

SOLUZIONI: SISTEMI LINEARI

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Il metodo usato è quello che l'esercizio chiede; dove non lo chiede si usa la riduzione, che è il più corto. L'ultimo passo è quasi sempre la **verifica in tutte le equazioni**: una sola non basta mai.

1. Che cos'è un sistema: forma normale e verifica

Esercizio 1.

→ Sostituisco $x = 2, y = 1$ in tutte e due le equazioni, una per volta. (verificare non è risolvere: si controlla una coppia data)

→ $x + y = 3$: primo membro 3, secondo membro 3 $\Rightarrow$ vera.

→ $2x - y = 3$: primo membro 3, secondo membro 3 $\Rightarrow$ vera.

→ Tutte le equazioni sono verificate: la coppia è **soluzione**. (basta che una sola equazione non torni perché la coppia non sia soluzione)

Esercizio 2.

→ Sostituisco $x = 3, y = 0$ in tutte e due le equazioni, una per volta.

→ $x + y = 3$: primo membro 3, secondo membro 3 $\Rightarrow$ vera.

→ $2x - y = 3$: primo membro 6, secondo membro 3 $\Rightarrow$ **falsa**.

→ Non tutte le equazioni lo sono: la coppia **non è soluzione**.

Esercizio 21.

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2 = y + 5 \\ 3x = y + 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema come è scritto})$$

→ Svolgo i calcoli in ogni equazione e porto le incognite a sinistra, i numeri a destra. (la forma normale serve per riconoscere i coefficienti: sono quelli che finiscono nella matrice)

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \quad (\text{questa è la forma normale})$$

→ Da qui si leggono i coefficienti: $a_1 = 1, b_1 = -1, c_1 = 3$ nella prima equazione.

Esercizio 22.

$$\rightarrow \begin{cases} 2(x + y) = 10 \\ x - 3 = y \end{cases} \quad (\text{il sistema come è scritto})$$

→ Svolgo i calcoli in ogni equazione e porto le incognite a sinistra, i numeri a destra.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad (\text{questa è la forma normale})$$

→ Da qui si leggono i coefficienti: $a_1 = 2$, $b_1 = 2$, $c_1 = 10$ nella prima equazione.

Esercizio 33.

→ Sostituisco $x = 1, y = 2, z = 3$ in tutte e tre le equazioni, una per volta.

→ $x + y + z = 6$: primo membro 6, secondo membro 6 $\Rightarrow$ vera.

→ $x - y + z = 2$: primo membro 2, secondo membro 2 $\Rightarrow$ vera.

→ $2x + y - z = 1$: primo membro 1, secondo membro 1 $\Rightarrow$ vera.

→ Tutte le equazioni sono verificate: la terna è **soluzione**.

Esercizio 34.

→ Sostituisco $x = 2, y = 1, z = 3$ in tutte e tre le equazioni, una per volta.

→ $x + y + z = 6$: primo membro 6, secondo membro 6 $\Rightarrow$ vera.

→ $x - y + z = 2$: primo membro 4, secondo membro 2 $\Rightarrow$ **falsa**.

→ $2x + y - z = 1$: primo membro 2, secondo membro 1 $\Rightarrow$ **falsa**.

→ Non tutte le equazioni lo sono: la terna **non è soluzione**.

2. Il metodo di sostituzione

Esercizio 48.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Dalla prima equazione ricavo x : $x = -y + 5$. (si sceglie l'incognita col coefficiente 1 o -1 : non compaiono frazioni)

→ Sostituisco nell'altra equazione: $(-y + 5) - y = 1$. (l'incognita x sparisce e resta un'equazione in y)

→ $-2y = -4$, da cui $y = 2$. (equazione di primo grado in una sola incognita)

→ Torno all'espressione di prima: $x = 3$. (trovata un'incognita, l'altra si ricava sostituendo)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $5 = 5$, $1 = 1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 49.

$$\rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ x + y = 8 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Dalla prima equazione ricavo x : $x = y + 2$. (si sceglie l'incognita col coefficiente 1 o -1 : non compaiono frazioni)

→ Sostituisco nell'altra equazione: $(y + 2) + y = 8$. (l'incognita x sparisce e resta un'equazione in y)

→ $2y = 6$, da cui **$y = 3$** . (equazione di primo grado in una sola incognita)

→ Torno all'espressione di prima: $x = 5$. (trovata un'incognita, l'altra si ricava sostituendo)

→ La soluzione è la coppia **(5; 3)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $5 = 5$, $8 = 8$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 66.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Dalla prima equazione ricavo y : $y = 2x$. (si sceglie l'incognita col coefficiente 1 o -1 : non compaiono frazioni)

→ Sostituisco nell'altra equazione: $(2x) + x = 6$. (l'incognita y sparisce e resta un'equazione in x)

→ $3x = 6$, da cui **$x = 2$** . (equazione di primo grado in una sola incognita)

→ Torno all'espressione di prima: $y = 4$. (trovata un'incognita, l'altra si ricava sostituendo)

→ La soluzione è la coppia **(2; 4)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $6 = 6$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 67.

$$\rightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Dalla prima equazione ricavo y : $y = 3x - 1$. (si sceglie l'incognita col coefficiente 1 o -1 : non compaiono frazioni)

- Sostituisco nell'altra equazione: $(3x - 1) + x = 7$. (l'incognita y sparisce e resta un'equazione in x)
- $4x = 8$, da cui $x = 2$. (equazione di primo grado in una sola incognita)
- Torno all'espressione di prima: $y = 5$. (trovata un'incognita, l'altra si ricava sostituendo)
- La soluzione è la coppia **(2; 5)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $5 = 5, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
-

Esercizio 83.

- $$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$
- Dalla seconda equazione ricavo x : $x = y + 1$. (si sceglie l'incognita col coefficiente 1 o -1 : non compaiono frazioni)
- Sostituisco nell'altra equazione: $2(y + 1) + 3y = 12$. (l'incognita x sparisce e resta un'equazione in y)
- $5y = 10$, da cui $y = 2$. (equazione di primo grado in una sola incognita)
- Torno all'espressione di prima: $x = 3$. (trovata un'incognita, l'altra si ricava sostituendo)
- La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $12 = 12, 1 = 1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
-

Esercizio 84.

- $$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$
- Dalla seconda equazione ricavo x : $x = -y + 7$. (si sceglie l'incognita col coefficiente 1 o -1 : non compaiono frazioni)
- Sostituisco nell'altra equazione: $3(-y + 7) - 2y = 4$. (l'incognita x sparisce e resta un'equazione in y)
- $-5y = -17$, da cui $y = \frac{17}{5}$. (equazione di primo grado in una sola incognita)
- Torno all'espressione di prima: $x = \frac{18}{5}$. (trovata un'incognita, l'altra si ricava sostituendo)
- La soluzione è la coppia $\left(\frac{18}{5}; \frac{17}{5}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $4 = 4, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
-

Esercizio 118.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y-1}{3} = 2 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Dalla seconda equazione ricavo x : $x = -y + 7$. (si sceglie l'incognita col coefficiente 1 o -1 : non compaiono frazioni)

→ Sostituisco nell'altra equazione: $\frac{1}{2}(-y + 7) - \frac{1}{3}y = \frac{7}{6}$. (l'incognita x sparisce e resta un'equazione in y)

→ $-\frac{5}{6}y = -\frac{7}{3}$, da cui $y = \frac{14}{5}$. (equazione di primo grado in una sola incognita)

→ Torno all'espressione di prima: $x = \frac{21}{5}$. (trovata un'incognita, l'altra si ricava sostituendo)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{21}{5}; \frac{14}{5}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $2 = 2, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 119.

$$\rightarrow \begin{cases} 2(x - y) + 3(x + y) = 19 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Dalla prima equazione ricavo y : $y = -5x + 19$. (si sceglie l'incognita col coefficiente 1 o -1 : non compaiono frazioni)

→ Sostituisco nell'altra equazione: $-(-5x + 19) + x = 1$. (l'incognita y sparisce e resta un'equazione in x)

→ $6x = 20$, da cui $x = \frac{10}{3}$. (equazione di primo grado in una sola incognita)

→ Torno all'espressione di prima: $y = \frac{7}{3}$. (trovata un'incognita, l'altra si ricava sostituendo)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{10}{3}; \frac{7}{3}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $19 = 19, 1 = 1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

3. Il metodo del confronto**Esercizio 128.**

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Ricavo x da tutte e due le equazioni: $x = -y + 6$ e $x = y + 2$. (il confronto vuole la STESSA incognita ricavata due volte)

→ Le due espressioni valgono lo stesso numero, quindi sono uguali fra loro: $-y + 6 = y + 2$. (due cose uguali a una terza sono uguali fra loro)

→ $-2y = -4$, da cui $y = 2$.

→ Sostituisco in una delle due espressioni: $x = 4$.

→ La soluzione è la coppia **(4; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $6 = 6, 2 = 2$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 129.

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Ricavo x da tutte e due le equazioni: $x = -2y + 9$ e $x = y + 3$. (il confronto vuole la STESSA incognita ricavata due volte)

→ Le due espressioni valgono lo stesso numero, quindi sono uguali fra loro: $-2y + 9 = y + 3$. (due cose uguali a una terza sono uguali fra loro)

→ $-3y = -6$, da cui $y = 2$.

→ Sostituisco in una delle due espressioni: $x = 5$.

→ La soluzione è la coppia **(5; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $9 = 9, 3 = 3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 153.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - y = 8 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Ricavo x da tutte e due le equazioni: $x = -\frac{1}{2}y + \frac{7}{2}$ e $x = \frac{1}{3}y + \frac{8}{3}$. (il confronto vuole la STESSA incognita ricavata due volte)

→ Le due espressioni valgono lo stesso numero, quindi sono uguali fra loro: $-\frac{1}{2}y + \frac{7}{2} = \frac{1}{3}y + \frac{8}{3}$. (due cose uguali a una terza sono uguali fra loro)

→ $-\frac{5}{6}y = -\frac{5}{6}$, da cui $y = 1$.

→ Sostituisco in una delle due espressioni: $x = 3$.

