

SOLUZIONI: DISEQUAZIONI DI PRIMO GRADO

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni passaggio porta accanto il motivo che lo autorizza, e dove il verso si rovescia c'è scritto perché. L'ultimo passo è quasi sempre la **verifica con due numeri**: uno dentro l'insieme delle soluzioni e uno fuori.

1. Disuguaglianze, verso, soluzioni

Esercizio 1.

→ Confronto -5 e -3 sulla retta orientata: è più grande quello che sta più a destra. (fra due negativi è più grande quello più vicino a zero)

→ -5 sta a sinistra di -3 , quindi la disuguaglianza è **vera**.

Esercizio 2.

→ Confronto -2 e -7 sulla retta orientata: è più grande quello che sta più a destra.

→ -2 sta a destra di -7 , quindi la disuguaglianza è **vera**.

Esercizio 19.

→ Sostituisco $x = 4$ nei due membri, separatamente. (verificare non è risolvere: si controlla un numero dato)

→ Primo membro: 5. Secondo membro: 9.

→ $5 < 9$ è vera, quindi $x = 4$ **fa parte** dell'insieme delle soluzioni.

Esercizio 20.

→ Sostituisco $x = 9$ nei due membri, separatamente.

→ Primo membro: 15. Secondo membro: 14.

→ $15 < 14$ è falsa, quindi $x = 9$ **non fa parte** dell'insieme delle soluzioni.

Esercizio 29.

→ Sostituisco $x = 7$ nei due membri, separatamente.

→ Primo membro: 3. Secondo membro: $\frac{7}{3}$.

→ $3 > \frac{7}{3}$ è vera, quindi $x = 7$ fa parte dell'insieme delle soluzioni.

Esercizio 30.

→ Sostituisco $x = 2$ nei due membri, separatamente.

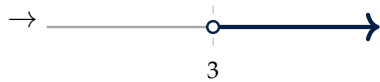
→ Primo membro: $\frac{1}{2}$. Secondo membro: $\frac{2}{3}$.

→ $\frac{1}{2} > \frac{2}{3}$ è falsa, quindi $x = 2$ non fa parte dell'insieme delle soluzioni.

2. Intervalli, retta, insieme delle soluzioni**Esercizio 41.**

→ L'insieme è una semiretta: parte da 3 e va verso $+\infty$. (l'infinito non è un numero, quindi da quella parte la parentesi è sempre aperta)

→ $(3, +\infty)$ (la parentesi è tonda dove l'estremo è escluso, quadra dove è compreso)

**Esercizio 42.**

→ L'insieme è una semiretta: parte da 5 e va verso $-\infty$.

→ $(-\infty, 5)$ (la parentesi è tonda dove l'estremo è escluso, quadra dove è compreso)

**Esercizio 53.**

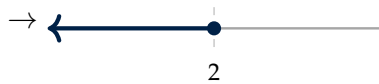
→ Leggo le parentesi: 3 è escluso. (quadra vuol dire compreso, tonda vuol dire escluso)

→ $x > 3$

**Esercizio 54.**

→ Leggo le parentesi: 2 è compreso.

$$\rightarrow x \leq 2$$

**Esercizio 63.**

→ Leggo le parentesi: 2 è escluso e 5 è compreso.

$$\rightarrow 2 < x \leq 5$$

**Esercizio 64.**

→ Leggo le parentesi: -3 è compreso e 1 è compreso.

$$\rightarrow -3 \leq x \leq 1$$

**Esercizio 71.**

→ Disegno i due insiemi sulla stessa retta e tengo dove sono pieni tutti e due. (l'intersezione chiede «e», l'unione chiede «oppure»)

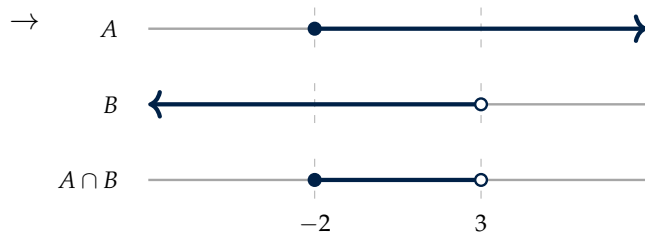


→ Leggo in verticale. (sul disegno il pallino è pieno se l'estremo appartiene all'insieme, vuoto se no)

$$\rightarrow (1, 6], \text{ cioè } 1 < x \leq 6$$

Esercizio 72.

→ Disegno i due insiemi sulla stessa retta e tengo dove sono pieni tutti e due.

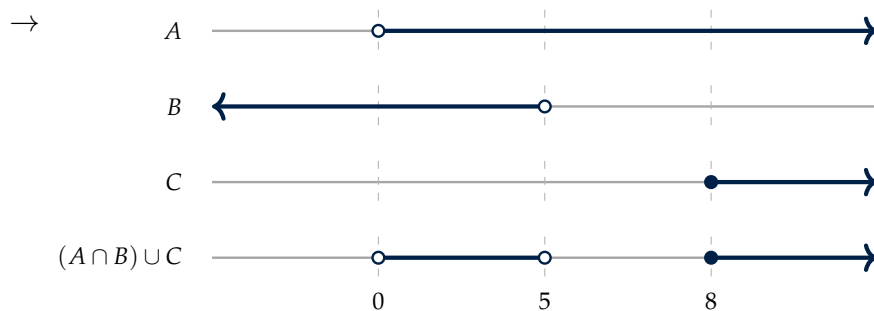


→ Leggo in verticale.

→ $[-2, 3)$, cioè $-2 \leq x < 3$

Esercizio 93.

→ Prima l'intersezione di A e B , poi l'unione con C : le parentesi dicono l'ordine, come nei conti. (un passo per volta: il disegno tiene il conto)

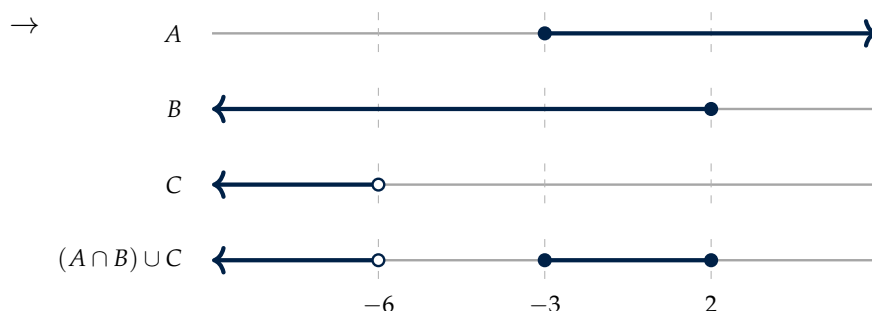


→ Leggo in verticale.

→ $(0, 5) \cup [8, +\infty)$, cioè $0 < x < 5 \vee x \geq 8$

Esercizio 94.

→ Prima l'intersezione di A e B , poi l'unione con C : le parentesi dicono l'ordine, come nei conti.



→ Leggo in verticale.

→ $(-\infty, -6) \cup [-3, 2]$, cioè $x < -6 \vee -3 \leq x \leq 2$

3. I principi di equivalenza e il cambio di verso

Esercizio 101.

- A sinistra la x è passata da destra a sinistra, e il -5 da sinistra a destra.
- Spostare un termine cambiandogli segno è il modo corto di dire «tolgo x ai due membri» e «aggiungo 5 ai due membri».
- È il **primo principio**, e il verso non c'entra: aggiungere la stessa quantità ai due membri non cambia chi è più grande. (il verso cambia solo col secondo principio, e solo moltiplicando o dividendo per un negativo)
- Controllo: entrambe le disequazioni hanno per soluzione $x > 3$.
-

Esercizio 102.

- Da $2x > 8$ a $x > 4$ i due membri sono stati divisi per 2 .
- Dividere i due membri per uno stesso numero diverso da zero è il **secondo principio**.
- Il 2 è positivo, quindi il verso resta $>$. Se il divisore fosse stato -2 , la riga giusta sarebbe stata $x < -4$. (è la sola differenza fra le disequazioni e le equazioni)
-

Esercizio 113.

- Da $-2x > 6$ si arriva a x dividendo i due membri per -2 .
- -2 è **negativo**: dividendo per un numero negativo il verso si rovescia, quindi doveva venire $x < -3$. (chi cambia membro cambia segno; chi divide per un negativo cambia verso)
- No, il passaggio è sbagliato.
- Si vede anche provando un numero: $x = 0$ sta in $x > -3$, ma nella disequazione di partenza dà $0 > 6$, falsa. Se il passaggio fosse lecito, ogni numero dell'insieme scritto dovrebbe verificarla. (due disequazioni equivalenti hanno lo stesso insieme di soluzioni)
-

Esercizio 114.

- È lo stesso passaggio di prima, scritto come va scritto: dividendo per -2 il verso passa da $>$ a $<$.
- Sì, il passaggio è lecito.
- Controprova con due numeri: $x = -4$ sta in $x < -3$, e infatti $-2 \cdot (-4) = 8 > 6$ è vera. $x = 0$ non ci sta, e infatti $0 > 6$ è falsa. (un numero dentro e uno fuori: è la verifica delle disequazioni)
-

Esercizio 126.

→ Moltiplico i due membri per 2. (è il secondo principio: quello che si fa a un membro si fa all'altro)

→ 2 è positivo, quindi il verso resta quello che era.

→ $-6 < 10$ (controllo: $-6 < 10$ è vera)

Esercizio 127.

→ Moltiplico i due membri per -2 .

→ -2 è negativo, quindi il verso si rovescia. (moltiplicare per un negativo scambia l'ordine sulla retta)

→ $6 > -10$ (controllo: $6 > -10$ è vera)

4. Disequazioni intere elementari

Esercizio 151.

→ $3x + 2 < 11$ (la disequazione di partenza)

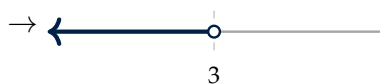
→ $3x < 11 - 2$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $3x < 9$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x < 3$

→ $x < 3$, cioè $S = (-\infty, 3)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $2 < 11$, vera; con $x = 3$ resta $11 < 11$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 152.

→ $5x - 3 > 12$ (la disequazione di partenza)

→ $5x > 12 + 3$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $5x > 15$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 5, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x > 3$

→ $x > 3$, cioè $S = (3, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 4$ resta $17 > 12$, vera; con $x = 0$ resta $-3 > 12$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 174.

→ $2x - 3 < 7 - 3x$ (la disequazione di partenza)

→ $2x + 3x < 7 + 3$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $5x < 10$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 5, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x < 2$

→ $x < 2$, cioè $S = (-\infty, 2)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $-3 < 7$, vera; con $x = 2$ resta $1 < 1$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 175.

→ $5x + 2 \geq 2x + 2$ (la disequazione di partenza)

→ $5x - 2x \geq 2 - 2$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $3x \geq 0$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x \geq 0$

→ $x \geq 0$, cioè $S = [0, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $2 \geq 2$, vera; con $x = -1$ resta $-3 \geq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 196.

→ $3(x + 2) < 15$ (la disequazione di partenza)

→ $3x + 6 < 15$ (ogni termine per ogni termine)

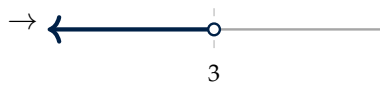
→ $3x < 15 - 6$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $3x < 9$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x < 3$

→ $x < 3$, cioè $S = (-\infty, 3)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $6 < 15$, vera; con $x = 3$ resta $15 < 15$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 197.

→ $2(x - 5) \geq 4$ (la disequazione di partenza)

→ $2x - 10 \geq 4$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2x \geq 4 + 10$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $2x \geq 14$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 2, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x \geq 7$

→ $x \geq 7$, cioè $S = [7, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 7$ resta $4 \geq 4$, vera; con $x = 0$ resta $-10 \geq 4$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 211.

→ $3(2x - [x + 1]) \leq 9$ (la disequazione di partenza)

→ $3(2x - x - 1) \leq 9$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $3(x - 1) \leq 9$ (si sommano i termini simili)

$$\rightarrow 3x - 3 \leq 9 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

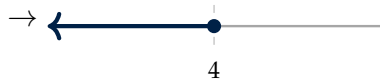
$$\rightarrow 3x \leq 9 + 3 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 3x \leq 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)}$$

$$\rightarrow x \leq 4$$

$\rightarrow x \leq 4$, cioè $S = (-\infty, 4]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 0$ resta $-3 \leq 9$, vera; con $x = 5$ resta $12 \leq 9$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 212.

$$\rightarrow 5(x - 1) - 2(x - 4) \geq 12 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow 5x - 5 - 2(x - 4) \geq 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 5x - 5 - (2x - 8) \geq 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 5x - 5 - 2x + 8 \geq 12 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 3x + 3 \geq 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 3x \geq 12 - 3 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 3x \geq 9 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)}$$

$$\rightarrow x \geq 3$$

$\rightarrow x \geq 3$, cioè $S = [3, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 3$ resta $12 \geq 12$, vera; con $x = 0$ resta $3 \geq 12$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

5. Con parentesi e prodotti notevoli

Esercizio 226.

$$\rightarrow (x + 2)^2 - (x - 1)^2 \leq 15 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow x^2 + 2x \cdot 2 + 2^2 - (x - 1)^2 \leq 15 \text{ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)}$$

$$\rightarrow x^2 + 4x + 4 - (x - 1)^2 \leq 15 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 2x + 1) \leq 15 \text{ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)}$$

$$\rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x - 1 \leq 15 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 6x + 3 \leq 15 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 6x \leq 15 - 3 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 6x \leq 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per 6, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)}$$

$$\rightarrow x \leq 2$$

$\rightarrow x \leq 2$, cioè $S = (-\infty, 2]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 0$ resta $3 \leq 15$, vera; con $x = 3$ resta $21 \leq 15$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 227.

$$\rightarrow (x + 1)^2 > x^2 + 3 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow x^2 + 2x + 1 > x^2 + 3 \text{ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)}$$

$$\rightarrow x^2 + 2x - x^2 > 3 - 1 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 2x > 2 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per 2, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)}$$

$$\rightarrow x > 1$$

$\rightarrow x > 1$, cioè $S = (1, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 2$ resta $9 > 7$, vera; con $x = 0$ resta $1 > 3$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 249.

$$\rightarrow (2x + 3)^2 \geq (2x - 3)^2 + 12 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \geq (2x - 3)^2 + 12 \text{ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)}$$

$$\rightarrow 4x^2 + 12x + 9 \geq (2x - 3)^2 + 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 4x^2 + 12x + 9 \geq (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 + 12 \text{ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)}$$

$$\rightarrow 4x^2 + 12x + 9 \geq 4x^2 - 12x + 9 + 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 4x^2 + 12x + 9 \geq 4x^2 - 12x + 21 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

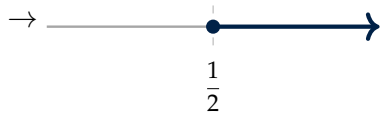
$$\rightarrow 4x^2 + 12x - 4x^2 + 12x \geq 21 - 9 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 24x \geq 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per 24, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)}$$

$$\rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x \geq \frac{1}{2}, \text{ cioè } S = \left[\frac{1}{2}, +\infty \right) \text{ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)}$$



→ Verifica: con $x = 1$ resta $25 \geq 13$, vera; con $x = 0$ resta $9 \geq 21$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 250.

$$\rightarrow (5 - 2x)^2 > 4x^2 - 5 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 > 4x^2 - 5 \text{ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)}$$

$$\rightarrow 4x^2 - 20x + 25 > 4x^2 - 5 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

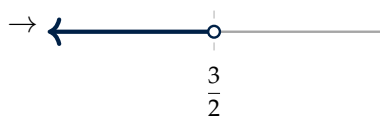
$$\rightarrow 4x^2 - 20x - 4x^2 > -5 - 25 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -20x > -30 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per } -20: \text{ è negativo, quindi il verso si rovescia. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)}$$

$$\rightarrow x < \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow x < \frac{3}{2}, \text{ cioè } S = \left(-\infty, \frac{3}{2} \right) \text{ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)}$$



→ Verifica: con $x = 0$ resta $25 > -5$, vera; con $x = 2$ resta $1 > 11$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 271.

$$\rightarrow x^2(2-x) + (x-2)^3 \leq (-5)(1-2x) + (2x+1)(1-2x) \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow -x^3 + 2x^2 + (x-2)^3 \leq (-5)(1-2x) + (2x+1)(1-2x) \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow -x^3 + 2x^2 + (x^3 - 3x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 2^2 - 2^3) \leq (-5)(1-2x) + (2x+1)(1-2x) \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow -x^3 + 2x^2 + (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \leq (-5)(1-2x) + (2x+1)(1-2x) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -x^3 + 2x^2 + x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \leq (-5)(1-2x) + (2x+1)(1-2x) \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow -4x^2 + 12x - 8 \leq (-5)(1-2x) + (2x+1)(1-2x) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -4x^2 + 12x - 8 \leq 10x - 5 + (2x+1)(1-2x) \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow -4x^2 + 12x - 8 \leq 10x - 5 + (2x+1)(-2x+1) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -4x^2 + 12x - 8 \leq 10x - 5 + (-4x^2 + 2x - 2x + 1) \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow -4x^2 + 12x - 8 \leq 10x - 5 + (-4x^2 + 1) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -4x^2 + 12x - 8 \leq 10x - 5 - 4x^2 + 1 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow -4x^2 + 12x - 8 \leq -4x^2 + 10x - 4 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

