

SISTEMI FRATTI

552 esercizi divisi per tipologia e difficoltà

- si applica la regola e basta
- ■ □□ standard da compito in classe
- ■ ■ □ servono due passaggi e attenzione ai casi
- ■ ■ ■ difficilissimi: casi limite, discussioni, trucchi

Il risultato è a destra, fra parentesi quadre. Dove il sistema ha una soluzione si scrive la **coppia ordinata** $(x; y)$ — o la terna $(x; y; z)$; dove non ne ha, $S = \emptyset$, e quando la coppia c'era ma violava una condizione si dice che **non è accettabile**, che non è la stessa cosa di «impossibile». Dove le soluzioni sono infinite, la famiglia si scrive con un parametro e le sue esclusioni. **Le C.E. vanno scritte sempre**, anche quando la consegna non le chiede: senza, l'esercizio non è svolto. I procedimenti dei primi due esercizi di ogni blocco e di tutti quelli segnati ■ ■ ■ ■ stanno nel file delle soluzioni.

1. Fratto, o solo a coefficienti frazionari?

Teoria: par. 1

■ □ □ □ Il sistema è fratto? Guarda dove sta l'incognita: sopra la barra è un coefficiente, sotto la barra è una condizione.

1.
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

8.
$$\begin{cases} \frac{x+y}{7} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

2.
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

9.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

3.
$$\begin{cases} \frac{x-2y}{5} = 1 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

10.
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{6} = 1 \\ x + y = 9 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

4.
$$\begin{cases} \frac{x-1}{y+2} = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

11.
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{x-3} = 4 \\ y = 2x \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

5.
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

12.
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{3} - \frac{y-1}{4} = 0 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

6.
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2}{x} = 5 \\ y = 1 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

13.
$$\begin{cases} \frac{5}{y} = 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

7.
$$\begin{cases} \frac{3}{x+1} = 2 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

14.
$$\begin{cases} \frac{y}{5} = 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$15. \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = 2 \\ x+y = 6 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$16. \begin{cases} \frac{x+y}{2-3} = 2 \\ x-y = 0 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$17. \begin{cases} x + \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{x}{4} + y = 1 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$18. \begin{cases} x + \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{4}{x} + y = 1 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$19. \begin{cases} \frac{3x-2y}{x^2+1} = 0 \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$20. \begin{cases} \frac{3x-2y}{4+1} = 0 \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$21. \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 1 \\ x-y = 1 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$22. \begin{cases} \frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 1 \\ x-y = 1 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$23. \begin{cases} \frac{x-1}{x} = 2 \\ y = 3 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$24. \begin{cases} \frac{x-1}{1} = 2 \\ y = 3 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$25. \begin{cases} \frac{7}{x+y} = 1 \\ x-y = 3 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$26. \begin{cases} \frac{x+y}{7} = 1 \\ x-y = 3 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$27. \begin{cases} \frac{x}{y-1} + y = 2 \\ x+y = 4 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$28. \begin{cases} \frac{x}{1-1} + y = 2 \\ x+y = 4 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$29. \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} = 3 \\ y = 1 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$30. \begin{cases} \frac{x^2-1}{4} = 3 \\ y = 1 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$31. \begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{3y}{10} = 1 \\ x+y = 8 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$32. \begin{cases} \frac{2}{5x} - \frac{3}{10y} = 1 \\ x+y = 8 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$33. \begin{cases} \frac{x+2}{y+2} = \frac{1}{2} \\ x-y = 1 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$34. \begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y+2}{3} \\ x-y = 1 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

$$35. \begin{cases} \frac{1}{x-y} = 4 \\ x+y = 10 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$36. \begin{cases} \frac{x-y}{4} = 1 \\ x+y = 10 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

2. Le condizioni di esistenza

Teoria: par. 2 e 3

■□□□ Scrivi le C.E. del sistema. Non risolvere: qui si chiede solo che cosa è vietato.

$$37. \begin{cases} \frac{1}{x} + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [x \neq 0]$$

$$38. \begin{cases} \frac{3}{x-1} = y \\ x + y = 4 \end{cases} \quad [x \neq 1]$$

$$39. \begin{cases} \frac{x+1}{y} = 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad [y \neq 0]$$

$$40. \begin{cases} \frac{2}{y+3} = x \\ x + y = 1 \end{cases} \quad [y \neq -3]$$

$$41. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad [x \neq 0 \wedge y \neq 0]$$

$$42. \begin{cases} \frac{x-2}{x+2} = y \\ x - y = 3 \end{cases} \quad [x \neq -2]$$

$$43. \begin{cases} \frac{5}{2x} = y \\ x + y = 6 \end{cases} \quad [x \neq 0]$$

$$44. \begin{cases} \frac{1}{y-4} = 2 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad [y \neq 4]$$

$$45. \begin{cases} \frac{2x+1}{x-3} = 1 \\ y = 2 \end{cases} \quad [x \neq 3]$$

$$46. \begin{cases} \frac{x}{y-5} = 3 \\ x + y = 8 \end{cases} \quad [y \neq 5]$$

$$47. \begin{cases} \frac{1}{x+7} + \frac{1}{y-7} = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad [x \neq -7 \wedge y \neq 7]$$

$$48. \begin{cases} \frac{4}{3x} - \frac{1}{y} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [x \neq 0 \wedge y \neq 0]$$

$$49. \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = 3 \\ x + 2y = 9 \end{cases} \quad [x \neq y]$$

$$50. \begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = y \\ x + y = 2 \end{cases} \quad [x \neq 1 \wedge x \neq -1]$$

$$51. \begin{cases} \frac{2}{2y-1} = x \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [y \neq \frac{1}{2}]$$

$$52. \begin{cases} \frac{y-1}{x-4} = 2 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad [x \neq 4]$$

$$53. \begin{cases} \frac{3}{x+5} = y \\ x - 2y = 1 \end{cases} \quad [x \neq -5]$$

$$54. \begin{cases} \frac{1}{2x+6} = y \\ x + y = 3 \end{cases} \quad [x \neq -3]$$

$$55. \begin{cases} \frac{x-3}{3y} = 1 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad [y \neq 0]$$

$$56. \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{y-3} = 0 \\ x + y = 9 \end{cases} \quad [x \neq 2 \wedge y \neq 3]$$

$$57. \begin{cases} \frac{7}{4-x} = y \\ x + y = 2 \end{cases} \quad [x \neq 4]$$

$$58. \begin{cases} \frac{x+4}{y+4} = 2 \\ x - y = 4 \end{cases} \quad [y \neq -4]$$

$$59. \begin{cases} \frac{1}{5-y} = x \\ x + y = 3 \end{cases} \quad [y \neq 5]$$

$$60. \begin{cases} \frac{2}{x-6} + \frac{3}{y} = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \quad [x \neq 6 \wedge y \neq 0]$$

$$61. \begin{cases} \frac{3x-1}{2y+4} = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad [y \neq -2]$$