→ La soluzione è la coppia **(3; 1)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $7 = 7, 8 = 8$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 154.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 16 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Ricavo x da tutte e due le equazioni: $x = \frac{3}{2}y + \frac{1}{2}$ e $x = -\frac{1}{4}y + 4$. (il confronto vuole la STESSA incognita ricavata due volte)

→ Le due espressioni valgono lo stesso numero, quindi sono uguali fra loro: $\frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}y + 4$. (due cose uguali a una terza sono uguali fra loro)

$$\rightarrow \frac{7}{4}y = \frac{7}{2}, \text{ da cui } y = 2.$$

$$\rightarrow \text{Sostituisco in una delle due espressioni: } x = \frac{7}{2}.$$

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{7}{2}; 2\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $1 = 1, 16 = 16$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

4. Il metodo di riduzione**Esercizio 178.**

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $2y = 4$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 2$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 5$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $(5; 2)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $7 = 7, 3 = 3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 179.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Moltiplico la seconda per -2 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ -2x + 2y = -2 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $3y = 6$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 2$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 3$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $8 = 8, 1 = 1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 208.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Moltiplico la prima per 2 e la seconda per 3, così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 24 \\ 9x - 6y = 15 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $13x = 39$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 3$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 2$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $12 = 12, 5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 209.

$$\rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Moltiplico la prima per 2 e la seconda per -3 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 6x + 8y = 36 \\ -6x + 9y = 15 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $17y = 51$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $y = 3$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 2$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(2; 3)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $18 = 18$, $-5 = -5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 238.

→
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{3} = 3 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Moltiplico la prima per 9 e la seconda per 3, così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→
$$\begin{cases} \frac{9}{2}x + 3y = \frac{57}{2} \\ 6x - 3y = 12 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $\frac{21}{2}x = \frac{81}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $x = \frac{27}{7}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = \frac{26}{7}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **$\left(\frac{27}{7}; \frac{26}{7}\right)$** . (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $3 = 3$, $4 = 4$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 239.

→
$$\begin{cases} 3(x+2y) - 2(x-y) = 24 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Moltiplico la seconda per -8 , così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→
$$\begin{cases} x + 8y = 24 \\ -8x - 8y = -56 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-7x = -32$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = \frac{32}{7}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = \frac{17}{7}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{32}{7}; \frac{17}{7}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $24 = 24, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 248.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$$\rightarrow \text{Il passaggio scritto è } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 12x - 3y = 7 \end{cases}.$$

→ L'errore: moltiplicando la seconda per 3 va moltiplicato anche il termine noto: 21, non 7. (moltiplicare un'equazione vuol dire moltiplicare TUTTI i suoi termini, termine noto compreso)

→ Si vede anche dalle soluzioni: il sistema di partenza dà $(2; 1)$, quello scritto dà $\left(1; \frac{5}{3}\right)$. Sono diverse, quindi il passaggio ha cambiato il sistema. (due sistemi equivalenti hanno le stesse soluzioni)

Esercizio 249.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$$\rightarrow \text{Il passaggio scritto è } \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x = 4 \end{cases}.$$

→ L'errore: sommando le due equazioni il termine noto è $5 + 1 = 6$, non 4.

→ Si vede anche dalle soluzioni: il sistema di partenza dà $(3; 2)$, quello scritto dà $(2; 3)$. Sono diverse, quindi il passaggio ha cambiato il sistema. (due sistemi equivalenti hanno le stesse soluzioni)

5. Forma matriciale, determinanti e regola di Cramer

Esercizio 258.

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \text{ (la matrice di partenza)}$$

$\rightarrow$ Diagonale principale: $2 \cdot 4 = 8$. Altra diagonale: $1 \cdot 3 = 3$. (si scende da sinistra a destra, poi si risale)

$\rightarrow \Delta = 8 - 3 = 5$ (principale MENO l'altra: invertire l'ordine cambia il segno di tutto)

Esercizio 259.

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \text{ (la matrice di partenza)}$$

$\rightarrow$ Diagonale principale: $1 \cdot 5 = 5$. Altra diagonale: $3 \cdot -2 = -6$.

$\rightarrow \Delta = 5 - -6 = 11$

Esercizio 288.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \text{ (il sistema di partenza)}$$

$\rightarrow$ In forma matriciale: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$. (la matrice dei coefficienti, la colonna delle incognite e quella dei termini noti)

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -14 \text{ (diagonale principale meno l'altra)}$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = -28 \text{ (la colonna di } x \text{ sostituita dai termini noti)}$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = -14$$

$$\rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-28}{-14} = 2, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-14}{-14} = 1 \quad (\Delta \neq 0, \text{ quindi si può dividere})$$

$\rightarrow$ La soluzione è la coppia **(2; 1)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

$\rightarrow$ Verifica in tutte e due le equazioni: $7 = 7, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 289.

$$\rightarrow \begin{cases} 3x + y = 10 \\ x - 2y = -6 \end{cases} \text{ (il sistema di partenza)}$$

→ In forma matriciale: $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$. (la matrice dei coefficienti, la colonna delle incognite e quella dei termini noti)

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -7 \text{ (diagonale principale meno l'altra)}$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ -6 & -2 \end{vmatrix} = -14 \text{ (la colonna di } x \text{ sostituita dai termini noti)}$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 10 \\ 1 & -6 \end{vmatrix} = -28$$

$$\rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-14}{-7} = 2, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-28}{-7} = 4 \quad (\Delta \neq 0, \text{ quindi si può dividere})$$

→ La soluzione è la coppia **(2; 4)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $10 = 10, -6 = -6$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 318.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{3} + y = 5 \\ x - \frac{y}{2} = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ In forma matriciale: $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$. (la matrice dei coefficienti, la colonna delle incognite e quella dei termini noti)

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = -\frac{4}{3} \text{ (diagonale principale meno l'altra)}$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = -\frac{9}{2} \text{ (la colonna di } x \text{ sostituita dai termini noti)}$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} \frac{2}{3} & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -\frac{11}{3}$$

$$\rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-\frac{9}{2}}{-\frac{4}{3}} = \frac{27}{8}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-\frac{11}{3}}{-\frac{4}{3}} = \frac{11}{4} \quad (\Delta \neq 0, \text{ quindi si può dividere})$$

→ La soluzione è la coppia **$(\frac{27}{8}; \frac{11}{4})$** . (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $5 = 5, 2 = 2$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 319.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{2} - y = 1 \\ 3x + 2y = 16 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ In forma matriciale: $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \end{pmatrix}$. (la matrice dei coefficienti, la colonna delle incognite e quella dei termini noti)

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = \frac{5}{2} \quad (\text{diagonale principale meno l'altra})$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 16 & 2 \end{vmatrix} = 10 \quad (\text{la colonna di } x \text{ sostituita dai termini noti})$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 3 & 16 \end{vmatrix} = 5$$

$$\rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{10}{\frac{5}{2}} = 4, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{5}{\frac{5}{2}} = 2 \quad (\Delta \neq 0, \text{ quindi si può dividere})$$

→ La soluzione è la coppia **(4; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $1 = 1$, $16 = 16$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

6. Natura del sistema: determinato, impossibile, indeterminato**Esercizio 338.**

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Rapporti fra i coefficienti: $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{3}{3}$ (primo criterio: si confrontano tre rapporti)

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -3 \quad (\text{secondo criterio, indipendente dal primo})$$

→ Il sistema è **determinato**: due rette incidenti, che si tagliano in un punto. (i due criteri devono dare la stessa risposta: se non la danno, c'è un errore di conto)

→ La soluzione è **(2; 1)**.

Esercizio 339.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ Rapporti fra i coefficienti: $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} \neq \frac{3}{5}$ (primo criterio: si confrontano tre rapporti)

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{secondo criterio, indipendente dal primo})$$

$$\rightarrow \Delta_x = -2$$

$$\rightarrow \Delta_y = 2$$

$\rightarrow$ Il sistema è **impossibile**: due rette parallele e distinte, che non si incontrano mai. (i due criteri devono dare la stessa risposta: se non la danno, c'è un errore di conto)

$$\rightarrow S = \emptyset$$

Esercizio 363.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ Rapporti fra i coefficienti: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ (primo criterio: si confrontano tre rapporti)

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{secondo criterio, indipendente dal primo})$$

$$\rightarrow \Delta_x = 0$$

$$\rightarrow \Delta_y = 0$$

$\rightarrow$ Il sistema è **indeterminato**: due rette coincidenti, cioè la stessa retta scritta due volte. (i due criteri devono dare la stessa risposta: se non la danno, c'è un errore di conto)

$\rightarrow$ Le soluzioni sono $(3 - 2t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 364.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ 3x + 6y = 12 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ Rapporti fra i coefficienti: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \neq \frac{6}{12}$ (primo criterio: si confrontano tre rapporti)

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{secondo criterio, indipendente dal primo})$$

$$\rightarrow \Delta_x = -12$$

$$\rightarrow \Delta_y = 6$$

$\rightarrow$ Il sistema è **impossibile**: due rette parallele e distinte, che non si incontrano mai. (i due criteri devono dare la stessa risposta: se non la danno, c'è un errore di conto)

$$\rightarrow S = \emptyset$$

Esercizio 396.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{2} = 3 \\ x+y = 6 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$$\rightarrow \text{Rapporti fra i coefficienti: } \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{3}{6} \quad (\text{primo criterio: si confrontano tre rapporti})$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{secondo criterio, indipendente dal primo})$$

$$\rightarrow \Delta_x = 0$$

$$\rightarrow \Delta_y = 0$$

$\rightarrow$ Il sistema è **indeterminato**: due rette coincidenti, cioè la stessa retta scritta due volte. (i due criteri devono dare la stessa risposta: se non la danno, c'è un errore di conto)

$\rightarrow$ Le soluzioni sono $(6 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 397.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{2} = 3 \\ x+y = 8 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$$\rightarrow \text{Rapporti fra i coefficienti: } \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{1}{2}}{1} \neq \frac{3}{8} \quad (\text{primo criterio: si confrontano tre rapporti})$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{secondo criterio, indipendente dal primo})$$

$$\rightarrow \Delta_x = -1$$

$$\rightarrow \Delta_y = 1$$

$\rightarrow$ Il sistema è **impossibile**: due rette parallele e distinte, che non si incontrano mai. (i due criteri devono dare la stessa risposta: se non la danno, c'è un errore di conto)

$$\rightarrow S = \emptyset$$

Esercizio 408.

