466. 2ax < 4a \quad [a > 0: x < 2; a < 0: x > 2; a = 0: S = \emptyset]$$

$$463. (k-1)x \geq k^2 - 1 \quad [k > 1: x \geq k+1; k < 1: x \leq k+1; k = 1: S = \mathbb{R}]$$

$$467. (m-3)x \geq m-3 \quad [m > 3: x \geq 1; m < 3: x \leq 1; m = 3: S = \mathbb{R}]$$

$$464. bx \leq b^2 \quad [b > 0: x \leq b; b < 0: x \geq b; b = 0: S = \mathbb{R}]$$

$$468. ax - a \leq 0 \quad [a > 0: x \leq 1; a < 0: x \geq 1; a = 0: S = \mathbb{R}]$$

469. $(k+2)x > k^2 - 4$ [$k > -2$: $x > k-2$; $k < -2$:
 $x < k-2$; $k = -2$: $S = \emptyset$]
470. $3bx < 6b$ [$b > 0$: $x < 2$; $b < 0$: $x > 2$; $b = 0$:
 $S = \emptyset$]
471. $(a-4)x \leq a^2 - 16$ [$a > 4$: $x \leq a+4$; $a < 4$:
 $x \geq a+4$; $a = 4$: $S = \mathbb{R}$]
472. $kx + k \geq 0$ [$k > 0$: $x \geq -1$; $k < 0$: $x \leq -1$; $k = 0$:
 $S = \mathbb{R}$]
473. $(2k-1)x > 2k-1$ [$k > \frac{1}{2}$: $x > 1$; $k < \frac{1}{2}$: $x < 1$;
 $k = \frac{1}{2}$: $S = \emptyset$]
474. $(b-2)x < b^2 - 4$ [$b > 2$: $x < b+2$; $b < 2$:
 $x > b+2$; $b = 2$: $S = \emptyset$]
475. $ax + 2a \leq 0$ [$a > 0$: $x \leq -2$; $a < 0$: $x \geq -2$; $a = 0$:
 $S = \mathbb{R}$]

■ ■ ■ ■ Come sopra. Dove numeratore e denominatore hanno un fattore in comune, la soluzione si semplifica.

476. $(m+1)x \geq m^2 - 1$ [$m > -1$: $x \geq m-1$; $m < -1$: $x \leq m-1$; $m = -1$: $S = \mathbb{R}$]
477. $(a-5)x > 2a - 10$ [$a > 5$: $x > 2$; $a < 5$: $x < 2$;
 $a = 5$: $S = \emptyset$]
478. $2bx \leq b$ [$b > 0$: $x \leq \frac{1}{2}$; $b < 0$: $x \geq \frac{1}{2}$; $b = 0$:
 $S = \mathbb{R}$]
479. $(3-a)x < a-3$ [$a < 3$: $x < -1$; $a > 3$: $x > -1$;
 $a = 3$: $S = \emptyset$]
480. $(k-5)x \geq 2k - 10$ [$k > 5$: $x \geq 2$; $k < 5$: $x \leq 2$;
 $k = 5$: $S = \mathbb{R}$]
481. $ax - 3a > a^2 - 9$ [$a > 0$: $x > \frac{a^2+3a-9}{a}$; $a < 0$:
 $x < \frac{a^2+3a-9}{a}$; $a = 0$: $S = \mathbb{R}$]
482. $4ax \leq 2a$ [$a > 0$: $x \leq \frac{1}{2}$; $a < 0$: $x \geq \frac{1}{2}$; $a = 0$:
 $S = \mathbb{R}$]
483. $(a+5)x < a^2 - 25$ [$a > -5$: $x < a-5$; $a < -5$:
 $x > a-5$; $a = -5$: $S = \emptyset$]
484. $(m-3)x > 9 - m^2$ [$m > 3$: $x > -m-3$; $m < 3$:
 $x < -m-3$; $m = 3$: $S = \emptyset$]
485. $ax \geq 3a + a^2$ [$a > 0$: $x \geq a+3$; $a < 0$: $x \leq a+3$;
 $a = 0$: $S = \mathbb{R}$]
486. $(a-1)x < 1-a$ [$a > 1$: $x < -1$; $a < 1$: $x > -1$;
 $a = 1$: $S = \emptyset$]
487. $kx > k^2 + k$ [$k > 0$: $x > k+1$; $k < 0$: $x < k+1$;
 $k = 0$: $S = \emptyset$]
488. $(b+3)x \leq b+3$ [$b > -3$: $x \leq 1$; $b < -3$: $x \geq 1$;
 $b = -3$: $S = \mathbb{R}$]
489. $2x - a > a$ [$x > a$]
490. $3x + b \leq 2b$ [$x \leq \frac{1}{3}b$]

■ ■ ■ ■ Qui il coefficiente va prima ricavato: si svolgono i calcoli e si raccoglie la x .

491. $k(x-2) + 3 < x + k$ [$k > 1$: $x < 3$; $k < 1$: $x > 3$;
 $k = 1$: $S = \emptyset$]
492. $(a-1)(x+1) > a-1$ [$a > 1$: $x > 0$; $a < 1$:
 $x < 0$; $a = 1$: $S = \emptyset$]
493. $3(ax-2) \leq 2(x-3)$ [$a > \frac{2}{3}$: $x \leq 0$; $a < \frac{2}{3}$:
 $x \geq 0$; $a = \frac{2}{3}$: $S = \mathbb{R}$]
494. $x(a+3) - 2a \geq 3x + a$ [$a > 0$: $x \geq 3$; $a < 0$:
 $x \leq 3$; $a = 0$: $S = \mathbb{R}$]
495. $k(x-1) - 2(x-k) < k$ [$k > 2$: $x < 0$; $k < 2$:
 $x > 0$; $k = 2$: $S = \emptyset$]
496. $m(2x+1) < 3x + m$ [$m > \frac{3}{2}$: $x < 0$; $m < \frac{3}{2}$:
 $x > 0$; $m = \frac{3}{2}$: $S = \emptyset$]