62. $\begin{cases} \frac{1}{x^2+1} = y \\ x+y=1 \end{cases}$ [nessuna condizione: il sistema non è fratto]
63. $\begin{cases} \frac{5}{x+y} = 1 \\ x-y=3 \end{cases}$ $[x \neq -y]$
64. $\begin{cases} \frac{1}{x-y} = 2 \\ x+y=4 \end{cases}$ $[x \neq y]$
65. $\begin{cases} \frac{x+1}{3x-9} = y \\ x+y=5 \end{cases}$ $[x \neq 3]$
66. $\begin{cases} \frac{2}{y^2+4} = x \\ x+y=2 \end{cases}$ [nessuna condizione: il sistema non è fratto]
67. $\begin{cases} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} = y \\ x-y=1 \end{cases}$ $[x \neq -2 \wedge x \neq 2]$
68. $\begin{cases} \frac{2y-3}{x+8} = 1 \\ x+y=0 \end{cases}$ $[x \neq -8]$
69. $\begin{cases} \frac{1}{7x} - \frac{1}{7y} = 0 \\ x+y=2 \end{cases}$ $[x \neq 0 \wedge y \neq 0]$
70. $\begin{cases} \frac{x-9}{y+9} = 1 \\ x+y=0 \end{cases}$ $[y \neq -9]$
71. $\begin{cases} \frac{3}{2-2y} = x \\ x-y=1 \end{cases}$ $[y \neq 1]$
72. $\begin{cases} \frac{1}{x+3} = \frac{1}{y+3} \\ x-y=0 \end{cases}$ $[x \neq -3 \wedge y \neq -3]$
73. $\begin{cases} \frac{x+6}{2x+1} = y \\ x+y=4 \end{cases}$ $[x \neq -\frac{1}{2}]$
74. $\begin{cases} \frac{4}{x-10} = y \\ x+y=12 \end{cases}$ $[x \neq 10]$
75. $\begin{cases} \frac{1}{3y-6} = x \\ x+y=3 \end{cases}$ $[y \neq 2]$
76. $\begin{cases} \frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{3} \\ x+2y=8 \end{cases}$ $[x \neq -y]$

■ ■ ■ ■ Come sopra, ma prima devi scomporre il denominatore: ogni fattore dà la sua condizione.

77. $\begin{cases} \frac{1}{x^2-y^2} = 1 \\ x+y=3 \end{cases}$ $[x \neq y \wedge x \neq -y]$
78. $\begin{cases} \frac{3}{x^2-x} + \frac{1}{y} = 2 \\ x-y=1 \end{cases}$ $[x \neq 0 \wedge x \neq 1 \wedge y \neq 0]$
79. $\begin{cases} \frac{x+1}{2x^2-16x} = y \\ x+y=9 \end{cases}$ $[x \neq 0 \wedge x \neq 8]$
80. $\begin{cases} \frac{1}{xy-2x+y-2} = 3 \\ x-y=0 \end{cases}$ $[x \neq -1 \wedge y \neq 2]$
81. $\begin{cases} \frac{2}{2x^2+3x+1} = y \\ x+y=1 \end{cases}$ $[x \neq -1 \wedge x \neq -\frac{1}{2}]$
82. $\begin{cases} \frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} = y \\ x-y=2 \end{cases}$ $[x \neq 2 \wedge x \neq -2]$
83. $\begin{cases} \frac{y-1}{y^2-9} = x \\ x+y=4 \end{cases}$ $[y \neq 3 \wedge y \neq -3]$
84. $\begin{cases} \frac{1}{x^2-2x} - \frac{1}{x-2} = y \\ x+y=3 \end{cases}$ $[x \neq 0 \wedge x \neq 2]$

$$85. \begin{cases} \frac{3}{x^2+x} = y \\ x-y=1 \end{cases} \quad [x \neq 0 \wedge x \neq -1]$$

$$93. \begin{cases} \frac{3}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} = y \\ x+y=3 \end{cases} \quad [x \neq 1 \wedge x \neq -1]$$

$$86. \begin{cases} \frac{1}{xy-x+y-1} = 2 \\ x+y=5 \end{cases} \quad [x \neq -1 \wedge y \neq 1]$$

$$94. \begin{cases} \frac{1}{xy+2x-y-2} = 1 \\ x+y=4 \end{cases} \quad [x \neq 1 \wedge y \neq -2]$$

$$87. \begin{cases} \frac{x+2}{y^2-16} = 1 \\ x-y=1 \end{cases} \quad [y \neq 4 \wedge y \neq -4]$$

$$95. \begin{cases} \frac{2x+1}{4y^2-9} = 1 \\ x-y=2 \end{cases} \quad [y \neq \frac{3}{2} \wedge y \neq -\frac{3}{2}]$$

$$88. \begin{cases} \frac{1}{3x^2-3x} = y \\ x+y=2 \end{cases} \quad [x \neq 0 \wedge x \neq 1]$$

$$96. \begin{cases} \frac{1}{x^2+2x+1} = y \\ x+y=1 \end{cases} \quad [x \neq -1]$$

$$89. \begin{cases} \frac{2}{x^2-y^2} + \frac{1}{x-y} = 0 \\ x+2y=6 \end{cases} \quad [x \neq y \wedge x \neq -y]$$

$$97. \begin{cases} \frac{2}{x^2-6x+9} = y \\ x-y=2 \end{cases} \quad [x \neq 3]$$

$$90. \begin{cases} \frac{1}{2y^2-8} = x \\ x+y=3 \end{cases} \quad [y \neq 2 \wedge y \neq -2]$$

$$98. \begin{cases} \frac{1}{x^2-y^2} + \frac{1}{x^2-x} = 0 \\ x+y=5 \\ x \neq 0 \wedge x \neq 1 \end{cases} \quad [x \neq y \wedge x \neq -y \wedge x \neq 0 \wedge x \neq 1]$$

$$91. \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-3x} = y \\ x+y=4 \end{cases} \quad [x \neq 0 \wedge x \neq 3]$$

$$99. \begin{cases} \frac{y+1}{2x^2-2x} = 3 \\ x+y=2 \end{cases} \quad [x \neq 0 \wedge x \neq 1]$$

$$92. \begin{cases} \frac{1}{y^2-2y} + \frac{1}{y} = x \\ x-y=1 \end{cases} \quad [y \neq 0 \wedge y \neq 2]$$

$$100. \begin{cases} \frac{1}{y^2-5y} - \frac{1}{y-5} = x \\ x+y=6 \end{cases} \quad [y \neq 0 \wedge y \neq 5]$$

3. Sistemi con una sola equazione fratta

Teoria: par. 4

■□□□ Risolvi. Scrivi le C.E., moltiplica per il m.c.m. e confronta la soluzione con le condizioni.

$$101. \begin{cases} \frac{3}{x} = \frac{2}{y} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$103. \begin{cases} \frac{4}{x} = \frac{1}{y} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$102. \begin{cases} \frac{4}{x} = \frac{10}{y} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$104. \begin{cases} \frac{-3}{x} = \frac{9}{y} \\ x+y=2 \end{cases} \quad [S = \{-1; 3\}]$$

$$105. \begin{cases} \frac{5}{x} = \frac{2}{y} \\ x + y = 7 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$109. \begin{cases} \frac{-2}{x} = \frac{1}{y} \\ x + y = -1 \end{cases} \quad [S = \{-2; 1\}]$$

$$106. \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{8}{y} \\ x + y = 5 \end{cases} \quad [S = \{1; 4\}]$$

$$110. \begin{cases} \frac{14}{x} = \frac{6}{y} \\ x + y = 10 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$107. \begin{cases} \frac{6}{x} = \frac{1}{y} \\ x + y = 7 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$111. \begin{cases} \frac{9}{x} = \frac{-3}{y} \\ x + y = 2 \end{cases} \quad [S = \{3; -1\}]$$

$$108. \begin{cases} \frac{8}{x} = \frac{12}{y} \\ x + y = 5 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$112. \begin{cases} \frac{4}{x} = \frac{5}{y} \\ x + y = 9 \end{cases} \quad [S = \{4; 5\}]$$