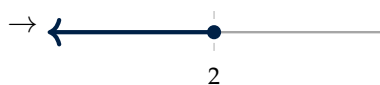
$$\rightarrow -4x^2 + 12x + 4x^2 - 10x \leq -4 + 8 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 2x \leq 4 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per 2, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)}$$

$$\rightarrow x \leq 2$$

$$\rightarrow x \leq 2, \text{ cioè } S = (-\infty, 2] \text{ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)}$$



$$\rightarrow \text{Verifica: con } x = 0 \text{ resta } -8 \leq -4, \text{ vera; con } x = 3 \text{ resta } -8 \leq -10, \text{ falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)}$$

Esercizio 272.

$$\rightarrow (x-1)^3 - (x+1)^3 > 2x - 2 - 6x^2 + 2(x+1)(x-1) - 2(x-2)^2 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - (x+1)^3 > 2x - 2 - 6x^2 + 2(x+1)(x-1) - 2(x-2)^2 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) > 2x - 2 - 6x^2 + 2(x+1)(x-1) - 2(x-2)^2 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

→ $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1 > 2x - 2 - 6x^2 + 2(x+1)(x-1) - 2(x-2)^2$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-6x^2 - 2 > 2x - 2 - 6x^2 + 2(x+1)(x-1) - 2(x-2)^2$ (si sommano i termini simili)

→ $-6x^2 - 2 > -6x^2 + 2x - 2 + 2(x+1)(x-1) - 2(x-2)^2$ (si sommano i termini simili)

→ $-6x^2 - 2 > -6x^2 + 2x - 2 + (2x+2)(x-1) - 2(x-2)^2$ (ogni termine per ogni termine)

→ $-6x^2 - 2 > -6x^2 + 2x - 2 + (2x^2 - 2x + 2x - 2) - 2(x-2)^2$ (ogni termine per ogni termine)

→ $-6x^2 - 2 > -6x^2 + 2x - 2 + (2x^2 - 2) - 2(x-2)^2$ (si sommano i termini simili)

→ $-6x^2 - 2 > -6x^2 + 2x - 2 + 2x^2 - 2 - 2(x-2)^2$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-6x^2 - 2 > -4x^2 + 2x - 4 - 2(x-2)^2$ (si sommano i termini simili)

→ $-6x^2 - 2 > -4x^2 + 2x - 4 - 2(x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2)$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $-6x^2 - 2 > -4x^2 + 2x - 4 - 2(x^2 - 4x + 4)$ (si sommano i termini simili)

→ $-6x^2 - 2 > -4x^2 + 2x - 4 - (2x^2 - 8x + 8)$ (ogni termine per ogni termine)

→ $-6x^2 - 2 > -4x^2 + 2x - 4 - 2x^2 + 8x - 8$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-6x^2 - 2 > -6x^2 + 10x - 12$ (si sommano i termini simili)

→ $-6x^2 + 6x^2 - 10x > -12 + 2$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-10x > -10$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per -10 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

→ **$x < 1$**

→ $x < 1$, cioè $S = (-\infty, 1)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $-2 > -12$, vera; con $x = 1$ resta $-8 > -8$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 289.

→ $(2-x)^3 + x^3 - 6x^2 \geq 12x - 20$ (la disequazione di partenza)

→ $-x^3 + 3x^2 \cdot 2 - 3x \cdot 2^2 + 2^3 + x^3 - 6x^2 \geq 12x - 20$ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)

→ $-x^3 + 6x^2 - 12x + 8 + x^3 - 6x^2 \geq 12x - 20$ (si sommano i termini simili)

→ $6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 \geq 12x - 20$ (si sommano i termini simili)

$$\rightarrow -12x + 8 \geq 12x - 20 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

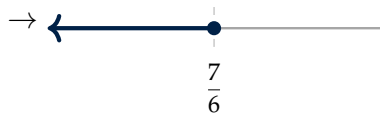
$$\rightarrow -12x - 12x \geq -20 - 8 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -24x \geq -28 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow$ Divido i due membri per -24 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x \leq \frac{7}{6}$$

$\rightarrow x \leq \frac{7}{6}$, cioè $S = \left(-\infty, \frac{7}{6}\right]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 0$ resta $8 \geq -20$, vera; con $x = 2$ resta $-16 \geq 4$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 290.

$$\rightarrow x(x+1)(x-1) - x^3 < 3 - 2x \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow (x^2 + x)(x-1) - x^3 < 3 - 2x \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow x^3 - x^2 + x^2 - x - x^3 < 3 - 2x \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow x^3 - x - x^3 < 3 - 2x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -x < 3 - 2x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -x + 2x < 3 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow x < 3 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow x < 3$, cioè $S = (-\infty, 3)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 0$ resta $0 < 3$, vera; con $x = 3$ resta $-3 < -3$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 306.

$$\rightarrow (x-1)^4 - (x+1)^4 + 8x^3 + 8x \geq 5(x-2) \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - (x + 1)^4 + 8x^3 + 8x \geq 5(x - 2)$ (i coefficienti sono la riga del triangolo di Tartaglia, e gli esponenti scendono da n a 0)

→ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - (x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) + 8x^3 + 8x \geq 5(x - 2)$ (i coefficienti sono la riga del triangolo di Tartaglia, e gli esponenti scendono da n a 0)

→ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 4x - 1 + 8x^3 + 8x \geq 5(x - 2)$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-8x^3 - 8x + 8x^3 + 8x \geq 5(x - 2)$ (si sommano i termini simili)

→ $-8x + 8x \geq 5(x - 2)$ (si sommano i termini simili)

→ $0 \geq 5(x - 2)$ (si sommano i termini simili)

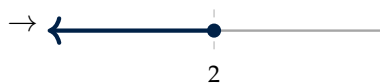
→ $0 \geq 5x - 10$ (ogni termine per ogni termine)

→ $-5x \geq -10$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ Divido i due membri per -5 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

→ $x \leq 2$

→ $x \leq 2$, cioè $S = (-\infty, 2]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $0 \geq -10$, vera; con $x = 3$ resta $0 \geq 5$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 307.

→ $(1 - x)^4 - (1 + x)^4 + 8x^3 + 10x \geq 3(x + 2) - 1$ (la disequazione di partenza)

→ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - (1 + x)^4 + 8x^3 + 10x \geq 3(x + 2) - 1$ (i coefficienti sono la riga del triangolo di Tartaglia, e gli esponenti scendono da n a 0)

→ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - (x + 1)^4 + 8x^3 + 10x \geq 3(x + 2) - 1$ (si sommano i termini simili)

→ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - (x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) + 8x^3 + 10x \geq 3(x + 2) - 1$ (i coefficienti sono la riga del triangolo di Tartaglia, e gli esponenti scendono da n a 0)

→ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 4x - 1 + 8x^3 + 10x \geq 3(x + 2) - 1$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-8x^3 - 8x + 8x^3 + 10x \geq 3(x + 2) - 1$ (si sommano i termini simili)

→ $-8x + 10x \geq 3(x + 2) - 1$ (si sommano i termini simili)

→ $2x \geq 3(x + 2) - 1$ (si sommano i termini simili)

→ $2x \geq 3x + 6 - 1$ (ogni termine per ogni termine)

$$\rightarrow 2x \geq 3x + 5 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

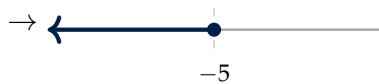
$$\rightarrow 2x - 3x \geq 5 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -x \geq 5 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow$ Divido i due membri per -1 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x \leq -5$$

$\rightarrow x \leq -5$, cioè $S = (-\infty, -5]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = -5$ resta $-10 \geq -10$, vera; con $x = 0$ resta $0 \geq 5$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 308.

$$\rightarrow (x - 5)^3 - x^3 + 15x^2 - 80x < 2(3 - x) - 140 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow x^3 - 3x^2 \cdot 5 + 3x \cdot 5^2 - 5^3 - x^3 + 15x^2 - 80x < 2(3 - x) - 140 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow x^3 - 15x^2 + 75x - 125 - x^3 + 15x^2 - 80x < 2(3 - x) - 140 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -15x^2 + 75x - 125 + 15x^2 - 80x < 2(3 - x) - 140 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 75x - 125 - 80x < 2(3 - x) - 140 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -5x - 125 < 2(3 - x) - 140 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -5x - 125 < -2x + 6 - 140 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow -5x - 125 < -2x - 134 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -5x + 2x < -134 + 125 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -3x < -9 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow$ Divido i due membri per -3 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x > 3$$

$\rightarrow x > 3$, cioè $S = (3, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 4$ resta $-145 < -142$, vera; con $x = 0$ resta $-125 < -134$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 309.

$$\rightarrow (2x + 3)^3 - 8x^3 - 36x^2 - 54x \geq 4(x - 5) + 7 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 + 3^3 - 8x^3 - 36x^2 - 54x \geq 4(x - 5) + 7 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27 - 8x^3 - 36x^2 - 54x \geq 4(x - 5) + 7 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 36x^2 + 54x + 27 - 36x^2 - 54x \geq 4(x - 5) + 7 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 54x + 27 - 54x \geq 4(x - 5) + 7 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 27 \geq 4(x - 5) + 7 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 27 \geq 4x - 20 + 7 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 27 \geq 4x - 13 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -4x \geq -13 - 27 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -4x \geq -40 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per } -4: \text{ è negativo, quindi il verso si rovescia. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)}$$

$$\rightarrow x \leq 10$$

$$\rightarrow x \leq 10, \text{ cioè } S = (-\infty, 10] \text{ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)}$$



$$\rightarrow \text{Verifica: con } x = 0 \text{ resta } 27 \geq -13, \text{ vera; con } x = 11 \text{ resta } 27 \geq 31, \text{ falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)}$$

Esercizio 310.

$$\rightarrow (3 - 2x)^3 + 8x^3 - 36x^2 \leq 5(2 - x) - 40x \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow -(2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 - 3 \cdot 2x \cdot 3^2 + 3^3 + 8x^3 - 36x^2 \leq 5(2 - x) - 40x \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow -8x^3 + 36x^2 - 54x + 27 + 8x^3 - 36x^2 \leq 5(2 - x) - 40x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 36x^2 - 54x + 27 - 36x^2 \leq 5(2 - x) - 40x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -54x + 27 \leq 5(2 - x) - 40x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -54x + 27 \leq -5x + 10 - 40x \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow -54x + 27 \leq -45x + 10 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

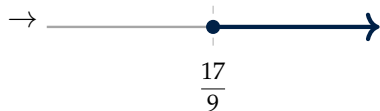
→ $-54x + 45x \leq 10 - 27$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-9x \leq -17$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per -9 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x \geq \frac{17}{9}$$

→ $x \geq \frac{17}{9}$, cioè $S = \left[\frac{17}{9}, +\infty \right)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 2$ resta $-81 \leq -80$, vera; con $x = 0$ resta $27 \leq 10$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 311.

→ $2(x-3)^3 - 2x^3 + 18x^2 - 50x < 3(x-15)$ (la disequazione di partenza)

→ $2(x^3 - 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 - 3^3) - 2x^3 + 18x^2 - 50x < 3(x-15)$ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)

→ $2(x^3 - 9x^2 + 27x - 27) - 2x^3 + 18x^2 - 50x < 3(x-15)$ (si sommano i termini simili)

→ $2x^3 - 18x^2 + 54x - 54 - 2x^3 + 18x^2 - 50x < 3(x-15)$ (ogni termine per ogni termine)

→ $-18x^2 + 54x - 54 + 18x^2 - 50x < 3(x-15)$ (si sommano i termini simili)

→ $54x - 54 - 50x < 3(x-15)$ (si sommano i termini simili)

→ $4x - 54 < 3(x-15)$ (si sommano i termini simili)

→ $4x - 54 < 3x - 45$ (ogni termine per ogni termine)

→ $4x - 3x < -45 + 54$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $x < 9$ (si sommano i termini simili)

→ $x < 9$, cioè $S = (-\infty, 9)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $-54 < -45$, vera; con $x = 9$ resta $-18 < -18$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 312.

$$\rightarrow (x+4)^3 - x^3 - 12x^2 - 40x > 2(3x+25) \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow x^3 + 3x^2 \cdot 4 + 3x \cdot 4^2 + 4^3 - x^3 - 12x^2 - 40x > 2(3x+25) \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow x^3 + 12x^2 + 48x + 64 - x^3 - 12x^2 - 40x > 2(3x+25) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 12x^2 + 48x + 64 - 12x^2 - 40x > 2(3x+25) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 48x + 64 - 40x > 2(3x+25) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 8x + 64 > 2(3x+25) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 8x + 64 > 6x + 50 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 8x - 6x > 50 - 64 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 2x > -14 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per 2, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)}$$

$$\rightarrow x > -7$$

$$\rightarrow x > -7, \text{ cioè } S = (-7, +\infty) \text{ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)}$$



$$\rightarrow \text{Verifica: con } x = 0 \text{ resta } 64 > 50, \text{ vera; con } x = -7 \text{ resta } 8 > 8, \text{ falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)}$$

Esercizio 313.

$$\rightarrow (2x-1)^3 - (2x+1)^3 + 24x^2 \leq 7-4x \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 + 3 \cdot 2x - 1 - (2x+1)^3 + 24x^2 \leq 7-4x \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 - (2x+1)^3 + 24x^2 \leq 7-4x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 - ((2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 + 3 \cdot 2x + 1) + 24x^2 \leq 7-4x \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 - (8x^3 + 12x^2 + 6x + 1) + 24x^2 \leq 7-4x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 - 8x^3 - 12x^2 - 6x - 1 + 24x^2 \leq 7-4x \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow -24x^2 - 2 + 24x^2 \leq 7-4x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -2 \leq 7-4x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

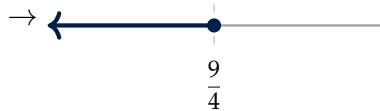
$$\rightarrow 4x \leq 7+2 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

→ $4x \leq 9$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 4, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x \leq \frac{9}{4}$

→ $x \leq \frac{9}{4}$, cioè $S = \left(-\infty, \frac{9}{4}\right]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $-2 \leq 7$, vera; con $x = 3$ resta $-2 \leq -5$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 314.

→ $2(x-1)^3 - 2(x+1)^3 + 12x^2 > 5x - 9$ (la disequazione di partenza)

→ $2(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 2(x+1)^3 + 12x^2 > 5x - 9$ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)

→ $2x^3 - 6x^2 + 6x - 2 - 2(x+1)^3 + 12x^2 > 5x - 9$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2x^3 - 6x^2 + 6x - 2 - 2(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + 12x^2 > 5x - 9$ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)

→ $2x^3 - 6x^2 + 6x - 2 - (2x^3 + 6x^2 + 6x + 2) + 12x^2 > 5x - 9$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2x^3 - 6x^2 + 6x - 2 - 2x^3 - 6x^2 - 6x - 2 + 12x^2 > 5x - 9$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-12x^2 - 4 + 12x^2 > 5x - 9$ (si sommano i termini simili)

→ $-4 > 5x - 9$ (si sommano i termini simili)

→ $-5x > -9 + 4$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-5x > -5$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per -5 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

→ $x < 1$

→ $x < 1$, cioè $S = (-\infty, 1)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $-4 > -9$, vera; con $x = 1$ resta $-4 > -4$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 315.

$$\rightarrow (x+3)^3 - (x-3)^3 - 18x^2 - 20x < 40 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow x^3 + 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 + 3^3 - (x^3 - 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 - 3^3) - 18x^2 - 20x < 40 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) - 18x^2 - 20x < 40 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) - 18x^2 - 20x < 40 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) - 18x^2 - 20x < 40 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - x^3 + 9x^2 - 27x + 27 - 18x^2 - 20x < 40 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 18x^2 + 54 - 18x^2 - 20x < 40 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 54 - 20x < 40 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

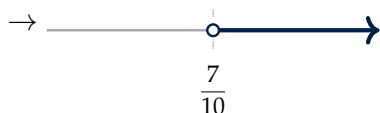
$$\rightarrow -20x < 40 - 54 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -20x < -14 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per } -20: \text{ è negativo, quindi il verso si rovescia. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)}$$

$$\rightarrow x > \frac{7}{10}$$

$$\rightarrow x > \frac{7}{10}, \text{ cioè } S = \left(\frac{7}{10}, +\infty \right) \text{ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)}$$



$$\rightarrow \text{Verifica: con } x = 1 \text{ resta } 34 < 40, \text{ vera; con } x = 0 \text{ resta } 54 < 40, \text{ falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)}$$

6. Coefficienti frazionari**Esercizio 316.**

$$\rightarrow \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 5 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow \text{Il mcm dei denominatori è 6: moltiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 6 è positivo: il verso non cambia)}$$

$$\rightarrow 3x + 2x < 30$$

→ $5x < 30$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 5, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x < 6$

→ $x < 6$, cioè $S = (-\infty, 6)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $0 < 5$, vera; con $x = 6$ resta $5 < 5$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 317.

→ $\frac{x}{4} - \frac{x}{8} \geq 1$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 8: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 8 è positivo: il verso non cambia)

→ $2x - x \geq 8$

→ $x \geq 8$ (si sommano i termini simili)

→ $x \geq 8$ (si sommano i termini simili)

→ $x \geq 8$, cioè $S = [8, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 8$ resta $1 \geq 1$, vera; con $x = 0$ resta $0 \geq 1$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 329.