497. $2a(x-1) > a(x+1)$ [$a > 0$: $x > 3$; $a < 0$: $x < 3$; $a = 0$: $S = \emptyset$]
498. $(b-3)x + 9 \leq b^2$ [$b > 3$: $x \leq b+3$; $b < 3$: $x \geq b+3$; $b = 3$: $S = \mathbb{R}$]
499. $3x - k(2-x) \leq 6$ [$k > -3$: $x \leq 2$; $k < -3$: $x \geq 2$; $k = -3$: $S = \mathbb{R}$]
500. $m^2 - mx \geq 2m - 2x$ [$m < 2$: $x \geq m$; $m > 2$: $x \leq m$; $m = 2$: $S = \mathbb{R}$]
501. $b(x+1) - 2x \leq b^2 - 4 + b$ [$b > 2$: $x \leq b+2$; $b < 2$: $x \geq b+2$; $b = 2$: $S = \mathbb{R}$]
502. $(2a-1)x + a \geq a^2 + x$ [$a > 1$: $x \geq \frac{1}{2}a$; $a < 1$: $x \leq \frac{1}{2}a$; $a = 1$: $S = \mathbb{R}$]
503. $a(x+2) - 3x > 2(a-1)$ [$a > 3$: $x > \frac{-2}{a-3}$; $a < 3$: $x < \frac{-2}{a-3}$; $a = 3$: $S = \mathbb{R}$]
504. $3(x+a) - a(x+3) > 6$ [$a < 3$: $x > \frac{6}{-a+3}$; $a > 3$: $x < \frac{6}{-a+3}$; $a = 3$: $S = \emptyset$]
505. $4(x+a) - a(x+4) < 8$ [$a < 4$: $x < \frac{8}{-a+4}$; $a > 4$: $x > \frac{8}{-a+4}$; $a = 4$: $S = \mathbb{R}$]

■■■■ Come sopra, ma il coefficiente va ricavato portando tutto a un membro. Negli ultimi tre l'incognita sparisce del tutto: la domanda diventa «per quali valori del parametro».

506. $a(x-1) > 2x + a$ [$a > 2$: $x > \frac{2a}{a-2}$; $a < 2$: $x < \frac{2a}{a-2}$; $a = 2$: $S = \emptyset$]
507. $(a-1)x + 2 \leq a + 1$ [$a > 1$: $x \leq 1$; $a < 1$: $x \geq 1$; $a = 1$: $S = \mathbb{R}$]
508. $ax + 2 < 2x + a$ [$a > 2$: $x < 1$; $a < 2$: $x > 1$; $a = 2$: $S = \emptyset$]
509. $2(x+a) \geq a(x+2)$ [$a < 2$: $x \geq 0$; $a > 2$: $x \leq 0$; $a = 2$: $S = \mathbb{R}$]
510. $(k+1)x - k > x + 1$ [$k > 0$: $x > \frac{k+1}{k}$; $k < 0$: $x < \frac{k+1}{k}$; $k = 0$: $S = \emptyset$]
511. $a(2x-1) \leq x + a$ [$a > \frac{1}{2}$: $x \leq \frac{2a}{2a-1}$; $a < \frac{1}{2}$: $x \geq \frac{2a}{2a-1}$; $a = \frac{1}{2}$: $S = \mathbb{R}$]
512. $(k-2)x + k < 2x$ [$k > 4$: $x < \frac{-k}{k-4}$; $k < 4$: $x > \frac{-k}{k-4}$; $k = 4$: $S = \emptyset$]
513. $3(x-a) \geq a(3-x)$ [$a > -3$: $x \geq \frac{6a}{a+3}$; $a < -3$: $x \leq \frac{6a}{a+3}$; $a = -3$: $S = \mathbb{R}$]
514. $b(2x-1) \geq -2x + 4 + b$ [$b > -1$: $x \geq \frac{2b+4}{2b+2}$; $b < -1$: $x \leq \frac{2b+4}{2b+2}$; $b = -1$: $S = \emptyset$]
515. $3ax - a - 6a > -2 + 4ax$ [$a < 0$: $x > \frac{7a-2}{-a}$; $a > 0$: $x < \frac{7a-2}{-a}$; $a = 0$: $S = \mathbb{R}$]
516. $(a-1)x - (1-a)(1+a) < 0$ [$a > 1$: $x < -a-1$; $a < 1$: $x > -a-1$; $a = 1$: $S = \emptyset$]
517. $a(x-3) \leq x-1$ [$a > 1$: $x \leq \frac{3a-1}{a-1}$; $a < 1$: $x \geq \frac{3a-1}{a-1}$; $a = 1$: $S = \mathbb{R}$]
518. $x - a(x-1) > x(1+a)$ [$a < 0$: $x > \frac{1}{2}$; $a > 0$: $x < \frac{1}{2}$; $a = 0$: $S = \emptyset$]
519. $3x - a(x-a) < (a-1)(a+1) + a + 4$ [$a < 3$: $x < \frac{a+3}{-a+3}$; $a > 3$: $x > \frac{a+3}{-a+3}$; $a = 3$: $S = \mathbb{R}$]
520. $ax - a^2 \geq 3x - 9$ [$a > 3$: $x \geq a+3$; $a < 3$: $x \leq a+3$; $a = 3$: $S = \mathbb{R}$]

$$521. 4x - a \leq a(x + 2) \quad [a < 4: x \leq \frac{3a}{-a+4}; a > 4: x \geq \frac{3a}{-a+4}; a = 4: S = \mathbb{R}]$$

$$522. 2(ax - 1) \leq a(x + 3) - 5 \quad [a > 0: x \leq \frac{3a-3}{a}; a < 0: x \geq \frac{3a-3}{a}; a = 0: S = \emptyset]$$

$$523. 2x - a(x - 2) \geq 4 - 3a \quad [a < 2: x \geq \frac{-5a+4}{-a+2}; a > 2: x \leq \frac{-5a+4}{-a+2}; a = 2: S = \mathbb{R}]$$

$$524. 2(x + k)^2 - 2(x - k)^2 \leq 8kx - 4k \quad [S = \mathbb{R} \text{ se } k \leq 0, S = \emptyset \text{ se no}]$$

$$525. 3(x - a)^2 - 3(x + a)^2 + 12ax > 2a - 6 \quad [S = \mathbb{R} \text{ se } a < 3, S = \emptyset \text{ se no}]$$

$$526. (x + m)^2 - (x - m)^2 - 4mx \geq m + 3 \quad [S = \mathbb{R} \text{ se } m \leq -3, S = \emptyset \text{ se no}]$$