→ L'affermazione è falsa.

→ Perché: può anche essere indeterminato: dipende dai Δ delle incognite. (una risposta «vero o falso» senza il perché vale zero: il perché è l'esercizio)

Esercizio 409.

→ L'affermazione è vera.

→ Perché: è esattamente la regola di Cramer.

7. Sistemi di tre equazioni in tre incognite**Esercizio 420.**

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ -2y = -4 \\ -y - 3z = -11 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ -2y = -4 \\ -3z = -9 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 3$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 2$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 1$.

→ La soluzione è la terna **(1; 2; 3)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $6 = 6, 2 = 2, 1 = 1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 421.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ x - y = 1 \\ y + z = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ -2y - z = -8 \\ y + z = 7 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ -2y - z = -8 \\ \frac{1}{2}z = 3 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 6$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 1$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 2$.

→ La soluzione è la terna **(2; 1; 6)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $9 = 9$, $1 = 1$, $7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 450.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 3y - z = 9 \\ x - 2y + 3z = 6 \\ 3x + y + 2z = 17 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 3y - z = 9 \\ -\frac{7}{2}y + \frac{7}{2}z = \frac{3}{2} \\ -\frac{7}{2}y + \frac{7}{2}z = \frac{3}{2} \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 3y - z = 9 \\ -\frac{7}{2}y + \frac{7}{2}z = \frac{3}{2} \\ 0 = 2 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 2$, che è falsa: il sistema è **impossibile**, $S = \emptyset$. (le tre equazioni si contraddicono)

Esercizio 451.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - z = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + y + z = 6 \\ -3y - z = -10 \\ -y - 3z = -10 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + y + z = 6 \\ -3y - z = -10 \\ -\frac{8}{3}z = -\frac{20}{3} \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = \frac{5}{2}$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = \frac{5}{2}$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 2$.

→ La soluzione è la terna $\left(2; \frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $6 = 6, 2 = 2, 2 = 2$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 480.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + y + z = 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 0 = 1 \\ -2y - z = -1 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -2y - z = -1 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 1$, che è falsa: il sistema è **impossibile**, $S = \emptyset$. (le tre equazioni si contraddicono)

Esercizio 481.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 6 \\ 3x + 3y + 3z = 9 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $(3 - t - s; t; s)$ con $t, s \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 482.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 2y + 2z = 4 \\ x - y + z = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 0 = 0 \\ -2y = -2 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y = -2 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $(1 - t; 1; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 483.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + 2z = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 0 = 1 \\ -2y - z = 0 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -2y - z = 0 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 1$, che è falsa: il sistema è **impossibile**, $S = \emptyset$. (le tre equazioni si contraddicono)

Esercizio 484.

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + 4y - 2z = 2 \\ 3x + 6y - 3z = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $(1 - 2t + s; t; s)$ con $t, s \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 485.

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + 4y - 2z = 3 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 0 = 1 \\ -3y + z = -1 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3y + z = -1 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 1$, che è falsa: il sistema è **impossibile**, $S = \emptyset$. (le tre equazioni si contraddicono)

Esercizio 486.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 2y + 2z = 0 \\ 3x + y - z = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 0 = 0 \\ 4y - 4z = 4 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 4y - 4z = 4 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $(1; 1 + t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 487.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ x + 2y + z = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $(-1 + t; 3 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 488.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ x + 2y + z = 6 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ y + z = 4 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 1$, che è falsa: il sistema è **impossibile**, $S = \emptyset$. (le tre equazioni si contraddicono)

Esercizio 489.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 4x - 2y + 2z = 2 \\ x + y - z = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 0 = 0 \\ \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}z = \frac{3}{2} \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}z = \frac{3}{2} \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $(1; 1 + t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 490.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ 2x + 2y + 4z = 8 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ 0 = 0 \\ -2y - 2z = -4 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ -2y - 2z = -4 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $(2 - t; 2 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 491.

$$\rightarrow \begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ 6x + 2y - 2z = 4 \\ x + y + z = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ 0 = 0 \\ \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}z = \frac{10}{3} \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}z = \frac{10}{3} \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $(-1 + t; 5 - 2t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 492.

$$\rightarrow \begin{cases} x + 3y + z = 5 \\ 2x + 6y + 2z = 11 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + 3y + z = 5 \\ 0 = 1 \\ -4y - z = -4 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + 3y + z = 5 \\ -4y - z = -4 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 1$, che è falsa: il sistema è **impossibile**, $S = \emptyset$. (le tre equazioni si contraddicono)

Esercizio 493.

$$\rightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x - 4y + 6z = 8 \\ x + y + z = 6 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 0 = 0 \\ 3y - 2z = 2 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 3y - 2z = 2 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 0$: non aggiunge niente, e il sistema è **indeterminato**.

→ Le soluzioni sono $\left(\frac{16}{3} - \frac{5}{3}t; \frac{2}{3} + \frac{2}{3}t; t\right)$ con $t \in \mathbb{R}$. (un'incognita resta libera e le altre si scrivono in funzione sua)

Esercizio 494.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 0 = 3 \\ -4y + 3z = -1 \end{cases}$$

→ Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - z = 1 \\ -4y + 3z = -1 \\ 0 = 3 \end{cases}$$

→ L'ultima riga dice $0 = 3$, che è falsa: il sistema è **impossibile**, $S = \emptyset$. (le tre equazioni si contraddicono)

8. Sistemi fratti e sostituzione di variabile

Esercizio 495.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ x + y = 9 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ C.E.: $y \neq 0$ (prima di risolvere: nessun denominatore può annullarsi)

→ Moltiplico ogni equazione per i suoi denominatori e resta un sistema lineare: $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 9 \end{cases}$ (in

un'equazione si può: il segno del denominatore non conta, conta solo che non sia zero)

→ Moltiplico la prima per -1 e la seconda per -2 , così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 0 \\ -2x - 2y = -18 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-3x = -18$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 6$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 3$. (conviene la più semplice delle due)

→ La coppia $(6; 3)$ rispetta le C.E.: è accettabile.

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0, 9 = 9$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 496.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ x - y = 8 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ C.E.: $y \neq 0$ (prima di risolvere: nessun denominatore può annullarsi)

→ Moltiplico ogni equazione per i suoi denominatori e resta un sistema lineare: $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - y = 8 \end{cases}$ (in un'equazione si può: il segno del denominatore non conta, conta solo che non sia zero)

→ Moltiplico la prima per -1 e la seconda per 3 , così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} -x + 3y = 0 \\ 3x - 3y = 24 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $2x = 24$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 12$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 4$. (conviene la più semplice delle due)

→ La coppia $(12; 4)$ rispetta le C.E.: è accettabile.

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0, 8 = 8$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 510.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y+4} = \frac{1}{2} \\ x+y=8 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ C.E.: $y \neq -4$ (prima di risolvere: nessun denominatore può annullarsi)

$$\rightarrow \text{Moltiplico ogni equazione per i suoi denominatori e resta un sistema lineare: } \begin{cases} x - \frac{1}{2}y = 2 \\ x + y = 8 \end{cases} \quad (\text{in un'equazione si può: il segno del denominatore non conta, conta solo che non sia zero})$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-\frac{3}{2}y = -6$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow \mathbf{y = 4}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 4$. (conviene la più semplice delle due)

→ La coppia $(4; 4)$ rispetta le C.E.: è accettabile.

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $2 = 2, 8 = 8$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 511.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{2y} = 1 \\ x-y=2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ C.E.: $y \neq 0$ (prima di risolvere: nessun denominatore può annullarsi)

$$\rightarrow \text{Moltiplico ogni equazione per i suoi denominatori e resta un sistema lineare: } \begin{cases} x - 2y = -2 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad (\text{in un'equazione si può: il segno del denominatore non conta, conta solo che non sia zero})$$

→ Moltiplico la prima per -1 e la seconda per 2 , così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $x = 6$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow \mathbf{x = 6}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 4$. (conviene la più semplice delle due)

→ La coppia $(6; 4)$ rispetta le C.E.: è accettabile.

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-2 = -2, 2 = 2$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

Esercizio 525.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + u = \frac{5}{6} \\ t - u = \frac{1}{6} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $2u = \frac{2}{3}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{3}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2, y = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(2; 3)**.

Esercizio 526.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + u = \frac{3}{4} \\ t - u = \frac{1}{4} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $2u = \frac{1}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{4}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2, y = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(2; 4)**.

Esercizio 539.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{20} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + u = \frac{9}{20} \\ t - u = \frac{1}{20} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $2u = \frac{2}{5}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{5}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{1}{4}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4, y = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(4; 5)**.

Esercizio 540.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{30} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + u = \frac{11}{30} \\ t - u = \frac{1}{30} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $2u = \frac{1}{3}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow \mathbf{u} = \frac{1}{6}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{1}{5}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5, y = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(5; 6)**.

Esercizio 541.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{3}{10} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} 2t + u = 1 \\ t - 2u = -\frac{3}{10} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -2 , così i coefficienti di t diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2t + u = 1 \\ -2t + 4u = \frac{3}{5} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $5u = \frac{8}{5}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow \mathbf{u} = \frac{8}{25}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{17}{50}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{17}{50}} = \frac{50}{17}, y = \frac{1}{\frac{8}{25}} = \frac{25}{8}$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **$\left(\frac{50}{17}; \frac{25}{8}\right)$** .

Esercizio 542.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + 3u = 1 \\ 2t - u = \frac{3}{4} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 3, così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} t + 3u = 1 \\ 6t - 3u = \frac{9}{4} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $7t = \frac{13}{4}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow t = \frac{13}{28}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{5}{28}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{13}{28}} = \frac{28}{13}, y = \frac{1}{\frac{5}{28}} = \frac{28}{5}$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{28}{13}; \frac{28}{5}\right)$.

