

DISEQUAZIONI PRODOTTO E FRATTE

Esercizi divisi per tipologia e difficoltà.

-
- il segno di un binomio, prodotti di due fattori
 - tre fattori, esponenti, costanti, fratte semplici, scomposizioni
 - quattro fattori, fratte lunghe, forma normale, parametriche
 - esercizi lunghi: scomporre, C.E. e quadro insieme; dimostrazioni

*Qui tutti i fattori sono di primo grado: non c'è nessun Δ da calcolare, e ogni fattore si annulla in **un punto solo**. Quello che si impara è il **quadro dei segni**, e lo si impara su fattori semplici apposta — così l'unica difficoltà è il metodo, e non il conto. Tre cose da tenere in mente sempre. **Gli zeri si mettono in ordine** prima di disegnare, altrimenti ogni segno finisce nella colonna sbagliata. Con n punti le colonne sono $n + 1$, non n : l'ultimo pezzo di retta è quello che si dimentica. E nelle fratte le **C.E. si scrivono per prime**: sopra lo zero di un denominatore va $\neq$, non 0, e quel punto resta fuori dalla risposta **con qualunque verso**. Non si moltiplica mai in croce e non si divide mai per x : il primo ha segno sconosciuto, la seconda fa perdere la soluzione $x = 0$. Prima di considerare finito un esercizio: **sostituisci** un numero preso dentro la risposta e uno preso fuori, nel testo di partenza. I procedimenti dei primi due esercizi di ogni blocco e di tutti quelli segnati ■■■■ stanno nel file delle soluzioni.*

1. Ripasso: il segno di un binomio, e il quadro

Teoria: par. 3

■□□□ **Risolvi, e di' dove il binomio è positivo: è la riga che poi finisce nel quadro.**

- | | |
|---|---|
| 1. $x - 2 > 0$ [$x > 2$] | 17. $-x - 1 < 0$ [$x > -1$] |
| 2. $x + 3 < 0$ [$x < -3$] | 18. $7x - 14 \geq 0$ [$x \geq 2$] |
| 3. $-x + 3 > 0$ [$x < 3$] | 19. $-2x + 6 < 0$ [$x > 3$] |
| 4. $2x - 6 \geq 0$ [$x \geq 3$] | 20. $x + 9 \geq 0$ [$x \geq -9$] |
| 5. $-3x + 9 \leq 0$ [$x \geq 3$] | 21. $2x - 1 < 0$ [$x < \frac{1}{2}$] |
| 6. $x < 0$ [$x < 0$] | 22. $2x + 3 > 0$ [$x > -\frac{3}{2}$] |
| 7. $4x + 8 > 0$ [$x > -2$] | 23. $3x - 2 \leq 0$ [$x \leq \frac{2}{3}$] |
| 8. $-2x - 10 < 0$ [$x > -5$] | 24. $4x + 1 \geq 0$ [$x \geq -\frac{1}{4}$] |
| 9. $5x - 15 \geq 0$ [$x \geq 3$] | 25. $-2x + 3 < 0$ [$x > \frac{3}{2}$] |
| 10. $-x + 7 > 0$ [$x < 7$] | 26. $-3x - 1 > 0$ [$x < -\frac{1}{3}$] |
| 11. $3x + 12 \leq 0$ [$x \leq -4$] | 27. $5x + 2 \leq 0$ [$x \leq -\frac{2}{5}$] |
| 12. $-4x + 4 \geq 0$ [$x \leq 1$] | 28. $-4x + 6 \geq 0$ [$x \leq \frac{3}{2}$] |
| 13. $x - 5 < 0$ [$x < 5$] | 29. $6x - 9 < 0$ [$x < \frac{3}{2}$] |
| 14. $6x + 18 > 0$ [$x > -3$] | 30. $-6x - 4 > 0$ [$x < -\frac{2}{3}$] |
| 15. $-5x - 20 \leq 0$ [$x \geq -4$] | |
| 16. $2x + 7 > 0$ [$x > -\frac{7}{2}$] | |

■□□□ **Rispondi senza risolvere: sono domande sul quadro, non conti.**

31. Un quadro dei segni ha **tre** punti. Quante colonne? [4: con n punti le colonne sono $n + 1$, perché i punti dividono la retta in $n + 1$ pezzi]
32. Nel quadro di $(x - 1)(x + 4)$, in che ordine vanno i punti? [-4 prima, poi 1: si ordinano *prima* di disegnare, altrimenti ogni segno finisce al posto sbagliato]
33. La riga di $(x - 2)^2$ nel quadro: che segni ha? [tutti +, con uno 0 sopra il 2: l'esponente è pari, e un quadrato non è mai negativo]
34. La riga di $(x - 2)^3$ nel quadro: che segni ha? [- 0 +, come il fattore semplice: l'esponente è dispari e conserva il segno]
35. In $\frac{x-1}{x-3}$, che cosa si scrive sopra il 3? [≠, non 0: lì la frazione **non esiste**]
36. In un prodotto di tre fattori semplici, la riga finale fa + - - +. C'è un errore? [sì: con fattori tutti semplici i segni si **alternano**, quindi due colonne vicine uguali segnalano un errore (o un fattore ripetuto, che qui non c'è)]
37. Perché in $\frac{x-1}{x-3} \geq 0$ il punto 3 non entra nella risposta? [perché annulla il **denominatore**: lì la frazione non esiste, e non entra con nessun verso]
38. Da $3(x - 1)(x + 2) > 0$ si può togliere il 3? [sì, ed è positivo quindi il verso resta. Se fosse -3 il verso **cambiarebbe**]
39. Quanti fattori servono per avere un quadro con sei colonne? [5 fattori con zeri tutti diversi: cinque punti danno sei colonne]
40. In $x(x - 1)(x + 1) > 0$ quanti punti ha il quadro? [3: gli zeri sono -1, 0 e 1, e le colonne sono quattro]
41. In $\frac{(x-1)^2}{x-3} > 0$, che segni ha la riga di $(x - 1)^2$? [tutti +, con uno 0 sopra l'1: l'esponente è pari, quindi quel fattore non cambia mai il segno della frazione — toglie solo un punto]
42. Un quadro ha due punti e la riga finale fa + - +. Con il verso >, quali colonne servono? [la **prima e la terza**: le due esterne, quelle dove il segno è quello chiesto]
43. Perché gli zeri vanno ordinati *prima* di disegnare? [perché le colonne sono i pezzi di retta **in ordine**: se i punti stanno in disordine ogni segno finisce nella colonna sbagliata, e il quadro è **tutto storto** pur avendo i segni giusti]
44. In un prodotto di quattro fattori semplici, quante volte cambia segno la riga finale? [4: una volta per ogni punto, perché attraversandolo cambia segno un fattore solo]
45. Che differenza c'è fra lo 0 e il ≠ sopra un punto? [0 vuol dire che lì l'espressione **vale zero**, e con il verso largo quel punto entra; ≠ vuol dire che lì **non esiste**, e allora non entra con nessun verso]
46. In $(x - 1)(x - 1)(x + 2) > 0$ quanti punti ha il quadro? [2: gli zeri sono 1 e -2, e $(x - 1)(x - 1) = (x - 1)^2$ occupa una riga sola, con esponente pari]
47. Una riga del quadro è tutta +: si può cancellare? [sì, **ma non il suo punto**: quel fattore non cambia il segno del prodotto, però lì il prodotto vale zero, e col verso largo quel punto entra — col verso stretto va tolto]
48. Con il verso ≤, quali punti entrano nella risposta? [solo gli zeri del **numeratore**: **quelli del denominatore mai**, perché lì la frazione non esiste]

2. Prodotti di due fattori

Teoria: par. 4

■□□□ **Compila il quadro dei segni e leggi la risposta. Gli zeri si mettono in ordine prima di disegnare.**

49. $(x-2)(x+3) > 0$ [$x < -3 \vee x > 2$]

50. $(x-2)(x+3) < 0$ [$-3 < x < 2$]

51. $(x-1)(x-5) \geq 0$ [$x \leq 1 \vee x \geq 5$]

52. $(x-1)(x-5) \leq 0$ [$1 \leq x \leq 5$]

53. $(x)(x-4) > 0$ [$x < 0 \vee x > 4$]

54. $(x)(x-4) < 0$ [$0 < x < 4$]

55. $(x+1)(x+6) > 0$ [$x < -6 \vee x > -1$]

56. $(x+1)(x+6) \leq 0$ [$-6 \leq x \leq -1$]

57. $(x-3)(x-7) < 0$ [$3 < x < 7$]

58. $(x+2)(x-2) > 0$ [$x < -2 \vee x > 2$]

59. $(x+2)(x-2) < 0$ [$-2 < x < 2$]

60. $(x-1)(x-4) \geq 0$ [$x \leq 1 \vee x \geq 4$]

61. $(x+5)(x) < 0$ [$-5 < x < 0$]

62. $(x-2)(x-6) > 0$ [$x < 2 \vee x > 6$]

63. $(x+4)(x+1) \leq 0$ [$-4 \leq x \leq -1$]

64. $(x)(x-3) \geq 0$ [$x \leq 0 \vee x \geq 3$]

65. $(x+3)(x-5) < 0$ [$-3 < x < 5$]

66. $(x-1)(x-8) > 0$ [$x < 1 \vee x > 8$]

67. $(x+7)(x+2) \geq 0$ [$x \leq -7 \vee x \geq -2$]

68. $(x-4)(x-9) \leq 0$ [$4 \leq x \leq 9$]

69. $(x+5)(x-1) \leq 0$ [$-5 \leq x \leq 1$]

70. $(x+5)(x-1) \geq 0$ [$x \leq -5 \vee x \geq 1$]

71. $(x+4)(x-3) \geq 0$ [$x \leq -4 \vee x \geq 3$]

72. $(x+4)(x-3) < 0$ [$-4 < x < 3$]

73. $(x+3)(x+1) < 0$ [$-3 < x < -1$]

74. $(x+3)(x+1) > 0$ [$x < -3 \vee x > -1$]

75. $(x+2)(x-6) > 0$ [$x < -2 \vee x > 6$]

76. $(x+2)(x-6) \leq 0$ [$-2 \leq x \leq 6$]

77. $(x+1)(x-2) \leq 0$ [$-1 \leq x \leq 2$]

78. $(x+1)(x-2) \geq 0$ [$x \leq -1 \vee x \geq 2$]

79. $(x)(x-5) \geq 0$ [$x \leq 0 \vee x \geq 5$]

80. $(x)(x-5) < 0$ [$0 < x < 5$]

81. $(x-1)(x-7) < 0$ [$1 < x < 7$]

82. $(x-1)(x-7) > 0$ [$x < 1 \vee x > 7$]

83. $(x-2)(x+6) > 0$ [$x < -6 \vee x > 2$]

84. $(x-2)(x+6) \leq 0$ [$-6 \leq x \leq 2$]

85. $(x-3)(x-4) \leq 0$ [$3 \leq x \leq 4$]

86. $(x-3)(x-4) \geq 0$ [$x \leq 3 \vee x \geq 4$]

87. $(x-4)(x+2) \geq 0$ [$x \leq -2 \vee x \geq 4$]

88. $(x-4)(x+2) < 0$ [$-2 < x < 4$]

89. $(x-5)(x-9) < 0$ [$5 < x < 9$]

90. $(x-5)(x-9) > 0$ [$x < 5 \vee x > 9$]

91. $(x-6)(x+3) > 0$ [$x < -3 \vee x > 6$]

92. $(x-6)(x+3) \leq 0$ [$-3 \leq x \leq 6$]

93. $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3) \leq 0$ [$\frac{1}{2} \leq x \leq 3$]

94. $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3) \geq 0$ [$x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 3$]

95. $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x-2) \geq 0$ [$x \leq -\frac{3}{2} \vee x \geq 2$]

96. $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x-2) < 0$ [$-\frac{3}{2} < x < 2$]

97. $\left(x - \frac{5}{2}\right)(x+1) < 0$ [$-1 < x < \frac{5}{2}$]

98. $\left(x - \frac{5}{2}\right)(x+1) > 0$ [$x < -1 \vee x > \frac{5}{2}$]

99. $\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-4) > 0$ [$x < -\frac{1}{2} \vee x > 4$]

100. $\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-4) \leq 0$ [$-\frac{1}{2} \leq x \leq 4$]