■■■■ Esercizi a ritroso: sapendo qual è l'insieme delle soluzioni, risali al valore del parametro.

$$527. kx + 1 > 5 \text{ ha per soluzione } x > 2: \text{ quanto vale } k? \quad [k = 2]$$

$$528. ax - 3 \leq 9 \text{ ha per soluzione } x \leq 4: \text{ quanto vale } a? \quad [a = 3]$$

$$529. 2x + k \geq 10 \text{ ha per soluzione } x \geq 3: \text{ quanto vale } k? \quad [k = 4]$$

$$530. 2x - k < 1 \text{ ha per soluzione } x < 3: \text{ quanto vale } k? \quad [k = 5]$$

9. Sistemi di disequazioni

Teoria: par. 11

■■■■ Le due disequazioni sono già risolte: diseguale sulla stessa retta e leggi l'intersezione.

$$531. \begin{cases} x > 1 \\ x < 5 \end{cases} \quad [1 < x < 5]$$

$$537. \begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases} \quad [-5 < x \leq 2]$$

$$532. \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 4 \end{cases} \quad [-2 \leq x \leq 4]$$

$$538. \begin{cases} x < 10 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad [2 \leq x < 10]$$

$$533. \begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases} \quad [-1 < x < 3]$$

$$539. \begin{cases} 4x < 20 \\ x > -1 \end{cases} \quad [-1 < x < 5]$$

$$534. \begin{cases} 2x > 4 \\ x < 6 \end{cases} \quad [2 < x < 6]$$

$$540. \begin{cases} x + 3 \geq 1 \\ x - 4 \leq 0 \end{cases} \quad [-2 \leq x \leq 4]$$

$$535. \begin{cases} x \leq 7 \\ x > 0 \end{cases} \quad [0 < x \leq 7]$$

$$541. \begin{cases} 2x \leq 10 \\ x > -3 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 5]$$

$$536. \begin{cases} 3x \geq 9 \\ x \leq 8 \end{cases} \quad [3 \leq x \leq 8]$$

$$542. \begin{cases} x > -6 \\ x < -1 \end{cases} \quad [-6 < x < -1]$$

■ ■ □ □ Risolvi il sistema: ogni disequazione per conto suo, poi l'intersezione sul grafico.

$$543. \begin{cases} 2x - 1 > 3 \\ x + 2 \leq 7 \end{cases} \quad [2 < x \leq 5]$$

$$551. \begin{cases} 2x - 3 < 7 \\ x + 4 > 2 \end{cases} \quad [-2 < x < 5]$$

$$544. \begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 4 < 0 \end{cases} \quad [-1 < x < 4]$$

$$552. \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases} \quad [-2 \leq x \leq 3]$$

$$545. \begin{cases} 3x \geq 6 \\ 2x \leq 14 \end{cases} \quad [2 \leq x \leq 7]$$

$$553. \begin{cases} 3x + 1 > 4 \\ 2x - 5 < 3 \end{cases} \quad [1 < x < 4]$$

$$546. \begin{cases} x - 5 < 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \quad [-3 < x < 5]$$

$$554. \begin{cases} x - 7 \leq 0 \\ 2x \geq -4 \end{cases} \quad [-2 \leq x \leq 7]$$

$$547. \begin{cases} 2x + 1 \leq 9 \\ x - 1 \geq -3 \end{cases} \quad [-2 \leq x \leq 4]$$

$$555. \begin{cases} 6 - 2x \geq 0 \\ x + 1 > -2 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 3]$$

$$548. \begin{cases} 4x > 8 \\ 3x < 21 \end{cases} \quad [2 < x < 7]$$

$$556. \begin{cases} \frac{x}{2} < 2 \\ \frac{3}{x} > -1 \end{cases} \quad [-2 < x < 6]$$

$$549. \begin{cases} \frac{x}{2} > 1 \\ x - 6 \leq 0 \end{cases} \quad [2 < x \leq 6]$$

$$557. \begin{cases} 4x - 1 \geq 3 \\ 5x + 2 \leq 17 \end{cases} \quad [1 \leq x \leq 3]$$

$$550. \begin{cases} 5 - x > 0 \\ x + 2 \geq 1 \end{cases} \quad [-1 \leq x < 5]$$

■ ■ □ □ Ancora sistemi di due disequazioni. Scrivi il risultato anche come intervallo.

$$558. \begin{cases} 2 - x > -3 \\ x + 6 \geq 4 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 5]$$

$$562. \begin{cases} \frac{x}{4} \geq -1 \\ 3 - x > 0 \end{cases} \quad [-4 \leq x < 3]$$

$$559. \begin{cases} x + 8 > 5 \\ 3x \leq 12 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 4]$$

$$563. \begin{cases} 2(x - 1) > x + 1 \\ 3x - 2 \leq x + 8 \end{cases} \quad [3 < x \leq 5]$$

$$560. \begin{cases} 5x \geq -10 \\ x - 3 < 1 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 4]$$

$$564. \begin{cases} \frac{x+1}{2} < 3 \\ x - 1 \geq -4 \end{cases} \quad [-3 \leq x < 5]$$

$$561. \begin{cases} 7 - x \leq 9 \\ 2x - 1 < 5 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 3]$$

$$565. \begin{cases} 3(x + 2) \leq 4x + 5 \\ 2x - 7 < 3 \end{cases} \quad [1 \leq x < 5]$$