Esercizio 543.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{x+2} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq -2, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x+2}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + u = \frac{3}{4} \\ t - u = \frac{1}{4} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $2u = \frac{1}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{4}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = -2 + \frac{1}{\frac{1}{2}} = 0, y = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 4$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(0; 4)**.

Esercizio 544.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y+3} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y+3} = \frac{1}{6} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq -3$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y+3}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + u = \frac{5}{6} \\ t - u = \frac{1}{6} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $2u = \frac{2}{3}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{3}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2, y = -3 + \frac{1}{\frac{1}{3}} = 0$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(2; 0)**.

Esercizio 545.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{12} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} 3t + 2u = \frac{5}{6} \\ t - u = -\frac{1}{12} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -3 , così i coefficienti di t diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 3t + 2u = \frac{5}{6} \\ -3t + 3u = \frac{1}{4} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $5u = \frac{13}{12}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{13}{60}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{2}{15}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{2} = \frac{15}{15}$, $y = \frac{1}{13} = \frac{60}{60}$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{15}{2}; \frac{60}{13}\right)$.

Esercizio 546.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{5}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + 5u = \frac{3}{2} \\ t - u = 0 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 5, così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} t + 5u = \frac{3}{2} \\ 5t - 5u = 0 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $6t = \frac{3}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow t = \frac{1}{4}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{4}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4, y = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(4; 4)**.

Esercizio 547.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} 4t + u = \frac{3}{2} \\ t - u = 0 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -4 , così i coefficienti di t diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 4t + u = \frac{3}{2} \\ -4t + 4u = 0 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $5u = \frac{3}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow \mathbf{u = \frac{3}{10}}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{3}{10}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{3}{10}} = \frac{10}{3}, y = \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{10}{3}$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **$\left(\frac{10}{3}; \frac{10}{3}\right)$** .

Esercizio 548.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+2} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{x-3} - \frac{1}{y+2} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 3, y \neq -2$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x-3}$ e $u = \frac{1}{y-2}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

→ Il sistema diventa
$$\begin{cases} t + u = \frac{3}{4} \\ t - u = \frac{1}{4} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $2u = \frac{1}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $u = \frac{1}{4}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = 3 + \frac{1}{\frac{1}{2}} = 5$, $y = -2 + \frac{1}{\frac{1}{4}} = 2$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(5; 2)**.

Esercizio 549.

→
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{13}{12} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{12} \end{cases}$$
 (il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore)

→ C.E.: $x \neq 0$, $y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

→ Il sistema diventa
$$\begin{cases} 2t + 3u = \frac{13}{12} \\ t - u = -\frac{1}{12} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 3, così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→
$$\begin{cases} 2t + 3u = \frac{13}{12} \\ 3t - 3u = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $5t = \frac{5}{6}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $t = \frac{1}{6}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{4}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6, y = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(6; 4)**.

Esercizio 550.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{7}{10} \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{4}{5} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + 2u = \frac{7}{10} \\ 3t - u = \frac{4}{5} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 2, così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} t + 2u = \frac{7}{10} \\ 6t - 2u = \frac{8}{5} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $7t = \frac{23}{10}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow t = \frac{23}{70}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{13}{70}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{23}{70}} = \frac{70}{23}, y = \frac{1}{\frac{13}{70}} = \frac{70}{13}$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **$\left(\frac{70}{23}; \frac{70}{13}\right)$** .

Esercizio 551.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{10} \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

→ Il sistema diventa
$$\begin{cases} t + u = \frac{7}{10} \\ 2t - u = \frac{1}{5} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $3t = \frac{9}{10}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $t = \frac{3}{10}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{2}{5}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{3}{10}} = \frac{10}{3}$, $y = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2}$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{10}{3}; \frac{5}{2}\right)$.

Esercizio 552.

→
$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0 \end{cases}$$
 (il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore)

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

→ Il sistema diventa
$$\begin{cases} 5t + u = \frac{3}{2} \\ t - u = 0 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -5 , così i coefficienti di t diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→
$$\begin{cases} 5t + u = \frac{3}{2} \\ -5t + 5u = 0 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: t sparisce e resta $6u = \frac{3}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $u = \frac{1}{4}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $t = \frac{1}{4}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$, $y = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(4; 4)**.

Esercizio 553.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{9}{8} \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{3}{8} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza: le incognite stanno al denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (i denominatori non possono annullarsi)

→ Pongo $t = \frac{1}{x}$ e $u = \frac{1}{y}$. (con le incognite nuove il sistema diventa lineare, e i metodi sono quelli di sempre)

$$\rightarrow \text{Il sistema diventa } \begin{cases} t + 4u = \frac{9}{8} \\ t - 2u = -\frac{3}{8} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 2, così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} t + 4u = \frac{9}{8} \\ 2t - 4u = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $3t = \frac{3}{8}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow t = \frac{1}{8}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{4}$. (conviene la più semplice delle due)

→ Torno alle incognite di partenza: $x = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8, y = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$. (è il passaggio che si dimentica: la risposta va data in x e y , non in t e u)

→ La soluzione è la coppia **(8; 4)**.

9. Sistemi con il valore assoluto

Esercizio 554.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x \geq 0$ e $x < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

$$\rightarrow \text{Primo caso } (x \geq 0): \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}, \text{ che dà } (3; 2).$$

→ Controllo la condizione: $x = 3$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($x < 0$): $\begin{cases} -x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$, e il sistema è impossibile.

→ Soluzioni accettabili: **(3; 2)**.

Esercizio 555.

→ $\begin{cases} 0 - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x \geq 0$ e $x < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($x \geq 0$): $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$, che dà (3; 2).

→ Controllo la condizione: $x = 3$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($x < 0$): $\begin{cases} -x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$, e il sistema è impossibile.

→ Soluzioni accettabili: **(3; 2)**.

Esercizio 579.

→ $\begin{cases} 0 + y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x - 1 \geq 0$ e $x - 1 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($x - 1 \geq 0$): $\begin{cases} (x - 1) + y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$, e il sistema è indeterminato.

→ **Secondo caso** ($x - 1 < 0$): $\begin{cases} -(x - 1) + y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$, che dà (1; 4).

→ Controllo la condizione: $x - 1 = 0$, quindi la coppia **si scarta**.

→ Nessuno dei due casi dà una coppia accettabile: **S = ∅**.

Esercizio 580.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 - y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x + 2 \geq 0$ e $x + 2 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

$$\rightarrow \text{Primo caso } (x + 2 \geq 0): \begin{cases} (x + 2) - y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}, \text{ e il sistema è indeterminato.}$$

$$\rightarrow \text{Secondo caso } (x + 2 < 0): \begin{cases} -(x + 2) - y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}, \text{ che dà } (-2; -1).$$

→ Controllo la condizione: $x + 2 = 0$, quindi la coppia **si scarta**.

→ Nessuno dei due casi dà una coppia accettabile: $\mathbf{S} = \emptyset$.

Esercizio 581.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 + y = 2 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x - 3 \geq 0$ e $x - 3 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

$$\rightarrow \text{Primo caso } (x - 3 \geq 0): \begin{cases} (x - 3) + y = 2 \\ x - y = 3 \end{cases}, \text{ che dà } (4; 1).$$

→ Controllo la condizione: $x - 3 = 1$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

$$\rightarrow \text{Secondo caso } (x - 3 < 0): \begin{cases} -(x - 3) + y = 2 \\ x - y = 3 \end{cases}, \text{ e il sistema è impossibile.}$$

→ Soluzioni accettabili: **(4; 1)**.

Esercizio 582.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 + x = 5 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $y - 1 \geq 0$ e $y - 1 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

$$\rightarrow \text{Primo caso } (y - 1 \geq 0): \begin{cases} (y - 1) + x = 5 \\ x + y = 6 \end{cases}, \text{ e il sistema è indeterminato.}$$

→ **Secondo caso** ($y - 1 < 0$): $\begin{cases} -(y - 1) + x = 5 \\ x + y = 6 \end{cases}$, che dà $(5; 1)$.

→ Controllo la condizione: $y - 1 = 0$, quindi la coppia **si scarta**.

→ Nessuno dei due casi dà una coppia accettabile: $\mathbf{S} = \emptyset$.

Esercizio 583.

→ $\begin{cases} 0 + 2y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x + 1 \geq 0$ e $x + 1 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($x + 1 \geq 0$): $\begin{cases} (x + 1) + 2y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$, che dà $\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

→ Controllo la condizione: $x + 1 = \frac{7}{3}$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($x + 1 < 0$): $\begin{cases} -(x + 1) + 2y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$, che dà $(6; 7)$.

→ Controllo la condizione: $x + 1 = 7$, quindi la coppia **si scarta**.

→ Soluzioni accettabili: $\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Esercizio 584.

→ $\begin{cases} 0 - y = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x - 2 \geq 0$ e $x - 2 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($x - 2 \geq 0$): $\begin{cases} (x - 2) - y = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$, che dà $(3; 1)$.

→ Controllo la condizione: $x - 2 = 1$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($x - 2 < 0$): $\begin{cases} -(x - 2) - y = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$, e il sistema è **impossibile**.

→ Soluzioni accettabili: $(3; 1)$.

Esercizio 585.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 - x = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $y + 2 \geq 0$ e $y + 2 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

$$\rightarrow \text{Primo caso } (y + 2 \geq 0): \begin{cases} (y + 2) - x = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}, \text{ che dà } (2; 1).$$

→ Controllo la condizione: $y + 2 = 3$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

$$\rightarrow \text{Secondo caso } (y + 2 < 0): \begin{cases} -(y + 2) - x = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}, \text{ e il sistema è impossibile.}$$

→ Soluzioni accettabili: **(2; 1)**.