101. $\left(x - \frac{3}{4}\right)(x+2) \leq 0$ [$-2 \leq x \leq \frac{3}{4}$]

$$102. \left(x - \frac{3}{4}\right)(x+2) \geq 0 \quad [x \leq -2 \vee x \geq \frac{3}{4}]$$

$$103. \left(x + \frac{7}{2}\right)(x-1) \geq 0 \quad [x \leq -\frac{7}{2} \vee x \geq 1]$$

$$104. \left(x + \frac{7}{2}\right)(x-1) < 0 \quad [-\frac{7}{2} < x < 1]$$

$$105. \left(x - \frac{1}{3}\right)(x-5) < 0 \quad [\frac{1}{3} < x < 5]$$

$$106. \left(x - \frac{1}{3}\right)(x-5) > 0 \quad [x < \frac{1}{3} \vee x > 5]$$

$$107. \left(x + \frac{2}{3}\right)(x+4) > 0 \quad [x < -4 \vee x > -\frac{2}{3}]$$

$$108. \left(x + \frac{2}{3}\right)(x+4) \leq 0 \quad [-4 \leq x \leq -\frac{2}{3}]$$

$$109. (x+8)(x) \leq 0 \quad [-8 \leq x \leq 0]$$

$$110. (x+8)(x) \geq 0 \quad [x \leq -8 \vee x \geq 0]$$

$$111. (x-7)(x+5) \geq 0 \quad [x \leq -5 \vee x \geq 7]$$

$$112. (x-7)(x+5) < 0 \quad [-5 < x < 7]$$

$$113. (x+6)(x-4) < 0 \quad [-6 < x < 4]$$

$$114. (x+6)(x-4) > 0 \quad [x < -6 \vee x > 4]$$

$$115. (x-8)(x-2) > 0 \quad [x < 2 \vee x > 8]$$

$$116. (x-8)(x-2) \leq 0 \quad [2 \leq x \leq 8]$$

$$117. \left(x - \frac{9}{2}\right)(x) \leq 0 \quad [0 \leq x \leq \frac{9}{2}]$$

$$118. \left(x - \frac{9}{2}\right)(x) \geq 0 \quad [x \leq 0 \vee x \geq \frac{9}{2}]$$

■□□□ Qui i fattori non sono monici: lo zero è una frazione, e il coefficiente di x è quello che decide il verso della riga.

$$119. (2x-1)(x+3) > 0 \quad [x < -3 \vee x > \frac{1}{2}]$$

$$120. (3x+1)(2x-5) < 0 \quad [-\frac{1}{3} < x < \frac{5}{2}]$$

$$121. (2x-3)(4x+1) \geq 0 \quad [x \leq -\frac{1}{4} \vee x \geq \frac{3}{2}]$$

$$122. (5x+2)(x-2) \leq 0 \quad [-\frac{2}{5} \leq x \leq 2]$$

$$123. (2x-1)(x+3) \geq 0 \quad [x \leq -3 \vee x \geq \frac{1}{2}]$$

$$124. (2x-1)(x+3) > 0 \quad [x < -3 \vee x > \frac{1}{2}]$$

$$125. (3x+2)(x-4) < 0 \quad [-\frac{2}{3} < x < 4]$$

$$126. (3x+2)(x-4) \leq 0 \quad [-\frac{2}{3} \leq x \leq 4]$$

$$127. (2x+5)(3x-6) > 0 \quad [x < -\frac{5}{2} \vee x > 2]$$

$$128. (2x+5)(3x-6) \geq 0 \quad [x \leq -\frac{5}{2} \vee x \geq 2]$$

$$129. (4x-3)(x+1) \leq 0 \quad [-1 \leq x \leq \frac{3}{4}]$$

$$130. (4x-3)(x+1) < 0 \quad [-1 < x < \frac{3}{4}]$$

$$131. (5x+1)(2x-8) \geq 0 \quad [x \leq -\frac{1}{5} \vee x \geq 4]$$

$$132. (5x+1)(2x-8) > 0 \quad [x < -\frac{1}{5} \vee x > 4]$$

133. $(3x - 9)(2x + 7) < 0 \left[-\frac{7}{2} < x < 3 \right]$
134. $(3x - 9)(2x + 7) \leq 0 \left[-\frac{7}{2} \leq x \leq 3 \right]$
135. $(2x + 7)(5x - 10) > 0 \left[x < -\frac{7}{2} \vee x > 2 \right]$
136. $(2x + 7)(5x - 10) \geq 0 \left[x \leq -\frac{7}{2} \vee x \geq 2 \right]$
137. $(6x - 3)(x - 5) \leq 0 \left[\frac{1}{2} \leq x \leq 5 \right]$
138. $(6x - 3)(x - 5) < 0 \left[\frac{1}{2} < x < 5 \right]$
139. $(3x + 4)(4x - 1) \geq 0 \left[x \leq -\frac{4}{3} \vee x \geq \frac{1}{4} \right]$
140. $(3x + 4)(4x - 1) > 0 \left[x < -\frac{4}{3} \vee x > \frac{1}{4} \right]$
141. $(2x - 9)(3x + 3) < 0 \left[-1 < x < \frac{9}{2} \right]$
142. $(2x - 9)(3x + 3) \leq 0 \left[-1 \leq x \leq \frac{9}{2} \right]$
143. $(5x - 2)(x + 6) > 0 \left[x < -6 \vee x > \frac{2}{5} \right]$
144. $(5x - 2)(x + 6) \geq 0 \left[x \leq -6 \vee x \geq \frac{2}{5} \right]$
145. $(4x + 5)(2x - 3) \leq 0 \left[-\frac{5}{4} \leq x \leq \frac{3}{2} \right]$
146. $(4x + 5)(2x - 3) < 0 \left[-\frac{5}{4} < x < \frac{3}{2} \right]$
147. $(7x - 7)(2x + 1) \geq 0 \left[x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq 1 \right]$
148. $(7x - 7)(2x + 1) > 0 \left[x < -\frac{1}{2} \vee x > 1 \right]$
149. $(3x + 8)(5x - 5) < 0 \left[-\frac{8}{3} < x < 1 \right]$
150. $(3x + 8)(5x - 5) \leq 0 \left[-\frac{8}{3} \leq x \leq 1 \right]$
151. $(2x + 2)(6x - 9) > 0 \left[x < -1 \vee x > \frac{3}{2} \right]$
152. $(2x + 2)(6x - 9) \geq 0 \left[x \leq -1 \vee x \geq \frac{3}{2} \right]$
153. $(4x - 6)(3x + 1) \leq 0 \left[-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{3}{2} \right]$
154. $(4x - 6)(3x + 1) < 0 \left[-\frac{1}{3} < x < \frac{3}{2} \right]$
155. $(5x + 3)(2x - 7) \geq 0 \left[x \leq -\frac{3}{5} \vee x \geq \frac{7}{2} \right]$
156. $(5x + 3)(2x - 7) > 0 \left[x < -\frac{3}{5} \vee x > \frac{7}{2} \right]$
157. $(3x - 1)(4x + 8) < 0 \left[-2 < x < \frac{1}{3} \right]$
158. $(3x - 1)(4x + 8) \leq 0 \left[-2 \leq x \leq \frac{1}{3} \right]$

$$159. (6x + 5)(2x - 1) > 0 \left[x < -\frac{5}{6} \vee x > \frac{1}{2} \right]$$

$$160. (6x + 5)(2x - 1) \geq 0 \left[x \leq -\frac{5}{6} \vee x \geq \frac{1}{2} \right]$$

$$161. (2x - 11)(5x + 4) \leq 0 \left[-\frac{4}{5} \leq x \leq \frac{11}{2} \right]$$

$$162. (2x - 11)(5x + 4) < 0 \left[-\frac{4}{5} < x < \frac{11}{2} \right]$$

■ ■ □ □ **Attenzione: qui un fattore ha il coefficiente di x negativo, e la sua riga è rovesciata.**

$$163. (x - 1)(-x + 3) > 0 \left[1 < x < 3 \right]$$

$$164. (x + 2)(-x + 5) < 0 \left[x < -2 \vee x > 5 \right]$$

$$165. (-x + 4)(x + 1) \geq 0 \left[-1 \leq x \leq 4 \right]$$

$$166. (2x - 4)(-x + 1) \leq 0 \left[x \leq 1 \vee x \geq 2 \right]$$

$$167. (-2x + 6)(x + 3) > 0 \left[-3 < x < 3 \right]$$

$$168. (x - 5)(-3x + 3) < 0 \left[x < 1 \vee x > 5 \right]$$

$$169. (-x - 2)(x - 4) > 0 \left[-2 < x < 4 \right]$$

$$170. (3x + 9)(-x + 2) \leq 0 \left[x \leq -3 \vee x \geq 2 \right]$$

$$171. (x - 1)(-x + 3) \geq 0 \left[1 \leq x \leq 3 \right]$$

$$172. (x - 1)(-2x + 4) < 0 \left[x < 1 \vee x > 2 \right]$$

$$173. (x - 1)(-3x + 6) > 0 \left[1 < x < 2 \right]$$

$$174. (x - 1)(-x - 2) \leq 0 \left[x \leq -2 \vee x \geq 1 \right]$$

$$175. (x + 2)(-x + 3) \geq 0 \left[-2 \leq x \leq 3 \right]$$

$$176. (x + 2)(-2x + 4) < 0 \left[x < -2 \vee x > 2 \right]$$

$$177. (x + 2)(-3x + 6) > 0 \left[-2 < x < 2 \right]$$

$$178. (x + 2)(-x - 2) \leq 0 \left[S = \mathbb{R} \right]$$

$$179. (x - 3)(-x + 3) \geq 0 \left[x = 3 \right]$$

$$180. (x - 3)(-2x + 4) < 0 \left[x < 2 \vee x > 3 \right]$$

$$181. (x - 3)(-3x + 6) > 0 \left[2 < x < 3 \right]$$

$$182. (x - 3)(-x - 2) \leq 0 \left[x \leq -2 \vee x \geq 3 \right]$$

$$183. (x + 4)(-x + 3) \geq 0 \left[-4 \leq x \leq 3 \right]$$

$$184. (x + 4)(-2x + 4) < 0 \left[x < -4 \vee x > 2 \right]$$

$$185. (x + 4)(-3x + 6) > 0 \left[-4 < x < 2 \right]$$

$$186. (x + 4)(-x - 2) \leq 0 \left[x \leq -4 \vee x \geq -2 \right]$$

187. $(x-5)(-x+3) \geq 0$ $[3 \leq x \leq 5]$
188. $(x-5)(-2x+4) < 0$ $[x < 2 \vee x > 5]$
189. $(x-5)(-3x+6) > 0$ $[2 < x < 5]$
190. $(x-5)(-x-2) \leq 0$ $[x \leq -2 \vee x \geq 5]$
191. $(x+6)(-x+3) \geq 0$ $[-6 \leq x \leq 3]$
192. $(x+6)(-2x+4) < 0$ $[x < -6 \vee x > 2]$
193. $(x+6)(-3x+6) > 0$ $[-6 < x < 2]$
194. $(x+6)(-x-2) \leq 0$ $[x \leq -6 \vee x \geq -2]$

3. Prodotti di tre e quattro fattori

Teoria: par. 5

■ ■ ■ ■ Tre fattori: il quadro ha quattro colonne. Se i fattori sono tutti semplici, la riga finale si alterna.

195. $(x+2)(x-1)(x-3) > 0$ $[-2 < x < 1 \vee x > 3]$
196. $(x+2)(x-1)(x-3) < 0$ $[x < -2 \vee 1 < x < 3]$
197. $(x)(x-2)(x+2) \geq 0$ $[-2 \leq x \leq 0 \vee x \geq 2]$
198. $(x+1)(x)(x-1) > 0$ $[-1 < x < 0 \vee x > 1]$
199. $(x+1)(x)(x-1) < 0$ $[x < -1 \vee 0 < x < 1]$
200. $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$ $[1 < x < 2 \vee x > 3]$
201. $(x+3)(x+1)(x-2) \leq 0$ $[x \leq -3 \vee -1 \leq x \leq 2]$
202. $(x)(x-1)(x-5) > 0$ $[0 < x < 1 \vee x > 5]$
203. $(x+4)(x)(x-4) < 0$ $[x < -4 \vee 0 < x < 4]$
204. $(x-2)(x-4)(x-6) \geq 0$ $[2 \leq x \leq 4 \vee x \geq 6]$
205. $(x+5)(x+2)(x-1) > 0$ $[-5 < x < -2 \vee x > 1]$
206. $(x+1)(x-3)(x-6) < 0$ $[x < -1 \vee 3 < x < 6]$
207. $(x)(x-3)(x-7) \leq 0$ $[x \leq 0 \vee 3 \leq x \leq 7]$
208. $(x+6)(x+3)(x) > 0$ $[-6 < x < -3 \vee x > 0]$
209. $(x-1)(x-4)(x-8) < 0$ $[x < 1 \vee 4 < x < 8]$
210. $(x+2)(x)(x-5) \geq 0$ $[-2 \leq x \leq 0 \vee x \geq 5]$
211. $(x+8)(x+4)(x-2) < 0$ $[x < -8 \vee -4 < x < 2]$
212. $(x-1)(x-3)(x-9) > 0$ $[1 < x < 3 \vee x > 9]$