$$566. \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 > \frac{x}{3} \\ 5 - 2x \geq -1 \end{cases} \quad [-6 < x \leq 3]$$

$$570. \begin{cases} 2x - (x + 3) < 2 \\ 3(x - 1) \geq -9 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 5]$$

$$567. \begin{cases} 4 - (x - 2) \geq 0 \\ 2x + 1 > -5 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 6]$$

$$571. \begin{cases} \frac{x-2}{4} + 1 > 0 \\ x - 5 \leq -1 \end{cases} \quad [-2 < x \leq 4]$$

$$568. \begin{cases} \frac{2x-1}{3} \leq 1 \\ x + 4 > 1 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 2]$$

$$572. \begin{cases} 3x + 1 \geq x - 3 \\ \frac{x+2}{5} < 2 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 8]$$

$$569. \begin{cases} 5(x - 1) > 2(x + 1) \\ \frac{x}{2} \leq 4 \end{cases} \quad [\frac{7}{3} < x \leq 8]$$

■ ■ ■ □ Sistemi con parentesi e frazioni.

$$573. \begin{cases} x - (3 - x) \leq 5 \\ 2(x + 1) > -6 \end{cases} \quad [-4 < x \leq 4]$$

$$578. \begin{cases} 4x - 2(x - 1) \leq 8 \\ x + 7 > 4 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 3]$$

$$574. \begin{cases} \frac{3x-2}{2} > x - 3 \\ 4 - x \geq 0 \end{cases} \quad [-4 < x \leq 4]$$

$$579. \begin{cases} (x - 1)^2 - x^2 < 3 \\ 2x + 5 \leq 11 \end{cases} \quad [-1 < x \leq 3]$$

$$575. \begin{cases} 2(x - 3) + 5 < x \\ \frac{x}{3} + 1 \geq 0 \end{cases} \quad [-3 \leq x < 1]$$

$$580. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} > 0 \\ x - 2 \geq -6 \end{cases} \quad [x > -2]$$

$$576. \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{x}{6} \leq 1 \\ 3x + 4 > -2 \end{cases} \quad [-2 < x \leq 4]$$

$$581. \begin{cases} 2(2x + 1) \geq 3x - 1 \\ \frac{x+4}{2} < 5 \end{cases} \quad [-3 \leq x < 6]$$

$$577. \begin{cases} 6 - 3(x - 1) > 0 \\ 2x - 1 \geq -7 \end{cases} \quad [-3 \leq x < 3]$$

$$582. \begin{cases} 5 - (2x - 1) > x \\ \frac{x}{5} + 1 \geq 0 \end{cases} \quad [-5 \leq x < 2]$$

■ ■ ■ □ Sistemi di tre disequazioni: il grafico ha tre righe più quella del risultato.

$$583. \begin{cases} 2(x - 1) > x + 1 \\ \frac{x+3}{2} \leq 4 \\ 3x - 1 \geq -7 \end{cases} \quad [3 < x \leq 5]$$

$$584. \begin{cases} (x - 1)^2 - x^2 < 5 \\ 2(x + 3) > x \\ \frac{x}{4} \leq 2 \end{cases} \quad [-2 < x \leq 8]$$

$$585. \begin{cases} \frac{2x-1}{3} + 1 > \frac{x}{2} \\ 4-x \geq 0 \\ x+5 > 2 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 4]$$

$$586. \begin{cases} 3(x+1) - 2(x-2) \leq 12 \\ \frac{x-3}{2} > -4 \\ 2x+1 < 15 \end{cases} \quad [-5 < x \leq 5]$$

$$587. \begin{cases} (x+2)^2 - (x-2)^2 \geq 16 \\ \frac{x}{3} - 1 < 2 \\ 5-x > -4 \end{cases} \quad [2 \leq x < 9]$$

$$588. \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{x}{3} \leq 5 \\ 2(x-1) > -8 \\ \frac{x+4}{3} \geq 1 \end{cases} \quad [-1 \leq x \leq 6]$$

$$589. \begin{cases} \frac{3x-2}{4} < x-1 \\ x+7 > 3 \\ 2x-1 \leq 15 \end{cases} \quad [2 < x \leq 8]$$

$$590. \begin{cases} 5(x-2) \geq 3(x-4) \\ \frac{x+1}{2} < 4 \\ \frac{x}{5} > -2 \end{cases} \quad [-1 \leq x < 7]$$

$$591. \begin{cases} (x-3)(x+3) - x^2 > -6x - 15 \\ 2x+3 \leq 11 \\ x-1 > -6 \end{cases} \quad [-1 < x \leq 4]$$

$$592. \begin{cases} 2(x - [1-x]) < 3x+4 \\ \frac{x}{2} + 1 \geq 0 \\ 4-x > -2 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 6]$$

$$593. \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{6} > 0 \\ 3(x-1) \leq 2x+4 \\ x+8 > 1 \end{cases} \quad [-4 < x \leq 7]$$

$$594. \begin{cases} 4x - 3(x-1) \geq 2 \\ \frac{2x+1}{5} < 3 \\ \frac{x}{2} > -5 \end{cases} \quad [-1 \leq x < 7]$$

$$595. \begin{cases} (x-1)^3 - x^3 + 3x^2 \leq 5x - 1 \\ 2(x+2) > 0 \\ x-6 < 1 \end{cases} \quad [0 \leq x < 7]$$

$$596. \begin{cases} \frac{2x+1}{2} - \frac{x-1}{4} > 1 \\ 5-2x \geq -9 \\ x+3 > 0 \end{cases} \quad [\frac{1}{3} < x \leq 7]$$

$$597. \begin{cases} x - \frac{x-4}{3} \leq 4 \\ \frac{x+6}{2} > 1 \\ 3x-2 < 16 \end{cases} \quad [-4 < x \leq 4]$$

$$598. \begin{cases} (x+5)^2 - x^2 - 10x > 20 \\ 2x-7 \leq 5 \\ \frac{x}{4} + 1 > 0 \end{cases} \quad [-4 < x \leq 6]$$