Esercizio 586.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 + 2y = 9 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x - 1 \geq 0$ e $x - 1 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

$$\rightarrow \text{Primo caso } (x - 1 \geq 0): \begin{cases} (x - 1) + 2y = 9 \\ x + y = 5 \end{cases}, \text{ che dà } (0; 5).$$

→ Controllo la condizione: $x - 1 = -1$, quindi la coppia **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

$$\rightarrow \text{Secondo caso } (x - 1 < 0): \begin{cases} -(x - 1) + 2y = 9 \\ x + y = 5 \end{cases}, \text{ che dà } \left(\frac{2}{3}; \frac{13}{3}\right).$$

→ Controllo la condizione: $x - 1 = -\frac{1}{3}$, quindi la coppia **va bene**.

→ Soluzioni accettabili: **$\left(\frac{2}{3}; \frac{13}{3}\right)$** .

Esercizio 587.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 + y = 6 \\ x - y = -3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x + 3 \geq 0$ e $x + 3 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($x + 3 \geq 0$): $\begin{cases} (x + 3) + y = 6 \\ x - y = -3 \end{cases}$, che dà $(0; 3)$.

→ Controllo la condizione: $x + 3 = 3$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($x + 3 < 0$): $\begin{cases} -(x + 3) + y = 6 \\ x - y = -3 \end{cases}$, e il sistema è impossibile.

→ Soluzioni accettabili: **(0; 3)**.

Esercizio 588.

→ $\begin{cases} 0 + y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $2x - 1 \geq 0$ e $2x - 1 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($2x - 1 \geq 0$): $\begin{cases} (2x - 1) + y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$, che dà $(2; 1)$.

→ Controllo la condizione: $2x - 1 = 3$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($2x - 1 < 0$): $\begin{cases} -(2x - 1) + y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$, che dà $(0; 3)$.

→ Controllo la condizione: $2x - 1 = -1$, quindi la coppia **va bene**.

→ Soluzioni accettabili: **(2; 1), (0; 3)**.

Esercizio 589.

→ $\begin{cases} 0 + 3y = 7 \\ x + y = 4 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x - 2 \geq 0$ e $x - 2 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($x - 2 \geq 0$): $\begin{cases} (x - 2) + 3y = 7 \\ x + y = 4 \end{cases}$, che dà $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

→ Controllo la condizione: $x - 2 = -\frac{1}{2}$, quindi la coppia **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($x - 2 < 0$): $\begin{cases} -(x - 2) + 3y = 7 \\ x + y = 4 \end{cases}$, che dà $\left(\frac{7}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

→ Controllo la condizione: $x - 2 = -\frac{1}{4}$, quindi la coppia **va bene**.

→ Soluzioni accettabili: $\left(\frac{7}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

Esercizio 590.

→ $\begin{cases} 0 + x = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $y - 3 \geq 0$ e $y - 3 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($y - 3 \geq 0$): $\begin{cases} (y - 3) + x = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$, che dà $(3; 4)$.

→ Controllo la condizione: $y - 3 = 1$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($y - 3 < 0$): $\begin{cases} -(y - 3) + x = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$, e il sistema è impossibile.

→ Soluzioni accettabili: **(3; 4)**.

Esercizio 591.

→ $\begin{cases} 0 - 2y = -3 \\ x + y = 3 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x + 1 \geq 0$ e $x + 1 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

→ **Primo caso** ($x + 1 \geq 0$): $\begin{cases} (x + 1) - 2y = -3 \\ x + y = 3 \end{cases}$, che dà $\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

→ Controllo la condizione: $x + 1 = \frac{5}{3}$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

→ **Secondo caso** ($x + 1 < 0$): $\begin{cases} -(x + 1) - 2y = -3 \\ x + y = 3 \end{cases}$, che dà $(4; -1)$.

→ Controllo la condizione: $x + 1 = 5$, quindi la coppia **si scarta**.

→ Soluzioni accettabili: $\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Esercizio 592.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $3x - 2 \geq 0$ e $3x - 2 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

$$\rightarrow \text{Primo caso } (3x - 2 \geq 0): \begin{cases} (3x - 2) + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}, \text{ che dà } (2; 1).$$

→ Controllo la condizione: $3x - 2 = 4$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

$$\rightarrow \text{Secondo caso } (3x - 2 < 0): \begin{cases} -(3x - 2) + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}, \text{ che dà } (0; 3).$$

→ Controllo la condizione: $3x - 2 = -2$, quindi la coppia **va bene**.

→ Soluzioni accettabili: **(2; 1)**, **(0; 3)**.

Esercizio 593.

$$\rightarrow \begin{cases} 0 + y = 3 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Il valore assoluto si toglie spezzando in due casi: $x - 4 \geq 0$ e $x - 4 < 0$. ($|A| = A$ se $A \geq 0$, $|A| = -A$ se $A < 0$)

$$\rightarrow \text{Primo caso } (x - 4 \geq 0): \begin{cases} (x - 4) + y = 3 \\ x - 2y = 2 \end{cases}, \text{ che dà } \left(\frac{16}{3}; \frac{5}{3}\right).$$

→ Controllo la condizione: $x - 4 = \frac{4}{3}$, quindi la coppia **va bene**. (una soluzione trovata in un caso vale solo se rispetta la condizione di quel caso)

$$\rightarrow \text{Secondo caso } (x - 4 < 0): \begin{cases} -(x - 4) + y = 3 \\ x - 2y = 2 \end{cases}, \text{ che dà } (0; -1).$$

→ Controllo la condizione: $x - 4 = -4$, quindi la coppia **va bene**.

→ Soluzioni accettabili: **$\left(\frac{16}{3}; \frac{5}{3}\right)$** , **(0; -1)**.

10. Sistemi parametrici e discussione**Esercizio 594.**

$$\rightarrow \begin{cases} kx + y = 1 \\ x + ky = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix} = k^2 - 1 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$\rightarrow \Delta = 0$ per $k = -1, k = 1$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix} = k - 1$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = k - 1$$

$\rightarrow$ **Caso generale**, con $k \neq -1$ e $k \neq 1$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{k-1}{k^2-1}$, $y = \frac{k-1}{k^2-1}$.
(si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

$\rightarrow$ **Caso** $k = -1$: il sistema diventa $\begin{cases} -x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

$\rightarrow$ **Caso** $k = 1$: il sistema diventa $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1-t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 595.

$$\rightarrow \begin{cases} kx + 2y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} k & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = k - 2 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$\rightarrow \Delta = 0$ per $k = 2$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2k - 4$$

$\rightarrow$ **Caso generale**, con $k \neq 2$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{0}{k-2}$, $y = \frac{2k-4}{k-2}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

$\rightarrow$ **Caso** $k = 2$: il sistema diventa $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(2-t; t)$

con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

Esercizio 614.

$$\rightarrow \begin{cases} kx + y = k \\ x + y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = k - 1 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$\rightarrow \Delta = 0$ per $k = 1$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = k - 1$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k & k \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$\rightarrow$ **Caso generale**, con $k \neq 1$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{k-1}{k-1}$, $y = \frac{0}{k-1}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

$\rightarrow$ **Caso** $k = 1$: il sistema diventa $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1-t; t)$

con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

Esercizio 615.

$$\rightarrow \begin{cases} x + ky = 2k \\ x + 2y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & k \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -k + 2 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$\rightarrow \Delta = 0$ per $k = 2$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 2k & k \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 2k \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -2k + 4$$

$\rightarrow$ **Caso generale**, con $k \neq 2$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{0}{-k+2}$, $y = \frac{-2k+4}{-k+2}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

$\rightarrow$ **Caso** $k = 2$: il sistema diventa $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(4-2t; t)$

con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

Esercizio 633.

$$\rightarrow \begin{cases} kx + 2y = k \\ 2x + ky = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} k & 2 \\ 2 & k \end{vmatrix} = k^2 - 4 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$$\rightarrow \Delta = 0 \text{ per } k = -2, k = 2. \quad (\text{sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere})$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} k & 2 \\ 2 & k \end{vmatrix} = k^2 - 4$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k & k \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\rightarrow \text{Caso generale, con } k \neq -2 \text{ e } k \neq 2: \text{ il sistema è determinato e Cramer dà } x = \frac{k^2 - 4}{k^2 - 4}, \quad y = \frac{0}{k^2 - 4}.$$

(si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

$$\rightarrow \text{Caso } k = -2: \text{ il sistema diventa } \begin{cases} -2x + 2y = -2 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \quad \text{ed è indeterminato. Le soluzioni sono}$$

$(1 + t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

$$\rightarrow \text{Caso } k = 2: \text{ il sistema diventa } \begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \quad \text{ed è indeterminato. Le soluzioni sono } (1 - t; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 634.

$$\rightarrow \begin{cases} (k-1)x + y = 2 \\ x + (k-1)y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} k-1 & 1 \\ 1 & k-1 \end{vmatrix} = k^2 - 2k \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$$\rightarrow \Delta = 0 \text{ per } k = 0, k = 2. \quad (\text{sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere})$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & k-1 \end{vmatrix} = 2k - 4$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k-1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2k - 4$$

$$\rightarrow \text{Caso generale, con } k \neq 0 \text{ e } k \neq 2: \text{ il sistema è determinato e Cramer dà } x = \frac{2k-4}{k^2-2k}, \quad y = \frac{2k-4}{k^2-2k}.$$

(si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso** $k = 0$: il sistema diventa $\begin{cases} -x + y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $k = 2$: il sistema diventa $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(2 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 635.

→ $\begin{cases} kx + ky = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} k & k \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ (il determinante è nullo qualunque sia il parametro: il sistema non è determinato per nessun valore)

→ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & k \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -k + 2$

→ $\Delta_y = \begin{vmatrix} k & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = k - 2$

→ **Caso** $k = 2$: tutti i Δ si annullano, il sistema diventa $\begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**.

→ Per $k \neq 2$ almeno un Δ delle incognite non è nullo: il sistema è **impossibile**. ($\Delta = 0$ e un Δ di incognita diverso da zero: rette parallele e distinte)

Esercizio 636.