$$213. (x+5)(x+1)(x-2) \geq 0 \quad [-5 \leq x \leq -1 \vee x \geq 2]$$

$$214. (x+4)(x)(x-3) < 0 \quad [x < -4 \vee 0 < x < 3]$$

$$215. (x+3)(x-1)(x-6) > 0 \quad [-3 < x < 1 \vee x > 6]$$

$$216. (x+2)(x-2)(x-7) \leq 0 \quad [x \leq -2 \vee 2 \leq x \leq 7]$$

$$217. (x+1)(x-3)(x-8) \geq 0 \quad [-1 \leq x \leq 3 \vee x \geq 8]$$

$$218. (x)(x-4)(x-9) < 0 \quad [x < 0 \vee 4 < x < 9]$$

$$219. (x-1)(x-5)(x-10) > 0 \quad [1 < x < 5 \vee x > 10]$$

$$220. (x+7)(x+2)(x-4) \leq 0 \quad [x \leq -7 \vee -2 \leq x \leq 4]$$

$$221. (x+6)(x-1)(x-5) \geq 0 \quad [-6 \leq x \leq 1 \vee x \geq 5]$$

$$222. (x+8)(x)(x-2) < 0 \quad [x < -8 \vee 0 < x < 2]$$

$$223. \left(x + \frac{1}{2}\right)(x-1)(x-4) > 0 \quad \left[-\frac{1}{2} < x < 1 \vee x > 4\right]$$

$$224. \left(x - \frac{3}{2}\right)(x+2)(x-5) \leq 0 \quad \left[x \leq -2 \vee \frac{3}{2} \leq x \leq 5\right]$$

$$225. (x+3)\left(x - \frac{1}{3}\right)(x-6) \geq 0 \quad \left[-3 \leq x \leq \frac{1}{3} \vee x \geq 6\right]$$

$$226. \left(x + \frac{5}{2}\right)(x)(x-3) < 0 \quad \left[x < -\frac{5}{2} \vee 0 < x < 3\right]$$

$$227. (x-1)\left(x - \frac{7}{2}\right)(x-8) > 0 \quad \left[1 < x < \frac{7}{2} \vee x > 8\right]$$

$$228. (x+4)\left(x + \frac{3}{2}\right)(x-2) \leq 0 \quad \left[x \leq -4 \vee -\frac{3}{2} \leq x \leq 2\right]$$

$$229. (x)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-7) \geq 0 \quad \left[0 \leq x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 7\right]$$

$$230. (x+6)(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right) < 0 \quad \left[x < -6 \vee -1 < x < \frac{5}{2}\right]$$

$$231. (x-2)(x-3)(x-9) > 0 \quad [2 < x < 3 \vee x > 9]$$

$$232. (x+9)(x+5)(x-1) \leq 0 \quad [x \leq -9 \vee -5 \leq x \leq 1]$$

$$233. \left(x - \frac{1}{4}\right)(x-2)(x-6) \geq 0 \quad \left[\frac{1}{4} \leq x \leq 2 \vee x \geq 6\right]$$

$$234. (x+2)\left(x - \frac{9}{2}\right)(x-7) < 0 \quad \left[x < -2 \vee \frac{9}{2} < x < 7\right]$$

■ ■ ■ ■ Quattro fattori, cinque colonne. Il metodo non cambia: cambia solo quante occasioni ha la distrazione di colpire.

$$235. (x+2)(x)(x-1)(x-4) < 0 \quad [-2 < x < 0 \vee 1 < x < 4]$$

236. $(x+2)(x)(x-1)(x-4) > 0$ [$x < -2 \vee 0 < x < 1 \vee x > 4$]
237. $(x+3)(x+1)(x-2)(x-5) > 0$ [$x < -3 \vee -1 < x < 2 \vee x > 5$]
238. $(x+3)(x+1)(x-2)(x-5) \leq 0$ [$-3 \leq x \leq -1 \vee 2 \leq x \leq 5$]
239. $(x)(x-1)(x-2)(x-3) < 0$ [$0 < x < 1 \vee 2 < x < 3$]
240. $(x)(x-1)(x-2)(x-3) \geq 0$ [$x \leq 0 \vee 1 \leq x \leq 2 \vee x \geq 3$]
241. $(x+4)(x+2)(x)(x-2) > 0$ [$x < -4 \vee -2 < x < 0 \vee x > 2$]
242. $(x+4)(x+2)(x)(x-2) < 0$ [$-4 < x < -2 \vee 0 < x < 2$]
243. $(x+1)(x-1)(x-3)(x-5) \leq 0$ [$-1 \leq x \leq 1 \vee 3 \leq x \leq 5$]
244. $(x+1)(x-1)(x-3)(x-5) > 0$ [$x < -1 \vee 1 < x < 3 \vee x > 5$]
245. $(x+5)(x+3)(x-1)(x-6) < 0$ [$-5 < x < -3 \vee 1 < x < 6$]
246. $(x+5)(x+3)(x-1)(x-6) \geq 0$ [$x \leq -5 \vee -3 \leq x \leq 1 \vee x \geq 6$]
247. $(x-2)(x-4)(x-6)(x-8) > 0$ [$x < 2 \vee 4 < x < 6 \vee x > 8$]
248. $(x-2)(x-4)(x-6)(x-8) < 0$ [$2 < x < 4 \vee 6 < x < 8$]
249. $(x+6)(x+2)(x-3)(x-7) \geq 0$ [$x \leq -6 \vee -2 \leq x \leq 3 \vee x \geq 7$]
250. $(x+6)(x+2)(x-3)(x-7) < 0$ [$-6 < x < -2 \vee 3 < x < 7$]
251. $(x+5)(x+2)(x-1)(x-6) > 0$ [$x < -5 \vee -2 < x < 1 \vee x > 6$]
252. $(x+5)(x+2)(x-1)(x-6) \geq 0$ [$x \leq -5 \vee -2 \leq x \leq 1 \vee x \geq 6$]
253. $(x+4)(x+1)(x-3)(x-7) \leq 0$ [$-4 \leq x \leq -1 \vee 3 \leq x \leq 7$]
254. $(x+4)(x+1)(x-3)(x-7) < 0$ [$-4 < x < -1 \vee 3 < x < 7$]
255. $(x+6)(x)(x-2)(x-5) \geq 0$ [$x \leq -6 \vee 0 \leq x \leq 2 \vee x \geq 5$]
256. $(x+6)(x)(x-2)(x-5) > 0$ [$x < -6 \vee 0 < x < 2 \vee x > 5$]
257. $(x+3)(x-1)(x-4)(x-9) < 0$ [$-3 < x < 1 \vee 4 < x < 9$]
258. $(x+3)(x-1)(x-4)(x-9) \leq 0$ [$-3 \leq x \leq 1 \vee 4 \leq x \leq 9$]
259. $(x+7)(x+3)(x)(x-8) > 0$ [$x < -7 \vee -3 < x < 0 \vee x > 8$]
260. $(x+7)(x+3)(x)(x-8) \geq 0$ [$x \leq -7 \vee -3 \leq x \leq 0 \vee x \geq 8$]
261. $(x+2)(x-2)(x-5)(x-10) \leq 0$ [$-2 \leq x \leq 2 \vee 5 \leq x \leq 10$]
262. $(x+2)(x-2)(x-5)(x-10) < 0$ [$-2 < x < 2 \vee 5 < x < 10$]
263. $(x+8)(x+4)(x-1)(x-3) \geq 0$ [$x \leq -8 \vee -4 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3$]
264. $(x+8)(x+4)(x-1)(x-3) > 0$ [$x < -8 \vee -4 < x < 1 \vee x > 3$]
265. $(x+1)(x)(x-6)(x-11) < 0$ [$-1 < x < 0 \vee 6 < x < 11$]

$$266. (x+1)(x)(x-6)(x-11) \leq 0 \quad [-1 \leq x \leq 0 \vee 6 \leq x \leq 11]$$

$$267. \left(x + \frac{3}{2}\right)(x)(x-2)(x-5) > 0 \quad \left[x < -\frac{3}{2} \vee 0 < x < 2 \vee x > 5\right]$$

$$268. \left(x + \frac{3}{2}\right)(x)(x-2)(x-5) \geq 0 \quad \left[x \leq -\frac{3}{2} \vee 0 \leq x \leq 2 \vee x \geq 5\right]$$

$$269. (x+4)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3)(x-7) \leq 0 \quad \left[-4 \leq x \leq \frac{1}{2} \vee 3 \leq x \leq 7\right]$$

$$270. (x+4)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3)(x-7) < 0 \quad \left[-4 < x < \frac{1}{2} \vee 3 < x < 7\right]$$

$$271. (x+6)(x+2)\left(x - \frac{5}{2}\right)(x-4) \geq 0 \quad \left[x \leq -6 \vee -2 \leq x \leq \frac{5}{2} \vee x \geq 4\right]$$

$$272. (x+6)(x+2)\left(x - \frac{5}{2}\right)(x-4) > 0 \quad \left[x < -6 \vee -2 < x < \frac{5}{2} \vee x > 4\right]$$

$$273. (x+1)(x-1)\left(x - \frac{7}{2}\right)(x-9) < 0 \quad \left[-1 < x < 1 \vee \frac{7}{2} < x < 9\right]$$

$$274. (x+1)(x-1)\left(x - \frac{7}{2}\right)(x-9) \leq 0 \quad \left[-1 \leq x \leq 1 \vee \frac{7}{2} \leq x \leq 9\right]$$

$$275. \left(x + \frac{5}{2}\right)(x+1)(x-2)(x-8) > 0 \quad \left[x < -\frac{5}{2} \vee -1 < x < 2 \vee x > 8\right]$$

$$276. \left(x + \frac{5}{2}\right)(x+1)(x-2)(x-8) \geq 0 \quad \left[x \leq -\frac{5}{2} \vee -1 \leq x \leq 2 \vee x \geq 8\right]$$

$$277. (x+3)(x)\left(x - \frac{3}{2}\right)(x-6) \leq 0 \quad \left[-3 \leq x \leq 0 \vee \frac{3}{2} \leq x \leq 6\right]$$

$$278. (x+3)(x)\left(x - \frac{3}{2}\right)(x-6) < 0 \quad \left[-3 < x < 0 \vee \frac{3}{2} < x < 6\right]$$

$$279. (x+9)(x+5)(x-2)(x-4) \geq 0 \quad [x \leq -9 \vee -5 \leq x \leq 2 \vee x \geq 4]$$

$$280. (x+9)(x+5)(x-2)(x-4) > 0 \quad [x < -9 \vee -5 < x < 2 \vee x > 4]$$

$$281. (x+2)(x-3)(x-6)(x-12) < 0 \quad [-2 < x < 3 \vee 6 < x < 12]$$

$$282. (x+2)(x-3)(x-6)(x-12) \leq 0 \quad [-2 \leq x \leq 3 \vee 6 \leq x \leq 12]$$

4. Fattori ripetuti

Teoria: par. 6

■ ■ ■ C'è un esponente: guarda la parità prima di compilare la riga. Pari non cambia segno, dispari sì.

$$283. (x-1)^2(x+2) > 0 \quad [-2 < x < 1 \vee x > 1]$$

$$284. (x-1)^2(x+2) \geq 0 \quad [x \geq -2]$$

$$285. (x-1)^3(x+2) > 0 \quad [x < -2 \vee x > 1]$$

$$286. (x-1)^3(x+2) < 0 \quad [-2 < x < 1]$$

287. $(x)^2(x-3) < 0$ [$x < 0 \vee 0 < x < 3$]
288. $(x)^2(x-3) \leq 0$ [$x \leq 3$]
289. $(x-2)^2 > 0$ [$x \neq 2$]
290. $(x-2)^2 < 0$ [$S = \emptyset$]
291. $(x-2)^2 \leq 0$ [$x = 2$]
292. $(x-2)^2 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$]
293. $(x+1)^2(x-2)^2 > 0$ [$x \neq -1 \wedge x \neq 2$]
294. $(x+1)^2(x-2)^2 \leq 0$ [$x = -1 \vee x = 2$]
295. $(x-1)^4(x+3) > 0$ [$-3 < x < 1 \vee x > 1$]
296. $(x-1)(x+3)^2 < 0$ [$x < -3 \vee -3 < x < 1$]
297. $(x)^2(x-2)(x+2) > 0$ [$x < -2 \vee x > 2$]
298. $(x)(x-2)^2(x+2) < 0$ [$-2 < x < 0$]
299. $(x+4)^3(x-1)^2 \geq 0$ [$x \geq -4$]
300. $(x-5)^2(x+1)^3 < 0$ [$x < -1$]
301. $(x-1)^2(x-2)(x-3) \leq 0$ [$x = 1 \vee 2 \leq x \leq 3$]
302. $(x+2)(x)^3(x-4) > 0$ [$-2 < x < 0 \vee x > 4$]
303. $(x-1)^2(x+3) > 0$ [$-3 < x < 1 \vee x > 1$]
304. $(x-1)(x+3)^2 \leq 0$ [$x \leq 1$]
305. $(x-1)^3(x+3) \geq 0$ [$x \leq -3 \vee x \geq 1$]
306. $(x-1)(x+3)^3 < 0$ [$-3 < x < 1$]
307. $(x-1)^2(x+3)^2 > 0$ [$x \neq -3 \wedge x \neq 1$]
308. $(x)^2(x-4) \leq 0$ [$x \leq 4$]
309. $(x)(x-4)^2 \geq 0$ [$x \geq 0$]
310. $(x)^3(x-4) < 0$ [$0 < x < 4$]
311. $(x)(x-4)^3 > 0$ [$x < 0 \vee x > 4$]
312. $(x)^2(x-4)^2 \leq 0$ [$x = 0 \vee x = 4$]
313. $(x+2)^2(x-3) \geq 0$ [$x = -2 \vee x \geq 3$]
314. $(x+2)(x-3)^2 < 0$ [$x < -2$]
315. $(x+2)^3(x-3) > 0$ [$x < -2 \vee x > 3$]
316. $(x+2)(x-3)^3 \leq 0$ [$-2 \leq x \leq 3$]

317. $(x+2)^2(x-3)^2 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$]
 318. $(x-2)^2(x+5) < 0$ [$x < -5$]
 319. $(x-2)(x+5)^2 > 0$ [$x > 2$]
 320. $(x-2)^3(x+5) \leq 0$ [$-5 \leq x \leq 2$]
 321. $(x-2)(x+5)^3 \geq 0$ [$x \leq -5 \vee x \geq 2$]
 322. $(x-2)^2(x+5)^2 < 0$ [$S = \emptyset$]
 323. $(x+1)^2(x-6) > 0$ [$x > 6$]
 324. $(x+1)(x-6)^2 \leq 0$ [$x \leq -1 \vee x = 6$]
 325. $(x+1)^3(x-6) \geq 0$ [$x \leq -1 \vee x \geq 6$]
 326. $(x+1)(x-6)^3 < 0$ [$-1 < x < 6$]
 327. $(x+1)^2(x-6)^2 > 0$ [$x \neq -1 \wedge x \neq 6$]

5. Fattori costanti

Teoria: par. 7

■ ■ ■ C'è una costante davanti: si può togliere, ma se è negativa il verso cambia.