■ ■ ■ ■ Ancora tre disequazioni, con prodotti notevoli e frazioni dentro.

$$599. \begin{cases} 2(x-3)^2 - 2x^2 + 12x \leq 20 \\ \frac{x-1}{3} > -2 \\ x+4 < 12 \end{cases} \quad [-5 < x < 8]$$

$$600. \begin{cases} \frac{x+2}{4} + \frac{x-1}{2} \geq 1 \\ 3-x > -5 \\ 2x+3 \leq 19 \end{cases} \quad [\frac{4}{3} \leq x < 8]$$

$$601. \begin{cases} 5x-2(x+1) > x-8 \\ \frac{x+3}{5} \leq 2 \\ x-1 > -6 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 7]$$

$$602. \begin{cases} (3x+1)^2 - 9x^2 - 6x < 4 \\ 2(x-1) > -10 \\ \frac{x}{3} \leq 3 \end{cases} \quad [-4 < x \leq 9]$$

$$603. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x-3}{4} \leq 3 \\ x+5 > 2 \\ 3x-1 < 20 \end{cases} \quad [-3 < x < 7]$$

$$604. \begin{cases} (x-4)(x+4) - x^2 \geq -3x - 22 \\ \frac{x}{2} < 4 \\ x+9 > 3 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 8]$$

$$605. \begin{cases} 2\left(\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{6}\right) > 1 \\ 4x-3 \leq 13 \\ x+2 > -1 \end{cases} \quad [0 < x \leq 4]$$

$$606. \begin{cases} (x+1)^3 - (x-1)^3 - 6x^2 \leq 3x - 1 \\ \frac{x}{5} > -2 \\ 2x+1 < 11 \end{cases} \quad [1 \leq x < 5]$$

■■■■ Sistemi impossibili e sistemi con prodotti notevoli dentro: disegna sempre il grafico prima di rispondere.

$$607. \begin{cases} 2x-1 > 5 \\ x+3 < 6 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$608. \begin{cases} 3x \geq 9 \\ 2x \leq 4 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$609. \begin{cases} \frac{x+1}{2} > x-1 \\ 3x-2 \geq 2x+1 \\ x \leq 5 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$610. \begin{cases} x-4 \leq 0 \\ 2x+1 > 3 \\ 5-x \geq 2 \end{cases} \quad [1 < x \leq 3]$$

$$611. \begin{cases} 4x-3 < x \\ x+2 > 0 \\ \frac{x}{2} \leq 1 \end{cases} \quad [-2 < x < 1]$$

$$612. \begin{cases} \frac{2x-1}{3} \geq x-2 \\ x+1 > -1 \\ 2x < 9 \end{cases} \quad [-2 < x < \frac{9}{2}]$$

$$613. \begin{cases} 3(x-1) \leq 2x \\ \frac{x}{4} > -1 \\ x-1 \geq -2 \end{cases} \quad [-1 \leq x \leq 3]$$

$$614. \begin{cases} 2(x+3) > x+4 \\ 5-x > 0 \\ 3x+1 \leq 10 \end{cases} \quad [-2 < x \leq 3]$$

$$615. \begin{cases} \frac{x}{3} - 1 < 0 \\ x+5 \geq 2 \\ 2x-1 > -9 \end{cases} \quad [-3 \leq x < 3]$$

$$616. \begin{cases} \frac{x-2}{2} \leq \frac{x+1}{3} \\ 4x > -8 \\ x-6 < 0 \end{cases} \quad [-2 < x < 6]$$

$$617. \begin{cases} 3\left(\frac{x-1}{2} - \frac{x}{4}\right) \geq \frac{x-6}{4} \\ x+2 < 9 \\ 2x > -8 \end{cases} \quad [0 \leq x < 7]$$

$$618. \begin{cases} \frac{4x-1}{3} - \frac{x+2}{2} < 2 \\ 6-x > 0 \\ x+1 \geq -3 \end{cases} \quad [-4 \leq x < 4]$$

10. Disequazioni prodotto e fratte

Teoria: par. 12

■■■□ Disequazioni prodotto: studia il segno di ogni fattore e costruisci la tabella.

$$619. (x-1)(x+3) > 0 \quad [x < -3 \vee x > 1]$$

$$620. (x+2)(x-5) < 0 \quad [-2 < x < 5]$$

$$621. (2x-1)(x+4) \geq 0 \quad [x \leq -4 \vee x \geq \frac{1}{2}]$$

$$622. (3-x)(x+1) \leq 0 \quad [x \leq -1 \vee x \geq 3]$$

$$623. \frac{x-1}{x+2} \geq 0 \quad [x < -2 \vee x \geq 1]$$

$$624. \frac{x+3}{x-1} < 0 \quad [-3 < x < 1]$$

$$625. \frac{2x-1}{x-3} \leq 0 \quad [\frac{1}{2} \leq x < 3]$$

$$626. \frac{x+5}{2x+1} > 0 \quad [x < -5 \vee x > -\frac{1}{2}]$$

$$627. \frac{x-4}{x+4} < 0 \quad [-4 < x < 4]$$

$$628. \frac{3x+2}{x-2} \geq 0 \quad [x \leq -\frac{2}{3} \vee x > 2]$$

■■■□ Disequazioni fratte: scrivi prima le C.E., e ricorda che i valori vietati restano fuori da S comunque vada.

629. $x(x-3) > 0$ [$x < 0 \vee x > 3$]

630. $x(2x+5) \leq 0$ [$-\frac{5}{2} \leq x \leq 0$]

631. $\frac{x-2}{x} > 0$ [$x < 0 \vee x > 2$]

632. $\frac{1-x}{x+6} \geq 0$ [$-6 < x \leq 1$]

633. $(4-2x)(x+1) < 0$ [$x < -1 \vee x > 2$]

634. $\frac{x+1}{3-x} \leq 0$ [$x \leq -1 \vee x > 3$]

635. $\frac{5x-10}{x+3} > 0$ [$x < -3 \vee x > 2$]

636. $(x-7)(2-x) \geq 0$ [$2 \leq x \leq 7$]

637. $\frac{2x+3}{4-x} < 0$ [$x < -\frac{3}{2} \vee x > 4$]

638. $(x+1)(x-1) \leq 0$ [$-1 \leq x \leq 1$]

■ ■ ■ □ Tre fattori, e fattori con il coefficiente della x negativo: lì il segno si rovescia rispetto al solito.