→ $\frac{5x}{6} \leq 10$ (la disequazione di partenza)

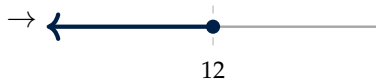
→ Il mcm dei denominatori è 6: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 6 è positivo: il verso non cambia)

→ $5x \leq 60$

→ Divido i due membri per 5, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x \leq 12$

→ $x \leq 12$, cioè $S = (-\infty, 12]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $0 \leq 10$, vera; con $x = 13$ resta $\frac{65}{6} \leq 10$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 330.

→ $\frac{x}{8} + \frac{x}{4} < 3$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 8: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 8 è positivo: il verso non cambia)

→ $x + 2x < 24$

→ $3x < 24$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x < 8$

→ $x < 8$, cioè $S = (-\infty, 8)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $0 < 3$, vera; con $x = 8$ resta $3 < 3$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 341.

→ $\frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} > \frac{1}{6}$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 6: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 6 è positivo: il verso non cambia)

→ $3(x-1) - 2x > 1$

→ $3x - 3 - 2x > 1$ (ogni termine per ogni termine)

→ $x - 3 > 1$ (si sommano i termini simili)

→ $x > 1 + 3$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $x > 4$ (si sommano i termini simili)

→ $x > 4$, cioè $S = (4, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 5$ resta $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$, vera; con $x = 0$ resta $-\frac{1}{2} > \frac{1}{6}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 342.

→ $\frac{x}{2} + 3 \leq \frac{x}{4}$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 4: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 4 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 2x + 12 \leq x$$

→ $2x - x \leq -12$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $x \leq -12$ (si sommano i termini simili)

→ $x \leq -12$, cioè $S = (-\infty, -12]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = -12$ resta $-3 \leq -3$, vera; con $x = 0$ resta $3 \leq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 356.

→ $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} \leq 2$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 6: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 6 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 3(x+3) - 2(x-1) \leq 12$$

$$\rightarrow 3x + 9 - 2(x-1) \leq 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 3x + 9 - (2x - 2) \leq 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 3x + 9 - 2x + 2 \leq 12 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow x + 11 \leq 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow x \leq 12 - 11 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow x \leq 1 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ $x \leq 1$, cioè $S = (-\infty, 1]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $\frac{11}{6} \leq 2$, vera; con $x = 2$ resta $\frac{13}{6} \leq 2$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 357.

→ $\frac{5x-2}{6} \geq \frac{x+4}{3}$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 6: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 6 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 5x - 2 \geq 2(x + 4)$$

$$\rightarrow 5x - 2 \geq 2x + 8 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

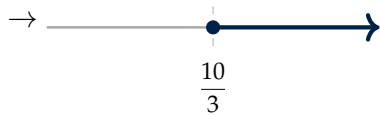
$$\rightarrow 5x - 2x \geq 8 + 2 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 3x \geq 10 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

$$\rightarrow x \geq \frac{10}{3}$$

→ $x \geq \frac{10}{3}$, cioè $S = \left[\frac{10}{3}, +\infty \right)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 4$ resta $3 \geq \frac{8}{3}$, vera; con $x = 0$ resta $-\frac{1}{3} \geq \frac{4}{3}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 371.

→ $\frac{3x+2}{4} - \frac{x-1}{6} > \frac{x+3}{12} + 1$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 12: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 12 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 3(3x+2) - 2(x-1) > (x+3) + 12$$

$$\rightarrow 9x + 6 - 2(x-1) > (x+3) + 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 9x + 6 - (2x-2) > (x+3) + 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 9x + 6 - 2x + 2 > (x+3) + 12 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 7x + 8 > (x+3) + 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 7x + 8 > x + 3 + 12 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 7x + 8 > x + 15 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

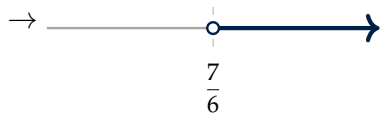
$$\rightarrow 7x - x > 15 - 8 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 6x > 7 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow$ Divido i due membri per 6, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

$$\rightarrow x > \frac{7}{6}$$

$\rightarrow x > \frac{7}{6}$, cioè $S = \left(\frac{7}{6}, +\infty\right)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 2$ resta $\frac{11}{6} > \frac{17}{12}$, vera; con $x = 0$ resta $\frac{2}{3} > \frac{5}{4}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 372.

$$\rightarrow 2 \left(\frac{x-1}{3} + 1 \right) \leq \frac{x+5}{2} \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$\rightarrow$ Il mcm dei denominatori è 6: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 6 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 4x + 8 \leq 3(x + 5)$$

$$\rightarrow 4x + 8 \leq 3x + 15 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 4x - 3x \leq 15 - 8 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow x \leq 7 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow x \leq 7$, cioè $S = (-\infty, 7]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 0$ resta $\frac{4}{3} \leq \frac{5}{2}$, vera; con $x = 8$ resta $\frac{20}{3} \leq \frac{13}{2}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 384.

$$\rightarrow \frac{x - \frac{x-2}{3}}{4} < \frac{2x+1}{6} \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 12: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 12 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 3 \left(x - \frac{x-2}{3} \right) < 2(2x+1)$$

$$\rightarrow 3 \left(x - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \right) < 2(2x+1) \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 3 \left(\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \right) < 2(2x+1) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 2x + 2 < 2(2x+1) \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 2x + 2 < 4x + 2 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 2x - 4x < 2 - 2 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -2x < 0 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ Divido i due membri per -2 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x > 0$$

→ $x > 0$, cioè $S = (0, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 1$ resta $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, vera; con $x = 0$ resta $\frac{1}{6} < \frac{1}{6}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 385.

$$\rightarrow \frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{4} + \frac{5-x}{6} \leq \frac{x-1}{12} + 1 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 12: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 12 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 4(2x-1) - 3(x+2) + 2(5-x) \leq (x-1) + 12$$

$$\rightarrow 8x - 4 - 3(x+2) + 2(5-x) \leq (x-1) + 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 8x - 4 - (3x+6) + 2(5-x) \leq (x-1) + 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 8x - 4 - 3x - 6 + 2(5-x) \leq (x-1) + 12 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 5x - 10 + 2(5-x) \leq (x-1) + 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 5x - 10 + (-2x + 10) \leq (x-1) + 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 5x - 10 - 2x + 10 \leq (x-1) + 12 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 3x \leq (x-1) + 12 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ $3x \leq x - 1 + 12$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $3x \leq x + 11$ (si sommano i termini simili)

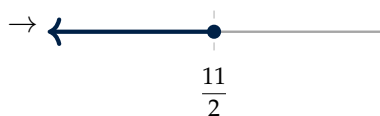
→ $3x - x \leq 11$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $2x \leq 11$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 2, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

$$\rightarrow x \leq \frac{11}{2}$$

→ $x \leq \frac{11}{2}$, cioè $S = \left(-\infty, \frac{11}{2}\right]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $0 \leq \frac{11}{12}$, vera; con $x = 6$ resta $\frac{3}{2} \leq \frac{17}{12}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 396.

$$\rightarrow \frac{x+3}{2} - \frac{x}{4} + \frac{x-1}{6} < \frac{2x+5}{12} \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 12: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 12 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 4\left(\frac{x+3}{2} - \frac{x}{4}\right) + 2(x-1) < 2x+5$$

→ $x + 6 + 2(x-1) < 2x + 5$ (ogni termine per ogni termine)

→ $x + 6 + (2x - 2) < 2x + 5$ (ogni termine per ogni termine)

→ $x + 6 + 2x - 2 < 2x + 5$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $3x + 4 < 2x + 5$ (si sommano i termini simili)

→ $3x - 2x < 5 - 4$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $x < 1$ (si sommano i termini simili)

→ $x < 1$, cioè $S = (-\infty, 1)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $\frac{1}{3} < \frac{5}{12}$, vera; con $x = 1$ resta $\frac{7}{12} < \frac{7}{12}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 397.

$$\rightarrow \frac{4x-3}{7} - \left(\frac{x+1}{7} - \frac{2x-5}{14} \right) \leq \frac{x}{2} \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 14: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 14 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 2(4x-3) - 2(x+1) + (2x-5) \leq 7x$$

$$\rightarrow 8x - 6 - 2(x+1) + (2x-5) \leq 7x \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 8x - 6 - (2x+2) + (2x-5) \leq 7x \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 8x - 6 - 2x - 2 + (2x-5) \leq 7x \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 6x - 8 + (2x-5) \leq 7x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

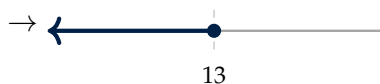
$$\rightarrow 6x - 8 + 2x - 5 \leq 7x \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 8x - 13 \leq 7x \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 8x - 7x \leq 13 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow x \leq 13 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ $x \leq 13$, cioè $S = (-\infty, 13]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $-\frac{13}{14} \leq 0$, vera; con $x = 14$ resta $\frac{99}{14} \leq 7$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 398.

$$\rightarrow 3 \left(\frac{x-1}{6} + \frac{x+2}{9} \right) - \frac{5x-4}{18} > \frac{x+1}{3} + 1 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 18: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 18 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 15x + 3 - (5x-4) > 6(x+1) + 18$$

$$\rightarrow 15x + 3 - 5x + 4 > 6(x+1) + 18 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 10x + 7 > 6(x+1) + 18 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 10x + 7 > 6x + 6 + 18 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 10x + 7 > 6x + 24 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

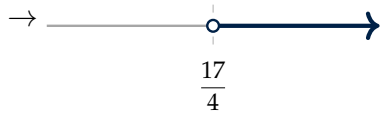
$$\rightarrow 10x - 6x > 24 - 7 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

→ $4x > 17$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 4, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

$$\rightarrow x > \frac{17}{4}$$

→ $x > \frac{17}{4}$, cioè $S = \left(\frac{17}{4}, +\infty\right)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 5$ resta $\frac{19}{6} > 3$, vera; con $x = 0$ resta $\frac{7}{18} > \frac{4}{3}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 399.

$$\rightarrow \frac{\frac{2x+5}{3} - \frac{x-4}{6}}{4} \geq \frac{2x+1}{8} \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 8: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 8 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 2 \left(\frac{2x+5}{3} - \frac{x-4}{6} \right) \geq 2x+1$$

$$\rightarrow 2 \left(\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} - \frac{1}{6}x + \frac{2}{3} \right) \geq 2x+1 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 2 \left(\frac{1}{2}x + \frac{7}{3} \right) \geq 2x+1 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow x + \frac{14}{3} \geq 2x+1 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

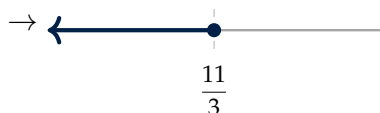
$$\rightarrow x - 2x \geq 1 - \frac{14}{3} \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -x \geq -\frac{11}{3} \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ Divido i due membri per -1 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x \leq \frac{11}{3}$$

→ $x \leq \frac{11}{3}$, cioè $S = \left(-\infty, \frac{11}{3}\right]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $\frac{7}{12} \geq \frac{1}{8}$, vera; con $x = 4$ resta $\frac{13}{12} \geq \frac{9}{8}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 400.

→ $\frac{x-6}{5} + 2\left(\frac{x+1}{10} - \frac{x-3}{2}\right) < \frac{3-x}{5} + 1$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 5: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 5 è positivo: il verso non cambia)

→ $(x-6) + (-4x+16) < (3-x) + 5$

→ $x-6-4x+16 < (3-x)+5$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-3x+10 < (3-x)+5$ (si sommano i termini simili)

→ $-3x+10 < (-x+3)+5$ (si sommano i termini simili)

→ $-3x+10 < -x+3+5$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-3x+10 < -x+8$ (si sommano i termini simili)

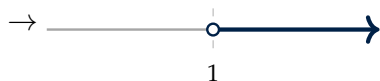
→ $-3x+x < 8-10$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-2x < -2$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per -2 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

→ $x > 1$

→ $x > 1$, cioè $S = (1, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 2$ resta $\frac{4}{5} < \frac{6}{5}$, vera; con $x = 0$ resta $2 < \frac{8}{5}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 401.

→ $\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} + \frac{x+2}{4} - \frac{x-2}{6} \geq \frac{7x+5}{12}$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 12: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 12 è positivo: il verso non cambia)

→ $6(x+1) - 4(x-1) + 3(x+2) - 2(x-2) \geq 7x+5$

→ $6x+6-4(x-1)+3(x+2)-2(x-2) \geq 7x+5$ (ogni termine per ogni termine)

→ $6x+6-(4x-4)+3(x+2)-2(x-2) \geq 7x+5$ (ogni termine per ogni termine)

→ $6x + 6 - 4x + 4 + 3(x + 2) - 2(x - 2) \geq 7x + 5$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $2x + 10 + 3(x + 2) - 2(x - 2) \geq 7x + 5$ (si sommano i termini simili)

→ $2x + 10 + (3x + 6) - 2(x - 2) \geq 7x + 5$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2x + 10 + 3x + 6 - 2(x - 2) \geq 7x + 5$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $5x + 16 - 2(x - 2) \geq 7x + 5$ (si sommano i termini simili)

→ $5x + 16 - (2x - 4) \geq 7x + 5$ (ogni termine per ogni termine)

→ $5x + 16 - 2x + 4 \geq 7x + 5$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $3x + 20 \geq 7x + 5$ (si sommano i termini simili)

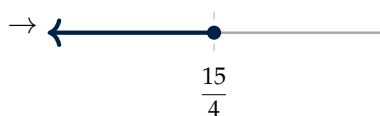
→ $3x - 7x \geq 5 - 20$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-4x \geq -15$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per -4 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x \leq \frac{15}{4}$$

→ $x \leq \frac{15}{4}$, cioè $S = \left(-\infty, \frac{15}{4}\right]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $\frac{5}{3} \geq \frac{5}{12}$, vera; con $x = 4$ resta $\frac{8}{3} \geq \frac{11}{4}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 402.

$$\rightarrow \frac{\frac{3(x-1)}{4} - \frac{x+5}{8}}{2} \leq \frac{x-2}{16} + 1 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 16: moltiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 16 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 8 \left(\frac{3(x-1)}{4} - \frac{x+5}{8} \right) \leq (x-2) + 16$$

$$\rightarrow 8 \left(\frac{3x-3}{4} - \frac{x+5}{8} \right) \leq (x-2) + 16 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 8 \left(\frac{3}{4}x - \frac{3}{4} - \frac{x+5}{8} \right) \leq (x-2) + 16 \text{ (una frazione con un numero sotto e' solo un coefficiente)}$$

$$\rightarrow 8 \left(\frac{3}{4}x - \frac{3}{4} - \frac{1}{8}x - \frac{5}{8} \right) \leq (x-2) + 16 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 8 \left(\frac{5}{8}x - \frac{11}{8} \right) \leq (x - 2) + 16 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 5x - 11 \leq (x - 2) + 16 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 5x - 11 \leq x - 2 + 16 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 5x - 11 \leq x + 14 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

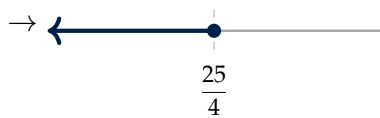
$$\rightarrow 5x - x \leq 14 + 11 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 4x \leq 25 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{Divido i due membri per 4, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)}$$

$$\rightarrow x \leq \frac{25}{4}$$

$$\rightarrow x \leq \frac{25}{4}, \text{ cioè } S = \left(-\infty, \frac{25}{4} \right] \text{ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)}$$



$$\rightarrow \text{Verifica: con } x = 0 \text{ resta } -\frac{11}{16} \leq \frac{7}{8}, \text{ vera; con } x = 7 \text{ resta } \frac{3}{2} \leq \frac{21}{16}, \text{ falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)}$$

Esercizio 403.

$$\rightarrow \frac{2x - 7}{9} - \left(\frac{x - 1}{3} - \frac{x + 2}{18} \right) > \frac{x - 4}{6} \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow \text{Il mcm dei denominatori è 18: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 18 è positivo: il verso non cambia)}$$

$$\rightarrow 2(2x - 7) - 6(x - 1) + (x + 2) > 3(x - 4)$$

$$\rightarrow 4x - 14 - 6(x - 1) + (x + 2) > 3(x - 4) \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 4x - 14 - (6x - 6) + (x + 2) > 3(x - 4) \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 4x - 14 - 6x + 6 + (x + 2) > 3(x - 4) \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow -2x - 8 + (x + 2) > 3(x - 4) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -2x - 8 + x + 2 > 3(x - 4) \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow -x - 6 > 3(x - 4) \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -x - 6 > 3x - 12 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

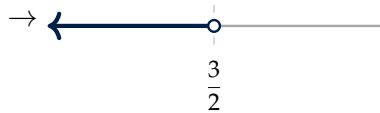
$$\rightarrow -x - 3x > -12 + 6 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -4x > -6 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ Divido i due membri per -4 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x < \frac{3}{2}$$

→ $x < \frac{3}{2}$, cioè $S = \left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $-\frac{1}{3} > -\frac{2}{3}$, vera; con $x = 2$ resta $-\frac{4}{9} > -\frac{1}{3}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 404.

$$\rightarrow 4 \left(\frac{x+2}{5} - \frac{2x-1}{10} \right) + \frac{x-3}{2} \leq \frac{x+7}{10} \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 10: moltiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 10 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 20 + 5(x-3) \leq x+7$$

$$\rightarrow 20 + (5x - 15) \leq x+7 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 20 + 5x - 15 \leq x+7 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 5x + 5 \leq x+7 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 5x - x \leq 7 - 5 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 4x \leq 2 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ Divido i due membri per 4, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

$$\rightarrow x \leq \frac{1}{2}$$

→ $x \leq \frac{1}{2}$, cioè $S = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $\frac{1}{2} \leq \frac{7}{10}$, vera; con $x = 1$ resta $1 \leq \frac{4}{5}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 405.

$$\rightarrow \frac{\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{2}}{3} - \frac{x-5}{6} > \frac{x+3}{9} + 1 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

→ Il mcm dei denominatori è 18: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 18 è positivo: il verso non cambia)

$$\rightarrow 6 \left(\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{2} \right) - 3(x-5) > 2(x+3) + 18$$

$$\rightarrow 6 \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \right) - 3(x-5) > 2(x+3) + 18 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 6x - 3(x-5) > 2(x+3) + 18 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 6x - (3x - 15) > 2(x+3) + 18 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 6x - 3x + 15 > 2(x+3) + 18 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 3x + 15 > 2(x+3) + 18 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

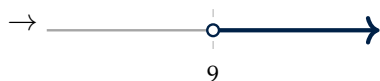
$$\rightarrow 3x + 15 > 2x + 6 + 18 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 3x + 15 > 2x + 24 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 3x - 2x > 24 - 15 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow x > 9 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ $x > 9$, cioè $S = (9, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 10$ resta $\frac{5}{2} > \frac{22}{9}$, vera; con $x = 0$ resta $\frac{5}{6} > \frac{4}{3}$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

7. Sempre verificate, mai verificate, casi limite**Esercizio 406.**

$$\rightarrow 2(x+1) < 2x+5 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow 2x+2 < 2x+5 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 2x-2x < 5-2 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 0 \cdot x < 3 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ L'incognita è sparita e resta $0 < 3$, che è vera. (quello che resta non dipende più da x)

→ $S = \mathbb{R}$: la disequazione è verificata da ogni numero reale (ogni numero la verifica, quindi va bene tutto)

Esercizio 407.