■□□□ Ancora una sola frazione, con il numeratore che è un binomio.

$$113. \begin{cases} \frac{2x + y - 2}{x + 3} = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$121. \begin{cases} \frac{2x + y + 1}{x + 3} = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \quad [S = \{-1; 3\}]$$

$$114. \begin{cases} \frac{x - y + 14}{x + 2} = 3 \\ 3x + y = 11 \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$122. \begin{cases} \frac{3x + y - 23}{x + 1} = -1 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$115. \begin{cases} \frac{x + y - 3}{x + 2} = 1 \\ x - y = -3 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$123. \begin{cases} \frac{x + y + 2}{x + 4} = 1 \\ 2x + y = 12 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$116. \begin{cases} \frac{3x + y - 14}{x + 1} = -1 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$124. \begin{cases} \frac{x + y}{x + 2} = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$117. \begin{cases} \frac{2x + 2y - 11}{x + 1} = 1 \\ x - 2y = -8 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$125. \begin{cases} \frac{x - y + 12}{x + 2} = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \quad [S = \{1; 4\}]$$

$$118. \begin{cases} \frac{x + 2y + 3}{x - 1} = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$126. \begin{cases} \frac{2x + 2y - 7}{x + 1} = 1 \\ x - 2y = 4 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$119. \begin{cases} \frac{x - y + 15}{x + 2} = 3 \\ 3x + y = 13 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$127. \begin{cases} \frac{x + y + 1}{x + 2} = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$120. \begin{cases} \frac{x + y + 3}{x + 4} = 1 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$128. \begin{cases} \frac{2x + y - 4}{x + 3} = 1 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$129. \begin{cases} \frac{x+y+1}{x+4} = 1 \\ 2x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$130. \begin{cases} \frac{x+2y-5}{x-1} = 3 \\ 2x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$131. \begin{cases} \frac{3x+y-12}{x+1} = -1 \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$132. \begin{cases} \frac{2x+y+4}{x+3} = 1 \\ x+2y=0 \end{cases} \quad [S = \{-2; 1\}]$$

$$133. \begin{cases} \frac{x+y-1}{x+2} = 1 \\ x-y=4 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$134. \begin{cases} \frac{3x+y-32}{x+1} = -1 \\ x+y=10 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$135. \begin{cases} \frac{2x+2y-12}{x+1} = 1 \\ x-2y=1 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$136. \begin{cases} \frac{x+2y+5}{x-1} = 3 \\ 2x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{3; -1\}]$$

■ ■ □ □ Come sopra. Qui il denominatore non è più solo x : la condizione cambia di conseguenza.

$$137. \begin{cases} \frac{x-y+11}{x+2} = 3 \\ 3x+y=8 \end{cases} \quad [S = \{3; -1\}]$$

$$145. \begin{cases} \frac{x+2y+11}{x-1} = 3 \\ 2x+y=8 \end{cases} \quad [S = \{5; -2\}]$$

$$138. \begin{cases} \frac{x+y+5}{x+4} = 1 \\ 2x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{3; -1\}]$$

$$146. \begin{cases} \frac{2x+2y-15}{x+1} = 1 \\ x-2y=-12 \end{cases} \quad [S = \{2; 7\}]$$

$$139. \begin{cases} \frac{2x+y-6}{x+3} = 1 \\ x+2y=14 \end{cases} \quad [S = \{4; 5\}]$$

$$147. \begin{cases} \frac{x+y-5}{x+2} = 1 \\ x-y=-5 \end{cases} \quad [S = \{2; 7\}]$$

$$140. \begin{cases} \frac{2x+2y-13}{x+1} = 1 \\ x-2y=-6 \end{cases} \quad [S = \{4; 5\}]$$

$$148. \begin{cases} \frac{2x+y-6}{x+3} = 1 \\ x+2y=16 \end{cases} \quad [S = \{2; 7\}]$$

$$141. \begin{cases} \frac{3x+y-6}{x+1} = -1 \\ x+y=2 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$149. \begin{cases} \frac{x+y+2}{x+4} = 1 \\ 2x+y=18 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$142. \begin{cases} \frac{x+y+3}{x+4} = 1 \\ 2x+y=3 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$150. \begin{cases} \frac{x+2y+9}{x-1} = 3 \\ 2x+y=18 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$143. \begin{cases} \frac{x+y+1}{x+2} = 1 \\ x-y=0 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$151. \begin{cases} \frac{3x+y-35}{x+1} = -1 \\ x+y=10 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$144. \begin{cases} \frac{x-y+14}{x+2} = 3 \\ 3x+y=13 \end{cases} \quad [S = \{5; -2\}]$$

$$152. \begin{cases} \frac{x-y+2}{x+2} = 3 \\ 3x+y=-7 \end{cases} \quad [S = \{-3; 2\}]$$

$$153. \begin{cases} \frac{x+y-3}{x+2} = 1 \\ x-y = 1 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$154. \begin{cases} \frac{3x+y-30}{x+1} = -1 \\ x+y = 11 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$155. \begin{cases} \frac{2x+2y-15}{x+1} = 1 \\ x-2y = -4 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$156. \begin{cases} \frac{x+2y-5}{x-1} = 3 \\ 2x+y = 10 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$157. \begin{cases} \frac{x-y+16}{x+2} = 3 \\ 3x+y = 13 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$158. \begin{cases} \frac{x+y}{x+4} = 1 \\ 2x+y = 10 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$159. \begin{cases} \frac{2x+y-7}{x+3} = 1 \\ x+2y = 11 \end{cases} \quad [S = \{9; 1\}]$$

$$160. \begin{cases} \frac{2x+2y-10}{x+1} = 1 \\ x-2y = 7 \end{cases} \quad [S = \{9; 1\}]$$

■ ■ □ □ Due membri già in forma di frazione: si moltiplica in croce, dopo aver scritto le condizioni.