639. $(x-2)(x+1)(x-4) < 0$ [$x < -1 \vee 2 < x < 4$]

644. $\frac{(x-4)(x+2)}{2x-1} < 0$ [$x < -2 \vee \frac{1}{2} < x < 4$]

640. $(2x-3)(x+2)(x-1) \geq 0$ [$-2 \leq x \leq 1 \vee x \geq \frac{3}{2}$]

645. $(x-1)^2(x-4) < 0$ [$x < 1 \vee 1 < x < 4$]

641. $x(x-2)(x+5) > 0$ [$-5 < x < 0 \vee x > 2$]

646. $(x+2)^2(3-x) \geq 0$ [$x \leq 3$]

642. $(3-x)(x-1)(x+4) \leq 0$ [$-4 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3$]

647. $\frac{x-6}{(x-1)(x+3)} > 0$ [$-3 < x < 1 \vee x > 6$]

643. $\frac{2x-1}{(x-2)(x+3)} > 0$ [$-3 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2$]

648. $\frac{(3x-2)(x+4)}{x-1} \leq 0$ [$x \leq -4 \vee \frac{2}{3} \leq x < 1$]

■ ■ ■ □ Fratte con un prodotto sopra, sotto, o tutti e due.

649. $(x+5)(2-x)(3x+1) > 0$ [$x < -5 \vee -\frac{1}{3} < x < 2$]

653. $\frac{(x-5)(x+5)}{(x-1)(x+1)} \leq 0$ [$-5 \leq x < -1 \vee 1 < x \leq 5$]

650. $\frac{4-x}{(2x+1)(x-3)} < 0$ [$-\frac{1}{2} < x < 3 \vee x > 4$]

654. $\frac{(x+3)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \leq 0$ [$-3 \leq x < -2 \vee 1 \leq x < 2$]

651. $\frac{x-1}{(x-2)(x-3)} > 0$ [$1 < x < 2 \vee x > 3$]

655. $\frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \leq 0$ [$x < -1 \vee 1 < x \leq 3$]

652. $(2x+3)(x-1)(4-x) < 0$ [$-\frac{3}{2} < x < 1 \vee x > 4$]

656. $\frac{(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+4)} > 0$ [$x < -4 \vee -1 < x < \frac{3}{2} \vee x > 3$]

■ ■ ■ ■ Quattro fattori, fattori ripetuti e frazioni con due fattori al denominatore. Ricorda: il denominatore non si moltiplica via, perché non se ne conosce il segno.

657. $(x-1)(x+2)(x-3) > 0$ [$-2 < x < 1 \vee x > 3$]

658. $x(x-1)(x+4) \leq 0$ [$x \leq -4 \vee 0 \leq x \leq 1$]
659. $\frac{(x-2)(x+1)}{x-5} \geq 0$ [$-1 \leq x \leq 2 \vee x > 5$]
660. $\frac{x+3}{(x-1)(x+2)} < 0$ [$x < -3 \vee -2 < x < 1$]
661. $\frac{(2x-1)(x+3)}{x-4} \leq 0$ [$x \leq -3 \vee \frac{1}{2} \leq x < 4$]
662. $(x-1)^2(x+2) > 0$ [$-2 < x < 1 \vee x > 1$]
663. $(3-x)(x+2)(2x-1) \geq 0$ [$x \leq -2 \vee \frac{1}{2} \leq x \leq 3$]
664. $(-2)(x-1)(x+5) < 0$ [$x < -5 \vee x > 1$]
665. $\frac{(x+1)(x-3)}{(x+2)(x-5)} \geq 0$ [$x < -2 \vee -1 \leq x \leq 3 \vee x > 5$]
666. $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) > 0$ [$x < -2 \vee -1 < x < 1 \vee x > 2$]
667. $\frac{(2x+1)(x-3)}{(x+1)(x-5)} < 0$ [$-1 < x < -\frac{1}{2} \vee 3 < x < 5$]
668. $\frac{(x-3)^2(x+1)}{x-5} \geq 0$ [$x \leq -1 \vee x = 3 \vee x > 5$]

11. Problemi con le disequazioni

Teoria: par. 13

■ ■ ■ ■ Scrivi che cosa chiami x , traduci il testo in una disequazione, risolvi e torna al problema.

669. Un magazzino spedisce i pacchi con un corriere che chiede 8 euro fissi di ritiro più 3 euro per ogni chilogrammo di merce. Il reparto spedizioni ha un tetto di spesa di 50 euro per singolo pacco. Detto x il peso del pacco in chilogrammi, scrivi la disequazione che esprime il vincolo e trova per quali pesi il pacco resta entro il tetto di spesa. [il pacco può pesare fino a 14 kg]
670. Una società sportiva propone due tessere per la piscina. Con la tessera A si paga un ingresso 9 euro, senza quota iniziale. Con la tessera B si pagano 60 euro di iscrizione e poi 4 euro a ingresso. Detto x il numero di ingressi in un anno, scrivi la disequazione che dice quando la tessera B costa meno della A, e risolvi. [la tessera B conviene da 13 ingressi in su ($x > 12$)]
671. Un rettangolo ha la base che supera l'altezza di 3 cm. Il perimetro non deve superare 26 cm, perché il pezzo di cornice a disposizione è lungo così. Detta x la misura dell'altezza in centimetri, scrivi la disequazione del perimetro e di fra quali valori può stare l'altezza, ricordando che una misura è positiva. [l'altezza può arrivare a 5 cm, con $x > 0$]