- $3(x - 2) > 3x - 6$ (la disequazione di partenza)
- $3x - 6 > 3x - 6$ (ogni termine per ogni termine)
- $3x - 3x > -6 + 6$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)
- $0 \cdot x > 0$ (si sommano i termini simili)
- L'incognita è sparita e resta $0 > 0$, che è **falsa**. (quello che resta non dipende più da x)
- $S = \emptyset$: la disequazione non è mai verificata (nessun numero la verifica, quindi non c'è soluzione)

Esercizio 428.

- $(x + 1)^2 \geq x^2 + 2x + 1$ (la disequazione di partenza)
- $x^2 + 2x + 1 \geq x^2 + 2x + 1$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)
- $x^2 + 2x - x^2 - 2x \geq 1 - 1$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)
- $0 \cdot x \geq 0$ (si sommano i termini simili)
- L'incognita è sparita e resta $0 \geq 0$, che è **vera**. (quello che resta non dipende più da x)
- $S = \mathbb{R}$: la disequazione è verificata da ogni numero reale (ogni numero la verifica, quindi va bene tutto)

Esercizio 429.

- $(x - 2)^2 < x^2 - 4x + 5$ (la disequazione di partenza)
- $x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 < x^2 - 4x + 5$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)
- $x^2 - 4x + 4 < x^2 - 4x + 5$ (si sommano i termini simili)
- $x^2 - 4x - x^2 + 4x < 5 - 4$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)
- $0 \cdot x < 1$ (si sommano i termini simili)
- L'incognita è sparita e resta $0 < 1$, che è **vera**. (quello che resta non dipende più da x)
- $S = \mathbb{R}$: la disequazione è verificata da ogni numero reale (ogni numero la verifica, quindi va bene tutto)

Esercizio 451.

- $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 > 6x^2 + 2$ (la disequazione di partenza)

→ $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - (x - 1)^3 > 6x^2 + 2$ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)

→ $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) > 6x^2 + 2$ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)

→ $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 > 6x^2 + 2$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $6x^2 + 2 > 6x^2 + 2$ (si sommano i termini simili)

→ $6x^2 - 6x^2 > 2 - 2$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $0 \cdot x > 0$ (si sommano i termini simili)

→ L'incognita è sparita e resta $0 > 0$, che è **falsa**. (quello che resta non dipende più da x)

→ $S = \emptyset$: la disequazione non è mai verificata (nessun numero la verifica, quindi non c'è soluzione)

Esercizio 452.

→ $(x + 2)^2 - (x + 1)^2 \leq 2x + 3$ (la disequazione di partenza)

→ $x^2 + 2x \cdot 2 + 2^2 - (x + 1)^2 \leq 2x + 3$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $x^2 + 4x + 4 - (x + 1)^2 \leq 2x + 3$ (si sommano i termini simili)

→ $x^2 + 4x + 4 - (x^2 + 2x + 1) \leq 2x + 3$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $x^2 + 4x + 4 - x^2 - 2x - 1 \leq 2x + 3$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $2x + 3 \leq 2x + 3$ (si sommano i termini simili)

→ $2x - 2x \leq 3 - 3$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $0 \cdot x \leq 0$ (si sommano i termini simili)

→ L'incognita è sparita e resta $0 \leq 0$, che è **vera**. (quello che resta non dipende più da x)

→ $S = \mathbb{R}$: la disequazione è verificata da ogni numero reale (ogni numero la verifica, quindi va bene tutto)

Esercizio 453.

→ $\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} \geq \frac{5x-1}{6}$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 6: moltiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 6 è positivo: il verso non cambia)

→ $3(x-1) + 2(x+1) \geq 5x-1$

→ $3x - 3 + 2(x+1) \geq 5x - 1$ (ogni termine per ogni termine)

→ $3x - 3 + (2x + 2) \geq 5x - 1$ (ogni termine per ogni termine)

→ $3x - 3 + 2x + 2 \geq 5x - 1$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

$$\rightarrow 5x - 1 \geq 5x - 1 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 5x - 5x \geq -1 + 1 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 0 \cdot x \geq 0 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{L'incognita è sparita e resta } 0 \geq 0, \text{ che è vera. (quello che resta non dipende più da } x)$$

$$\rightarrow S = \mathbb{R}: \text{ la disequazione è verificata da ogni numero reale (ogni numero la verifica, quindi va bene tutto)}$$

Esercizio 454.

$$\rightarrow \frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{3} < \frac{x+2}{3} \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow \text{Il mcm dei denominatori è 3: moltiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 3 è positivo: il verso non cambia)}$$

$$\rightarrow (2x+1) - (x-1) < x+2$$

$$\rightarrow 2x+1-x+1 < x+2 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow x+2 < x+2 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow x-x < 2-2 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 0 \cdot x < 0 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{L'incognita è sparita e resta } 0 < 0, \text{ che è falsa. (quello che resta non dipende più da } x)$$

$$\rightarrow S = \emptyset: \text{ la disequazione non è mai verificata (nessun numero la verifica, quindi non c'è soluzione)}$$

Esercizio 455.

$$\rightarrow (x+3)^3 - (x-3)^3 - 18x^2 > 54 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow x^3 + 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 + 3^3 - (x^3 - 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 - 3^3) - 18x^2 > 54 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^3 - 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 - 3^3) - 18x^2 > 54 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^3 - 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 - 3^3) - 18x^2 > 54 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) - 18x^2 > 54 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - x^3 + 9x^2 - 27x + 27 - 18x^2 > 54 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 18x^2 + 54 - 18x^2 > 54 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 54 > 54 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 0 > 54 - 54 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

→ $0 \cdot x > 0$ (si sommano i termini simili)

→ L'incognita è sparita e resta $0 > 0$, che è **falsa**. (quello che resta non dipende più da x)

→ $S = \emptyset$: la disequazione non è mai verificata (nessun numero la verifica, quindi non c'è soluzione)

Esercizio 456.

→ $\frac{x-2}{4} - \frac{x+2}{6} \leq \frac{x-14}{12}$ (la disequazione di partenza)

→ Il mcm dei denominatori è 12: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 12 è positivo: il verso non cambia)

→ $3(x-2) - 2(x+2) \leq x-14$

→ $3x-6-2(x+2) \leq x-14$ (ogni termine per ogni termine)

→ $3x-6-(2x+4) \leq x-14$ (ogni termine per ogni termine)

→ $3x-6-2x-4 \leq x-14$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $x-10 \leq x-14$ (si sommano i termini simili)

→ $x-x \leq -14+10$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $0 \cdot x \leq -4$ (si sommano i termini simili)

→ L'incognita è sparita e resta $0 \leq -4$, che è **falsa**. (quello che resta non dipende più da x)

→ $S = \emptyset$: la disequazione non è mai verificata (nessun numero la verifica, quindi non c'è soluzione)

Esercizio 457.

→ $3(x-1)^2 - 3(x+1)^2 \geq -12x$ (la disequazione di partenza)

→ $3(x^2-2x+1) - 3(x+1)^2 \geq -12x$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $3x^2-6x+3-3(x+1)^2 \geq -12x$ (ogni termine per ogni termine)

→ $3x^2-6x+3-3(x^2+2x+1) \geq -12x$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $3x^2-6x+3-(3x^2+6x+3) \geq -12x$ (ogni termine per ogni termine)

→ $3x^2-6x+3-3x^2-6x-3 \geq -12x$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-12x \geq -12x$ (si sommano i termini simili)

→ $-12x+12x \geq 0$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $0 \cdot x \geq 0$ (si sommano i termini simili)

→ L'incognita è sparita e resta $0 \geq 0$, che è **vera**. (quello che resta non dipende più da x)

→ $S = \mathbb{R}$: la disequazione è verificata da ogni numero reale (ogni numero la verifica, quindi va bene tutto)

Esercizio 458.

$$\rightarrow (2x - 1)^3 - 8x^3 + 12x^2 < 6x + 5 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 + 3 \cdot 2x - 1 - 8x^3 + 12x^2 < 6x + 5 \text{ (cubo del primo, tre volte il quadrato del primo per il secondo, tre volte il primo per il quadrato del secondo, cubo del secondo)}$$

$$\rightarrow 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 - 8x^3 + 12x^2 < 6x + 5 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -12x^2 + 6x - 1 + 12x^2 < 6x + 5 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 6x - 1 < 6x + 5 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 6x - 6x < 5 + 1 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 0 \cdot x < 6 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{L'incognita è sparita e resta } 0 < 6, \text{ che è } \textbf{vera}. \text{ (quello che resta non dipende più da } x \text{)}$$

$$\rightarrow S = \mathbb{R}: \text{ la disequazione è verificata da ogni numero reale (ogni numero la verifica, quindi va bene tutto)}$$

Esercizio 459.

$$\rightarrow \frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{2} > 1 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow \text{Il mcm dei denominatori è 2: moltiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 2 è positivo: il verso non cambia)}$$

$$\rightarrow (x+1) - (x-1) > 2$$

$$\rightarrow x+1-x+1 > 2 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow 2 > 2 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow 0 > 2 - 2 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow 0 \cdot x > 0 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow \text{L'incognita è sparita e resta } 0 > 0, \text{ che è } \textbf{falsa}. \text{ (quello che resta non dipende più da } x \text{)}$$

$$\rightarrow S = \emptyset: \text{ la disequazione non è mai verificata (nessun numero la verifica, quindi non c'è soluzione)}$$

Esercizio 460.

$$\rightarrow \frac{3x-2}{5} - \frac{3x+3}{5} \leq -1 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow \text{Il mcm dei denominatori è 5: moltiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 5 è positivo: il verso non cambia)}$$

$$\rightarrow (3x-2) - (3x+3) \leq -5$$

$$\rightarrow 3x-2-3x-3 \leq -5 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

→ $-5 \leq -5$ (si sommano i termini simili)

→ $0 \leq -5 + 5$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $0 \cdot x \leq 0$ (si sommano i termini simili)

→ L'incognita è sparita e resta $0 \leq 0$, che è vera. (quello che resta non dipende più da x)

→ $S = \mathbb{R}$: la disequazione è verificata da ogni numero reale (ogni numero la verifica, quindi va bene tutto)

8. Disequazioni letterali e discussione

Esercizio 461.

→ $(a - 2)x < 3$ (la disequazione di partenza)

→ $ax - 2x < 3$ (ogni termine per ogni termine)

→ Il coefficiente di x è $a - 2$: prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a - 2 > 0$ quando $a > 2$; $a - 2 < 0$ quando $a < 2$; $a - 2 = 0$ quando $a = 2$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 2$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x < \frac{3}{a - 2}$

→ **Secondo caso**, $a < 2$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x > \frac{3}{a - 2}$

→ **Terzo caso**, $a = 2$: resta $0 \cdot x < 3$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 462.

→ $ax > 2a$ (la disequazione di partenza)

→ Il coefficiente di x è a : prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a > 0$ quando $a > 0$; $a < 0$ quando $a < 0$; $a = 0$ quando $a = 0$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 0$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x > 2$

→ **Secondo caso**, $a < 0$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x < 2$

→ **Terzo caso**, $a = 0$: resta $0 \cdot x > 0$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 476.

→ $(m + 1)x \geq m^2 - 1$ (la disequazione di partenza)

→ $mx + x \geq m^2 - 1$ (ogni termine per ogni termine)

→ Il coefficiente di x è $m + 1$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da m . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $m + 1 > 0$ quando $m > -1$; $m + 1 < 0$ quando $m < -1$; $m + 1 = 0$ quando $m = -1$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $m > -1$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \geq m - 1$

→ **Secondo caso**, $m < -1$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \leq m - 1$

→ **Terzo caso**, $m = -1$: resta $0 \cdot x \geq 0$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 477.

→ $(a - 5)x > 2a - 10$ (la disequazione di partenza)

→ $ax - 5x > 2a - 10$ (ogni termine per ogni termine)

→ Il coefficiente di x è $a - 5$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a - 5 > 0$ quando $a > 5$; $a - 5 < 0$ quando $a < 5$; $a - 5 = 0$ quando $a = 5$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 5$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x > 2$

→ **Secondo caso**, $a < 5$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x < 2$

→ **Terzo caso**, $a = 5$: resta $0 \cdot x > 0$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 491.

→ $k(x - 2) + 3 < x + k$ (la disequazione di partenza)

→ $kx - 2k + 3 < x + k$ (ogni termine per ogni termine)

→ $kx - x < k + 2k - 3$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $kx - x < 3k - 3$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $k - 1$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da k . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $k - 1 > 0$ quando $k > 1$; $k - 1 < 0$ quando $k < 1$; $k - 1 = 0$ quando $k = 1$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $k > 1$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x < 3$

→ **Secondo caso**, $k < 1$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x > 3$

→ **Terzo caso**, $k = 1$: resta $0 \cdot x < 0$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 492.

→ $(a - 1)(x + 1) > a - 1$ (la disequazione di partenza)

→ $ax + a - x - 1 > a - 1$ (ogni termine per ogni termine)

→ $ax - x > a - 1 - a + 1$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $ax - x > 0$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $a - 1$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a - 1 > 0$ quando $a > 1$; $a - 1 < 0$ quando $a < 1$; $a - 1 = 0$ quando $a = 1$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 1$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x > 0$

→ **Secondo caso**, $a < 1$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x < 0$

→ **Terzo caso**, $a = 1$: resta $0 \cdot x > 0$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 506.

→ $a(x - 1) > 2x + a$ (la disequazione di partenza)

→ $ax - a > 2x + a$ (ogni termine per ogni termine)

→ $ax - 2x > a + a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $ax - 2x > 2a$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $a - 2$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a - 2 > 0$ quando $a > 2$; $a - 2 < 0$ quando $a < 2$; $a - 2 = 0$ quando $a = 2$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 2$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x > \frac{2a}{a - 2}$

→ **Secondo caso**, $a < 2$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x < \frac{2a}{a-2}$

→ **Terzo caso**, $a = 2$: resta $0 \cdot x > 4$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 507.

→ $(a-1)x + 2 \leq a+1$ (la disequazione di partenza)

→ $ax - x + 2 \leq a+1$ (ogni termine per ogni termine)

→ $ax - x \leq a+1-2$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $ax - x \leq a-1$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $a-1$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a-1 > 0$ quando $a > 1$; $a-1 < 0$ quando $a < 1$; $a-1 = 0$ quando $a = 1$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 1$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \leq 1$

→ **Secondo caso**, $a < 1$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \geq 1$

→ **Terzo caso**, $a = 1$: resta $0 \cdot x \leq 0$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 508.

→ $ax + 2 < 2x + a$ (la disequazione di partenza)

→ $ax - 2x < a-2$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ Il coefficiente di x è $a-2$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a-2 > 0$ quando $a > 2$; $a-2 < 0$ quando $a < 2$; $a-2 = 0$ quando $a = 2$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 2$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x < 1$

→ **Secondo caso**, $a < 2$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x > 1$

→ **Terzo caso**, $a = 2$: resta $0 \cdot x < 0$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 509.

→ $2(x + a) \geq a(x + 2)$ (la disequazione di partenza)

→ $2a + 2x \geq a(x + 2)$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2a + 2x \geq ax + 2a$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2x - ax \geq 2a - 2a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-ax + 2x \geq 0$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $-a + 2$: prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $-a + 2 > 0$ quando $a < 2$; $-a + 2 < 0$ quando $a > 2$; $-a + 2 = 0$ quando $a = 2$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a < 2$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \geq 0$

→ **Secondo caso**, $a > 2$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \leq 0$

→ **Terzo caso**, $a = 2$: resta $0 \cdot x \geq 0$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 510.