$$161. \begin{cases} \frac{x+1}{y+2} = 1 \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$168. \begin{cases} \frac{x+1}{y-1} = 6 \\ x+y = 7 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$162. \begin{cases} \frac{x+1}{y+2} = 1 \\ 2x-y = 4 \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$169. \begin{cases} \frac{x+1}{y-1} = 6 \\ 2x-y = 8 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$163. \begin{cases} \frac{x+2}{y+1} = \frac{2}{3} \\ x+y = 7 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$170. \begin{cases} \frac{x+2}{y+3} = \frac{3}{7} \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [S = \{1; 4\}]$$

$$164. \begin{cases} \frac{x+2}{y+1} = \frac{2}{3} \\ 2x-y = -1 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$171. \begin{cases} \frac{x+2}{y+3} = \frac{3}{7} \\ 2x-y = -2 \end{cases} \quad [S = \{1; 4\}]$$

$$165. \begin{cases} \frac{x-1}{y+3} = \frac{3}{4} \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$172. \begin{cases} \frac{x+4}{y+1} = 5 \\ x+y = 7 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$166. \begin{cases} \frac{x-1}{y+3} = \frac{3}{4} \\ 2x-y = 7 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$173. \begin{cases} \frac{x+4}{y+1} = 5 \\ 2x-y = 11 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$167. \begin{cases} \frac{x+3}{y+1} = \frac{1}{2} \\ x+y = 2 \end{cases} \quad [S = \{-1; 3\}]$$

$$174. \begin{cases} \frac{x+1}{y+4} = \frac{3}{7} \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$175. \begin{cases} \frac{x+1}{y+4} = \frac{3}{7} \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$176. \begin{cases} \frac{x-2}{y+1} = -2 \\ x + y = -1 \end{cases} \quad [S = \{-2; 1\}]$$

$$177. \begin{cases} \frac{x-2}{y+1} = -2 \\ 2x - y = -5 \end{cases} \quad [S = \{-2; 1\}]$$

$$178. \begin{cases} \frac{x+5}{y+2} = \frac{12}{5} \\ x + y = 10 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$179. \begin{cases} \frac{x+5}{y+2} = \frac{12}{5} \\ 2x - y = 11 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$180. \begin{cases} \frac{x+2}{y-1} = \frac{3}{2} \\ x + y = 9 \end{cases} \quad [S = \{4; 5\}]$$

$$181. \begin{cases} \frac{x+2}{y-1} = \frac{3}{2} \\ 2x - y = 3 \end{cases} \quad [S = \{4; 5\}]$$

$$182. \begin{cases} \frac{x+3}{y+2} = \frac{4}{3} \\ x + y = 2 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$183. \begin{cases} \frac{x+3}{y+2} = \frac{4}{3} \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$184. \begin{cases} \frac{x+1}{y+3} = 6 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad [S = \{5; -2\}]$$

$$185. \begin{cases} \frac{x+1}{y+3} = 6 \\ 2x - y = 12 \end{cases} \quad [S = \{5; -2\}]$$

$$186. \begin{cases} \frac{x+2}{y+2} = \frac{4}{9} \\ x + y = 9 \end{cases} \quad [S = \{2; 7\}]$$

$$187. \begin{cases} \frac{x+2}{y+2} = \frac{4}{9} \\ 2x - y = -3 \end{cases} \quad [S = \{2; 7\}]$$

$$188. \begin{cases} \frac{x+4}{y+3} = \frac{12}{5} \\ x + y = 10 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$189. \begin{cases} \frac{x+4}{y+3} = \frac{12}{5} \\ 2x - y = 14 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$190. \begin{cases} \frac{x+1}{y+5} = -\frac{2}{7} \\ x + y = -1 \end{cases} \quad [S = \{-3; 2\}]$$

$$191. \begin{cases} \frac{x+1}{y+5} = -\frac{2}{7} \\ 2x - y = -8 \end{cases} \quad [S = \{-3; 2\}]$$

$$192. \begin{cases} \frac{x+3}{y-2} = 3 \\ x + y = 11 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$193. \begin{cases} \frac{x+3}{y-2} = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$194. \begin{cases} \frac{x+2}{y+4} = \frac{5}{8} \\ x + y = 7 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$195. \begin{cases} \frac{x+2}{y+4} = \frac{5}{8} \\ 2x - y = 2 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$196. \begin{cases} \frac{x+1}{y+6} = \frac{10}{7} \\ x + y = 10 \end{cases} \quad [S = \{9; 1\}]$$

$$197. \begin{cases} \frac{x+1}{y+6} = \frac{10}{7} \\ 2x - y = 17 \end{cases} \quad [S = \{9; 1\}]$$

4. Sistemi fratti in tutte e due le equazioni

Teoria: par. 4 e 5

■ ■ ■ ■ Tutte e due le equazioni sono fratte: le C.E. si raccolgono da tutti i denominatori, poi si riduce una equazione alla volta.

$$198. \begin{cases} \frac{x-y+7}{x+2} = 1 \\ \frac{x+y+11}{y+4} = 2 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$208. \begin{cases} \frac{2x+y-4}{x-1} = 3 \\ \frac{x+2y-6}{y+1} = 1 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$199. \begin{cases} \frac{2x+y}{x-1} = 3 \\ \frac{x+2y-4}{y+1} = 1 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$209. \begin{cases} \frac{x+2y+1}{3x-y-23} = 1 \\ \frac{x+3}{y+2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{9; 1\}]$$

$$200. \begin{cases} \frac{x+2y-3}{3x-y+11} = 1 \\ \frac{x+3}{y+2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{-1; 3\}]$$

$$210. \begin{cases} \frac{2x+y-2}{x-1} = 3 \\ \frac{x+2y-4}{y+1} = 1 \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$201. \begin{cases} \frac{3x+y-11}{x+1} = 1 \\ \frac{x+y}{y+5} = 1 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$211. \begin{cases} \frac{x+2y-7}{3x-y+6} = 1 \\ \frac{x+3}{y+2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$202. \begin{cases} \frac{x+y+4}{x+1} = 3 \\ \frac{x-2y+10}{y+3} = 1 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$212. \begin{cases} \frac{3x+y-8}{x+1} = 1 \\ \frac{x+y+1}{y+5} = 1 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$203. \begin{cases} \frac{x-y+5}{x+2} = 1 \\ \frac{x+y+4}{y+4} = 2 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$213. \begin{cases} \frac{x+y+1}{x+1} = 3 \\ \frac{x-2y+14}{y+3} = 1 \end{cases} \quad [S = \{1; 4\}]$$

$$204. \begin{cases} \frac{x+2y-7}{3x-y} = 1 \\ \frac{x+3}{y+2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{4; 5\}]$$

$$214. \begin{cases} \frac{x-y+5}{x+2} = 1 \\ \frac{x+y+9}{y+4} = 2 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$205. \begin{cases} \frac{3x+y-2}{x+1} = 1 \\ \frac{x+y+4}{y+5} = 1 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$215. \begin{cases} \frac{2x+y-6}{x-1} = 3 \\ \frac{x+2y+2}{y+1} = 1 \end{cases} \quad [S = \{-2; 1\}]$$

$$206. \begin{cases} \frac{x+y+17}{x+1} = 3 \\ \frac{x-2y+1}{y+3} = 1 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$216. \begin{cases} \frac{x+2y-3}{3x-y-13} = 1 \\ \frac{x+3}{y+2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$207. \begin{cases} \frac{x-y+7}{x+2} = 1 \\ \frac{x+y+7}{y+4} = 2 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$217. \begin{cases} \frac{3x+y-4}{x+1} = 1 \\ \frac{x+y+2}{y+5} = 1 \end{cases} \quad [S = \{3; -1\}]$$

$$218. \begin{cases} \frac{x+y+15}{x-2y-8} = 3 \\ \frac{x+1}{y+3} = 1 \end{cases} \quad [S = \{5; -2\}]$$