672. In una gara a quiz ogni risposta esatta vale 4 punti e la prova comincia con un bonus di 12 punti. Per accedere alla finale servono più di 60 punti. Detto x il numero di risposte esatte, scrivi la disequazione e trova quante risposte esatte servono come minimo. [servono almeno 13 risposte esatte ($x > 12$)]
673. Un numero intero è tale che il suo triplo, aumentato di 5, non supera 20. Scrivi la disequazione e trova tutti i valori interi che la soddisfano, dicendo qual è il più grande. [$x \leq 5$: il più grande intero è 5]
674. Il doppio di un numero, diminuito di 7, è minore di 11. Traduci la frase in una disequazione e determina l'insieme delle soluzioni, scrivendolo anche in forma di intervallo. [$x < 9$, cioè $S = (-\infty, 9)$]
675. Un ascensore porta al massimo 480 kg. Ci salgono quattro persone che pesano in tutto 290 kg, insieme a un certo numero di casse da 25 kg l'una. Detto x il numero di casse, scrivi la disequazione del carico e trova quante casse si possono caricare al massimo. [al massimo 7 casse]
676. Uno studente ha preso 6, 7 e 5 nelle prime tre verifiche. Vuole che la media dei quattro voti sia almeno 6. Detto x il voto della quarta verifica, scrivi la disequazione della media e di quanto deve prendere come minimo. [deve prendere almeno 6]
677. Un serbatoio contiene 300 litri d'acqua e ne perde 20 all'ora da una crepa. Detto x il numero di ore trascorse, scrivi la disequazione che dice quando nel serbatoio restano più di 100 litri, e risolvi. [nelle prime 10 ore ($x < 10$)]
678. Una tipografia stampa volantini: 30 euro di impianto più 5 centesimi a copia. Il budget è di 105 euro. Detto x il numero di copie, scrivi la disequazione (i prezzi in euro, quindi 5 centesimi valgono 0,05, cioè $\frac{1}{20}$) e trova quante copie si possono stampare. [fino a 1500 copie]
679. Il perimetro di un triangolo isoscele deve essere minore di 40 cm. La base misura 10 cm. Detta x la misura in centimetri di ciascun lato obliquo, scrivi la disequazione e trova entro quale valore deve stare x . [ogni lato obliquo sta sotto i 15 cm]
680. Un numero, aumentato della sua metà, non è minore di 18. Traduci in una disequazione e determina l'insieme delle soluzioni. [$x \geq 12$]

■ ■ □ □ Come sopra. Dove la risposta dev'essere un numero intero, dillo esplicitamente.

681. Un noleggio di monopattini chiede 2 euro di sblocco e 30 centesimi al minuto. Detto x il numero di minuti, scrivi la disequazione che dice quando la corsa costa meno di 8 euro e trova la durata massima. [meno di 20 minuti]
682. La somma di due numeri interi consecutivi supera 27. Detto x il minore dei due, scrivi la disequazione e trova il più piccolo valore intero possibile per x . [$x > 13$: il più piccolo intero è 14]
683. Un pullman da 52 posti viene noleggiato per 780 euro, spesa che i passeggeri si dividono in parti uguali. Detto x il numero di passeggeri, imponi che le quote da 20 euro bastino a coprire il noleggio, cioè $20x \geq 780$. Risolvi e di quanti passeggeri servono. [servono almeno 39 passeggeri]

684. Un rettangolo ha l'altezza di 6 cm. Perché la sua area non superi quella di un quadrato di lato 9 cm, quanto può misurare al massimo la base? Detta x la base in centimetri, scrivi la disequazione delle aree e risolvi. [la base arriva a $\frac{27}{2}$ cm]
685. Il quadruplo di un numero, diminuito di 3, è maggiore del numero stesso aumentato di 9. Traduci in una disequazione, risolvi e scrivi l'insieme delle soluzioni anche come intervallo. [$x > 4$, cioè $S = (4, +\infty)$]
686. Una compagnia telefonica offre 12 euro al mese con 100 minuti inclusi e poi 20 centesimi al minuto. Detto x il numero di minuti oltre i 100, scrivi la disequazione che dice quando la bolletta resta sotto i 20 euro. [meno di 40 minuti extra]
687. Ho 24 caramelle e ne do 3 a ogni amico. Voglio che me ne restino almeno 6. Detto x il numero di amici, scrivi la disequazione e trova a quanti amici posso darle. [al massimo 6 amici]
688. La temperatura di una cella frigorifera parte da -4 gradi e sale di mezzo grado all'ora perché il motore è guasto. Detto x il numero di ore, scrivi la disequazione che dice quando la temperatura è ancora sotto lo zero e trova entro quante ore va riparato il motore. [restano meno di 8 ore]
689. Un numero diminuito del suo quarto non supera 21. Traduci in una disequazione e determina l'insieme delle soluzioni. [$x \leq 28$]
690. Due officine riparano lo stesso guasto. La prima chiede 90 euro fissi e 35 euro l'ora di manodopera; la seconda 150 euro fissi e 20 euro l'ora. Detto x il numero di ore di lavoro, scrivi la disequazione che dice quando conviene la seconda officina e risolvi. [la seconda conviene oltre le 4 ore]
691. Un vivaio vende piantine a 3 euro l'una e applica uno sconto fisso di 12 euro sull'ordine. Un cliente ha un budget di 60 euro. Detto x il numero di piantine, scrivi la disequazione della spesa e trova quante piantine può comprare al massimo. [al massimo 24 piantine]
692. Un'officina cambia le gomme a 45 euro l'una più 15 euro di smaltimento complessivo. Il preventivo accettato dal cliente non arriva a 200 euro. Detto x il numero di gomme, scrivi la disequazione e di quante gomme rientrano nel preventivo, ricordando che x è un numero naturale. [al massimo 4 gomme]

■■■□ Problemi da leggere due volte prima di scrivere.