→ $(k + 1)x - k > x + 1$ (la disequazione di partenza)

→ $kx + x - k > x + 1$ (ogni termine per ogni termine)

→ $kx - k + x > x + 1$ (si sommano i termini simili)

→ $kx + x - x > 1 + k$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $kx > k + 1$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è k : prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da k . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $k > 0$ quando $k > 0$; $k < 0$ quando $k < 0$; $k = 0$ quando $k = 0$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $k > 0$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x > \frac{k+1}{k}$

→ **Secondo caso**, $k < 0$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x < \frac{k+1}{k}$

→ **Terzo caso**, $k = 0$: resta $0 \cdot x > 1$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 511.

→ $a(2x - 1) \leq x + a$ (la disequazione di partenza)

→ $2ax - a \leq x + a$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2ax - x \leq a + a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $2ax - x \leq 2a$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $2a - 1$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $2a - 1 > 0$ quando $a > \frac{1}{2}$; $2a - 1 < 0$ quando $a < \frac{1}{2}$; $2a - 1 = 0$ quando $a = \frac{1}{2}$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > \frac{1}{2}$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \leq \frac{2a}{2a - 1}$

→ **Secondo caso**, $a < \frac{1}{2}$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \geq \frac{2a}{2a - 1}$

→ **Terzo caso**, $a = \frac{1}{2}$: resta $0 \cdot x \leq 1$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 512.

→ $(k - 2)x + k < 2x$ (la disequazione di partenza)

→ $kx - 2x + k < 2x$ (ogni termine per ogni termine)

→ $kx + k - 2x < 2x$ (si sommano i termini simili)

→ $kx - 2x - 2x < -k$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $kx - 4x < -k$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $k - 4$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da k . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $k - 4 > 0$ quando $k > 4$; $k - 4 < 0$ quando $k < 4$; $k - 4 = 0$ quando $k = 4$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $k > 4$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x < \frac{-k}{k - 4}$

→ **Secondo caso**, $k < 4$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x > \frac{-k}{k - 4}$

→ **Terzo caso**, $k = 4$: resta $0 \cdot x < -4$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 513.

→ $3(x - a) \geq a(3 - x)$ (la disequazione di partenza)

→ $-3a + 3x \geq a(3 - x)$ (ogni termine per ogni termine)

→ $-3a + 3x \geq -ax + 3a$ (ogni termine per ogni termine)

→ $3x + ax \geq 3a + 3a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $ax + 3x \geq 6a$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $a + 3$: prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a + 3 > 0$ quando $a > -3$; $a + 3 < 0$ quando $a < -3$; $a + 3 = 0$ quando $a = -3$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > -3$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \geq \frac{6a}{a+3}$

→ **Secondo caso**, $a < -3$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \leq \frac{6a}{a+3}$

→ **Terzo caso**, $a = -3$: resta $0 \cdot x \geq -18$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 514.

→ $b(2x - 1) \geq -2x + 4 + b$ (la disequazione di partenza)

→ $2bx - b \geq -2x + 4 + b$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2bx + 2x \geq b + 4 + b$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $2bx + 2x \geq 2b + 4$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $2b + 2$: prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da b . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $2b + 2 > 0$ quando $b > -1$; $2b + 2 < 0$ quando $b < -1$; $2b + 2 = 0$ quando $b = -1$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $b > -1$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \geq \frac{2b+4}{2b+2}$

→ **Secondo caso**, $b < -1$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \leq \frac{2b+4}{2b+2}$

→ **Terzo caso**, $b = -1$: resta $0 \cdot x \geq 2$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 515.

→ $3ax - a - 6a > -2 + 4ax$ (la disequazione di partenza)

→ $3ax - 7a > -2 + 4ax$ (si sommano i termini simili)

→ $3ax - 4ax > -2 + 7a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-ax > 7a - 2$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $-a$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $-a > 0$ quando $a < 0$; $-a < 0$ quando $a > 0$; $-a = 0$ quando $a = 0$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a < 0$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x > \frac{7a - 2}{-a}$

→ **Secondo caso**, $a > 0$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x < \frac{7a - 2}{-a}$

→ **Terzo caso**, $a = 0$: resta $0 \cdot x > -2$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 516.

→ $(a - 1)x - (1 - a)(1 + a) < 0$ (la disequazione di partenza)

→ $ax - x - (1 - a)(1 + a) < 0$ (ogni termine per ogni termine)

→ $ax - x - (-a + 1)(1 + a) < 0$ (si sommano i termini simili)

→ $ax - x - (-a^2 - a + a + 1) < 0$ (ogni termine per ogni termine)

→ $ax - x - (-a^2 + 1) < 0$ (si sommano i termini simili)

→ $ax - x + a^2 - 1 < 0$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $a^2 + ax - x - 1 < 0$ (si sommano i termini simili)

→ $ax - x < -a^2 + 1$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ Il coefficiente di x è $a - 1$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a - 1 > 0$ quando $a > 1$; $a - 1 < 0$ quando $a < 1$; $a - 1 = 0$ quando $a = 1$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 1$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x < -a - 1$

→ **Secondo caso**, $a < 1$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x > -a - 1$

→ **Terzo caso**, $a = 1$: resta $0 \cdot x < 0$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 517.

→ $a(x - 3) \leq x - 1$ (la disequazione di partenza)

→ $ax - 3a \leq x - 1$ (ogni termine per ogni termine)

→ $ax - x \leq -1 + 3a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $ax - x \leq 3a - 1$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $a - 1$: prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a - 1 > 0$ quando $a > 1$; $a - 1 < 0$ quando $a < 1$; $a - 1 = 0$ quando $a = 1$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 1$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \leq \frac{3a - 1}{a - 1}$

→ **Secondo caso**, $a < 1$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \geq \frac{3a - 1}{a - 1}$

→ **Terzo caso**, $a = 1$: resta $0 \cdot x \leq 2$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 518.

→ $x - a(x - 1) > x(1 + a)$ (la disequazione di partenza)

→ $x - (ax - a) > x(1 + a)$ (ogni termine per ogni termine)

→ $x - ax + a > x(1 + a)$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-ax + a + x > x(1 + a)$ (si sommano i termini simili)

→ $-ax + a + x > ax + x$ (ogni termine per ogni termine)

→ $-ax + x - ax - x > -a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-2ax > -a$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $-2a$: prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $-2a > 0$ quando $a < 0$; $-2a < 0$ quando $a > 0$; $-2a = 0$ quando $a = 0$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a < 0$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x > \frac{1}{2}$

→ **Secondo caso**, $a > 0$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x < \frac{1}{2}$

→ **Terzo caso**, $a = 0$: resta $0 \cdot x > 0$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

$$\rightarrow S = \emptyset$$

Esercizio 519.

$$\rightarrow 3x - a(x - a) < (a - 1)(a + 1) + a + 4 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow 3x - (-a^2 + ax) < (a - 1)(a + 1) + a + 4 \text{ (ogni termine per ogni termine)}$$

$$\rightarrow 3x + a^2 - ax < (a - 1)(a + 1) + a + 4 \text{ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)}$$

$$\rightarrow a^2 - ax + 3x < (a - 1)(a + 1) + a + 4 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow a^2 - ax + 3x < a^2 - 1^2 + a + 4 \text{ (somma per differenza: quadrato del primo meno quadrato del secondo)}$$

$$\rightarrow a^2 - ax + 3x < a^2 - 1 + a + 4 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow a^2 - ax + 3x < a^2 + a - 1 + 4 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow a^2 - ax + 3x < a^2 + a + 3 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -ax + 3x < a^2 + a + 3 - a^2 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -ax + 3x < a + 3 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow$ Il coefficiente di x è $-a + 3$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

$\rightarrow -a + 3 > 0$ quando $a < 3$; $-a + 3 < 0$ quando $a > 3$; $-a + 3 = 0$ quando $a = 3$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

$$\rightarrow \text{Primo caso, } a < 3: \text{ il coefficiente è positivo, il verso resta. } x < \frac{a + 3}{-a + 3}$$

$$\rightarrow \text{Secondo caso, } a > 3: \text{ il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. } x > \frac{a + 3}{-a + 3}$$

$\rightarrow$ **Terzo caso, } a = 3: resta $0 \cdot x < 6$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)**

$$\rightarrow S = \mathbb{R}$$

Esercizio 520.

$$\rightarrow ax - a^2 \geq 3x - 9 \text{ (la disequazione di partenza)}$$

$$\rightarrow ax - 3x \geq -9 + a^2 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow ax - 3x \geq a^2 - 9 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow$ Il coefficiente di x è $a - 3$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

$\rightarrow a - 3 > 0$ quando $a > 3$; $a - 3 < 0$ quando $a < 3$; $a - 3 = 0$ quando $a = 3$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 3$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \geq a + 3$

→ **Secondo caso**, $a < 3$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \leq a + 3$

→ **Terzo caso**, $a = 3$: resta $0 \cdot x \geq 0$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 521.

→ $4x - a \leq a(x + 2)$ (la disequazione di partenza)

→ $-a + 4x \leq ax + 2a$ (ogni termine per ogni termine)

→ $4x - ax \leq 2a + a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-ax + 4x \leq 3a$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $-a + 4$: prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $-a + 4 > 0$ quando $a < 4$; $-a + 4 < 0$ quando $a > 4$; $-a + 4 = 0$ quando $a = 4$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a < 4$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \leq \frac{3a}{-a + 4}$

→ **Secondo caso**, $a > 4$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \geq \frac{3a}{-a + 4}$

→ **Terzo caso**, $a = 4$: resta $0 \cdot x \leq 12$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 522.

→ $2(ax - 1) \leq a(x + 3) - 5$ (la disequazione di partenza)

→ $2ax - 2 \leq a(x + 3) - 5$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2ax - 2 \leq ax + 3a - 5$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2ax - ax \leq 3a - 5 + 2$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $ax \leq 3a - 3$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è a : prima di dividere devo sapere che segno ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $a > 0$ quando $a > 0$; $a < 0$ quando $a < 0$; $a = 0$ quando $a = 0$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a > 0$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \leq \frac{3a-3}{a}$

→ **Secondo caso**, $a < 0$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \geq \frac{3a-3}{a}$

→ **Terzo caso**, $a = 0$: resta $0 \cdot x \leq -3$, falsa sempre. (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \emptyset$

Esercizio 523.

→ $2x - a(x - 2) \geq 4 - 3a$ (la disequazione di partenza)

→ $2x - (ax - 2a) \geq 4 - 3a$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2x - ax + 2a \geq 4 - 3a$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $-ax + 2a + 2x \geq 4 - 3a$ (si sommano i termini simili)

→ $-ax + 2x \geq -3a + 4 - 2a$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-ax + 2x \geq -5a + 4$ (si sommano i termini simili)

→ Il coefficiente di x è $-a + 2$: prima di dividere devo sapere che **segno** ha, e dipende da a . (dividere per un numero positivo lascia il verso, per un negativo lo rovescia, e per zero non si può)

→ $-a + 2 > 0$ quando $a < 2$; $-a + 2 < 0$ quando $a > 2$; $-a + 2 = 0$ quando $a = 2$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre)

→ **Primo caso**, $a < 2$: il coefficiente è positivo, il verso resta. $x \geq \frac{-5a+4}{-a+2}$

→ **Secondo caso**, $a > 2$: il coefficiente è negativo, il verso si rovescia. $x \leq \frac{-5a+4}{-a+2}$

→ **Terzo caso**, $a = 2$: resta $0 \cdot x \geq -6$, vera per ogni x . (il coefficiente si annulla: qui non si divide, si guarda cosa resta)

→ $S = \mathbb{R}$

Esercizio 524.

→ $2(x+k)^2 - 2(x-k)^2 \leq 8kx - 4k$ (la disequazione di partenza)

→ $2(k^2 + 2k \cdot x + x^2) - 2(x-k)^2 \leq 8kx - 4k$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $2(k^2 + 2kx + x^2) - 2(x-k)^2 \leq 8kx - 4k$ (si sommano i termini simili)

→ $2k^2 + 4kx + 2x^2 - 2(x-k)^2 \leq 8kx - 4k$ (ogni termine per ogni termine)

→ $2k^2 + 4kx + 2x^2 - 2(-k+x)^2 \leq 8kx - 4k$ (si sommano i termini simili)

→ $2k^2 + 4kx + 2x^2 - 2(k^2 - 2k \cdot x + x^2) \leq 8kx - 4k$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

- $\rightarrow 2k^2 + 4kx + 2x^2 - 2(k^2 - 2kx + x^2) \leq 8kx - 4k$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow 2k^2 + 4kx + 2x^2 - (2k^2 - 4kx + 2x^2) \leq 8kx - 4k$ (ogni termine per ogni termine)
 $\rightarrow 2k^2 + 4kx + 2x^2 - 2k^2 + 4kx - 2x^2 \leq 8kx - 4k$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)
 $\rightarrow 8kx \leq 8kx - 4k$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow 8kx - 8kx \leq -4k$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)
 $\rightarrow 0 \cdot x \leq -4k$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow$ L'incognita è sparita: resta $0 \leq -4k$, che non dipende più da x ma da k . (la domanda non è più «quali x », ma «per quali k »)
 $\rightarrow 0 \leq -4k$ vuol dire $-4k \geq 0$, cioè $k \leq 0$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre, segno del coefficiente compreso)
 $\rightarrow$ Quindi: se $k \leq 0$ la disequazione è **sempre verificata** e $S = \mathbb{R}$; altrimenti è **mai verificata** e $S = \emptyset$.

Esercizio 525.

- $\rightarrow 3(x - a)^2 - 3(x + a)^2 + 12ax > 2a - 6$ (la disequazione di partenza)
 $\rightarrow 3(a^2 - 2a \cdot x + x^2) - 3(x + a)^2 + 12ax > 2a - 6$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)
 $\rightarrow 3(a^2 - 2ax + x^2) - 3(x + a)^2 + 12ax > 2a - 6$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow 3a^2 - 6ax + 3x^2 - 3(x + a)^2 + 12ax > 2a - 6$ (ogni termine per ogni termine)
 $\rightarrow 3a^2 - 6ax + 3x^2 - 3(a + x)^2 + 12ax > 2a - 6$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow 3a^2 - 6ax + 3x^2 - 3(a^2 + 2a \cdot x + x^2) + 12ax > 2a - 6$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)
 $\rightarrow 3a^2 - 6ax + 3x^2 - 3(a^2 + 2ax + x^2) + 12ax > 2a - 6$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow 3a^2 - 6ax + 3x^2 - (3a^2 + 6ax + 3x^2) + 12ax > 2a - 6$ (ogni termine per ogni termine)
 $\rightarrow 3a^2 - 6ax + 3x^2 - 3a^2 - 6ax - 3x^2 + 12ax > 2a - 6$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)
 $\rightarrow -12ax + 12ax > 2a - 6$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow 0 > 2a - 6$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow 0 \cdot x > 2a - 6$ (si sommano i termini simili)
 $\rightarrow$ L'incognita è sparita: resta $0 > 2a - 6$, che non dipende più da x ma da a . (la domanda non è più «quali x », ma «per quali a »)
 $\rightarrow 0 > 2a - 6$ vuol dire $2a - 6 < 0$, cioè $a < 3$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre, segno del coefficiente compreso)
 $\rightarrow$ Quindi: se $a < 3$ la disequazione è **sempre verificata** e $S = \mathbb{R}$; altrimenti è **mai verificata** e $S = \emptyset$.

Esercizio 526.

→ $(x + m)^2 - (x - m)^2 - 4mx \geq m + 3$ (la disequazione di partenza)

→ $m^2 + 2m \cdot x + x^2 - (x^2 - 2mx + m^2) - 4mx \geq m + 3$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $m^2 + 2mx + x^2 - (x^2 - 2mx + m^2) - 4mx \geq m + 3$ (si sommano i termini simili)

→ $m^2 + 2mx + x^2 - (m^2 - 2m \cdot x + x^2) - 4mx \geq m + 3$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $m^2 + 2mx + x^2 - (m^2 - 2mx + x^2) - 4mx \geq m + 3$ (si sommano i termini simili)

→ $m^2 + 2mx + x^2 - m^2 + 2mx - x^2 - 4mx \geq m + 3$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $4mx - 4mx \geq m + 3$ (si sommano i termini simili)

→ $0 \geq m + 3$ (si sommano i termini simili)

→ $0 \cdot x \geq m + 3$ (si sommano i termini simili)

→ L'incognita è sparita: resta $0 \geq m + 3$, che non dipende più da x ma da m . (la domanda non è più «quali x », ma «per quali m »)

→ $0 \geq m + 3$ vuol dire $m + 3 \leq 0$, cioè $m \leq -3$. (è una disequazione di primo grado nel parametro: si risolve come le altre, segno del coefficiente compreso)

→ Quindi: se $m \leq -3$ la disequazione è **sempre verificata** e $S = \mathbb{R}$; altrimenti è **mai verificata** e $S = \emptyset$.

Esercizio 527.