$$223. \begin{cases} \frac{x+y+10}{x-2y+2} = 3 \\ \frac{x+1}{y+3} = 1 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$219. \begin{cases} \frac{x-y+4}{x+y+2} = 1 \\ \frac{x+2}{y+4} = 2 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$224. \begin{cases} \frac{x-y+4}{x+y+5} = 1 \\ \frac{x+2}{y+4} = 2 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$220. \begin{cases} \frac{2x+y-8}{x-1} = 3 \\ \frac{x+2y+2}{y+1} = 1 \end{cases} \quad [S = \{-3; 2\}]$$

$$225. \begin{cases} \frac{x+2y+1}{3x-y-14} = 1 \\ \frac{x+3}{y+2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$221. \begin{cases} \frac{x+2y-7}{3x-y-6} = 1 \\ \frac{x+3}{y+2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$226. \begin{cases} \frac{3x+y-6}{x+y+3} = 1 \\ \frac{x+1}{y+5} = 1 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$222. \begin{cases} \frac{3x+y-9}{x+1} = 1 \\ \frac{x+y+2}{y+5} = 1 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$227. \begin{cases} \frac{x+y+10}{x-2y-3} = 3 \\ \frac{x+1}{y+3} = 1 \end{cases} \quad [S = \{3; -1\}]$$

■ ■ ■ □ Come sopra, con numeri meno comodi.

$$228. \begin{cases} \frac{x-y+3}{x+2} = 1 \\ \frac{x+y+8}{y+4} = 2 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$231. \begin{cases} \frac{3x+y-17}{x+1} = 1 \\ \frac{x+y-3}{y+5} = 1 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$229. \begin{cases} \frac{2x+y+4}{x-1} = 3 \\ \frac{x+2y-2}{y+1} = 1 \end{cases} \quad [S = \{5; -2\}]$$

$$232. \begin{cases} \frac{x+y+5}{x+1} = 3 \\ \frac{x-2y+12}{y+3} = 1 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$230. \begin{cases} \frac{x+2y-11}{3x-y+10} = 1 \\ \frac{x+3}{y+2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{2; 7\}]$$

■ ■ ■ □ Qui i numeratori non sono monomi, e il meno davanti alla parentesi va sciolto con attenzione.

$$233. \begin{cases} \frac{x-y}{x+4} = 2 \\ \frac{x+5}{y+3} = -1 \end{cases} \quad [(-t-8; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -4 \wedge t \neq -3]$$

$$234. \begin{cases} \frac{x+2y}{y-x} = -1 \\ 3x+y=2 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{2}{3}; 0\right\}]$$

$$235. \begin{cases} \frac{x-1}{y+1} = \frac{2}{3} \\ \frac{y-x}{x+2} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad [S = \left\{12; \frac{31}{2}\right\}]$$

$$236. \begin{cases} \frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{x+1}{y-2} = 3 \end{cases} \quad [S = \emptyset \text{ (sistema impossibile)}]$$

$$237. \begin{cases} \frac{2x-y}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{x+2}{y-1} = 4 \end{cases} \quad [S = \{2; 2\}]$$

$$238. \begin{cases} \frac{2x-y+1}{x-y} = 2 \\ x-3y = 1 \end{cases} \quad [S = \{-2; -1\}]$$

$$239. \begin{cases} \frac{1}{\frac{x-y}{x+2}} = \frac{2}{y} \\ \frac{x-y}{x+2} = 5 \end{cases} \quad [S = \{3; 1\}]$$

$$240. \begin{cases} \frac{3}{2x+y} = -1 \\ x+y = 2 \end{cases} \quad [S = \{-5; 7\}]$$

$$241. \begin{cases} \frac{x^2+y}{x} = x+3 \\ y-x = 2 \end{cases} \quad [S = \{1; 3\}]$$

$$242. \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = 3 \\ 2x-3y = 5 \end{cases} \quad [S = \{10; 5\}]$$

$$243. \begin{cases} \frac{x(y+2)}{y-2} - x = \frac{2x+1}{y-2} \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right\}]$$

$$244. \begin{cases} \frac{x-1}{y+1} = \frac{x}{y} \\ (x-1)^2 + y = x^2 + 2 \end{cases} \quad [S = \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\}]$$

$$245. \begin{cases} \frac{x-y}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} \\ x-y = 5 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{4}{3}; -\frac{11}{3}\right\}]$$

$$246. \begin{cases} \frac{1}{x-y} = \frac{1}{x+y} - \frac{x+y-1}{x^2-y^2} \\ (x-1)^2 + y = (x-2)^2 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{8}{5}; -\frac{1}{5}\right\}]$$

$$247. \begin{cases} \frac{2}{x+y} - \frac{1}{y-x} = \frac{x}{x^2-y^2} \\ 2x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{\frac{5}{4}; \frac{5}{2}\}]$$

$$248. \begin{cases} \frac{3x-2}{2y-3} - \frac{3x-5}{2y+3} = \frac{54}{9-4y^2} \\ x+y=1 \end{cases} \quad [S = \{-\frac{13}{4}; \frac{17}{4}\}]$$

$$249. \begin{cases} \frac{x+2}{1+x} - \frac{x+1}{y} = 1 - \frac{x^2}{y+xy} \\ y-x=1 \end{cases} \quad [S = \{0; 1\}]$$

$$250. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{2}{y-2} = \frac{4}{xy-2x} \\ \frac{1}{x-1} = \frac{1}{y-2} \end{cases} \quad [S = \{-5; -4\}]$$

$$251. \begin{cases} \frac{x}{x+1} - \frac{y}{y-1} = \frac{2x-y}{xy-x+y-1} \\ \frac{x+2}{y+2} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad [S = \{0; 2\}]$$

$$252. \begin{cases} \frac{x+y+2}{2x-1} = 5 \\ \frac{x-y}{y+1} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad [S = \{2; 1\}]$$

$$253. \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{y+3} = \frac{5}{(x-2)(y+3)} \\ x+y=8 \end{cases} \quad [S = \{4; 4\}]$$

$$254. \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{1}{5} \\ 3x-y=1 \end{cases} \quad [S = \{\frac{3}{11}; -\frac{2}{11}\}]$$

$$255. \begin{cases} \frac{3x+y}{x-y} = \frac{1}{3} \\ x+2y=3 \end{cases} \quad [S = \{-1; 2\}]$$

5. Denominatori da scomporre e m.c.m.

Teoria: par. 3 e 5

■ ■ ■ ■ Scomponi i denominatori, trova il m.c.m. e riduci. Il denominatore scritto per esteso nasconde due fattori.