→ $\begin{cases} kx + y = k \\ x + ky = 1 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix} = k^2 - 1$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $k = -1, k = 1$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

→ $\Delta_x = \begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix} = k^2 - 1$

→ $\Delta_y = \begin{vmatrix} k & k \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

→ **Caso generale**, con $k \neq -1$ e $k \neq 1$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{k^2 - 1}{k^2 - 1}$, $y = \frac{0}{k^2 - 1}$.
(si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso** $k = -1$: il sistema diventa $\begin{cases} -x + y = -1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1 + t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $k = 1$: il sistema diventa $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 637.

→ $\begin{cases} ax + 3y = a \\ 3x + ay = 3 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} a & 3 \\ 3 & a \end{vmatrix} = a^2 - 9$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $a = -3, a = 3$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

→ $\Delta_x = \begin{vmatrix} a & 3 \\ 3 & a \end{vmatrix} = a^2 - 9$

→ $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & a \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 0$

→ **Caso generale**, con $a \neq -3$ e $a \neq 3$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{a^2 - 9}{a^2 - 9}$, $y = \frac{0}{a^2 - 9}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso** $a = -3$: il sistema diventa $\begin{cases} -3x + 3y = -3 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1 + t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $a = 3$: il sistema diventa $\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ 3x + 3y = 3 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 638.

→ $\begin{cases} (k+1)x + 2y = 4 \\ 2x + (k+1)y = 4 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2 & k+1 \end{vmatrix} = k^2 + 2k - 3$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $k = -3, k = 1$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 4 & k+1 \end{vmatrix} = 4k - 4$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k+1 & 4 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4k - 4$$

$\rightarrow$ **Caso generale**, con $k \neq -3$ e $k \neq 1$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{4k-4}{k^2+2k-3}$, $y = \frac{4k-4}{k^2+2k-3}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

$\rightarrow$ **Caso** $k = -3$: il sistema diventa $\begin{cases} -2x + 2y = 4 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

$\rightarrow$ **Caso** $k = 1$: il sistema diventa $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(2-t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 639.

$$\rightarrow \begin{cases} kx - y = 1 \\ x - ky = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} k & -1 \\ 1 & -k \end{vmatrix} = -k^2 + 1 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$\rightarrow \Delta = 0$ per $k = -1, k = 1$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -k \end{vmatrix} = -k + 1$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = k - 1$$

$\rightarrow$ **Caso generale**, con $k \neq -1$ e $k \neq 1$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{-k+1}{-k^2+1}$, $y = \frac{k-1}{-k^2+1}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

$\rightarrow$ **Caso** $k = -1$: il sistema diventa $\begin{cases} -x - y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

$\rightarrow$ **Caso** $k = 1$: il sistema diventa $\begin{cases} x - y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1+t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 640.

$$\rightarrow \begin{cases} mx + 4y = 2m \\ x + my = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} m & 4 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 4 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$$\rightarrow \Delta = 0 \text{ per } m = -2, m = 2. \quad (\text{sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere})$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 2m & 4 \\ 2 & m \end{vmatrix} = 2m^2 - 8$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} m & 2m \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\rightarrow \text{Caso generale, con } m \neq -2 \text{ e } m \neq 2: \text{ il sistema è determinato e Cramer dà } x = \frac{2m^2 - 8}{m^2 - 4}, \quad y = \frac{0}{m^2 - 4}. \quad (\text{si divide per } \Delta \text{ solo dopo aver detto che non è zero})$$

$$\rightarrow \text{Caso } m = -2: \text{ il sistema diventa } \begin{cases} -2x + 4y = -4 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \quad \text{ed è indeterminato. Le soluzioni sono } (2 + 2t; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}. \quad (\text{con } \Delta = 0 \text{ si guardano i } \Delta \text{ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato})$$

$$\rightarrow \text{Caso } m = 2: \text{ il sistema diventa } \begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \quad \text{ed è indeterminato. Le soluzioni sono } (2 - 2t; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 641.

$$\rightarrow \begin{cases} (a-2)x + y = 1 \\ x + (a-2)y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} a-2 & 1 \\ 1 & a-2 \end{vmatrix} = a^2 - 4a + 3 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$$\rightarrow \Delta = 0 \text{ per } a = 1, a = 3. \quad (\text{sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere})$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a-2 \end{vmatrix} = a - 3$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} a-2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = a - 3$$

$$\rightarrow \text{Caso generale, con } a \neq 1 \text{ e } a \neq 3: \text{ il sistema è determinato e Cramer dà } x = \frac{a-3}{a^2-4a+3}, \quad y = \frac{a-3}{a^2-4a+3}. \quad (\text{si divide per } \Delta \text{ solo dopo aver detto che non è zero})$$

→ **Caso** $a = 1$: il sistema diventa $\begin{cases} -x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $a = 3$: il sistema diventa $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 642.

→ $\begin{cases} kx + 9y = 3k \\ x + ky = 3 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} k & 9 \\ 1 & k \end{vmatrix} = k^2 - 9$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $k = -3, k = 3$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

→ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 3k & 9 \\ 3 & k \end{vmatrix} = 3k^2 - 27$

→ $\Delta_y = \begin{vmatrix} k & 3k \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$

→ **Caso generale**, con $k \neq -3$ e $k \neq 3$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{3k^2 - 27}{k^2 - 9}$, $y = \frac{0}{k^2 - 9}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso** $k = -3$: il sistema diventa $\begin{cases} -3x + 9y = -9 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(3 + 3t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $k = 3$: il sistema diventa $\begin{cases} 3x + 9y = 9 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(3 - 3t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 643.

→ $\begin{cases} kx + ky = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} k & k \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ (il determinante è nullo qualunque sia il parametro: il sistema non è determinato per nessun valore)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & k \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -k + 2$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = k - 2$$

$\rightarrow$ **Caso** $k = 2$: tutti i Δ si annullano, il sistema diventa $\begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è indeterminato.

$\rightarrow$ Per $k \neq 2$ almeno un Δ delle incognite non è nullo: il sistema è **impossibile**. ($\Delta = 0$ e un Δ di incognita diverso da zero: rette parallele e distinte)

Esercizio 644.

$$\rightarrow \begin{cases} (k+2)x + y = 1 \\ x + (k+2)y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} k+2 & 1 \\ 1 & k+2 \end{vmatrix} = k^2 + 4k + 3 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

$\rightarrow \Delta = 0$ per $k = -3, k = -1$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k+2 \end{vmatrix} = k + 1$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k+2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = k + 1$$

$\rightarrow$ **Caso generale**, con $k \neq -3$ e $k \neq -1$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{k+1}{k^2+4k+3}$, $y = \frac{k+1}{k^2+4k+3}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

$\rightarrow$ **Caso** $k = -3$: il sistema diventa $\begin{cases} -x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

$\rightarrow$ **Caso** $k = -1$: il sistema diventa $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1-t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 645.

$$\rightarrow \begin{cases} 2kx + y = 1 \\ x + 2ky = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 2k & 1 \\ 1 & 2k \end{vmatrix} = 4k^2 - 1 \text{ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)}$$

$$\rightarrow \Delta = 0 \text{ per } k = -\frac{1}{2}, k = \frac{1}{2}. \text{ (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)}$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2k \end{vmatrix} = 2k - 1$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} 2k & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2k - 1$$

$$\rightarrow \textbf{Caso generale}, \text{ con } k \neq -\frac{1}{2} \text{ e } k \neq \frac{1}{2}: \text{ il sistema è } \textbf{determinato} \text{ e Cramer dà } x = \frac{2k-1}{4k^2-1}, \quad y = \frac{2k-1}{4k^2-1}. \text{ (si divide per } \Delta \text{ solo dopo aver detto che non è zero)}$$

$$\rightarrow \textbf{Caso } k = -\frac{1}{2}: \text{ il sistema diventa } \begin{cases} -x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases} \text{ ed è } \textbf{impossibile}. \text{ (con } \Delta = 0 \text{ si guardano i } \Delta \text{ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)}$$

$$\rightarrow \textbf{Caso } k = \frac{1}{2}: \text{ il sistema diventa } \begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \text{ ed è } \textbf{indeterminato}. \text{ Le soluzioni sono } (1-t; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 646.

$$\rightarrow \begin{cases} kx + 4y = 2k \\ x + ky = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} k & 4 \\ 1 & k \end{vmatrix} = k^2 - 4 \text{ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)}$$

$$\rightarrow \Delta = 0 \text{ per } k = -2, k = 2. \text{ (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)}$$

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 2k & 4 \\ 2 & k \end{vmatrix} = 2k^2 - 8$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k & 2k \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\rightarrow \textbf{Caso generale}, \text{ con } k \neq -2 \text{ e } k \neq 2: \text{ il sistema è } \textbf{determinato} \text{ e Cramer dà } x = \frac{2k^2-8}{k^2-4}, \quad y = \frac{0}{k^2-4}. \text{ (si divide per } \Delta \text{ solo dopo aver detto che non è zero)}$$

$$\rightarrow \textbf{Caso } k = -2: \text{ il sistema diventa } \begin{cases} -2x + 4y = -4 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \text{ ed è } \textbf{indeterminato}. \text{ Le soluzioni sono } (2+2t; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}. \text{ (con } \Delta = 0 \text{ si guardano i } \Delta \text{ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)}$$

→ **Caso** $k = 2$: il sistema diventa $\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(2 - 2t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 647.

→ $\begin{cases} (k-3)x + 2y = 4 \\ 2x + (k-3)y = 4 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} k-3 & 2 \\ 2 & k-3 \end{vmatrix} = k^2 - 6k + 5$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $k = 1, k = 5$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

→ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 4 & k-3 \end{vmatrix} = 4k - 20$

→ $\Delta_y = \begin{vmatrix} k-3 & 4 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4k - 20$

→ **Caso generale**, con $k \neq 1$ e $k \neq 5$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{4k-20}{k^2-6k+5}$, $y = \frac{4k-20}{k^2-6k+5}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso** $k = 1$: il sistema diventa $\begin{cases} -2x + 2y = 4 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $k = 5$: il sistema diventa $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(2 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 648.