→ $kx + 1 > 5$ (la disequazione di partenza)

→ Porto l'incognita a sinistra e i numeri a destra: resta $kx > 4$. (il coefficiente e il termine noto dipendono dal parametro)

→ L'estremo dev'essere 2, quindi $\frac{4}{k} = 2$. (è la definizione di estremo, usata al contrario)

→ $4 = 2 \cdot k$, da cui $k = 2$. (equazione di primo grado nel parametro)

→ Controllo il verso: con $k = 2$ il coefficiente vale 2, positivo, quindi la soluzione è $x > 2$ — quella voluta. (il segno del coefficiente decide il verso, e va controllato)

Esercizio 528.

→ $ax - 3 \leq 9$ (la disequazione di partenza)

→ Porto l'incognita a sinistra e i numeri a destra: resta $ax \leq 12$.

→ L'estremo dev'essere 4, quindi $\frac{12}{a} = 4$. (è la definizione di estremo, usata al contrario)

→ $12 = 4 \cdot a$, da cui **a = 3**. (equazione di primo grado nel parametro)

→ Controllo il verso: con $a = 3$ il coefficiente vale 3, positivo, quindi la soluzione è $x \leq 4$ — quella voluta. (il segno del coefficiente decide il verso, e va controllato)

Esercizio 529.

→ $2x + k \geq 10$ (la disequazione di partenza)

→ Porto l'incognita a sinistra e i numeri a destra: resta $2x \geq -k + 10$.

→ L'estremo dev'essere 3, quindi $\frac{-k + 10}{2} = 3$. (è la definizione di estremo, usata al contrario)

→ $-k + 10 = 3 \cdot 2$, da cui **k = 4**. (equazione di primo grado nel parametro)

→ Controllo il verso: con $k = 4$ il coefficiente vale 2, positivo, quindi la soluzione è $x \geq 3$ — quella voluta. (il segno del coefficiente decide il verso, e va controllato)

Esercizio 530.

→ $2x - k < 1$ (la disequazione di partenza)

→ Porto l'incognita a sinistra e i numeri a destra: resta $2x < k + 1$.

→ L'estremo dev'essere 3, quindi $\frac{k + 1}{2} = 3$. (è la definizione di estremo, usata al contrario)

→ $k + 1 = 3 \cdot 2$, da cui **k = 5**. (equazione di primo grado nel parametro)

→ Controllo il verso: con $k = 5$ il coefficiente vale 2, positivo, quindi la soluzione è $x < 3$ — quella voluta. (il segno del coefficiente decide il verso, e va controllato)

9. Sistemi di disequazioni

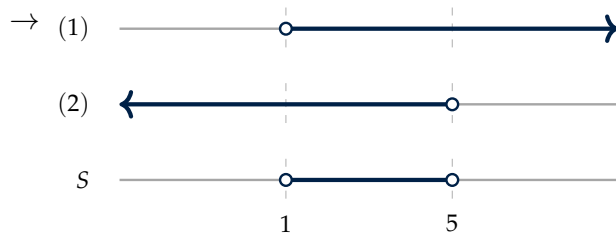
Esercizio 531.

→ $\begin{cases} x > 1 \\ x < 5 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ **(1)** $x > 1$ dà $x > 1$

→ **(2)** $x < 5$ dà $x < 5$



→ $1 < x < 5$, cioè $S = (1, 5)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

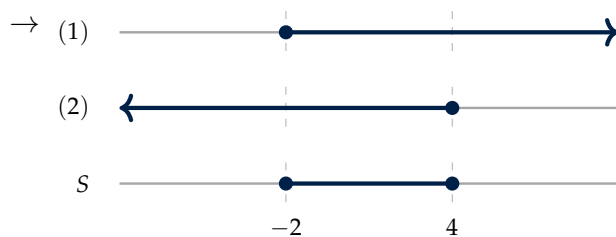
Esercizio 532.

→ $\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 4 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ (1) $x \geq -2$ dà $x \geq -2$

→ (2) $x \leq 4$ dà $x \leq 4$



→ $-2 \leq x \leq 4$, cioè $S = [-2, 4]$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

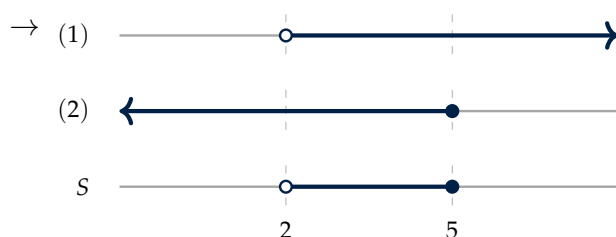
Esercizio 543.

→ $\begin{cases} 2x - 1 > 3 \\ x + 2 \leq 7 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ (1) $2x - 1 > 3$ dà $x > 2$

→ (2) $x + 2 \leq 7$ dà $x \leq 5$



→ $2 < x \leq 5$, cioè $S = (2, 5]$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

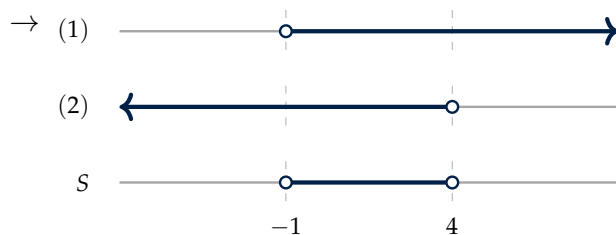
Esercizio 544.

$$\rightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 4 < 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ (1) $x + 1 > 0$ dà $x > -1$

→ (2) $x - 4 < 0$ dà $x < 4$



→ $-1 < x < 4$, cioè $S = (-1, 4)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

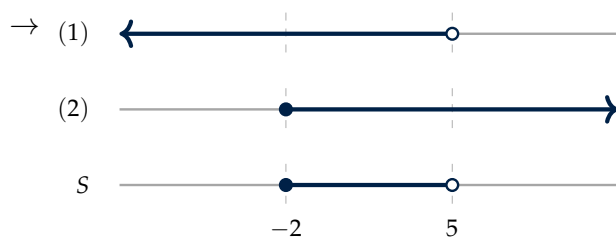
Esercizio 558.

$$\rightarrow \begin{cases} 2 - x > -3 \\ x + 6 \geq 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ (1) $2 - x > -3$ dà $x < 5$

→ (2) $x + 6 \geq 4$ dà $x \geq -2$



→ $-2 \leq x < 5$, cioè $S = [-2, 5)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

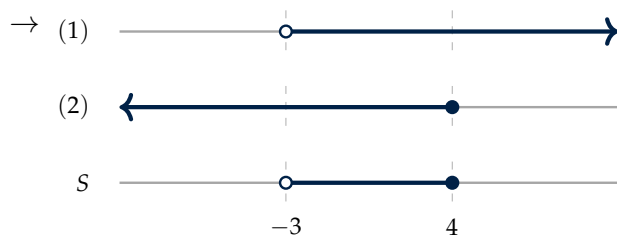
Esercizio 559.

$$\rightarrow \begin{cases} x + 8 > 5 \\ 3x \leq 12 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) \ x + 8 > 5 \text{ dà } x > -3$$

$$\rightarrow (2) \ 3x \leq 12 \text{ dà } x \leq 4$$



$$\rightarrow -3 < x \leq 4, \text{ cioè } S = (-3, 4] \text{ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)}$$

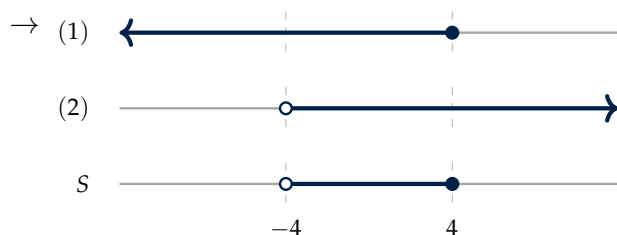
Esercizio 573.

$$\rightarrow \begin{cases} x - (3 - x) \leq 5 \\ 2(x + 1) > -6 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) \ x - (3 - x) \leq 5 \text{ dà } x \leq 4$$

$$\rightarrow (2) \ 2(x + 1) > -6 \text{ dà } x > -4$$



$$\rightarrow -4 < x \leq 4, \text{ cioè } S = (-4, 4] \text{ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)}$$

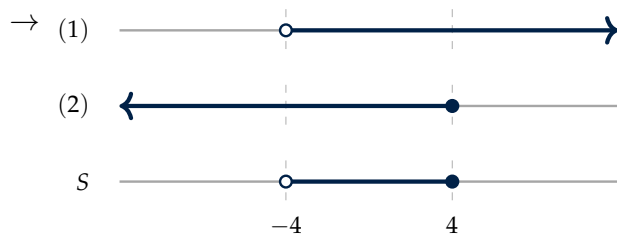
Esercizio 574.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3x - 2}{2} > x - 3 \\ 4 - x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) \ \frac{3x - 2}{2} > x - 3 \text{ dà } x > -4$$

$$\rightarrow (2) 4 - x \geq 0 \text{ dà } x \leq 4$$



$$\rightarrow -4 < x \leq 4, \text{ cioè } S = (-4, 4] \text{ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)}$$

Esercizio 583.

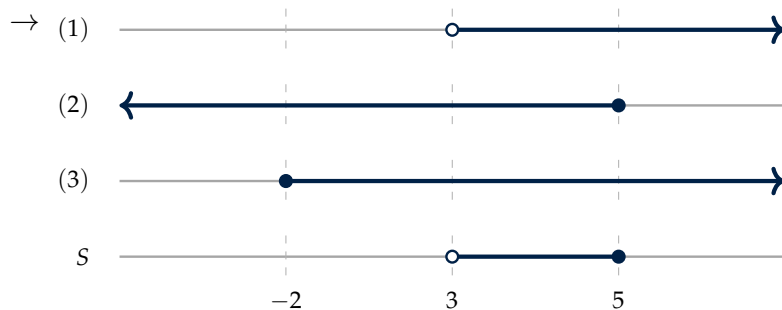
$$\rightarrow \begin{cases} 2(x-1) > x+1 \\ \frac{x+3}{2} \leq 4 \\ 3x-1 \geq -7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) 2(x-1) > x+1 \text{ dà } x > 3$$

$$\rightarrow (2) \frac{x+3}{2} \leq 4 \text{ dà } x \leq 5$$

$$\rightarrow (3) 3x-1 \geq -7 \text{ dà } x \geq -2$$



$$\rightarrow 3 < x \leq 5, \text{ cioè } S = (3, 5] \text{ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)}$$

Esercizio 584.

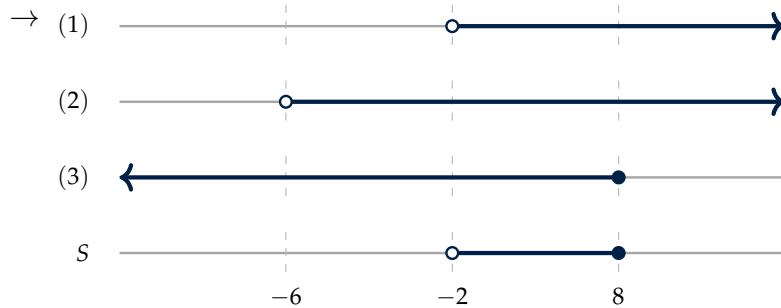
$$\rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 - x^2 < 5 \\ 2(x+3) > x \\ \frac{x}{4} \leq 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) (x-1)^2 - x^2 < 5 \text{ dà } x > -2$$

$$\rightarrow (2) 2(x+3) > x \text{ dà } x > -6$$

$$\rightarrow (3) \frac{x}{4} \leq 2 \text{ dà } x \leq 8$$



$\rightarrow -2 < x \leq 8$, cioè $S = (-2, 8]$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 599.

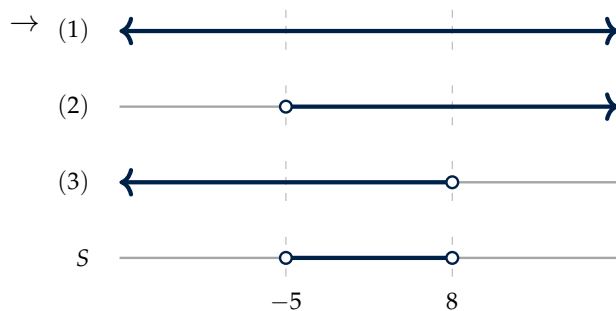
$$\rightarrow \begin{cases} 2(x-3)^2 - 2x^2 + 12x \leq 20 \\ \frac{x-1}{3} > -2 \\ x+4 < 12 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) 2(x-3)^2 - 2x^2 + 12x \leq 20 \text{ dà } S = \mathbb{R}$$

$$\rightarrow (2) \frac{x-1}{3} > -2 \text{ dà } x > -5$$

$$\rightarrow (3) x+4 < 12 \text{ dà } x < 8$$



$\rightarrow -5 < x < 8$, cioè $S = (-5, 8)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 600.

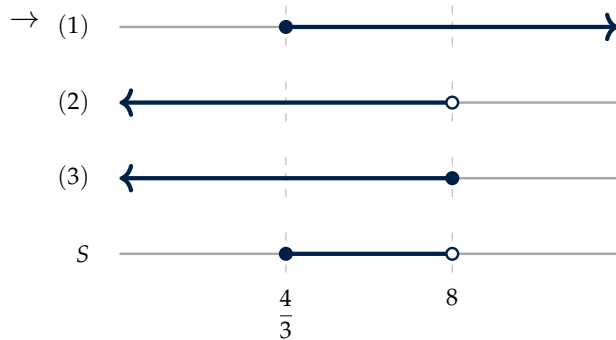
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{4} + \frac{x-1}{2} \geq 1 \\ 3-x > -5 \\ 2x+3 \leq 19 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ (1) $\frac{x+2}{4} + \frac{x-1}{2} \geq 1$ dà $x \geq \frac{4}{3}$

→ (2) $3 - x > -5$ dà $x < 8$

→ (3) $2x + 3 \leq 19$ dà $x \leq 8$



→ $\frac{4}{3} \leq x < 8$, cioè $S = \left[\frac{4}{3}, 8\right)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

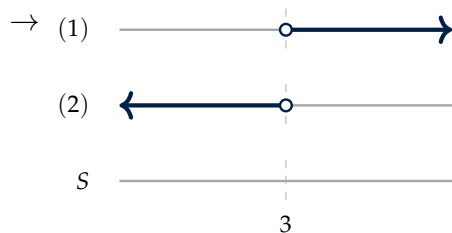
Esercizio 607.

→ $\begin{cases} 2x - 1 > 5 \\ x + 3 < 6 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ (1) $2x - 1 > 5$ dà $x > 3$

→ (2) $x + 3 < 6$ dà $x < 3$



→ $S = \emptyset$: la disequazione non è mai verificata (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

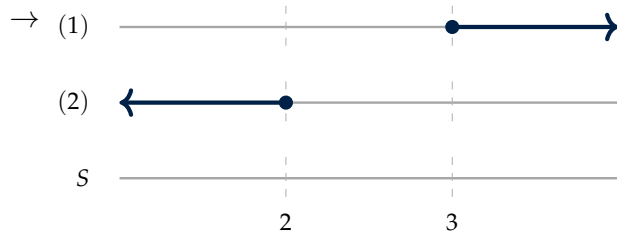
Esercizio 608.

→ $\begin{cases} 3x \geq 9 \\ 2x \leq 4 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) 3x \geq 9 \text{ dà } x \geq 3$$

$$\rightarrow (2) 2x \leq 4 \text{ dà } x \leq 2$$



$\rightarrow S = \emptyset$: la disequazione non è mai verificata (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 609.

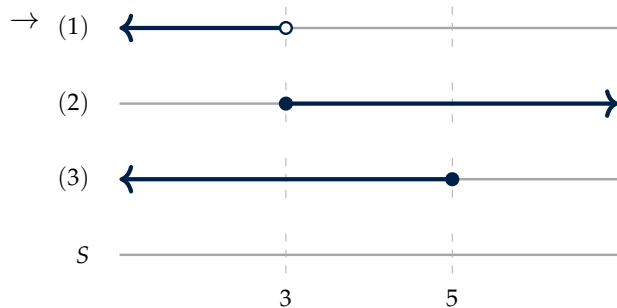
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} > x-1 \\ 3x-2 \geq 2x+1 \\ x \leq 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) \frac{x+1}{2} > x-1 \text{ dà } x < 3$$

$$\rightarrow (2) 3x-2 \geq 2x+1 \text{ dà } x \geq 3$$

$$\rightarrow (3) x \leq 5 \text{ dà } x \leq 5$$



$\rightarrow S = \emptyset$: la disequazione non è mai verificata (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 610.

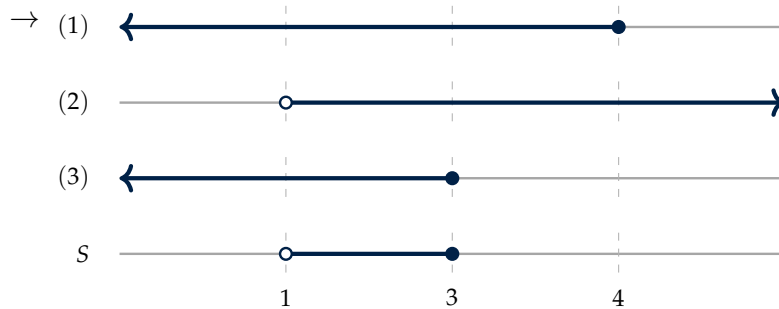
$$\rightarrow \begin{cases} x-4 \leq 0 \\ 2x+1 > 3 \\ 5-x \geq 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) x-4 \leq 0 \text{ dà } x \leq 4$$

$$\rightarrow (2) 2x + 1 > 3 \text{ dà } x > 1$$

$$\rightarrow (3) 5 - x \geq 2 \text{ dà } x \leq 3$$



→ $1 < x \leq 3$, cioè $S = (1, 3]$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 611.