328. $3(x-1)(x+2) > 0$ [$x < -2 \vee x > 1$]
 329. $-3(x-1)(x+2) > 0$ [$-2 < x < 1$]
 330. $2(x)(x-5) < 0$ [$0 < x < 5$]
 331. $-2(x)(x-5) < 0$ [$x < 0 \vee x > 5$]
 332. $5(x+1)(x-4) \geq 0$ [$x \leq -1 \vee x \geq 4$]
 333. $-5(x+1)(x-4) \geq 0$ [$-1 \leq x \leq 4$]
 334. $4(x-2)(x+3) \leq 0$ [$-3 \leq x \leq 2$]
 335. $-4(x-2)(x+3) \leq 0$ [$x \leq -3 \vee x \geq 2$]
 336. $7(x+2)(x-6) > 0$ [$x < -2 \vee x > 6$]
 337. $-1(x-3)(x) > 0$ [$0 < x < 3$]
 338. $10(x+5)(x-1) < 0$ [$-5 < x < 1$]
 339. $-6(x-1)(x-7) \geq 0$ [$1 \leq x \leq 7$]
 340. $2(x-1)(x+4) \leq 0$ [$-4 \leq x \leq 1$]
 341. $-2(x)(x-3) \geq 0$ [$0 \leq x \leq 3$]
 342. $3(x+2)(x-5) < 0$ [$-2 < x < 5$]

343. $-3(x-2)(x+6) > 0 \quad [-6 < x < 2]$

344. $6(x+1)(x-7) \leq 0 \quad [-1 \leq x \leq 7]$

345. $-6(x-4)(x+3) \geq 0 \quad [-3 \leq x \leq 4]$

346. $8(x)(x+5) < 0 \quad [-5 < x < 0]$

347. $-8(x-3)(x-8) > 0 \quad [3 < x < 8]$

348. $9(x+7)(x-1) \leq 0 \quad [-7 \leq x \leq 1]$

349. $-9(x-5)(x+2) \geq 0 \quad [-2 \leq x \leq 5]$

350. $12(x-6)(x) < 0 \quad [0 < x < 6]$

351. $-12(x+8)(x-2) > 0 \quad [-8 < x < 2]$

352. $15(x-1)(x-9) \leq 0 \quad [1 \leq x \leq 9]$

6. Disequazioni fratte

Teoria: par. 8

■ ■ ■ C.E. per prime, poi il quadro con $\neq$ sopra lo zero del denominatore.

353. $\frac{(x-1)}{(x-3)} > 0 \quad [x < 1 \vee x > 3 \text{ (C.E.: } x \neq 3)]$

354. $\frac{(x-1)}{(x-3)} < 0 \quad [1 < x < 3 \text{ (C.E.: } x \neq 3)]$

355. $\frac{(x-1)}{(x-3)} \geq 0 \quad [x \leq 1 \vee x > 3 \text{ (C.E.: } x \neq 3)]$

356. $\frac{(x-1)}{(x-3)} \leq 0 \quad [1 \leq x < 3 \text{ (C.E.: } x \neq 3)]$

357. $\frac{(x+2)}{(x-1)} \leq 0 \quad [-2 \leq x < 1 \text{ (C.E.: } x \neq 1)]$

358. $\frac{(x+2)}{(x-1)} > 0 \quad [x < -2 \vee x > 1 \text{ (C.E.: } x \neq 1)]$

359. $\frac{(x)}{(x-2)} > 0 \quad [x < 0 \vee x > 2 \text{ (C.E.: } x \neq 2)]$

360. $\frac{(x)}{(x-2)} \leq 0 \quad [0 \leq x < 2 \text{ (C.E.: } x \neq 2)]$

361. $\frac{(x-4)}{(x+1)} < 0 \quad [-1 < x < 4 \text{ (C.E.: } x \neq -1)]$

362. $\frac{(x-4)}{(x+1)} \geq 0 \quad [x < -1 \vee x \geq 4 \text{ (C.E.: } x \neq -1)]$

363. $\frac{(x+3)}{(x+5)} > 0 \quad [x < -5 \vee x > -3 \text{ (C.E.: } x \neq -5)]$

364. $\frac{(x-2)}{(x)} < 0$ [$0 < x < 2$ (C.E.: $x \neq 0$)]
365. $\frac{(x-5)}{(x-2)} \geq 0$ [$x < 2 \vee x \geq 5$ (C.E.: $x \neq 2$)]
366. $\frac{(x+1)}{(x-4)} \leq 0$ [$-1 \leq x < 4$ (C.E.: $x \neq 4$)]
367. $\frac{(x-3)}{(x+2)} > 0$ [$x < -2 \vee x > 3$ (C.E.: $x \neq -2$)]
368. $\frac{(x)}{(x+3)} < 0$ [$-3 < x < 0$ (C.E.: $x \neq -3$)]
369. $\frac{(x-6)}{(x-1)} \leq 0$ [$1 < x \leq 6$ (C.E.: $x \neq 1$)]
370. $\frac{(x+4)}{(x-2)} \geq 0$ [$x \leq -4 \vee x > 2$ (C.E.: $x \neq 2$)]
371. $\frac{(x-1)}{(x-3)} \geq 0$ [$x \leq 1 \vee x > 3$ (C.E.: $x \neq 3$)]
372. $\frac{(x-3)}{(x-1)} < 0$ [$1 < x < 3$ (C.E.: $x \neq 1$)]
373. $\frac{(x+2)}{(x-1)} > 0$ [$x < -2 \vee x > 1$ (C.E.: $x \neq 1$)]
374. $\frac{(x-1)}{(x+2)} \leq 0$ [$-2 < x \leq 1$ (C.E.: $x \neq -2$)]
375. $\frac{(x)}{(x-2)} \geq 0$ [$x \leq 0 \vee x > 2$ (C.E.: $x \neq 2$)]
376. $\frac{(x-2)}{(x)} < 0$ [$0 < x < 2$ (C.E.: $x \neq 0$)]
377. $\frac{(x-4)}{(x+1)} > 0$ [$x < -1 \vee x > 4$ (C.E.: $x \neq -1$)]
378. $\frac{(x+1)}{(x-4)} \leq 0$ [$-1 \leq x < 4$ (C.E.: $x \neq 4$)]
379. $\frac{(x+3)}{(x+5)} \geq 0$ [$x < -5 \vee x \geq -3$ (C.E.: $x \neq -5$)]
380. $\frac{(x+5)}{(x+3)} < 0$ [$-5 < x < -3$ (C.E.: $x \neq -3$)]
381. $\frac{(x-5)}{(x-2)} > 0$ [$x < 2 \vee x > 5$ (C.E.: $x \neq 2$)]
382. $\frac{(x-2)}{(x-5)} \leq 0$ [$2 \leq x < 5$ (C.E.: $x \neq 5$)]
383. $\frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)}{(x-3)} \geq 0$ [$x \leq \frac{1}{2} \vee x > 3$ (C.E.: $x \neq 3$)]

$$384. \frac{(x-3)}{\left(x-\frac{1}{2}\right)} < 0 \left[\frac{1}{2} < x < 3 \text{ (C.E.: } x \neq \frac{1}{2}) \right]$$

$$385. \frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)}{(x)} > 0 \left[x < -\frac{3}{2} \vee x > 0 \text{ (C.E.: } x \neq 0) \right]$$

$$386. \frac{(x)}{\left(x+\frac{3}{2}\right)} \leq 0 \left[-\frac{3}{2} < x \leq 0 \text{ (C.E.: } x \neq -\frac{3}{2}) \right]$$

$$387. \frac{\left(x-\frac{5}{2}\right)}{(x+1)} \geq 0 \left[x < -1 \vee x \geq \frac{5}{2} \text{ (C.E.: } x \neq -1) \right]$$

$$388. \frac{(x+1)}{\left(x-\frac{5}{2}\right)} < 0 \left[-1 < x < \frac{5}{2} \text{ (C.E.: } x \neq \frac{5}{2}) \right]$$

$$389. \frac{(x-6)}{(x-1)} > 0 \left[x < 1 \vee x > 6 \text{ (C.E.: } x \neq 1) \right]$$

$$390. \frac{(x-1)}{(x-6)} \leq 0 \left[1 \leq x < 6 \text{ (C.E.: } x \neq 6) \right]$$

$$391. \frac{(x+4)}{(x-2)} \geq 0 \left[x \leq -4 \vee x > 2 \text{ (C.E.: } x \neq 2) \right]$$

$$392. \frac{(x-2)}{(x+4)} < 0 \left[-4 < x < 2 \text{ (C.E.: } x \neq -4) \right]$$

7. Fratte con più fattori

Teoria: par. 8

■ ■ ■ ■ Numeratore e denominatore hanno più fattori: il quadro cresce, e gli zeri del denominatore restano fuori dalla risposta con qualunque verso.

$$393. \frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+4)} \leq 0 \left[-4 < x \leq -2 \vee 1 \leq x < 3 \text{ (C.E.: } x \neq -4, x \neq 3) \right]$$

$$394. \frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+4)} > 0 \left[x < -4 \vee -2 < x < 1 \vee x > 3 \text{ (C.E.: } x \neq -4, x \neq 3) \right]$$

$$395. \frac{(x)(x-3)}{(x+1)(x-5)} \geq 0 \left[x < -1 \vee 0 \leq x \leq 3 \vee x > 5 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 5) \right]$$

$$396. \frac{(x)(x-3)}{(x+1)(x-5)} < 0 \left[-1 < x < 0 \vee 3 < x < 5 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 5) \right]$$

$$397. \frac{(x+2)(x-2)}{(x)(x-4)} > 0 \left[x < -2 \vee 0 < x < 2 \vee x > 4 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 4) \right]$$

$$398. \frac{(x+2)(x-2)}{(x)(x-4)} \leq 0 \left[-2 \leq x < 0 \vee 2 \leq x < 4 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 4) \right]$$

$$399. \frac{(x-1)(x-4)}{(x+3)(x-2)} < 0 \left[-3 < x < 1 \vee 2 < x < 4 \text{ (C.E.: } x \neq -3, x \neq 2) \right]$$