$$256. \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y} = \frac{11}{x^2-y^2} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}] \quad 257. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{x-1} = \frac{8}{x^2-x} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$258. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{9}{x^2+x} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$269. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{x-2} = \frac{24}{x^2-2x} \\ x+y=3 \end{cases} \quad [S = \{5; -2\}]$$

$$259. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{-10}{x^2-2x} \\ x+y=2 \end{cases} \quad [S = \{-1; 3\}]$$

$$270. \begin{cases} \frac{4}{y-3} + \frac{2}{y+3} = \frac{18}{y^2-9} \\ x+y=10 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$260. \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{17}{x^2-4} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$271. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{5}{x-3} = \frac{-27}{x^2-3x} \\ x+y=-1 \end{cases} \quad [S = \{-3; 2\}]$$

$$261. \begin{cases} \frac{1}{y-3} + \frac{3}{y+3} = \frac{10}{y^2-9} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{1; 4\}]$$

$$272. \begin{cases} \frac{6}{y} + \frac{1}{y-2} = \frac{23}{y^2-2y} \\ x+y=11 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$262. \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{18}{x^2-3x} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$273. \begin{cases} \frac{3}{x-y} + \frac{4}{x+y} = \frac{17}{x^2-y^2} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$263. \begin{cases} \frac{1}{y} + \frac{4}{y-2} = \frac{13}{y^2-2y} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$274. \begin{cases} \frac{1}{y-4} + \frac{7}{y+4} = \frac{-16}{y^2-16} \\ x+y=10 \end{cases} \quad [S = \{9; 1\}]$$

$$264. \begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{2}{x+y} = \frac{-8}{x^2-y^2} \\ x+y=-1 \end{cases} \quad [S = \{-2; 1\}]$$

$$275. \begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{7}{x^2-y^2} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$265. \begin{cases} \frac{3}{y-4} + \frac{2}{y+4} = \frac{19}{y^2-16} \\ x+y=10 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$276. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} = \frac{5}{x^2-x} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$266. \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{5}{x-y} = \frac{14}{x^2-y^2} \\ x+y=2 \end{cases} \quad [S = \{3; -1\}]$$

$$277. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{19}{x^2+x} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$267. \begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{19}{x^2-x} \\ x+y=9 \end{cases} \quad [S = \{4; 5\}]$$

$$278. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{x-2} = \frac{-6}{x^2-2x} \\ x+y=2 \end{cases} \quad [S = \{-1; 3\}]$$

$$268. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{4}{x+1} = \frac{8}{x^2+x} \\ x+y=2 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$279. \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+2} = \frac{23}{x^2-4} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

■■■□ Come sopra. Attenzione: il m.c.m. non è il prodotto dei denominatori.

$$280. \begin{cases} \frac{3}{y-3} + \frac{2}{y+3} = \frac{23}{y^2-9} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{1; 4\}]$$

$$281. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{9}{x^2-3x} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$282. \begin{cases} \frac{4}{y} + \frac{3}{y-2} = \frac{13}{y^2-2y} \\ x+y=5 \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$288. \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{17}{x^2-2x} \\ x+y=3 \end{cases} \quad [S = \{5; -2\}]$$

$$283. \begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{2}{x+y} = \frac{-8}{x^2-y^2} \\ x+y=-1 \end{cases} \quad [S = \{-2; 1\}]$$

$$289. \begin{cases} \frac{6}{y-3} + \frac{2}{y+3} = \frac{28}{y^2-9} \\ x+y=10 \end{cases} \quad [S = \{8; 2\}]$$

$$284. \begin{cases} \frac{5}{y-4} + \frac{2}{y+4} = \frac{33}{y^2-16} \\ x+y=10 \end{cases} \quad [S = \{7; 3\}]$$

$$290. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{x-3} = \frac{-27}{x^2-3x} \\ x+y=-1 \end{cases} \quad [S = \{-3; 2\}]$$

$$285. \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{4}{x-y} = \frac{12}{x^2-y^2} \\ x+y=2 \end{cases} \quad [S = \{3; -1\}]$$

$$291. \begin{cases} \frac{2}{y} + \frac{7}{y-2} = \frac{41}{y^2-2y} \\ x+y=11 \end{cases} \quad [S = \{6; 5\}]$$

$$286. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{x-1} = \frac{29}{x^2-x} \\ x+y=9 \end{cases} \quad [S = \{4; 5\}]$$

$$292. \begin{cases} \frac{5}{x-y} + \frac{1}{x+y} = \frac{34}{x^2-y^2} \\ x+y=7 \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

$$287. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{6}{x+1} = \frac{10}{x^2+x} \\ x+y=2 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$293. \begin{cases} \frac{1}{y-4} + \frac{8}{y+4} = \frac{-19}{y^2-16} \\ x+y=10 \end{cases} \quad [S = \{9; 1\}]$$

■ ■ ■ □ Denominatori che si scompongono in più modi, e identità nascoste.

$$294. \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{x-8} = \frac{y}{2x^2-16x} \\ \frac{y-1}{x-2} + \frac{1}{10} = 0 \end{cases} \quad [S = \{12; -8\}]$$

$$295. \begin{cases} 4x - 2y - 14 = 0 \\ \frac{2}{x} = \frac{3+y}{x^2-2x} \end{cases} \quad [(\frac{1}{2}t + \frac{7}{2}; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -7 \wedge t \neq -3]$$

$$296. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x-y} = \frac{2y-x}{x^2-xy} \\ x+y=1 \end{cases} \quad [S = \emptyset \text{ (sistema impossibile)}]$$

$$297. \begin{cases} \frac{1}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} = \frac{2}{x-y} \\ 2x-y=3 \end{cases} \quad [S = \{\frac{10}{7}; -\frac{1}{7}\}]$$

$$298. \begin{cases} \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{x-y}{x+y} \\ 3x-y=4 \end{cases} \quad [(\frac{1}{3}t + \frac{4}{3}; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq 2 \wedge t \neq -1]$$

$$299. \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{3}{y+2} = \frac{4}{(x-1)(y+2)} \\ x-y=1 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (1; 0) \text{ non è accettabile}]$$

$$300. \begin{cases} \frac{1}{x^2 - x} + \frac{1}{x - 1} = \frac{3}{x} \\ x + y = 6 \end{cases} \quad [S = \{2; 4\}]$$

$$301. \begin{cases} \frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} = \frac{1}{x + 2} \\ x + y = 7 \end{cases} \quad [S = \{1; 6\}]$$

$$302. \begin{cases} \frac{1}{y^2 - 9} + \frac{1}{y + 3} = \frac{2}{y - 3} \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [S = \{-7; -8\}]$$

$$303. \begin{cases} \frac{3}{x^2 + x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x + 1} \\ 2x + y = 5 \end{cases} \quad [S = \{1; 3\}]$$

$$304. \begin{cases} \frac{1}{xy - 2x + y - 2} = \frac{1}{(x + 1)(y - 2)} \\ x + y = 6 \end{cases} \quad [(-t + 6; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq 7 \wedge t \neq 2]$$

$$305. \begin{cases} \frac{2y}{x^2 - 1} = \frac{1}{x - 1} + \frac{1}{x + 1} \\ x - 2y = 1 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (-1; -1) \text{ non è accettabile}]$$

6. Quando la soluzione non è accettabile

Teoria: par. 6

■ ■ ■ ■ Risolvi e confronta con le C.E. In questi esercizi il conto arriva in fondo: è il confronto che decide la risposta.