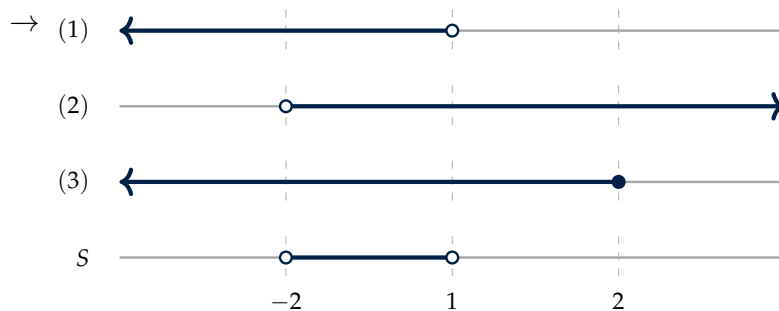
$$\rightarrow \begin{cases} 4x - 3 < x \\ x + 2 > 0 \\ \frac{x}{2} \leq 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) 4x - 3 < x \text{ dà } x < 1$$

$$\rightarrow (2) x + 2 > 0 \text{ dà } x > -2$$

$$\rightarrow (3) \frac{x}{2} \leq 1 \text{ dà } x \leq 2$$



→ $-2 < x < 1$, cioè $S = (-2, 1)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 612.

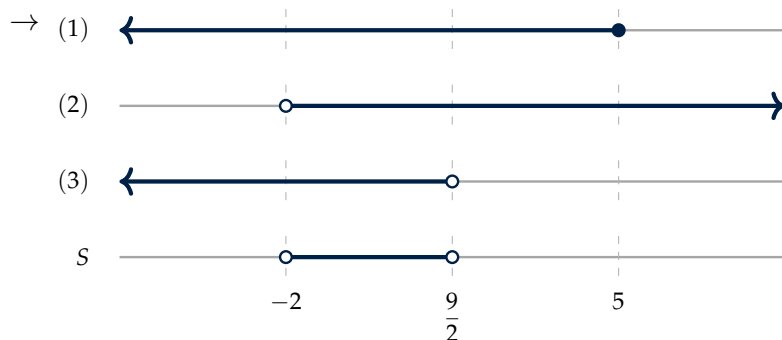
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2x - 1}{3} \geq x - 2 \\ x + 1 > -1 \\ 2x < 9 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ (1) $\frac{2x-1}{3} \geq x-2$ dà $x \leq 5$

→ (2) $x+1 > -1$ dà $x > -2$

→ (3) $2x < 9$ dà $x < \frac{9}{2}$



→ $-2 < x < \frac{9}{2}$, cioè $S = \left(-2, \frac{9}{2}\right)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 613.

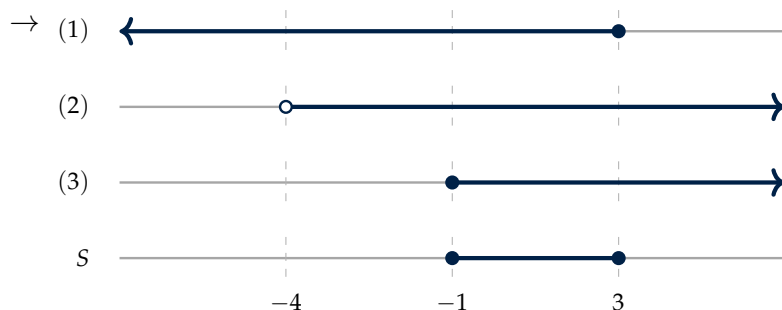
→ $\begin{cases} 3(x-1) \leq 2x \\ \frac{x}{4} > -1 \\ x-1 \geq -2 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ (1) $3(x-1) \leq 2x$ dà $x \leq 3$

→ (2) $\frac{x}{4} > -1$ dà $x > -4$

→ (3) $x-1 \geq -2$ dà $x \geq -1$



→ $-1 \leq x \leq 3$, cioè $S = [-1, 3]$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 614.

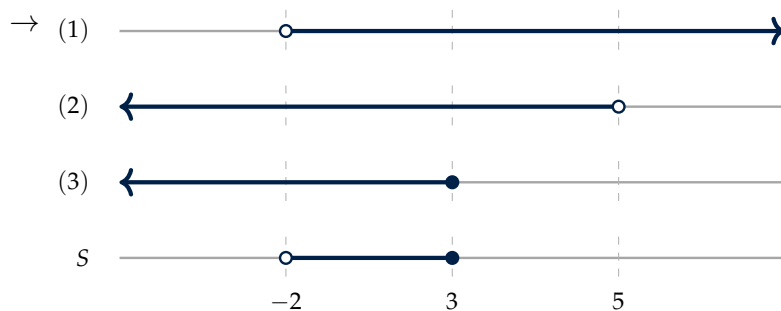
$$\rightarrow \begin{cases} 2(x+3) > x+4 \\ 5-x > 0 \\ 3x+1 \leq 10 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ **(1)** $2(x+3) > x+4$ dà $x > -2$

→ **(2)** $5-x > 0$ dà $x < 5$

→ **(3)** $3x+1 \leq 10$ dà $x \leq 3$



→ $-2 < x \leq 3$, cioè $S = (-2, 3]$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 615.

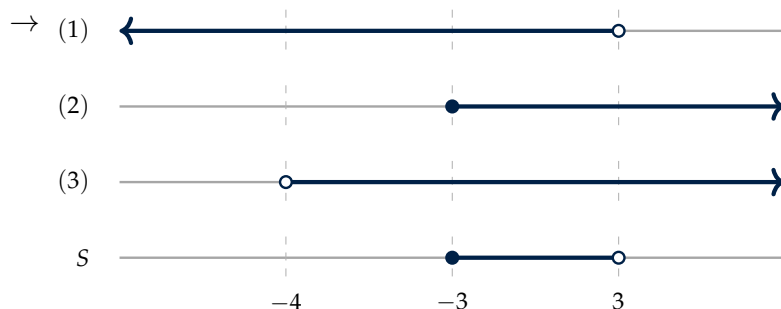
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} - 1 < 0 \\ x+5 \geq 2 \\ 2x-1 > -9 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ **(1)** $\frac{x}{3} - 1 < 0$ dà $x < 3$

→ **(2)** $x+5 \geq 2$ dà $x \geq -3$

→ **(3)** $2x-1 > -9$ dà $x > -4$



→ $-3 \leq x < 3$, cioè $S = [-3, 3)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 616.

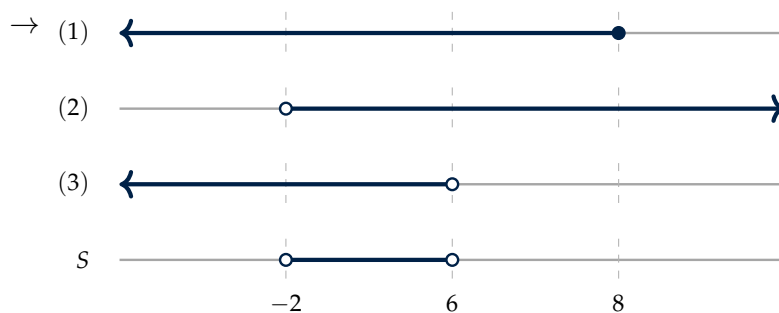
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-2}{2} \leq \frac{x+1}{3} \\ 4x > -8 \\ x-6 < 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) \frac{x-2}{2} \leq \frac{x+1}{3} \quad \text{dà } x \leq 8$$

$$\rightarrow (2) 4x > -8 \quad \text{dà } x > -2$$

$$\rightarrow (3) x-6 < 0 \quad \text{dà } x < 6$$



→ $-2 < x < 6$, cioè $S = (-2, 6)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 617.

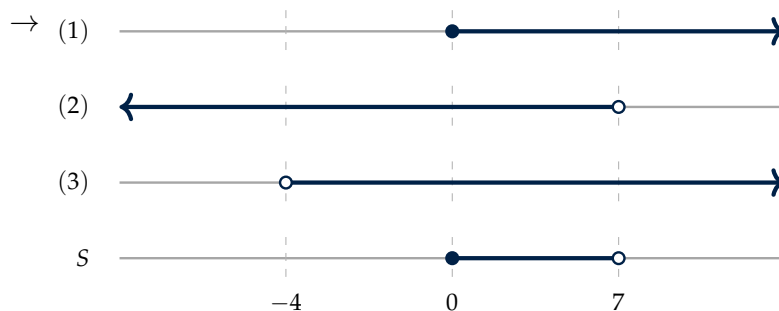
$$\rightarrow \begin{cases} 3 \left(\frac{x-1}{2} - \frac{x}{4} \right) \geq \frac{x-6}{4} \\ x+2 < 9 \\ 2x > -8 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

$$\rightarrow (1) 3 \left(\frac{x-1}{2} - \frac{x}{4} \right) \geq \frac{x-6}{4} \quad \text{dà } x \geq 0$$

$$\rightarrow (2) x+2 < 9 \quad \text{dà } x < 7$$

$$\rightarrow (3) 2x > -8 \quad \text{dà } x > -4$$



→ $0 \leq x < 7$, cioè $S = [0, 7)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

Esercizio 618.

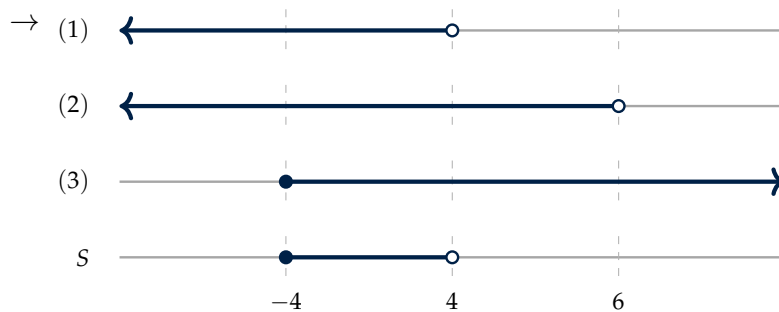
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{4x-1}{3} - \frac{x+2}{2} < 2 \\ 6-x > 0 \\ x+1 \geq -3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Risolvo ogni disequazione per conto suo, poi tengo i valori che vanno bene per **tutte**. (il sistema chiede che siano vere insieme: è un'intersezione, non un'unione)

→ **(1)** $\frac{4x-1}{3} - \frac{x+2}{2} < 2$ dà $x < 4$

→ **(2)** $6-x > 0$ dà $x < 6$

→ **(3)** $x+1 \geq -3$ dà $x \geq -4$



→ $-4 \leq x < 4$, cioè $S = [-4, 4)$ (sulla stessa verticale si legge dove le righe sono tutte piene)

10. Disequazioni prodotto e fratte

Esercizio 619.

→ $(x-1)(x+3) > 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x-1 > 0$ per $x > 1$; $x+3 > 0$ per $x > -3$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		-3		1	
$x-1$	-		-	0	+
$x+3$	-	0	+		+
prodotto	+	0	-	0	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è +.

→ $x < -3 \vee x > 1$, cioè $S = (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

→ Verifica: con $x = -4$ resta $5 > 0$, vera; con $x = 0$ resta $-3 > 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 620.

→ $(x + 2)(x - 5) < 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x + 2 > 0$ per $x > -2$; $x - 5 > 0$ per $x > 5$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-2		5	
$x + 2$	-	0	+	+
$x - 5$	-		-	0
prodotto	+	0	-	0

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è $-$.

→ $-2 < x < 5$, cioè $S = (-2, 5)$

→ Verifica: con $x = 0$ resta $-10 < 0$, vera; con $x = -2$ resta $0 < 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 629.

→ $x(x - 3) > 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x > 0$ per $x > 0$; $x - 3 > 0$ per $x > 3$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	0		3	
x	-	0	+	+
$x - 3$	-		-	0
prodotto	+	0	-	0

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è $+$.

→ $x < 0 \vee x > 3$, cioè $S = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

→ Verifica: con $x = -1$ resta $4 > 0$, vera; con $x = 0$ resta $0 > 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 630.

→ $x(2x + 5) \leq 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x > 0$ per $x > 0$; $2x + 5 > 0$ per $x > -\frac{5}{2}$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		$-\frac{5}{2}$	0		
x	—		—	0	+
$2x + 5$	—	0	+		+
prodotto	+	0	—	0	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è —, zeri del numeratore compresi.

→ $-\frac{5}{2} \leq x \leq 0$, cioè $S = \left[-\frac{5}{2}, 0\right]$

→ Verifica: con $x = 0$ resta $0 \leq 0$, vera; con $x = -3$ resta $3 \leq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 639.

→ $(x - 2)(x + 1)(x - 4) < 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x - 2 > 0$ per $x > 2$; $x + 1 > 0$ per $x > -1$; $x - 4 > 0$ per $x > 4$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		-1	2	4			
$x - 2$	—	—	0	+	+		
$x + 1$	—	0	+	+	+		
$x - 4$	—	—		—	0	+	
prodotto	—	0	+	0	—	0	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è —.

→ $x < -1 \vee 2 < x < 4$, cioè $S = (-\infty, -1) \cup (2, 4)$

→ Verifica: con $x = -2$ resta $-24 < 0$, vera; con $x = 0$ resta $8 < 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 640.

→ $(2x - 3)(x + 2)(x - 1) \geq 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $2x - 3 > 0$ per $x > \frac{3}{2}$; $x + 2 > 0$ per $x > -2$; $x - 1 > 0$ per $x > 1$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		-2	1	$\frac{3}{2}$	
$2x - 3$	-	-	-	0	+
$x + 2$	-	0	+	+	+
$x - 1$	-	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è +, zeri del numeratore compresi.

→ $-2 \leq x \leq 1 \vee x \geq \frac{3}{2}$, cioè $S = [-2, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

→ Verifica: con $x = 0$ resta $6 \geq 0$, vera; con $x = -3$ resta $-36 \geq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 649.

→ $(x + 5)(2 - x)(3x + 1) > 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x + 5 > 0$ per $x > -5$; $-x + 2 > 0$ per $x < 2$; $3x + 1 > 0$ per $x > -\frac{1}{3}$.
(ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		-5	$-\frac{1}{3}$	2	
$x + 5$	-	0	+	+	+
$-x + 2$	+	+	+	0	-
$3x + 1$	-	-	0	+	+
prodotto	+	0	-	0	-

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è +.

→ $x < -5 \vee -\frac{1}{3} < x < 2$, cioè $S = (-\infty, -5) \cup \left(-\frac{1}{3}, 2\right)$

→ Verifica: con $x = -6$ resta $136 > 0$, vera; con $x = -1$ resta $-24 > 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 650.

→ $\frac{4 - x}{(2x + 1)(x - 3)} < 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ C.E.: $2x + 1 \neq 0$, $x - 3 \neq 0$, cioè $x \neq -\frac{1}{2}$, $x \neq 3$ (un denominatore che si annulla non è ammesso, e quei valori restano fuori da S qualunque cosa succeda)

→ Non si può moltiplicare per il denominatore: non se ne conosce il segno, e moltiplicare per un negativo rovescerebbe il verso. (è la differenza fra un'equazione fratta e una disequazione fratta)

→ Studio il segno di ogni fattore: $-x + 4 > 0$ per $x < 4$; $2x + 1 > 0$ per $x > -\frac{1}{2}$; $x - 3 > 0$ per $x > 3$.
(ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		$-\frac{1}{2}$	3	4	
$-x + 4$	+		+	+	0 -
$2x + 1$	-	0	+	+	+
$x - 3$	-		-	0	+
$\frac{N}{D}$	+	#	-	#	+
				0	-

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è -.

→ $-\frac{1}{2} < x < 3 \vee x > 4$, cioè $S = \left(-\frac{1}{2}, 3\right) \cup (4, +\infty)$

→ Verifica: con $x = 0$ resta $-\frac{4}{3} < 0$, vera; con $x = -1$ resta $\frac{5}{4} < 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 657.

→ $(x - 1)(x + 2)(x - 3) > 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x - 1 > 0$ per $x > 1$; $x + 2 > 0$ per $x > -2$; $x - 3 > 0$ per $x > 3$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		-2	1	3	
$x - 1$	-	-	0	+	+
$x + 2$	-	0	+	+	+
$x - 3$	-	-	-	0	+
prodotto	-	0	+	0	-
				0	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è +.

→ $-2 < x < 1 \vee x > 3$, cioè $S = (-2, 1) \cup (3, +\infty)$

→ Verifica: con $x = 0$ resta $6 > 0$, vera; con $x = -2$ resta $0 > 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 658.

→ $x(x - 1)(x + 4) \leq 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x > 0$ per $x > 0$; $x - 1 > 0$ per $x > 1$; $x + 4 > 0$ per $x > -4$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-4	0	1	
x	-	-	0	+
$x-1$	-	-	-	0
$x+4$	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è $-$, zeri del numeratore compresi.

→ $x \leq -4 \vee 0 \leq x \leq 1$, cioè $S = (-\infty, -4] \cup [0, 1]$

→ Verifica: con $x = -4$ resta $0 \leq 0$, vera; con $x = -1$ resta $6 \leq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 659.