693. Un rettangolo ha la base che supera l'altezza di 4 cm. Il perimetro deve stare fra 20 cm e 36 cm, estremi esclusi. Detta x l'altezza in centimetri, la condizione sul perimetro è $2(x + x + 4) > 20$ e $2(x + x + 4) < 36$. Risolvi la prima e tieni presente che va messa a sistema con la seconda: qui ti si chiede solo la prima. [l'altezza deve superare 3 cm]
694. In una fabbrica il costo di produzione di x pezzi è $C = 500 + 7x$ euro e il ricavo della vendita è $R = 12x$ euro. Scrivi la disequazione che esprime la condizione di guadagno, cioè ricavo maggiore del costo, e trova da quanti pezzi in poi la fabbrica è in attivo. [in attivo da 101 pezzi ($x > 100$)]

695. Un ciclista percorre la prima parte di un percorso a 20 km all'ora per 2 ore, e vuole che la distanza totale, aggiungendo x chilometri percorsi dopo, non sia inferiore a 65 km. Scrivi la disequazione e trova quanti chilometri deve ancora fare come minimo. [almeno 25 km]
696. Uno studente ha preso 5, 8, 6 e 7 in quattro verifiche. La quinta e la sesta verifica valgono doppio. Se prende lo stesso voto x in entrambe, la media pesata è $\frac{5 + 8 + 6 + 7 + 2x + 2x}{8}$. Scrivi la disequazione che esprime «la media è almeno 7» e risolvi, dicendo se l'obiettivo è raggiungibile con voti fino a 10. [serve $x \geq \frac{15}{2}$, cioè almeno 8 (raggiungibile)]
697. Il triplo di un numero, diminuito di 2, è compreso fra il numero stesso e il doppio del numero aumentato di 5. La prima condizione è $3x - 2 > x$. Scrivila, risolvi e scrivi l'insieme delle soluzioni come intervallo. [$x > 1$, cioè $S = (1, +\infty)$]
698. Una soluzione salina di 40 litri contiene il 10% di sale, cioè 4 litri. Si aggiunge acqua pura, x litri. Perché la concentrazione scenda al di sotto dell'8% deve valere $\frac{4}{40 + x} < \frac{8}{100}$, che moltiplicando per $100(40 + x)$, quantità positiva, diventa $400 < 8(40 + x)$. Risolvi e dì quanta acqua serve. [più di 10 litri d'acqua]
699. Un trapezio ha le basi di 8 cm e 12 cm e l'altezza x cm. Perché l'area non superi 50 centimetri quadrati deve valere $\frac{(8 + 12)x}{2} \leq 50$. Risolvi e dì fra quali valori sta l'altezza, ricordando che una misura è positiva. [l'altezza arriva a 5 cm, con $x > 0$]
700. Tre amici si dividono una somma: il secondo prende il doppio del primo e il terzo prende 20 euro più del primo. In tutto non spendono più di 120 euro. Detto x quanto prende il primo, scrivi la disequazione della somma totale e risolvi. [il primo prende al più 25 euro]
701. Un numero è tale che la sua metà, aumentata di 4, è maggiore del numero diminuito di 1. Traduci, risolvi e scrivi l'insieme delle soluzioni in forma di intervallo. [$x < 10$, cioè $S = (-\infty, 10)$]
702. Una ditta noleggia un furgone a 45 euro al giorno più 25 centesimi al chilometro. Il preventivo approvato è di 145 euro per una giornata. Detto x il numero di chilometri percorsi in quel giorno, scrivi la disequazione della spesa e trova quanti chilometri si possono fare. [fino a 400 km]
703. Il perimetro di un triangolo isoscele di base 12 cm non deve superare quello di un quadrato di lato 11 cm. Detto x il lato obliquo, scrivi la disequazione dei due perimetri e risolvi. Ricorda poi che, perché il triangolo esista, il lato obliquo deve superare metà della base: quale delle due condizioni è la più stringente? [$x \leq 16$; con $x > 6$ resta $6 < x \leq 16$]

■■■■ Qui la disequazione non basta: la risposta va ritagliata sulle condizioni che il problema impone.

704. Un artigiano produce x oggetti al giorno. Il costo totale è $C(x) = 120 + 9x$ euro, il ricavo è $R(x) = 15x$ euro. Vuole che il guadagno giornaliero, cioè $R(x) - C(x)$, sia di almeno 60 euro. Scrivi la disequazione, risolvi e dì qual è il numero minimo di oggetti, ricordando che x è un numero naturale. [servono almeno 30 oggetti]

705. Una piscina contiene 12000 litri. Un tubo la svuota a 250 litri al minuto mentre un secondo tubo la riempie a 100 litri al minuto. Detto x il numero di minuti, il volume è $12000 - 250x + 100x$. Scrivi la disequazione che dice quando restano più di 3000 litri, risolvila e dì anche entro quanti minuti la piscina si svuota del tutto. [restano più di 3000 litri per meno di 60 minuti; la piscina si svuota a 80 minuti]
706. Il lato di un quadrato misura $x + 3$ centimetri, quello di un secondo quadrato $x - 1$ centimetri. Scrivi la disequazione che esprime «la differenza fra le due aree non supera 40 centimetri quadrati», svolgi i quadrati e risolvi. Di' anche perché serve la condizione $x > 1$ e qual è l'insieme finale. [$x \leq 4$; con $x > 1$ resta $1 < x \leq 4$]
707. In un'urna ci sono x palline bianche e 12 nere. Perché le bianche siano più di un terzo del totale deve valere $x > \frac{x+12}{3}$. Scrivi la disequazione, risolvila moltiplicando per 3 (numero positivo, il verso non cambia) e dì qual è il minimo numero intero di palline bianche. [$x > 6$: almeno 7 palline bianche]
708. Un rettangolo ha il perimetro di 40 cm. Detta x la base in centimetri, l'altezza vale $20 - x$. Scrivi la disequazione che esprime «la base non è minore dell'altezza», risolvila, e scrivi l'insieme finale tenendo conto che base e altezza devono essere positive. [$x \geq 10$; con $x < 20$ resta $10 \leq x < 20$]