400. $\frac{(x-1)(x-4)}{(x+3)(x-2)} \geq 0$ [$x < -3 \vee 1 \leq x < 2 \vee x \geq 4$ (C.E.: $x \neq -3, x \neq 2$)]
401. $\frac{(x+1)(x-5)}{(x)(x-3)} > 0$ [$x < -1 \vee 0 < x < 3 \vee x > 5$ (C.E.: $x \neq 0, x \neq 3$)]
402. $\frac{(x+1)(x-5)}{(x)(x-3)} \leq 0$ [$-1 \leq x < 0 \vee 3 < x \leq 5$ (C.E.: $x \neq 0, x \neq 3$)]
403. $\frac{(x-2)(x-6)}{(x+2)(x-4)} < 0$ [$-2 < x < 2 \vee 4 < x < 6$ (C.E.: $x \neq -2, x \neq 4$)]
404. $\frac{(x-2)(x-6)}{(x+2)(x-4)} \geq 0$ [$x < -2 \vee 2 \leq x < 4 \vee x \geq 6$ (C.E.: $x \neq -2, x \neq 4$)]
405. $\frac{(x+5)(x-1)}{(x+3)(x-3)} > 0$ [$x < -5 \vee -3 < x < 1 \vee x > 3$ (C.E.: $x \neq -3, x \neq 3$)]
406. $\frac{(x+5)(x-1)}{(x+3)(x-3)} \leq 0$ [$-5 \leq x < -3 \vee 1 \leq x < 3$ (C.E.: $x \neq -3, x \neq 3$)]
407. $\frac{(x)(x-2)(x-4)}{(x-1)(x-3)} > 0$ [$0 < x < 1 \vee 2 < x < 3 \vee x > 4$ (C.E.: $x \neq 1, x \neq 3$)]
408. $\frac{(x)(x-2)(x-4)}{(x-1)(x-3)} \leq 0$ [$x \leq 0 \vee 1 < x \leq 2 \vee 3 < x \leq 4$ (C.E.: $x \neq 1, x \neq 3$)]
409. $\frac{(x+1)(x-1)(x-3)}{(x)(x-2)} < 0$ [$x < -1 \vee 0 < x < 1 \vee 2 < x < 3$ (C.E.: $x \neq 0, x \neq 2$)]
410. $\frac{(x+1)(x-1)(x-3)}{(x)(x-2)} \geq 0$ [$-1 \leq x < 0 \vee 1 \leq x < 2 \vee x \geq 3$ (C.E.: $x \neq 0, x \neq 2$)]
411. $\frac{(x-1)(x+2)}{(x)(x-3)} > 0$ [$x < -2 \vee 0 < x < 1 \vee x > 3$ (C.E.: $x \neq 0, x \neq 3$)]
412. $\frac{(x-1)(x+2)}{(x)(x-3)} \geq 0$ [$x \leq -2 \vee 0 < x \leq 1 \vee x > 3$ (C.E.: $x \neq 0, x \neq 3$)]
413. $\frac{(x)(x-3)}{(x-1)(x+2)} \leq 0$ [$-2 < x \leq 0 \vee 1 < x \leq 3$ (C.E.: $x \neq -2, x \neq 1$)]
414. $\frac{(x)(x-3)}{(x-1)(x+2)} < 0$ [$-2 < x < 0 \vee 1 < x < 3$ (C.E.: $x \neq -2, x \neq 1$)]
415. $\frac{(x-2)(x-5)}{(x+1)(x-4)} \geq 0$ [$x < -1 \vee 2 \leq x < 4 \vee x \geq 5$ (C.E.: $x \neq -1, x \neq 4$)]
416. $\frac{(x-2)(x-5)}{(x+1)(x-4)} > 0$ [$x < -1 \vee 2 < x < 4 \vee x > 5$ (C.E.: $x \neq -1, x \neq 4$)]
417. $\frac{(x+1)(x-4)}{(x-2)(x-5)} < 0$ [$-1 < x < 2 \vee 4 < x < 5$ (C.E.: $x \neq 2, x \neq 5$)]
418. $\frac{(x+1)(x-4)}{(x-2)(x-5)} \leq 0$ [$-1 \leq x < 2 \vee 4 \leq x < 5$ (C.E.: $x \neq 2, x \neq 5$)]
419. $\frac{(x+3)(x-1)}{(x+5)(x)} > 0$ [$x < -5 \vee -3 < x < 0 \vee x > 1$ (C.E.: $x \neq -5, x \neq 0$)]

$$420. \frac{(x+3)(x-1)}{(x+5)(x)} \geq 0 \quad [x < -5 \vee -3 \leq x < 0 \vee x \geq 1 \text{ (C.E.: } x \neq -5, x \neq 0)]$$

$$421. \frac{(x+5)(x)}{(x+3)(x-1)} \leq 0 \quad [-5 \leq x < -3 \vee 0 \leq x < 1 \text{ (C.E.: } x \neq -3, x \neq 1)]$$

$$422. \frac{(x+5)(x)}{(x+3)(x-1)} < 0 \quad [-5 < x < -3 \vee 0 < x < 1 \text{ (C.E.: } x \neq -3, x \neq 1)]$$

$$423. \frac{(x)(x-6)}{(x-2)(x-4)} \geq 0 \quad [x \leq 0 \vee 2 < x < 4 \vee x \geq 6 \text{ (C.E.: } x \neq 2, x \neq 4)]$$

$$424. \frac{(x)(x-6)}{(x-2)(x-4)} > 0 \quad [x < 0 \vee 2 < x < 4 \vee x > 6 \text{ (C.E.: } x \neq 2, x \neq 4)]$$

$$425. \frac{(x-2)(x-4)}{(x)(x-6)} < 0 \quad [0 < x < 2 \vee 4 < x < 6 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 6)]$$

$$426. \frac{(x-2)(x-4)}{(x)(x-6)} \leq 0 \quad [0 < x \leq 2 \vee 4 \leq x < 6 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 6)]$$

$$427. \frac{(x-3)(x-7)}{(x+2)(x-5)} > 0 \quad [x < -2 \vee 3 < x < 5 \vee x > 7 \text{ (C.E.: } x \neq -2, x \neq 5)]$$

$$428. \frac{(x-3)(x-7)}{(x+2)(x-5)} \geq 0 \quad [x < -2 \vee 3 \leq x < 5 \vee x \geq 7 \text{ (C.E.: } x \neq -2, x \neq 5)]$$

$$429. \frac{(x+4)(x-2)}{(x+6)(x-1)} \leq 0 \quad [-6 < x \leq -4 \vee 1 < x \leq 2 \text{ (C.E.: } x \neq -6, x \neq 1)]$$

$$430. \frac{(x+4)(x-2)}{(x+6)(x-1)} < 0 \quad [-6 < x < -4 \vee 1 < x < 2 \text{ (C.E.: } x \neq -6, x \neq 1)]$$

$$431. \frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3)}{(x)(x-2)} \geq 0 \quad [x < 0 \vee \frac{1}{2} \leq x < 2 \vee x \geq 3 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 2)]$$

$$432. \frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3)}{(x)(x-2)} > 0 \quad [x < 0 \vee \frac{1}{2} < x < 2 \vee x > 3 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 2)]$$

$$433. \frac{(x+2)\left(x - \frac{5}{2}\right)}{(x-1)(x-4)} < 0 \quad [-2 < x < 1 \vee \frac{5}{2} < x < 4 \text{ (C.E.: } x \neq 1, x \neq 4)]$$

$$434. \frac{(x+2)\left(x - \frac{5}{2}\right)}{(x-1)(x-4)} \leq 0 \quad [-2 \leq x < 1 \vee \frac{5}{2} \leq x < 4 \text{ (C.E.: } x \neq 1, x \neq 4)]$$

$$435. \frac{(x)(x-5)}{\left(x + \frac{3}{2}\right)(x-3)} > 0 \quad [x < -\frac{3}{2} \vee 0 < x < 3 \vee x > 5 \text{ (C.E.: } x \neq -\frac{3}{2}, x \neq 3)]$$

$$436. \frac{(x)(x-5)}{\left(x + \frac{3}{2}\right)(x-3)} \geq 0 \quad [x < -\frac{3}{2} \vee 0 \leq x < 3 \vee x \geq 5 \text{ (C.E.: } x \neq -\frac{3}{2}, x \neq 3)]$$

$$437. \frac{(x-1)(x-8)}{(x+1)(x-6)} \leq 0 \quad [-1 < x \leq 1 \vee 6 < x \leq 8 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 6)]$$

$$438. \frac{(x-1)(x-8)}{(x+1)(x-6)} < 0 \quad [-1 < x < 1 \vee 6 < x < 8 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 6)]$$

$$439. \frac{(x+7)(x-3)}{(x+4)(x)} \geq 0 \quad [x \leq -7 \vee -4 < x < 0 \vee x \geq 3 \text{ (C.E.: } x \neq -4, x \neq 0)]$$

$$440. \frac{(x+7)(x-3)}{(x+4)(x)} > 0 \quad [x < -7 \vee -4 < x < 0 \vee x > 3 \text{ (C.E.: } x \neq -4, x \neq 0)]$$

8. Prima si scompone

Teoria: par. 9

■ ■ ■ ■ Scomponi in fattori di primo grado, poi compila il quadro. Non si divide mai per x : si raccoglie.

$$441. x^2 - 4 > 0 \quad [x < -2 \vee x > 2]$$

$$442. x^2 - 4 < 0 \quad [-2 < x < 2]$$

$$443. x^2 - 9 \geq 0 \quad [x \leq -3 \vee x \geq 3]$$

$$444. x^2 - 16 \leq 0 \quad [-4 \leq x \leq 4]$$

$$445. x^2 - 4x > 0 \quad [x < 0 \vee x > 4]$$

$$446. x^2 - 4x < 0 \quad [0 < x < 4]$$

$$447. x^2 + 3x \geq 0 \quad [x \leq -3 \vee x \geq 0]$$

$$448. x^2 - 6x \leq 0 \quad [0 \leq x \leq 6]$$

$$449. x^3 - 4x > 0 \quad [-2 < x < 0 \vee x > 2]$$

$$450. x^3 - 4x < 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < 2]$$

$$451. x^3 - 9x \geq 0 \quad [-3 \leq x \leq 0 \vee x \geq 3]$$

$$452. x^3 - x < 0 \quad [x < -1 \vee 0 < x < 1]$$

$$453. x^2 - 2x + 1 > 0 \quad [x \neq 1]$$

$$454. x^2 - 2x + 1 \leq 0 \quad [x = 1]$$

$$455. x^2 + 4x + 4 \geq 0 \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$456. x^2 - 6x + 9 < 0 \quad [S = \emptyset]$$

$$457. x^3 - x^2 - 4x + 4 > 0 \quad [-2 < x < 1 \vee x > 2]$$

$$458. x^3 + 2x^2 - x - 2 < 0 \quad [x < -2 \vee -1 < x < 1]$$

$$459. x^3 - 3x^2 - x + 3 \geq 0 \quad [-1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3]$$

$$460. x^3 + x^2 - 4x - 4 \leq 0 \quad [x \leq -2 \vee -1 \leq x \leq 2]$$

$$461. x^2 - 25 < 0 \quad [-5 < x < 5]$$

$$462. x^2 - 36 > 0 \quad [x < -6 \vee x > 6]$$

463. $x^2 - 49 \leq 0$ $[-7 \leq x \leq 7]$
464. $x^2 - 64 \geq 0$ $[x \leq -8 \vee x \geq 8]$
465. $x^2 - 100 < 0$ $[-10 < x < 10]$
466. $x^2 - 2x > 0$ $[x < 0 \vee x > 2]$
467. $x^2 - 3x \leq 0$ $[0 \leq x \leq 3]$
468. $x^2 - 5x \geq 0$ $[x \leq 0 \vee x \geq 5]$
469. $x^2 + 2x < 0$ $[-2 < x < 0]$
470. $x^2 + 3x > 0$ $[x < -3 \vee x > 0]$
471. $x^2 - 7x \leq 0$ $[0 \leq x \leq 7]$
472. $x^2 + 5x \geq 0$ $[x \leq -5 \vee x \geq 0]$
473. $x^3 - 16x < 0$ $[x < -4 \vee 0 < x < 4]$
474. $x^3 - 25x > 0$ $[-5 < x < 0 \vee x > 5]$
475. $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ $[x = 3]$
476. $x^2 - 8x + 16 \geq 0$ $[S = \mathbb{R}]$
477. $x^2 - 10x + 25 < 0$ $[S = \emptyset]$
478. $x^2 - 4x + 3 > 0$ $[x < 1 \vee x > 3]$
479. $x^2 - 7x + 10 \leq 0$ $[2 \leq x \leq 5]$
480. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$ $[x \leq -1 \vee x \geq 4]$
481. $x^2 + 5x + 6 < 0$ $[-3 < x < -2]$
482. $x^2 - 7x + 6 > 0$ $[x < 1 \vee x > 6]$

9. Portare in forma normale

Teoria: par. 10

■■■□ Porta tutto a primo membro, fai il denominatore comune e poi studia il segno. Non si moltiplica in croce.