→ $\frac{(x-2)(x+1)}{x-5} \geq 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ C.E.: $x-5 \neq 0$, cioè $x \neq 5$ (un denominatore che si annulla non è ammesso, e quei valori restano fuori da S qualunque cosa succeda)

→ Non si può moltiplicare per il denominatore: non se ne conosce il segno, e moltiplicare per un negativo rovescerebbe il verso. (è la differenza fra un'equazione fratta e una disequazione fratta)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x-2 > 0$ per $x > 2$; $x+1 > 0$ per $x > -1$; $x-5 > 0$ per $x > 5$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-1	2	5	
$x-2$	-	-	0	+
$x+1$	-	0	+	+
$x-5$	-	-	-	0
$\frac{N}{D}$	-	0	+	0

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è $+$, zeri del numeratore compresi.

→ $-1 \leq x \leq 2 \vee x > 5$, cioè $S = [-1, 2] \cup (5, +\infty)$

→ Verifica: con $x = 0$ resta $\frac{2}{5} \geq 0$, vera; con $x = -2$ resta $-\frac{4}{7} \geq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 660.

→ $\frac{x+3}{(x-1)(x+2)} < 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ C.E.: $x-1 \neq 0$, $x+2 \neq 0$, cioè $x \neq 1$, $x \neq -2$ (un denominatore che si annulla non è ammesso, e quei valori restano fuori da S qualunque cosa succeda)

→ Non si può moltiplicare per il denominatore: non se ne conosce il **segno**, e moltiplicare per un negativo rovescerebbe il verso. (è la differenza fra un'equazione fratta e una disequazione fratta)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x + 3 > 0$ per $x > -3$; $x - 1 > 0$ per $x > 1$; $x + 2 > 0$ per $x > -2$.
(ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-3	-2	1	
$x + 3$	-	0	+	+
$x - 1$	-	-	-	0
$x + 2$	-	-	0	+
$\frac{N}{D}$	-	0	+	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è $-$.

→ $x < -3 \vee -2 < x < 1$, cioè $S = (-\infty, -3) \cup (-2, 1)$

→ Verifica: con $x = -4$ resta $-\frac{1}{10} < 0$, vera; con $x = -3$ resta $0 < 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 661.

→ $\frac{(2x - 1)(x + 3)}{x - 4} \leq 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ C.E.: $x - 4 \neq 0$, cioè $x \neq 4$ (un denominatore che si annulla non è ammesso, e quei valori restano fuori da S qualunque cosa succeda)

→ Non si può moltiplicare per il denominatore: non se ne conosce il **segno**, e moltiplicare per un negativo rovescerebbe il verso. (è la differenza fra un'equazione fratta e una disequazione fratta)

→ Studio il segno di ogni fattore: $2x - 1 > 0$ per $x > \frac{1}{2}$; $x + 3 > 0$ per $x > -3$; $x - 4 > 0$ per $x > 4$.
(ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-3	$\frac{1}{2}$	4	
$2x - 1$	-	-	0	+
$x + 3$	-	0	+	+
$x - 4$	-	-	-	0
$\frac{N}{D}$	-	0	+	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è $-$, zeri del numeratore compresi.

→ $x \leq -3 \vee \frac{1}{2} \leq x < 4$, cioè $S = (-\infty, -3] \cup [\frac{1}{2}, 4)$

→ Verifica: con $x = -3$ resta $0 \leq 0$, vera; con $x = 0$ resta $\frac{3}{4} \leq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 662.

→ $(x-1)^2(x+2) > 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x-1 > 0$ per $x > 1$; $x-1 < 0$ per $x < 1$; $x+2 > 0$ per $x > -2$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		-2		1	
$x-1$	-		-	0	+
$x-1$	-		-	0	+
$x+2$	-	0	+		+
prodotto	-	0	+	0	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è +.

→ $-2 < x < 1 \vee x > 1$, cioè $S = (-2, 1) \cup (1, +\infty)$

→ Verifica: con $x = 0$ resta $2 > 0$, vera; con $x = -2$ resta $0 > 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 663.

→ $(3-x)(x+2)(2x-1) \geq 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $-x+3 > 0$ per $x < 3$; $x+2 > 0$ per $x > -2$; $2x-1 > 0$ per $x > \frac{1}{2}$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

		-2		$\frac{1}{2}$		3	
$-x+3$	+		+		+	0	-
$x+2$	-	0	+		+		+
$2x-1$	-		-	0	+		+
prodotto	+	0	-	0	+	0	-

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è +, zeri del numeratore compresi.

→ $x \leq -2 \vee \frac{1}{2} \leq x \leq 3$, cioè $S = (-\infty, -2] \cup [\frac{1}{2}, 3]$

→ Verifica: con $x = -2$ resta $0 \geq 0$, vera; con $x = 0$ resta $-6 \geq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 664.

→ $(-2)(x-1)(x+5) < 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x - 1 > 0$ per $x > 1$; $x + 5 > 0$ per $x > -5$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-5		1	
$x - 1$	-		-	0 +
$x + 5$	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0 -

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è $-$.

→ $x < -5 \vee x > 1$, cioè $S = (-\infty, -5) \cup (1, +\infty)$

→ Verifica: con $x = -6$ resta $-14 < 0$, vera; con $x = 0$ resta $10 < 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 665.

→ $\frac{(x+1)(x-3)}{(x+2)(x-5)} \geq 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ C.E.: $x + 2 \neq 0$, $x - 5 \neq 0$, cioè $x \neq -2$, $x \neq 5$ (un denominatore che si annulla non è ammesso, e quei valori restano fuori da S qualunque cosa succeda)

→ Non si può moltiplicare per il denominatore: non se ne conosce il segno, e moltiplicare per un negativo rovescerebbe il verso. (è la differenza fra un'equazione fratta e una disequazione fratta)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x + 1 > 0$ per $x > -1$; $x - 3 > 0$ per $x > 3$; $x + 2 > 0$ per $x > -2$; $x - 5 > 0$ per $x > 5$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-2		-1		3		5	
$x + 1$	-		-	0	+		+	+
$x - 3$	-		-		-	0	+	+
$x + 2$	-	0	+		+		+	+
$x - 5$	-		-		-		-	0 +
$\frac{N}{D}$	+	#	-	0	+	0	-	# +

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è $+$, zeri del numeratore compresi.

→ $x < -2 \vee -1 \leq x \leq 3 \vee x > 5$, cioè $S = (-\infty, -2) \cup [-1, 3] \cup (5, +\infty)$

→ Verifica: con $x = -3$ resta $\frac{3}{2} \geq 0$, vera; con $x = -\frac{3}{2}$ resta $-\frac{9}{13} \geq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 666.

→ $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) > 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x - 1 > 0$ per $x > 1$; $x + 1 > 0$ per $x > -1$; $x - 2 > 0$ per $x > 2$; $x + 2 > 0$ per $x > -2$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-2		-1		1		2	
$x - 1$	-		-		-	0	+	+
$x + 1$	-		-	0	+		+	+
$x - 2$	-		-		-		-	0
$x + 2$	-	0	+		+		+	+
prodotto	+	0	-	0	+	0	-	0

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è +.

→ $x < -2 \vee -1 < x < 1 \vee x > 2$, cioè $S = (-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$

→ Verifica: con $x = -3$ resta $40 > 0$, vera; con $x = -1$ resta $0 > 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 667.

→ $\frac{(2x+1)(x-3)}{(x+1)(x-5)} < 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ C.E.: $x + 1 \neq 0$, $x - 5 \neq 0$, cioè $x \neq -1$, $x \neq 5$ (un denominatore che si annulla non è ammesso, e quei valori restano fuori da S qualunque cosa succeda)

→ Non si può moltiplicare per il denominatore: non se ne conosce il segno, e moltiplicare per un negativo rovescerebbe il verso. (è la differenza fra un'equazione fratta e una disequazione fratta)

→ Studio il segno di ogni fattore: $2x + 1 > 0$ per $x > -\frac{1}{2}$; $x - 3 > 0$ per $x > 3$; $x + 1 > 0$ per $x > -1$; $x - 5 > 0$ per $x > 5$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-1		$-\frac{1}{2}$	3	5				
$2x+1$	-	-	0	+	+	+			
$x-3$	-	-		0	+	+			
$x+1$	-	0	+	+	+	+			
$x-5$	-	-		-	-	0	+		
$\frac{N}{D}$	+	$\nexists$	-	0	+	0	-	$\nexists$	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è -.

→ $-1 < x < -\frac{1}{2} \vee 3 < x < 5$, cioè $S = \left(-1, -\frac{1}{2}\right) \cup (3, 5)$

→ Verifica: con $x = -\frac{3}{4}$ resta $-\frac{30}{23} < 0$, vera; con $x = -2$ resta $\frac{15}{7} < 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

Esercizio 668.

→ $\frac{(x-3)^2(x+1)}{x-5} \geq 0$ (tutto a un membro, e dall'altra parte lo zero)

→ C.E.: $x-5 \neq 0$, cioè $x \neq 5$ (un denominatore che si annulla non è ammesso, e quei valori restano fuori da S qualunque cosa succeda)

→ Non si può moltiplicare per il denominatore: non se ne conosce il **segno**, e moltiplicare per un negativo rovescerebbe il verso. (è la differenza fra un'equazione fratta e una disequazione fratta)

→ Studio il segno di ogni fattore: $x-3 > 0$ per $x > 3$; $x-3 < 0$ per $x < 3$; $x+1 > 0$ per $x > -1$; $x-5 > 0$ per $x > 5$. (ogni fattore è di primo grado, quindi cambia segno una volta sola)

→

	-1	3	5	
$x-3$	-	-	0	+
$x-3$	-	-	0	+
$x+1$	-	0	+	+
$x-5$	-	-	-	0
$\frac{N}{D}$	+	0	-	0
	+	0	-	+

(riga per riga si moltiplicano i segni: la riga in basso è quella che risponde)

→ Servono gli intervalli in cui il segno è +, zeri del numeratore compresi.

→ $x \leq -1 \vee x = 3 \vee x > 5$, cioè $S = (-\infty, -1] \cup \{3\} \cup (5, +\infty)$

→ Verifica: con $x = -1$ resta $0 \geq 0$, vera; con $x = 0$ resta $-\frac{9}{5} \geq 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

11. Problemi con le disequazioni**Esercizio 669.**

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga. (prima si dichiara l'incognita, poi si scrive la disequazione)

→ $8 + 3x \leq 50$ (è la disequazione del problema)

→ $3x \leq 50 - 8$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $3x \leq 42$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x \leq 14$

→ $x \leq 14$, cioè $S = (-\infty, 14]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $8 \leq 50$, vera; con $x = 15$ resta $53 \leq 50$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: il pacco può pesare fino a 14 kg. (l'insieme delle soluzioni non è ancora la risposta: va letto dentro il problema)

Esercizio 670.

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

→ $60 + 4x < 9x$ (è la disequazione del problema)

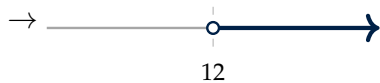
→ $4x - 9x < -60$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $-5x < -60$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per -5 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

→ **$x > 12$**

→ $x > 12$, cioè $S = (12, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 13$ resta $112 < 117$, vera; con $x = 0$ resta $60 < 0$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: la tessera B conviene da 13 ingressi in su ($x > 12$).

Esercizio 681.

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

→ $2 + \frac{3x}{10} < 8$ (è la disequazione del problema)

→ Il mcm dei denominatori è 10: moltiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 10 è positivo: il verso non cambia)

→ $20 + 3x < 80$

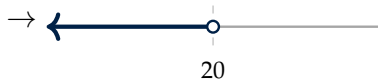
→ $3x < 80 - 20$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $3x < 60$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 3, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ **$x < 20$**

→ $x < 20$, cioè $S = (-\infty, 20)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $2 < 8$, vera; con $x = 20$ resta $8 < 8$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: meno di 20 minuti.

Esercizio 682.

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

→ $x + (x + 1) > 27$ (è la disequazione del problema)

→ $x + x + 1 > 27$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $2x + 1 > 27$ (si sommano i termini simili)

→ $2x > 27 - 1$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $2x > 26$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 2, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x > 13$

→ $x > 13$, cioè $S = (13, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 14$ resta $29 > 27$, vera; con $x = 0$ resta $1 > 27$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: $x > 13$: il più piccolo intero è 14.

Esercizio 693.

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

→ $2(x + x + 4) > 20$ (è la disequazione del problema)

→ $4x + 8 > 20$ (ogni termine per ogni termine)

→ $4x > 20 - 8$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $4x > 12$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 4, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x > 3$

→ $x > 3$, cioè $S = (3, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 4$ resta $24 > 20$, vera; con $x = 0$ resta $8 > 20$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: l'altezza deve superare 3 cm.

Esercizio 694.

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

→ $12x > 500 + 7x$ (è la disequazione del problema)

→ $12x - 7x > 500$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $5x > 500$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 5, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x > 100$

→ $x > 100$, cioè $S = (100, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 101$ resta $1212 > 1207$, vera; con $x = 78$ resta $936 > 1046$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: in attivo da 101 pezzi ($x > 100$).

Esercizio 704.

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

→ $15x - (120 + 9x) \geq 60$ (è la disequazione del problema)

→ $15x - (9x + 120) \geq 60$ (si sommano i termini simili)

→ $15x - 9x - 120 \geq 60$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $6x - 120 \geq 60$ (si sommano i termini simili)

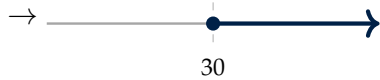
→ $6x \geq 60 + 120$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $6x \geq 180$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 6, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

$$\rightarrow x \geq 30$$

$\rightarrow x \geq 30$, cioè $S = [30, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 30$ resta $60 \geq 60$, vera; con $x = 8$ resta $-72 \geq 60$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

$\rightarrow$ Torno al problema: servono almeno 30 oggetti.

Esercizio 705.

$\rightarrow$ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

$$\rightarrow 12000 - 250x + 100x > 3000 \text{ (è la disequazione del problema)}$$

$$\rightarrow -250x + 12000 + 100x > 3000 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$$\rightarrow -150x + 12000 > 3000 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

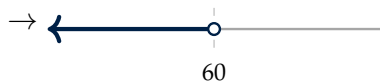
$$\rightarrow -150x > 3000 - 12000 \text{ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)}$$

$$\rightarrow -150x > -9000 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

$\rightarrow$ Divido i due membri per -150 : è **negativo**, quindi il verso si **rovescia**. (moltiplicare o dividere per un numero negativo scambia l'ordine)

$$\rightarrow x < 60$$

$\rightarrow x < 60$, cioè $S = (-\infty, 60)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



$\rightarrow$ Verifica: con $x = 38$ resta $6300 > 3000$, vera; con $x = 60$ resta $3000 > 3000$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

$\rightarrow$ Torno al problema: restano più di 3000 litri per meno di 60 minuti; la piscina si svuota a 80 minuti.

Esercizio 706.

$\rightarrow$ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

$$\rightarrow (x+3)^2 - (x-1)^2 \leq 40 \text{ (è la disequazione del problema)}$$

$$\rightarrow x^2 + 2x \cdot 3 + 3^2 - (x-1)^2 \leq 40 \text{ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)}$$

$$\rightarrow x^2 + 6x + 9 - (x-1)^2 \leq 40 \text{ (si sommano i termini simili)}$$

→ $x^2 + 6x + 9 - (x^2 - 2x + 1) \leq 40$ (quadrato del primo, doppio prodotto, quadrato del secondo)

→ $x^2 + 6x + 9 - x^2 + 2x - 1 \leq 40$ (si sciolgono le parentesi: dopo un meno tutti i segni cambiano)

→ $8x + 8 \leq 40$ (si sommano i termini simili)

→ $8x \leq 40 - 8$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $8x \leq 32$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 8, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x \leq 4$

→ $x \leq 4$, cioè $S = (-\infty, 4]$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 0$ resta $8 \leq 40$, vera; con $x = 5$ resta $48 \leq 40$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: $x \leq 4$; con $x > 1$ resta $1 < x \leq 4$.

Esercizio 707.

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

→ $x > \frac{x+12}{3}$ (è la disequazione del problema)

→ Il mcm dei denominatori è 3: multiplico ogni termine dei due membri. (secondo principio, e 3 è positivo: il verso non cambia)

→ $3x > x + 12$

→ $3x - x > 12$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $2x > 12$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 2, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ $x > 6$

→ $x > 6$, cioè $S = (6, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 7$ resta $7 > \frac{19}{3}$, vera; con $x = 0$ resta $0 > 4$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: $x > 6$: almeno 7 palline bianche.

Esercizio 708.

→ Scrivo che cosa è x e traduco il testo, riga per riga.

→ $x \geq 20 - x$ (è la disequazione del problema)

→ $x + x \geq 20$ (primo principio: chi cambia membro cambia segno, il verso resta)

→ $2x \geq 20$ (si sommano i termini simili)

→ Divido i due membri per 2, che è positivo: il verso resta. (secondo principio, primo caso)

→ **$x \geq 10$**

→ $x \geq 10$, cioè $S = [10, +\infty)$ (l'insieme si scrive in due modi — disuguaglianza e intervallo — e si disegna: sul disegno il pallino è vuoto quando l'estremo è escluso)



→ Verifica: con $x = 10$ resta $10 \geq 10$, vera; con $x = 0$ resta $0 \geq 20$, falsa. (si prova un numero dentro l'insieme e uno fuori, e devono dare risposte opposte)

→ Torno al problema: $x \geq 10$; con $x < 20$ resta $10 \leq x < 20$.