$$306. \begin{cases} \frac{x + y - 5}{x - 3} = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (3; 2) \text{ non è accettabile}] \quad 310. \begin{cases} \frac{3x + y - 19}{x - 6} = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (6; 1) \text{ non è accettabile}]$$

$$307. \begin{cases} \frac{x + 2y - 5}{x + 1} = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (-1; 3) \text{ non è accettabile}] \quad 311. \begin{cases} \frac{x + y - 5}{x - 2} = 4 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (2; 3) \text{ non è accettabile}]$$

$$308. \begin{cases} \frac{x - y - 3}{x - 5} = 1 \\ 2x + y = 12 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (5; 2) \text{ non è accettabile}] \quad 312. \begin{cases} \frac{x + 2y}{x + 2} = 1 \\ x + y = -1 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (-2; 1) \text{ non è accettabile}]$$

$$309. \begin{cases} \frac{2x + y - 6}{x - 1} = 2 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (1; 4) \text{ non è accettabile}] \quad 313. \begin{cases} \frac{2x - y - 7}{x - 3} = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (3; -1) \text{ non è accettabile}]$$

314. $\begin{cases} \frac{x+y-9}{x-4} = 3 \\ x+2y = 14 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (4; 5) non è accettabile]
315. $\begin{cases} \frac{x+y-2}{x-1} = 1 \\ 3x+y = 4 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (1; 1) non è accettabile]
316. $\begin{cases} \frac{x+2y-1}{x-5} = 2 \\ x+y = 3 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (5; -2) non è accettabile]
317. $\begin{cases} \frac{4x+y-15}{x-2} = 1 \\ x+y = 9 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (2; 7) non è accettabile]
318. $\begin{cases} \frac{x+y+1}{x+3} = 1 \\ x+2y = 1 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (-3; 2) non è accettabile]
319. $\begin{cases} \frac{x+3y-21}{x-6} = 2 \\ x+y = 11 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (6; 5) non è accettabile]
320. $\begin{cases} \frac{2x+2y-14}{x-3} = 1 \\ x+y = 7 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (3; 4) non è accettabile]
321. $\begin{cases} \frac{x+y-10}{x-9} = 4 \\ x+y = 10 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (9; 1) non è accettabile]

■ ■ ■ □ Come sopra, ma qui non è detto che la soluzione sia da scartare: guarda prima di scrivere.

322. $\begin{cases} \frac{x-2}{y-4} = 1 \\ \frac{y}{x} = -2 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (2; 0) non è accettabile]
323. $\begin{cases} \frac{2y}{x-1} = 3 \\ 4x-y = 4 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (1; 0) non è accettabile]
324. $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = 2 \\ \frac{2x+2y}{x-y} = 5 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (0; 0) non è accettabile]
325. $\begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y} = \frac{1}{y} \\ x+y = 5 \end{cases}$ [$S = \emptyset$ (sistema impossibile)]
326. $\begin{cases} \frac{x-1}{y-2} = 0 \\ x+y = 3 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (1; 2) non è accettabile]
327. $\begin{cases} \frac{2}{x-4} = \frac{3}{y-1} \\ x-y = 3 \end{cases}$ [$S = \emptyset$: la coppia (4; 1) non è accettabile]

7. La natura di un sistema fratto

Teoria: par. 7

■ ■ □ □ Di che tipo è il sistema? Rispondi *determinato, impossibile, indeterminato* oppure *soluzione non accettabile* — che non è la stessa cosa di impossibile.

328. $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} \\ x+y = 4 \end{cases}$ [indeterminato]

$$329. \begin{cases} \frac{x-y}{x+\frac{4}{5}} = 2 \\ \frac{x}{y+3} = -1 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$330. \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = \frac{2y-3x}{xy} \\ \frac{x+y}{x} = 2 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$331. \begin{cases} \frac{x-2}{y} = 1 \\ \frac{y-4}{x} = -2 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{soluzione non accettabile}]$$

$$332. \begin{cases} \frac{3}{x} = \frac{2}{y} \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [\text{determinato}]$$

$$333. \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = 2 \\ \frac{2x+2y}{x-y} = 5 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{soluzione non accettabile}]$$

$$334. \begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} = \frac{x+y}{(x-1)(y+1)} \\ x-y = 2 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$335. \begin{cases} \frac{2y}{x-1} = 3 \\ 4x-y = 4 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{soluzione non accettabile}]$$

$$336. \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{y+3} = \frac{5}{(x-2)(y+3)} \\ x+y = 8 \end{cases} \quad [\text{determinato}]$$

$$337. \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{3}{y+2} = \frac{4}{(x-1)(y+2)} \\ x-y = 1 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{soluzione non accettabile}]$$

$$338. \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = 1 \\ x-y = 3 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$339. \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = 1 \\ x-y = 0 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$340. \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{x+y} \\ x-y = 2 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$341. \begin{cases} \frac{3}{x-y} = 1 \\ x-y = 3 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$342. \begin{cases} \frac{3}{x-y} = 1 \\ x-y = 5 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$343. \begin{cases} \frac{2x-y}{x+2} = 1 \\ 2x-y = x+2 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$344. \begin{cases} \frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y} \\ x+y = 6 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$345. \begin{cases} \frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y} \\ x-y = 0 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$346. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{2x} = \frac{2}{x} \\ x+y = 3 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$347. \begin{cases} \frac{y+2}{x-3} = 0 \\ x+y = 1 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{soluzione non accettabile}]$$

$$348. \begin{cases} \frac{y+2}{x-3} = 0 \\ x+y = 1 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{soluzione non accettabile}]$$

$$349. \begin{cases} \frac{2}{x+1} = \frac{2}{y+1} \\ x+2y = 6 \end{cases} \quad [\text{determinato}]$$

$$350. \begin{cases} \frac{3x-3y}{x-y} = 3 \\ x+y = 7 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$351. \begin{cases} \frac{3x-3y}{x-y} = 4 \\ x+y = 7 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

■■■■ Scrivi *tutte* le soluzioni, con le esclusioni: le coppie che annullano un denominatore non ci sono.

$$352. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} \\ x+y = 4 \end{cases} \quad [(-t+4; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq 4 \wedge t \neq 0]$$

$$353. \begin{cases} \frac{x-y}{x+\frac{4}{x}} = 2 \\ \frac{x+\frac{4}{x}}{y+3} = -1 \end{cases} \quad [(-t-8; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -4 \wedge t \neq -3]$$

$$354. \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = \frac{2y-3x}{xy} \\ \frac{x+y}{x} = 2 \end{cases} \quad [(t; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq 0]$$

$$355. \begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} = \frac{x+y}{(x-1)(y+1)} \\ x-y = 2 \end{cases} \quad [(t+2; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -1]$$

$$356. \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = 1 \\ x-y = 0 \end{cases} \quad [(t; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -1]$$

$$357. \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{x+y} \\ x-y = 2 \end{cases} \quad [(t+2; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -1]$$

$$358. \begin{cases} \frac{3}{x-y} = 1 \\ x-y = 3 \end{cases} \quad [(t+3; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}]$$

$$359. \begin{cases} \frac{2x-y}{x+2} = 1 \\ 2x-y = x+2 \end{cases} \quad [(t+2; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -4]$$

8. Sistemi fratti a tre incognite

Teoria: par. 8

■ ■ ■ □ Tre equazioni, tre incognite, e una frazione. Le C.E. si raccolgono come sempre, e alla fine si confronta la terna.