483. $\frac{1}{x} > 2$ $[0 < x < \frac{1}{2}]$
484. $\frac{1}{x} < 3$ $[x < 0 \vee x > \frac{1}{3}]$
485. $\frac{2}{x} \geq 1$ $[0 < x \leq 2]$
486. $\frac{1}{x-1} > 1$ $[1 < x < 2]$

$$487. \frac{1}{x+2} < 1 \quad [x < -2 \vee x > -1]$$

$$488. \frac{x}{x-1} > 1 \quad [x > 1]$$

$$489. \frac{x+1}{x} \geq 2 \quad [0 < x \leq 1]$$

$$490. \frac{3}{x} \leq 1 \quad [x < 0 \vee x \geq 3]$$

$$491. \frac{x-2}{x+1} < 1 \quad [x > -1]$$

$$492. \frac{2x}{x-3} \geq 2 \quad [x > 3]$$

$$493. \frac{1}{x-2} \geq 1 \quad [2 < x \leq 3]$$

$$494. \frac{4}{x} > 2 \quad [0 < x < 2]$$

$$495. \frac{1}{x+1} \leq 2 \quad [x < -1 \vee x \geq -\frac{1}{2}]$$

$$496. \frac{x}{x+2} < 1 \quad [x > -2]$$

$$497. \frac{x-1}{x} > 2 \quad [-1 < x < 0]$$

$$498. \frac{5}{x} > 1 \quad [0 < x < 5]$$

$$499. \frac{2}{x} < 4 \quad [x < 0 \vee x > \frac{1}{2}]$$

$$500. \frac{3}{x-2} > 1 \quad [2 < x < 5]$$

$$501. \frac{2}{x+1} \leq 1 \quad [x < -1 \vee x \geq 1]$$

$$502. \frac{x}{x-2} \geq 1 \quad [x > 2]$$

$$503. \frac{x+3}{x} < 1 \quad [x < 0]$$

$$504. \frac{2x-1}{x} > 2 \quad [x < 0]$$

$$505. \frac{1}{x-3} < 2 \quad [x < 3 \vee x > \frac{7}{2}]$$

$$506. \frac{4}{x+2} \geq 2 \quad [-2 < x \leq 0]$$

$$507. \frac{x-4}{x} < 1 \quad [x > 0]$$

$$508. \frac{6}{x} \leq 3 \quad [x < 0 \vee x \geq 2]$$

$$509. \frac{1}{x+3} > 2 \quad [-3 < x < -\frac{5}{2}]$$

$$510. \frac{2x}{x+1} < 2 \quad [x > -1]$$

$$511. \frac{x+2}{x-1} \geq 1 \quad [x > 1]$$

$$512. \frac{2x+1}{x} \leq 1 \quad [-1 \leq x < 0]$$

10. Somme di frazioni: prima il denominatore comune

Teoria: par. 11

■ ■ ■ ■ Finché resta una somma non c'è niente da studiare: il segno di una somma non si legge. Fai il m.c.m., somma, e solo quando è una frazione apri il quadro.

$$513. \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} > 0 \quad [0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 1]$$

$$514. \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} \leq 0 \quad [x < 0 \vee \frac{1}{2} \leq x < 1]$$

$$515. \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} < 0 \quad [-1 < x < 1]$$

$$516. \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} \geq 0 \quad [-2 < x \leq 0 \vee x > 2]$$

$$517. \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+2} \geq 0 \quad [x < -2 \vee 1 < x \leq 7]$$

$$518. \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} > 0 \quad [0 < x < 2]$$

$$519. \frac{3}{x} + \frac{2}{x+5} < 0 \quad [x < -5 \vee -3 < x < 0]$$

$$520. \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-3} \leq 0 \quad [x < -1 \vee \frac{1}{3} \leq x < 3]$$

$$521. \frac{2}{x-4} - \frac{1}{x} > 0 \quad [-4 < x < 0 \vee x > 4]$$

$$522. \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} < 0 \quad [x < -3 \vee 0 < x < 3]$$

$$523. \frac{4}{x+2} - \frac{2}{x-1} \geq 0 \quad [-2 < x < 1 \vee x \geq 4]$$

$$524. \frac{1}{x-5} - \frac{2}{x} \leq 0 \quad [0 < x < 5 \vee x \geq 10]$$

$$525. \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} > 0 \quad [-2 < x < -\frac{5}{4} \vee x > 1]$$

$$526. \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-4} \geq 0 \quad [-4 < x < 4]$$

$$527. \frac{2}{x} + \frac{3}{x-2} < 0 \quad [x < 0 \vee \frac{4}{5} < x < 2]$$

$$528. \frac{1}{x-1} + 3 > 0 \quad [x < \frac{2}{3} \vee x > 1]$$

$$529. \frac{2}{x+3} - 1 \leq 0 \quad [x < -3 \vee x \geq -1]$$

$$530. \frac{1}{x} + 2 \geq 0 \quad [x \leq -\frac{1}{2} \vee x > 0]$$

$$531. 3 - \frac{1}{x-2} > 0 \quad [x < 2 \vee x > \frac{7}{3}]$$

$$532. \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} < 0 \quad [x < -1 \vee x > 1]$$

$$533. \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-4} > 0 \quad [2 < x < 3 \vee x > 4]$$

$$534. \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-4} \leq 0 \quad [x < 2 \vee 3 \leq x < 4]$$

$$535. \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+5} \geq 0 \quad [-5 < x \leq -3 \vee x > -1]$$

$$536. \frac{2}{x-3} - \frac{2}{x+1} < 0 \quad [-1 < x < 3]$$

$$537. \frac{5}{x} - \frac{1}{x-3} \geq 0 \quad [0 < x < 3 \vee x \geq \frac{15}{4}]$$

$$538. \frac{1}{x-6} + \frac{3}{x} < 0 \quad [x < 0 \vee \frac{9}{2} < x < 6]$$

$$539. \frac{1}{2x} + \frac{1}{x-1} > 0 \quad [0 < x < \frac{1}{3} \vee x > 1]$$

$$540. \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x+3} \leq 0 \quad [-3 < x < 1 \vee x \geq 3]$$

$$541. \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-1} > 0 \quad [-2 < x < 0 \vee x > 1]$$

$$542. \frac{1}{x} - 4 < 0 \quad [x < 0 \vee x > \frac{1}{4}]$$

$$543. 2 - \frac{3}{x} \geq 0 \quad [x < 0 \vee x \geq \frac{3}{2}]$$

$$544. \frac{1}{x+2} + 1 > 0 \quad [x < -3 \vee x > -2]$$

$$545. \frac{4}{x-1} - 2 \leq 0 \quad [x < 1 \vee x \geq 3]$$

$$546. \frac{1}{x-4} + \frac{1}{2} > 0 \quad [x < 2 \vee x > 4]$$

$$547. \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x-2} \geq 0 \quad [-1 < x < 2 \vee x \geq \frac{7}{2}]$$

$$548. \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+4} < 0 \quad [x < -4 \vee -\frac{3}{2} < x < 1]$$

$$549. \frac{1}{3x} - \frac{1}{x+2} > 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < 1]$$

$$550. \frac{2}{x-5} + \frac{1}{x+1} \leq 0 \quad [x < -1 \vee 1 \leq x < 5]$$

$$551. \frac{1}{x+3} - \frac{2}{x-1} > 0 \quad [x < -7 \vee -3 < x < 1]$$

$$552. \frac{5}{x-2} + 5 \geq 0 \quad [x \leq 1 \vee x > 2]$$

■■■■ Qui il denominatore comune non è il prodotto dei denominatori: prima si scompone, poi si prende il m.c.m. Chi moltiplica alla cieca si porta dietro un fattore di troppo, e nel quadro gli compare una riga che non c'entra.

$$553. \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} > 0 \quad [-2 < x < -1 \vee x > 1]$$

$$554. \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} \leq 0 \quad [x \leq -2 \vee -1 < x < 1]$$

$$555. \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4} \geq 0 \quad [-3 \leq x < -2 \vee x > 2]$$

$$556. \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2-x} > 0 \quad [0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 1]$$

$$557. \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2-x} < 0 \quad [x < 0 \vee \frac{1}{2} < x < 1]$$

$$558. \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x^2-4} < 0 \quad [x < -2 \vee 2 < x < 3]$$

$$559. \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x^2-9} \leq 0 \quad [x \leq -5 \vee -3 < x < 3]$$

$$560. \frac{3}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} > 0 \quad [x < -1 \vee 1 < x < 2]$$

$$561. \frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} \geq 0 \quad [x < -2 \vee 2 < x \leq 3]$$

$$562. \frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-1} > 0 \quad [x < -1 \vee -\frac{1}{2} < x < 0 \vee x > 1]$$

$$563. \frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-1} \leq 0 \quad [-1 < x \leq -\frac{1}{2} \vee 0 < x < 1]$$

$$564. \frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} > 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < 2]$$

$$565. \frac{2}{x^2-9} + \frac{1}{x-3} < 0 \quad [x < -5 \vee -3 < x < 3]$$

$$566. \frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x^2-x} \geq 0 \quad [x < -1 \vee 0 < x < 1]$$

$$567. \frac{3}{x^2-4} + \frac{1}{x^2+2x} > 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2]$$

$$568. \frac{1}{x^2-2x} + \frac{1}{x^2-4} \leq 0 \quad [-2 < x \leq -1 \vee 0 < x < 2]$$

$$569. \frac{1}{x^2-9} + \frac{1}{x^2-3x} > 0 \quad [x < -3 \vee -\frac{3}{2} < x < 0 \vee x > 3]$$

$$570. \frac{1}{x-2} - \frac{3}{x^2-4} \geq 0 \quad [-2 < x \leq 1 \vee x > 2]$$

$$571. \frac{1}{x+3} + \frac{4}{x^2-9} < 0 \quad [x < -3 \vee -1 < x < 3]$$

$$572. \frac{1}{x^2-3x} - \frac{1}{x^2-9} \leq 0 \quad [x < -3 \vee 0 < x < 3]$$

11. Esercizi lunghi

Teoria: par. 12

■■■■ Esercizi lunghi: scomposizione, C.E. e quadro nello stesso esercizio. Scrivi gli zeri in fila e in ordine prima di disegnare, e alla fine sostituisci un numero per ogni pezzo della risposta.

$$573. \frac{x^2-4}{x^2-x} \leq 0 \quad [-2 \leq x < 0 \vee 1 < x \leq 2 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 1)]$$

$$574. \frac{x^2-4}{x^2-x} > 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < 1 \vee x > 2 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 1)]$$

$$575. \frac{x^2-9}{x^2-4x} \geq 0 \quad [x \leq -3 \vee 0 < x \leq 3 \vee x > 4 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 4)]$$

$$576. \frac{x^2-1}{x^2-9} < 0 \quad [-3 < x < -1 \vee 1 < x < 3 \text{ (C.E.: } x \neq -3, x \neq 3)]$$

$$577. \frac{x^2-1}{x^2-9} \geq 0 \quad [x < -3 \vee -1 \leq x \leq 1 \vee x > 3 \text{ (C.E.: } x \neq -3, x \neq 3)]$$

$$578. \frac{x^3-4x}{x^2-1} > 0 \quad [-2 < x < -1 \vee 0 < x < 1 \vee x > 2 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 1)]$$

$$579. \frac{x^3-4x}{x^2-1} \leq 0 \quad [x \leq -2 \vee -1 < x \leq 0 \vee 1 < x \leq 2 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 1)]$$

$$580. \frac{x^2-16}{x^2+2x} < 0 \quad [-4 < x < -2 \vee 0 < x < 4 \text{ (C.E.: } x \neq -2, x \neq 0)]$$

$$581. \frac{x^3-x}{x^2-4} \geq 0 \quad [-2 < x \leq -1 \vee 0 \leq x \leq 1 \vee x > 2 \text{ (C.E.: } x \neq -2, x \neq 2)]$$

$$582. \frac{(x-1)^2(x+3)}{x(x-4)} > 0 \quad [-3 < x < 0 \vee x > 4 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 4)]$$

$$583. \frac{(x+2)^2(x-1)}{x(x+5)} \leq 0 \quad [x < -5 \vee x = -2 \vee 0 < x \leq 1 \text{ (C.E.: } x \neq -5, x \neq 0)]$$

$$584. \frac{x^2-25}{x^3-x} > 0 \quad [-5 < x < -1 \vee 0 < x < 1 \vee x > 5 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 0, x \neq 1)]$$

$$585. \frac{x^2-4}{x^2-x} \leq 0 \quad [-2 \leq x < 0 \vee 1 < x \leq 2 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 1)]$$

$$586. \frac{x^2-4}{x^2-4x} \geq 0 \quad [x \leq -2 \vee 0 < x \leq 2 \vee x > 4 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 4)]$$

$$587. \frac{x^2-4}{x^2-1} < 0 \quad [-2 < x < -1 \vee 1 < x < 2 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 1)]$$

$$588. \frac{x^2 - 4}{x^2 - 36} > 0 \quad [x < -6 \vee -2 < x < 2 \vee x > 6 \text{ (C.E.: } x \neq -6, x \neq 6)]$$

$$589. \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x - 5} \leq 0 \quad [-2 \leq x < -1 \vee 2 \leq x < 5 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 5)]$$

$$590. \frac{x^2 - 9}{x^2 - x} \geq 0 \quad [x \leq -3 \vee 0 < x < 1 \vee x \geq 3 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 1)]$$

$$591. \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x} < 0 \quad [-3 < x < 0 \vee 3 < x < 4 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 4)]$$

$$592. \frac{x^2 - 9}{x^2 - 1} > 0 \quad [x < -3 \vee -1 < x < 1 \vee x > 3 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 1)]$$

$$593. \frac{x^2 - 9}{x^2 - 36} \leq 0 \quad [-6 < x \leq -3 \vee 3 \leq x < 6 \text{ (C.E.: } x \neq -6, x \neq 6)]$$

$$594. \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x - 5} \geq 0 \quad [x \leq -3 \vee -1 < x \leq 3 \vee x > 5 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 5)]$$