→ $\begin{cases} ax + 2y = 1 \\ 8x + ay = 2 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} a & 2 \\ 8 & a \end{vmatrix} = a^2 - 16$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $a = -4, a = 4$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

→ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & a \end{vmatrix} = a - 4$

→ $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} = 2a - 8$

→ **Caso generale**, con $a \neq -4$ e $a \neq 4$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{a-4}{a^2-16}$, $y = \frac{2a-8}{a^2-16}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso $a = -4$** : il sistema diventa $\begin{cases} -4x + 2y = 1 \\ 8x - 4y = 2 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso $a = 4$** : il sistema diventa $\begin{cases} 4x + 2y = 1 \\ 8x + 4y = 2 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}t; t\right)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 649.

→ $\begin{cases} 3kx + y = 3 \\ x + 3ky = 1 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} 3k & 1 \\ 1 & 3k \end{vmatrix} = 9k^2 - 1$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $k = -\frac{1}{3}, k = \frac{1}{3}$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

→ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3k \end{vmatrix} = 9k - 1$

→ $\Delta_y = \begin{vmatrix} 3k & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3k - 3$

→ **Caso generale**, con $k \neq -\frac{1}{3}$ e $k \neq \frac{1}{3}$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{9k-1}{9k^2-1}$, $y = \frac{3k-3}{9k^2-1}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso $k = -\frac{1}{3}$** : il sistema diventa $\begin{cases} -x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso $k = \frac{1}{3}$** : il sistema diventa $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **impossibile**.

Esercizio 650.

→ $\begin{cases} kx - y = k \\ x - ky = 1 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} k & -1 \\ 1 & -k \end{vmatrix} = -k^2 + 1$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $k = -1, k = 1$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} k & -1 \\ 1 & -k \end{vmatrix} = -k^2 + 1$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} k & k \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

→ **Caso generale**, con $k \neq -1$ e $k \neq 1$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{-k^2 + 1}{-k^2 + 1}$, $y = \frac{0}{-k^2 + 1}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso** $k = -1$: il sistema diventa $\begin{cases} -x - y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $k = 1$: il sistema diventa $\begin{cases} x - y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(1 + t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 651.

$$\rightarrow \begin{cases} mx + 25y = 5m \\ x + my = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, nell'incognita } x \text{ e } y)$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} m & 25 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 25 \quad (\text{il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro})$$

→ $\Delta = 0$ per $m = -5, m = 5$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

$$\rightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 5m & 25 \\ 5 & m \end{vmatrix} = 5m^2 - 125$$

$$\rightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} m & 5m \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

→ **Caso generale**, con $m \neq -5$ e $m \neq 5$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{5m^2 - 125}{m^2 - 25}$, $y = \frac{0}{m^2 - 25}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso** $m = -5$: il sistema diventa $\begin{cases} -5x + 25y = -25 \\ x - 5y = 5 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(5 + 5t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $m = 5$: il sistema diventa $\begin{cases} 5x + 25y = 25 \\ x + 5y = 5 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(5 - 5t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 652.

→ $\begin{cases} (a+3)x + y = 2 \\ x + (a+3)y = 2 \end{cases}$ (il sistema di partenza, nell'incognita x e y)

→ $\Delta = \begin{vmatrix} a+3 & 1 \\ 1 & a+3 \end{vmatrix} = a^2 + 6a + 8$ (il determinante non è un numero: è un polinomio nel parametro)

→ $\Delta = 0$ per $a = -4, a = -2$. (sono i valori che tolgono a Cramer il permesso di dividere)

→ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & a+3 \end{vmatrix} = 2a + 4$

→ $\Delta_y = \begin{vmatrix} a+3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2a + 4$

→ **Caso generale**, con $a \neq -4$ e $a \neq -2$: il sistema è **determinato** e Cramer dà $x = \frac{2a+4}{a^2+6a+8}, y = \frac{2a+4}{a^2+6a+8}$. (si divide per Δ solo dopo aver detto che non è zero)

→ **Caso** $a = -4$: il sistema diventa $\begin{cases} -x + y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$ ed è **impossibile**. (con $\Delta = 0$ si guardano i Δ delle incognite: se almeno uno non è nullo è impossibile, se sono tutti nulli è indeterminato)

→ **Caso** $a = -2$: il sistema diventa $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ ed è **indeterminato**. Le soluzioni sono $(2 - t; t)$ con $t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 653.

→ $\begin{cases} kx + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ (il sistema di partenza, col parametro)

→ Se $(2; 1)$ è soluzione, sostituendo $x = 2, y = 1$ tutte le equazioni devono diventare vere. (è la definizione di soluzione, usata al contrario)

→ Nell'equazione che contiene k resta un'equazione di primo grado in k , che dà **$k = 2$** .

→ Controllo: con $k = 2$ il sistema diventa $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$, e la sua soluzione è $(2; 1)$ — quella voluta.
(si rifà il giro nell'altro verso)

Esercizio 654.

$$\rightarrow \begin{cases} x + ky = 7 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, col parametro})$$

→ Se $(3; 2)$ è soluzione, sostituendo $x = 3, y = 2$ tutte le equazioni devono diventare vere.

→ Nell'equazione che contiene k resta un'equazione di primo grado in k , che dà $k = 2$.

→ Controllo: con $k = 2$ il sistema diventa $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$, e la sua soluzione è $(3; 2)$ — quella voluta.

(si rifà il giro nell'altro verso)

11. Problemi con i sistemi**Esercizio 665.**

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga. (due informazioni, due equazioni: è la regola che fa venire il sistema giusto)

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 27 \\ y = x + 3 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $2y = 30$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 15$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 12$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(12; 15)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $27 = 27, 15 = 15$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 12 maschi e 15 femmine. (la coppia non è ancora la risposta: va riletta dentro il problema)

Esercizio 666.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 40 \\ x - y = 12 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $2y = 28$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $y = 14$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 26$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(26; 14)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $40 = 40, 12 = 12$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: i numeri sono 26 e 14.

Esercizio 680.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

→
$$\begin{cases} x + y = 84 \\ x - 6 = y + 6 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $2y = 72$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $y = 36$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 48$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(48; 36)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $84 = 84, 42 = 42$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 48 e 36 figurine.

Esercizio 681.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

→
$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 4y = 84 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Moltiplico la prima per 2 e la seconda per -1 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→
$$\begin{cases} 2x + 2y = 60 \\ -2x - 4y = -84 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-2y = -24$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $y = 12$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 18$. (conviene la più semplice delle due)

- La soluzione è la coppia **(18; 12)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $30 = 30$, $84 = 84$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Torno al problema: 18 galline e 12 conigli.
-

Esercizio 695.

- Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.
- $$\begin{cases} 2x + 2y = 46 \\ x + 4y = 50 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$
- Moltiplico la seconda per -2 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)
- $$\begin{cases} 2x + 2y = 46 \\ -2x - 8y = -100 \end{cases}$$
- Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-6y = -54$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)
- **$y = 9$**
- Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 14$. (conviene la più semplice delle due)
- La soluzione è la coppia **(14; 9)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $46 = 46$, $50 = 50$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Torno al problema: base 14 cm, altezza 9 cm.
-

Esercizio 696.

- Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.
- $$\begin{cases} x + y = 36 \\ x - 3 = 4(y - 3) \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$
- Sommo membro a membro: x sparisce e resta $5y = 45$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)
- **$y = 9$**
- Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 27$. (conviene la più semplice delle due)
- La soluzione è la coppia **(27; 9)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $36 = 36, 24 = 24$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: il padre ha 27 anni, il figlio 9.

Esercizio 710.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 96 \\ x = 2y \\ z = x + y - 12 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 96 \\ -3y - z = -96 \\ 2z = 84 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 96 \\ -3y - z = -96 \\ 2z = 84 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 42$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 18$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 36$.

→ La soluzione è la terna **(36; 18; 42)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $96 = 96, 36 = 36, 42 = 42$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 36, 18 e 42 euro.

Esercizio 711.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 100 \\ 2x + 3y + 5z = 310 \\ x = y + z \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 100 \\ y + 3z = 110 \\ -2y - 2z = -100 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 100 \\ y + 3z = 110 \\ 4z = 120 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 30$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 20$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 50$.

→ La soluzione è la terna **(50; 20; 30)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $100 = 100$, $310 = 310$, $50 = 50$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 50, 20 e 30 kg.

Esercizio 712.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ x = y + 2 \\ z = x + y - 4 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ -2y - z = -22 \\ 2z = 20 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ -2y - z = -22 \\ 2z = 20 \end{cases}$$

- Dall'ultima riga in su: $z = 10$. (si risale, una incognita per volta)
- Dall'ultima riga in su: $y = 6$.
- Dall'ultima riga in su: $x = 8$.
- La soluzione è la terna **(8; 6; 10)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e tre le equazioni: $24 = 24$, $8 = 8$, $10 = 10$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Torno al problema: 8, 6 e 10 cm: la disuguaglianza triangolare è rispettata.
-

Esercizio 713.

- Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.
- $$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ x + 2y + 5z = 66 \\ z = \frac{x}{2} \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$
- Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)
- Dopo aver eliminato x :
- $$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ y + 4z = 36 \\ \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}z = 15 \end{cases}$$
- Dopo aver eliminato y :
- $$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ y + 4z = 36 \\ -\frac{1}{2}z = -3 \end{cases}$$
- Dall'ultima riga in su: $z = 6$. (si risale, una incognita per volta)
- Dall'ultima riga in su: $y = 12$.
- Dall'ultima riga in su: $x = 12$.
- La soluzione è la terna **(12; 12; 6)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e tre le equazioni: $30 = 30$, $66 = 66$, $6 = 6$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Torno al problema: 12 monete da 1 euro, 12 da 2 euro e 6 da 5 euro.
-

Esercizio 714.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 18 \\ y = x + 2 \\ z = \frac{x + y}{2} \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 18 \\ 2y + z = 20 \\ \frac{3}{2}z = 9 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 18 \\ 2y + z = 20 \\ \frac{3}{2}z = 9 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 6$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 7$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 5$.

→ La soluzione è la terna **(5; 7; 6)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $18 = 18, 7 = 7, 6 = 6$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: i numeri sono 5, 7 e 6.