$$595. \frac{x^2 - 9}{x^2 + 2x} < 0 \quad [-3 < x < -2 \vee 0 < x < 3 \text{ (C.E.: } x \neq -2, x \neq 0)]$$

$$596. \frac{x^2 - 16}{x^2 - x} > 0 \quad [x < -4 \vee 0 < x < 1 \vee x > 4 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 1)]$$

$$597. \frac{x^2 - 16}{x^2 - 1} \leq 0 \quad [-4 \leq x < -1 \vee 1 < x \leq 4 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 1)]$$

$$598. \frac{x^2 - 16}{x^2 - 36} \geq 0 \quad [x < -6 \vee -4 \leq x \leq 4 \vee x > 6 \text{ (C.E.: } x \neq -6, x \neq 6)]$$

$$599. \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x - 5} < 0 \quad [-4 < x < -1 \vee 4 < x < 5 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 5)]$$

$$600. \frac{x^2 - 16}{x^2 + 2x} > 0 \quad [x < -4 \vee -2 < x < 0 \vee x > 4 \text{ (C.E.: } x \neq -2, x \neq 0)]$$

$$601. \frac{x^2 - 25}{x^2 - x} \leq 0 \quad [-5 \leq x < 0 \vee 1 < x \leq 5 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 1)]$$

$$602. \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x} \geq 0 \quad [x \leq -5 \vee 0 < x < 4 \vee x \geq 5 \text{ (C.E.: } x \neq 0, x \neq 4)]$$

$$603. \frac{x^2 - 25}{x^2 - 1} < 0 \quad [-5 < x < -1 \vee 1 < x < 5 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 1)]$$

$$604. \frac{x^2 - 25}{x^2 - 36} > 0 \quad [x < -6 \vee -5 < x < 5 \vee x > 6 \text{ (C.E.: } x \neq -6, x \neq 6)]$$

$$605. \frac{x^2 - 25}{x^2 + 2x} \leq 0 \quad [-5 \leq x < -2 \vee 0 < x \leq 5 \text{ (C.E.: } x \neq -2, x \neq 0)]$$

$$606. \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1} \geq 0 \quad [-2 \leq x < -1 \vee 0 \leq x < 1 \vee x \geq 2 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 1)]$$

$$607. \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 36} < 0 \quad [x < -6 \vee -2 < x < 0 \vee 2 < x < 6 \text{ (C.E.: } x \neq -6, x \neq 6)]$$

$$608. \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 4x - 5} > 0 \quad [-2 < x < -1 \vee 0 < x < 2 \vee x > 5 \text{ (C.E.: } x \neq -1, x \neq 5)]$$

609. $\frac{x^3 - 9x}{x^2 - 1} \leq 0$ [$x \leq -3 \vee -1 < x \leq 0 \vee 1 < x \leq 3$ (C.E.: $x \neq -1, x \neq 1$)]
610. $\frac{x^3 - 9x}{x^2 - 36} \geq 0$ [$-6 < x \leq -3 \vee 0 \leq x \leq 3 \vee x > 6$ (C.E.: $x \neq -6, x \neq 6$)]
611. $\frac{x^3 - 9x}{x^2 - 4x - 5} < 0$ [$x < -3 \vee -1 < x < 0 \vee 3 < x < 5$ (C.E.: $x \neq -1, x \neq 5$)]
612. $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x} > 0$ [$x < 0 \vee x > 4$ (C.E.: $x \neq 0, x \neq 4$)]
613. $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 36} \leq 0$ [$-6 < x < 6$ (C.E.: $x \neq -6, x \neq 6$)]
614. $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x - 5} \geq 0$ [$x < -1 \vee x = 1 \vee x > 5$ (C.E.: $x \neq -1, x \neq 5$)]
615. $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x} < 0$ [$-2 < x < 0$ (C.E.: $x \neq -2, x \neq 0$)]
616. $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 36} > 0$ [$x < -6 \vee 1 < x < 4 \vee x > 6$ (C.E.: $x \neq -6, x \neq 6$)]
617. $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4x - 5} \leq 0$ [$-1 < x \leq 1 \vee 4 \leq x < 5$ (C.E.: $x \neq -1, x \neq 5$)]
618. $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x} \geq 0$ [$x < -2 \vee 0 < x \leq 1 \vee x \geq 4$ (C.E.: $x \neq -2, x \neq 0$)]

12. Parametriche, vero o falso, errori, a ritroso, dimostrazioni

Teoria: par. 13

■■■□ Parametriche. Gli estremi della risposta sono gli zeri dei fattori: da lì si ricava il parametro.

619. Per quale valore di k la disequazione $(x - k)(x - 3) > 0$ ha per soluzioni $x < 1 \vee x > 3$? [gli estremi sono gli zeri dei fattori: $k = 1$.]
620. Per quale valore di k la disequazione $(x - 2)(x - k) < 0$ ha per soluzioni $-1 < x < 2$? [$k = -1$: il minore dei due zeri è l'estremo sinistro.]
621. Per quali valori di k la disequazione $(x - k)^2 > 0$ è verificata da ogni x tranne uno? [per ogni k : un quadrato è positivo sempre, tranne dove si annulla, cioè in $x = k$.]
622. Per quale k la disequazione $\frac{x-1}{x-k} > 0$ ha per soluzioni $x < 1 \vee x > 4$? [$k = 4$: lo zero del denominatore è l'estremo che resta escluso.]
623. Per quali k la disequazione $k(x - 1)(x - 2) > 0$ ha per soluzioni $1 < x < 2$? [serve che la costante rovesci il verso: $k < 0$.]
624. Per quale k il prodotto $(x + 3)(x - k)$ è negativo per $-3 < x < 0$? [$k = 0$: gli estremi dell'intervallo sono i due zeri.]
625. Per quali k la disequazione $\frac{x-2}{(x-k)^2} \geq 0$ ha per soluzioni $x \geq 2$ con $x \neq k$? [il denominatore è un quadrato, sempre positivo tranne in k : vale per ogni k , e se $k \geq 2$ va tolto dalla risposta.]
626. Per quale k la disequazione $(x - 1)(x - 2)(x - k) > 0$ ha per soluzioni $0 < x < 1 \vee x > 2$? [$k = 0$: i tre zeri in ordine sono 0, 1, 2 e la zona positiva è la seconda e la quarta.]

627. Per quali k la disequazione $\frac{x-k}{x-1} > 0$ è verificata da ogni $x \neq 1$? [quando numeratore e denominatore hanno lo stesso zero, cioè $k = 1$: la frazione vale 1 dove esiste.]
628. Per quale k la disequazione $(x-k)(x+k) < 0$ ha per soluzioni $-3 < x < 3$? [$k = \pm 3$: gli zeri sono k e $-k$, e la coppia $\{3, -3\}$ viene da tutti e due i valori.]
629. Per quale valore di k la disequazione $(x+2)(x-k) \leq 0$ ha per soluzioni $-2 \leq x \leq 5$? [$k = 5$: il verso è largo e nessuno dei due estremi sta al denominatore, quindi entrambi entrano.]
630. Per quali k la disequazione $\frac{x-1}{x-k} \geq 0$ ha per soluzioni $x \leq 1 \vee x > 3$? [$k = 3$: il 3 è escluso pur essendo un estremo, e questo succede solo se annulla il denominatore.]
631. Per quali k la disequazione $(x-k)^2 \leq 0$ ha una sola soluzione? [per ogni k , e la soluzione è $x = k$: un quadrato è ≤ 0 soltanto dove vale zero.]
632. Per quale k il prodotto $(x-1)(x-k)$ è negativo per $1 < x < 6$? [$k = 6$: la zona interna sta fra i due zeri, e uno è 1.]
633. Per quali k la disequazione $\frac{k}{x-2} > 0$ ha per soluzioni $x > 2$? [$k > 0$: il numeratore è una costante, e il segno della frazione è il suo segno moltiplicato per quello di $x-2$.]
634. Per quali k la disequazione $\frac{k}{x-2} > 0$ ha per soluzioni $x < 2$? [$k < 0$: la costante negativa rovescia il segno della frazione, e la zona buona passa dall'altra parte.]
635. Per quale k la disequazione $x(x-k) > 0$ ha per soluzioni $x < 0 \vee x > 4$? [$k = 4$: gli zeri sono 0 e k , e la zona positiva è quella esterna.]
636. Per quale k la disequazione $(x-k)(x-2)(x-5) < 0$ ha per soluzioni $x < 1 \vee 2 < x < 5$? [$k = 1$: i tre zeri in ordine sono 1, 2, 5, e con tre fattori semplici la riga finale parte da $-$.]
637. Per quali k la disequazione $\frac{(x-1)^2}{x-k} > 0$ è verificata per $x > k$ tranne un punto? [per ogni $k \neq 1$: il numeratore è un quadrato, sempre positivo tranne in 1, quindi il segno è quello del denominatore e va tolto $x = 1$.]
638. Per quale k la disequazione $\frac{x-3}{x-k} > 0$ è verificata per ogni $x \neq 3$? [$k = 3$: numeratore e denominatore uguali, la frazione vale 1 dove esiste — e in $x = 3$ non esiste.]

■□□ Vero o falso? Motiva sempre.

639. In un quadro con quattro punti ci sono quattro colonne. [falso — ce ne sono cinque: n punti dividono la retta in $n+1$ pezzi.]
640. La riga di $(x-1)^2$ nel quadro ha tutti $+$ e uno 0. [vero — un quadrato non è mai negativo: l'esponente pari cancella il segno.]
641. La riga di $(x-1)^3$ è uguale a quella di $(x-1)$. [vero — l'esponente dispari conserva il segno.]
642. In $\frac{x-1}{x-3} > 0$ si può moltiplicare per $x-3$. [falso — non se ne conosce il segno, quindi non si sa se il verso cambia. Con $x = 2$ la risposta sbagliata includerebbe un valore che non funziona.]
643. Col verso $\geq$ entrano nella risposta anche gli zeri del denominatore. [falso — mai, con nessun verso: lì la frazione non esiste.]
644. Col verso $\geq$ entrano nella risposta gli zeri del numeratore. [vero — lì la frazione vale zero, e zero è ≥ 0 .]
645. Se tutti i fattori sono semplici, la riga finale del quadro alterna i segni. [vero — attraversando lo zero di un fattore semplice cambia segno quel fattore, e quindi il prodotto.]

646. Da $3(x-1)(x+2) > 0$ si può dividere per 3 senza cambiare il verso. [vero — il 3 è positivo, e un fattore positivo non influisce sul segno.]
647. Da $-3(x-1)(x+2) > 0$ si può dividere per -3 senza cambiare il verso. [falso — dividendo per un negativo il verso **cambia**: diventa $(x-1)(x+2) < 0$.]
648. In $x^3 > 4x$ si può dividere per x . [falso — si perderebbe metà risposta e non si sa il segno di x : si porta tutto a primo membro e si raccoglie.]
649. Da $\frac{1}{x} > 2$ si ottiene $1 > 2x$ moltiplicando in croce. [falso — darebbe $x < \frac{1}{2}$, che include tutti i negativi: con $x = -1$ viene $-1 > 2$, falso. Si porta a forma normale.]
650. Il quadro dei segni si può usare anche quando un fattore è di secondo grado. [vero — sì, e si fa nel capitolo delle disequazioni di secondo grado: cambia come si compila quella riga, non il metodo.]
651. $(x-1)^2 > 0$ ha per soluzione ogni numero reale. [falso — ogni numero **tranne** 1, dove vale zero: $S = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.]
652. $(x-1)^2 \geq 0$ ha per soluzione ogni numero reale. [vero — un quadrato è sempre maggiore o uguale a zero.]
653. Semplificare $\frac{(x-2)(x+1)}{x-2}$ scrivendo $x+1$ non cambia niente. [falso — cambia le C.E.: il valore 2 resta escluso anche dopo, e va detto.]
654. Un fattore con esponente pari si può togliere dal quadro senza conseguenze. [falso — non cambia i *segni*, ma porta via il suo **zero**: con il verso largo quel punto entrava nella risposta, con quello stretto va escluso. Si toglie la riga, non il punto.]
655. Se la riga finale ha lo stesso segno in tutte le colonne, la disequazione o non ha soluzioni o è verificata quasi ovunque. [vero — il segno non cambia mai: o è quello chiesto — e allora vanno bene tutti i numeri tranne al più gli zeri — o non lo è mai, e $S = \emptyset$.]
656. $\frac{x-2}{x-2} > 0$ è verificata da ogni numero reale. [falso — la frazione vale 1 dove esiste, ma in $x = 2$ non esiste: $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.]
657. Nel quadro si mette una riga anche per i fattori del denominatore. [vero — il segno di una frazione è il prodotto dei segni di tutti i fattori, sopra e sotto: cambia solo che cosa si scrive sopra i loro zeri.]
658. $(x-3)^4 < 0$ non ha soluzioni. [vero — una potenza pari non è mai negativa: al massimo vale zero, in $x = 3$.]