Esercizio 715.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 50 \\ 4x + 6y + 9z = 290 \\ z = 10 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 50 \\ 2y + 5z = 90 \\ z = 10 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 50 \\ 2y + 5z = 90 \\ z = 10 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 10$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 20$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 20$.

→ La soluzione è la terna **(20; 20; 10)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $50 = 50$, $290 = 290$, $10 = 10$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 20, 20 e 10 pezzi.

Esercizio 716.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 42 \\ z = 2x \\ y = x + 4 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 42 \\ 2y + 3z = 84 \\ 2y + z = 46 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 42 \\ 2y + 3z = 84 \\ -2z = -38 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 19$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = \frac{27}{2}$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = \frac{19}{2}$.

→ La soluzione è la terna **$\left(\frac{19}{2}; \frac{27}{2}; 19\right)$** . (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $42 = 42$, $19 = 19$, $\frac{27}{2} = \frac{27}{2}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: $\frac{19}{2}$, $\frac{27}{2}$ e 19 anni.

Esercizio 717.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 20 \\ 2x + 3y + 5z = 63 \\ z = x - 3 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 20 \\ y + 3z = 23 \\ y + 2z = 17 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 20 \\ y + 3z = 23 \\ -z = -6 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 6$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 5$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 9$.

→ La soluzione è la terna **(9; 5; 6)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $20 = 20$, $63 = 63$, $6 = 6$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 9 da 2 punti, 5 da 3 punti e 6 da 5 punti.

Esercizio 718.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ x = y + 3 \\ z = x + y - 4 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ -2y - z = -27 \\ 2z = 26 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ -2y - z = -27 \\ 2z = 26 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 13$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 7$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 10$.

→ La soluzione è la terna **(10; 7; 13)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $30 = 30$, $10 = 10$, $13 = 13$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 10, 7 e 13 cm.

Esercizio 719.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9000 \\ \frac{2x}{100} + \frac{4y}{100} + \frac{5z}{100} = 360 \\ z = x + 1000 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9000 \\ \frac{1}{50}y + \frac{3}{100}z = 180 \\ y + 2z = 10000 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9000 \\ \frac{1}{50}y + \frac{3}{100}z = 180 \\ \frac{1}{2}z = 1000 \end{cases}$$

- Dall'ultima riga in su: $z = 2000$. (si risale, una incognita per volta)
- Dall'ultima riga in su: $y = 6000$.
- Dall'ultima riga in su: $x = 1000$.
- La soluzione è la terna **(1000; 6000; 2000)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e tre le equazioni: $9000 = 9000$, $360 = 360$, $2000 = 2000$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Torno al problema: 1000, 6000 e 2000 euro.
-

Esercizio 720.

- Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.
- $$\begin{cases} x + y + z = 22 \\ x + y = 14 \\ y + z = 16 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$
- Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)
- Dopo aver eliminato x :
- $$\begin{cases} x + y + z = 22 \\ -z = -8 \\ y + z = 16 \end{cases}$$
- Scambio due equazioni per avere un coefficiente di y diverso da zero in cima.
- Dopo aver eliminato y :
- $$\begin{cases} x + y + z = 22 \\ y + z = 16 \\ -z = -8 \end{cases}$$
- Dall'ultima riga in su: $z = 8$. (si risale, una incognita per volta)
- Dall'ultima riga in su: $y = 8$.
- Dall'ultima riga in su: $x = 6$.
- La soluzione è la terna **(6; 8; 8)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e tre le equazioni: $22 = 22$, $14 = 14$, $16 = 16$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Torno al problema: 6, 8 e 8 litri al minuto.
-

Esercizio 721.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 13 \\ x = 2z \\ y = z + 1 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 13 \\ -y - 3z = -13 \\ y - z = 1 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 13 \\ -y - 3z = -13 \\ -4z = -12 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 3$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 4$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 6$.

→ La soluzione è la terna **(6; 4; 3)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $13 = 13, 6 = 6, 4 = 4$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: le cifre sono 6, 4 e 3: il numero è 643.

Esercizio 722.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x + 2y + 3z = 120 \\ z = 10 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ y + 2z = 60 \\ z = 10 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ y + 2z = 60 \\ z = 10 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 10$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 40$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 10$.

→ La soluzione è la terna **(10; 40; 10)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $60 = 60$, $120 = 120$, $10 = 10$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 10, 40 e 10 quaderni.

Esercizio 723.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 90 \\ x = y + 10 \\ z = \frac{x + y}{2} \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 90 \\ -2y - z = -80 \\ \frac{3}{2}z = 45 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 90 \\ -2y - z = -80 \\ \frac{3}{2}z = 45 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 30$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 25$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 35$.

→ La soluzione è la terna **(35; 25; 30)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $90 = 90$, $35 = 35$, $30 = 30$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: 35, 25 e 30 punti.

Esercizio 724.

→ Scrivo che cosa sono x e y , poi traduco il testo riga per riga.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 27 \\ x = y + z \\ y = z + 3 \end{cases} \quad (\text{è il sistema del problema})$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 27 \\ -2y - 2z = -27 \\ y - z = 3 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 27 \\ -2y - 2z = -27 \\ -2z = -\frac{21}{2} \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = \frac{21}{4}$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = \frac{33}{4}$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = \frac{27}{2}$.

→ La soluzione è la terna **$\left(\frac{27}{2}; \frac{33}{4}; \frac{21}{4}\right)$** . (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $27 = 27$, $\frac{27}{2} = \frac{27}{2}$, $\frac{33}{4} = \frac{33}{4}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: $\frac{27}{2}$, $\frac{33}{4}$ e $\frac{21}{4}$ kg.

12. Il punto di pareggio (break even point)

Esercizio 725.

→ Il costo totale e il ricavo sono due espressioni della stessa quantità y : il punto di pareggio è dove coincidono. (sotto il pareggio il costo supera il ricavo e si è in perdita; sopra si guadagna)

$$\rightarrow \begin{cases} y = 1200 + 15x \\ y = 35x \end{cases} \quad (\text{il sistema costo-ricavo})$$

→ Ricavo x da tutte e due le equazioni: $x = \frac{1}{15}y - 80$ e $x = \frac{1}{35}y$. (il confronto vuole la STESSA incognita ricavata due volte)

→ Le due espressioni valgono lo stesso numero, quindi sono uguali fra loro: $\frac{1}{15}y - 80 = \frac{1}{35}y$. (due cose uguali a una terza sono uguali fra loro)

$$\rightarrow \frac{4}{105}y = 80, \text{ da cui } y = \mathbf{2100}.$$

→ Sostituisco in una delle due espressioni: $x = 60$.

→ La soluzione è la coppia **(60; 2100)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $2100 = 2100$, $2100 = 2100$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: il pareggio è a 60 zaini, con un fatturato di 2100 euro. (la prima coordinata è la quantità di pareggio, la seconda il denaro)

Esercizio 726.

→ Il costo totale e il ricavo sono due espressioni della stessa quantità y : il punto di pareggio è dove coincidono.

$$\rightarrow \begin{cases} y = 800 + 12x \\ y = 32x \end{cases} \quad (\text{il sistema costo-ricavo})$$

→ Ricavo x da tutte e due le equazioni: $x = \frac{1}{12}y - \frac{200}{3}$ e $x = \frac{1}{32}y$. (il confronto vuole la STESSA incognita ricavata due volte)

→ Le due espressioni valgono lo stesso numero, quindi sono uguali fra loro: $\frac{1}{12}y - \frac{200}{3} = \frac{1}{32}y$. (due cose uguali a una terza sono uguali fra loro)

$$\rightarrow \frac{5}{96}y = \frac{200}{3}, \text{ da cui } y = \mathbf{1280}.$$

→ Sostituisco in una delle due espressioni: $x = 40$.

→ La soluzione è la coppia **(40; 1280)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $1280 = 1280$, $1280 = 1280$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: il pareggio è a 40 lampade, per 1280 euro.

Esercizio 743.

→ Il costo totale e il ricavo sono due espressioni della stessa quantità y : il punto di pareggio è dove coincidono.

$$\rightarrow \begin{cases} y = 4500 + 22x \\ y = 55x \end{cases} \quad (\text{il sistema costo-ricavo})$$

→ Ricavo x da tutte e due le equazioni: $x = \frac{1}{22}y - \frac{2250}{11}$ e $x = \frac{1}{55}y$. (il confronto vuole la STESSA incognita ricavata due volte)

→ Le due espressioni valgono lo stesso numero, quindi sono uguali fra loro: $\frac{1}{22}y - \frac{2250}{11} = \frac{1}{55}y$. (due cose uguali a una terza sono uguali fra loro)

$$\rightarrow \frac{3}{110}y = \frac{2250}{11}, \text{ da cui } y = \mathbf{7500}.$$

$$\rightarrow \text{Sostituisco in una delle due espressioni: } x = \frac{1500}{11}.$$

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1500}{11}; 7500\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $7500 = 7500$, $7500 = 7500$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: pareggio a $\frac{1500}{11}$ sedie, cioè da 137 sedie in su; con 200 sedie il guadagno è 2100 euro.

Esercizio 744.

→ Il costo totale e il ricavo sono due espressioni della stessa quantità y : il punto di pareggio è dove coincidono.

$$\rightarrow \begin{cases} y = 200 + \frac{x}{10} \\ y = 350 + \frac{x}{20} \end{cases} \quad (\text{il sistema costo-ricavo})$$

→ Ricavo x da tutte e due le equazioni: $x = 10y - 2000$ e $x = 20y - 7000$. (il confronto vuole la STESSA incognita ricavata due volte)

→ Le due espressioni valgono lo stesso numero, quindi sono uguali fra loro: $10y - 2000 = 20y - 7000$. (due cose uguali a una terza sono uguali fra loro)

$$\rightarrow -10y = -5000, \text{ da cui } y = \mathbf{500}.$$

$$\rightarrow \text{Sostituisco in una delle due espressioni: } x = 3000.$$

→ La soluzione è la coppia $(3000; 500)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $500 = 500$, $500 = 500$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Torno al problema: le due spese si pareggiano a 3000 copie: oltre conviene la B.