■ ■ ■ ■ Trova l'errore. Ogni riga ne contiene uno: di' quale e correggilo.

659. $(x-2)(x+3) > 0 \Rightarrow x > 2 \wedge x > -3$ [non si risolve fattore per fattore con un «e»: si compila il **quadro dei segni**. Giusto: $x < -3 \vee x > 2$.]
660. $\frac{x-1}{x-3} > 0 \Rightarrow x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$ [si è moltiplicato per $x-3$ senza saperne il segno. Giusto: $x < 1 \vee x > 3$.]
661. $(x-1)^2(x+2) > 0 \Rightarrow x > -2$ [si è semplificato il quadrato dimenticandone lo zero: manca $x \neq 1$.]
662. $(x-1)^2(x+2) > 0$: la riga di $(x-1)^2$ è $-0+$. [l'esponente è **pari**: la riga è $+0+$, e un quadrato non cambia mai segno.]
663. $\frac{x-1}{x-3} \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \vee x \geq 3$ [il 3 annulla il denominatore e non può entrare: $x \leq 1 \vee x > 3$.]
664. $x(x-2)(x+2) > 0$: i punti del quadro sono 0, 2, -2 in quest'ordine. [vanno **ordinati**: $-2, 0, 2$. Con l'ordine sbagliato ogni segno finisce al posto sbagliato.]
665. $x^3 > 4x \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow x < -2 \vee x > 2$ [si è diviso per x : manca il pezzo fra -2 e 0. Giusto: $-2 < x < 0 \vee x > 2$.]

666. $\frac{1}{x} > 2 \Rightarrow 1 > 2x \Rightarrow x < \frac{1}{2}$ [moltiplicando per x senza saperne il segno: la risposta include i negativi, che non funzionano. Giusto: $0 < x < \frac{1}{2}$.]
667. $(x+1)(x-2)(x-4) < 0$: il quadro ha tre punti e tre colonne. [le colonne sono 4: con tre punti la retta si divide in quattro pezzi.]
668. $-2(x-1)(x-3) > 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) > 0$ [dividendo per -2 il verso cambia: $(x-1)(x-3) < 0$, cioè $1 < x < 3$.]
669. $\frac{(x-2)(x+1)}{x-2} \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$ [semplificando si sono perse le C.E.: il valore 2 resta escluso, quindi $x \geq -1$ con $x \neq 2$.]
670. $x(x-1)(x+1) > 0$: la riga finale fa $+$ $-$ $-$ $+$. [i fattori sono tutti semplici, quindi i segni si alternano: $-$ $+$ $-$ $+$. Due colonne vicine uguali erano il segnale dell'errore.]
671. $\frac{2}{x} > 1 \Rightarrow 2 > x \Rightarrow x < 2$ [si è moltiplicato per x , che ha segno ignoto: la risposta include tutti i negativi, e con $x = -1$ verrebbe $-2 > 1$. Giusto: $0 < x < 2$.]

■■■□ **A ritroso. La risposta è data e manca la disequazione: ricostruiscila.**

672. Una disequazione prodotto di due fattori ha per soluzioni $x < -2 \vee x > 5$. Scrivila. [gli estremi sono gli zeri, e la zona è quella esterna: $(x+2)(x-5) > 0$.]
673. Una disequazione prodotto ha per soluzioni $-1 \leq x \leq 4$. Scrivila. [$(x+1)(x-4) \leq 0$: zona interna, estremi inclusi.]
674. Una disequazione fratta ha per soluzioni $x < 1 \vee x > 3$, con 3 escluso perché annulla il denominatore. Scrivila. [$\frac{x-1}{x-3} > 0$.]
675. Un prodotto di tre fattori è positivo per $-2 < x < 0 \vee x > 3$. Quali sono gli zeri? [-2 , 0 , 3 : si leggono dagli estremi degli intervalli.]
676. Una disequazione ha per soluzioni $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Scrivine una con un quadrato. [$(x-2)^2 > 0$: un quadrato è positivo sempre tranne dove si annulla.]
677. Una disequazione ha per soluzione il solo punto $x = 5$. Scrivila. [$(x-5)^2 \leq 0$: un quadrato è ≤ 0 solo dove vale zero.]
678. Un quadro dei segni ha cinque colonne. Quanti fattori (con zeri tutti diversi) ha il prodotto? [4: quattro punti danno cinque colonne.]
679. Una fratta ha per soluzioni $-3 < x \leq -1 \vee 2 \leq x < 4$. Quali sono gli zeri del numeratore e quali del denominatore? [numeratore: -1 e 2 (estremi inclusi); denominatore: -3 e 4 (estremi esclusi).]
680. Per quale costante k la disequazione $k(x-1)(x-3) < 0$ ha per soluzioni $x < 1 \vee x > 3$? [serve rovesciare il verso: $k < 0$.]
681. Una disequazione con un fattore al cubo ha per soluzioni $x > 2$. Scrivine una. [$(x-2)^3 > 0$: l'esponente dispari si comporta come il fattore semplice.]
682. Una disequazione prodotto di tre fattori ha per soluzioni $x < -1 \vee 0 < x < 4$. Scrivila. [gli zeri sono -1 , 0 , 4 e la zona buona è la prima e la terza: $(x+1)x(x-4) < 0$.]
683. Una disequazione ha per soluzioni $S = \emptyset$. Scrivine una con un quadrato. [$(x-1)^2 < 0$: un quadrato non è mai negativo.]
684. Una disequazione ha per soluzioni tutti i reali. Scrivine una con un quadrato. [$(x-1)^2 \geq 0$: un quadrato è sempre maggiore o uguale a zero.]

685. Una fratta ha per soluzioni $x \leq -2 \vee x > 1$. Quali sono gli zeri, e quale sta al denominatore? [numeratore -2 (incluso), denominatore 1 (escluso): è l'esclusione a dire dove sta ciascuno.]
686. Un quadro dei segni ha sette colonne. Quanti fattori con zeri diversi ha il prodotto? [6: sei punti danno sette colonne.]
687. Una disequazione fratta ha per soluzioni $0 < x < 3$. Scrivine una in cui 0 annulla il denominatore e 3 il numeratore. [$\frac{x-3}{x} < 0$: entrambi gli estremi sono esclusi, ma per motivi diversi.]
688. Un prodotto di due fattori è positivo per ogni x tranne due punti. Scrivilo. [$(x-1)^2(x+2)^2 > 0$: due quadrati, positivi ovunque tranne dove si annullano.]
689. Una disequazione ha per soluzioni $-3 < x < 0 \vee x > 2$. Quanti fattori servono almeno? [3: tre zeri $(-3, 0, 2)$ vogliono almeno tre fattori, e con tre semplici i segni si alternano proprio così.]
690. Una fratta con il verso $\geq$ ha per soluzioni $x \geq 2$ e basta. Che cosa si può dire del denominatore? [che il suo zero *non* sta dentro $[2; +\infty)$: è un numero minore di 2, altrimenti comparirebbe un'esclusione.]
691. Scrivi una disequazione fratta che sia verificata da ogni x tranne $x = 4$. [$\frac{(x-1)^2+1}{(x-4)^2} > 0$ va bene, ma resta nel capitolo anche $\frac{1}{(x-4)^2} > 0$: numeratore positivo, denominatore quadrato — positivo ovunque esista.]

■■■■ Dimostra. Qui non ci sono quadri da compilare: si ragiona sul metodo.

692. Dimostra che $(x-a)^2 \geq 0$ per ogni x reale. [un quadrato è il prodotto di un numero per sé stesso: se il numero è positivo il prodotto è positivo, se è negativo il prodotto di due negativi è positivo, se è zero il prodotto è zero. Mai negativo. c.v.d.]
693. Dimostra che in un prodotto di fattori tutti semplici la riga finale del quadro alterna i segni. [attraversando lo zero di un fattore semplice, quel fattore cambia segno e tutti gli altri restano: il prodotto cambia segno una volta sola, quindi si alterna. c.v.d.]
694. Dimostra che $\frac{N}{D}$ e $N \cdot D$ hanno lo stesso segno (dove $D \neq 0$). [$\frac{N}{D} = \frac{N \cdot D}{D^2}$, e $D^2 > 0$: dividere per un numero positivo non cambia il segno. È il motivo per cui il quadro dei segni funziona identico per prodotti e frazioni. c.v.d.]
695. Dimostra che $(x-a)^{2k}$ e $(x-a)^2$ hanno la stessa riga nel quadro, per ogni $k \geq 1$. [$(x-a)^{2k} = [(x-a)^k]^2$ è un quadrato, quindi non negativo, e si annulla solo dove si annulla $x-a$. c.v.d.]
696. Dimostra che n punti distinti dividono la retta in $n+1$ intervalli. [con un punto gli intervalli sono due; ogni punto in più ne taglia uno in due, aggiungendone uno. Da 2 con $n=1$ si arriva a $n+1$. c.v.d.]
697. Dimostra che $\frac{x-a}{x-a} > 0$ non è verificata da ogni x . [la frazione vale 1 dove esiste, ma in $x=a$ non esiste: $S = \mathbb{R} \setminus \{a\}$, non $\mathbb{R}$. c.v.d.]
698. Dimostra che se $a < b$, allora $(x-a)(x-b) < 0$ ha per soluzioni $a < x < b$. [per $x < a$ i due fattori sono entrambi negativi e il prodotto è positivo; per $x > b$ entrambi positivi; fra a e b il primo è positivo e il secondo negativo, quindi il prodotto è negativo. c.v.d.]
699. Dimostra che moltiplicare i due membri di una disequazione per un'espressione di segno ignoto non è lecito. [il secondo principio dice che il verso resta se il fattore è positivo e cambia se è negativo: senza conoscerne il segno non si sa quale delle due cose fare, e la disequazione ottenuta non è equivalente. c.v.d.]
700. Dimostra che n fattori semplici con zeri tutti diversi danno una riga finale che comincia con il segno $(-1)^n$. [a sinistra di tutti gli zeri ogni fattore $x-z$ è negativo, e i fattori sono n : il prodotto di n numeri negativi ha il segno di $(-1)^n$, cioè $+$ se n è pari e $-$ se è dispari. c.v.d.]

- 701.** Dimostra che uno zero del denominatore non può stare nella risposta, con nessun verso. [una disequazione chiede a quali numeri l'espressione soddisfa una condizione: dove l'espressione **non è definita** la domanda non ha risposta, e quel numero non è né soluzione né non soluzione — è fuori dal dominio. c.v.d.]
- 702.** Dimostra che togliere dal quadro la riga di un fattore con esponente pari non cambia i segni, ma può cambiare la risposta. [quel fattore vale sempre ≥ 0 , quindi non altera il segno del prodotto in nessuna colonna; ma nel suo zero il prodotto vale zero, e con il verso largo quel punto entra mentre con quello stretto va escluso. La riga si toglie, il punto no. c.v.d.]
- 703.** Dimostra che $\frac{N}{D} > 0$ e $\frac{D}{N} > 0$ hanno le stesse soluzioni, dove entrambe esistono. [due numeri non nulli sono concordi se e solo se il loro quoziente è positivo, e $\frac{N}{D}$ e $\frac{D}{N}$ sono uno il reciproco dell'altro: il reciproco di un positivo è positivo, quello di un negativo è negativo. Cambiano però le C.E., e quindi i punti esclusi. c.v.d.]
- 704.** Dimostra che se $k > 0$ le disequazioni $P(x) > 0$ e $kP(x) > 0$ sono equivalenti, e che se $k < 0$ non lo sono. [moltiplicare per $k > 0$ non cambia il segno di nessun valore di P , quindi l'insieme dei numeri dove P è positivo è lo stesso; con $k < 0$ ogni valore cambia segno, quindi $kP > 0$ è verificata esattamente dove $P < 0$ — l'insieme complementare, zeri esclusi. c.v.d.]
- 705.** Dimostra che una disequazione fratta non può avere per soluzione un intervallo chiuso i cui estremi annullano il denominatore. [gli estremi di un intervallo chiuso appartengono all'intervallo, e uno zero del denominatore non appartiene nemmeno al dominio: le due cose non stanno insieme, quindi quell'estremo va scritto con la parentesi tonda. c.v.d.]
- 706.** Dimostra che $(x - a)(x - b) > 0$ con $a < b$ ha per soluzioni le due semirette esterne, e che l'insieme non è mai vuoto. [per $x < a$ i due fattori sono negativi e il prodotto è positivo; per $x > b$ sono entrambi positivi. Le due semirette esistono sempre, qualunque siano a e b : la retta non finisce. c.v.d.]
- 707.** Dimostra che il quadro dei segni di $N \cdot D$ e quello di $\frac{N}{D}$ hanno le stesse righe. [il segno di un prodotto e quello di un quoziente si calcolano con la stessa regola dei segni, e i punti che dividono la retta sono gli stessi: gli zeri di N e quelli di D . Cambia solo che cosa si scrive sopra gli zeri di D — $\neq$ invece di 0 — e quindi la risposta, non il quadro. c.v.d.]