$$360. \begin{cases} \frac{x+y}{z+2} = 3 \\ x+2y+z = 3 \\ x-y+z = 0 \end{cases} \quad [S = \{2; 1; -1\}]$$

$$361. \begin{cases} \frac{x+y+z+2}{z+1} = 2 \\ 2x+y-z = 1 \\ x+y+z = 6 \end{cases} \quad [S = \{1; 2; 3\}]$$

$$362. \begin{cases} \frac{2x+y}{z+2} = 2 \\ x+y+z = 5 \\ x-2y+3z = 1 \end{cases} \quad [S = \{2; 2; 1\}]$$

$$363. \begin{cases} \frac{2x - y + z + 11}{z + 3} = 2 \\ x + y + 3z = 4 \\ x - y + z = -2 \end{cases} \quad [S = \{-1; 2; 1\}]$$

$$364. \begin{cases} \frac{x + 2y + z + 2}{z + 2} = 1 \\ x + 3y + z = 2 \\ 2x - y + 2z = 11 \end{cases} \quad [S = \{2; -1; 3\}]$$

$$365. \begin{cases} \frac{x + y + z + 9}{z + 3} = 3 \\ x + y + 2z = 8 \\ 3x + y - z = 4 \end{cases} \quad [S = \{1; 3; 2\}]$$

$$366. \begin{cases} \frac{x + y + z}{z + 2} = 4 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - 2y + z = -5 \end{cases} \quad [S = \{2; 3; -1\}]$$

$$367. \begin{cases} \frac{x + y + 3z - 3}{z + 4} = 1 \\ x + y + z = 3 \\ 2x + y - 2z = -8 \end{cases} \quad [S = \{1; -2; 4\}]$$

$$368. \begin{cases} \frac{x + 2y + z + 5}{z + 2} = 2 \\ x + y - z = -2 \\ x + 3y + 2z = 15 \end{cases} \quad [S = \{2; 1; 5\}]$$

■■■ Qui le equazioni fratte sono più di una.

$$369. \begin{cases} \frac{x + y}{z + 2} = 3 \\ \frac{y - z}{x - 1} = 2 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases} \quad [S = \{2; 1; -1\}]$$

$$370. \begin{cases} \frac{2x + y}{z + 1} = 2 \\ \frac{y - z}{2x} = 2 \\ 4x + y - 2z = 3 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{1}{2}; 3; 1\right\}]$$

$$371. \begin{cases} \frac{x + z}{y + 2} = 1 \\ \frac{3x - y}{z - 2} = -3 \\ \frac{x + y + z}{x + 4} = 1 \end{cases} \quad [S = \{-2; 0; 4\}]$$

$$372. \begin{cases} \frac{x+y}{z+6} = 1 \\ \frac{y-z}{x-2} = 1 \\ \frac{2x+3y+z}{x-2} = 1 \end{cases} \quad [S = \{4; -1; -3\}]$$

$$373. \begin{cases} \frac{2x+y}{z+2} = 4 \\ \frac{x-z}{y} = 1 \\ 3x+y+2z = 3 \end{cases} \quad [S = \{1; 2; -1\}]$$

$$374. \begin{cases} \frac{x+y+z}{x-y} = \frac{3}{4} \\ \frac{2x-z}{y+2} = 5 \\ x+y-2z = 0 \end{cases} \quad [S = \{3; -1; 1\}]$$

$$375. \begin{cases} \frac{y+z}{x+1} = 1 \\ \frac{2x+y}{z+3} = 3 \\ \frac{2x-2y}{z} = 3 \end{cases} \quad [S = \{0; 3; -2\}]$$

$$376. \begin{cases} \frac{x-y}{x+z} = \frac{3}{2} \\ \frac{z}{y+1} = 3 \\ \frac{y+z}{x-2} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad [S = \{4; 1; 2\}]$$

$$377. \begin{cases} \frac{x+y}{z+2} = 2 \\ \frac{2x+2y-z}{x-y^z} = 3 \\ \frac{x-y^z}{z-1} = 1 \end{cases} \quad [S = \emptyset \text{ (sistema impossibile)}]$$

$$378. \begin{cases} \frac{x+y+z}{x-1} = \frac{6}{x-1} \\ 2x-y+z = 3 \\ \frac{x+2y-z}{y} = 1 \end{cases} \quad [S = \emptyset: \text{la coppia } (1; 2; 3) \text{ non è accettabile}]$$

9. Il cambio di variabile: $u = 1/x, v = 1/y$

Teoria: par. 9

■ ■ ■ ■ Poni $u = \frac{1}{x}$ e $v = \frac{1}{y}$, risolvi il sistema nelle ausiliarie e torna alle incognite.

$$379. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{1} = \frac{7}{6} \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$380. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{6}{5} \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$381. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{4} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases} \quad [S = \{1; 4\}]$$

$$382. \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \quad [S = \{3; 6\}]$$

$$383. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{10} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{8}{5} \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$384. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{2} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{3}{4} \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$385. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases} \quad [S = \{6; 3\}]$$

$$386. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 2 \end{cases} \quad [S = \{1; 2\}]$$

$$387. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 0 \end{cases} \quad [S = \{10; 5\}]$$

$$388. \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{4}{3} \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$389. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{8} \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{8} \end{cases} \quad [S = \{8; 4\}]$$

$$390. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{8}{7} \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = \frac{3}{14} \end{cases} \quad [S = \{2; 7\}]$$

$$391. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{10} \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{10} \end{cases} \quad [S = \{5; 10\}]$$

$$392. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{17}{12} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{12} \end{cases} \quad [S = \{4; 3\}]$$

$$393. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{5}{9} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{9} \end{cases} \quad [S = \{9; 3\}]$$

$$394. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 2 \end{cases} \quad [S = \{2; 2\}]$$

$$395. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{29}{7} \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{5}{7} \end{cases} \quad [S = \{7; 1\}]$$

$$396. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{cases} \quad [S = \{6; 2\}]$$

■■■□ Come sopra. Ricorda che u e v non sono la risposta.

$$397. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{6} \end{cases} \quad [S = \{12; 4\}]$$

$$399. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y} = \frac{11}{6} \end{cases} \quad [S = \{2; 6\}]$$

$$398. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{9} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{11}{9} \end{cases} \quad [S = \{3; 9\}]$$

$$400. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{5} \end{cases} \quad [S = \{5; 5\}]$$

$$401. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{11}{3} \end{cases} \quad [S = \{1; 3\}]$$

$$403. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{8}{5} \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{4}{5} \end{cases} \quad [S = \{10; 2\}]$$

$$402. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x} + \frac{y}{4} = \frac{3}{4} \end{cases} \quad [S = \{4; 8\}]$$

$$404. \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{12} \end{cases} \quad [S = \{3; 4\}]$$

■ ■ ■ □ Qui il sistema va prima riscritto per far comparire $\frac{1}{x}$ e $\frac{1}{y}$.

$$405. \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 7 \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{5}{9}; -\frac{5}{2}\right\}]$$

$$406. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 8 \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{y} = 3 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\}]$$

$$407. \begin{cases} \frac{1}{2x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{2} \end{cases} \quad [S = \{1; 2\}]$$

$$408. \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 4 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}]$$

$$409. \begin{cases} \frac{x+1}{x} - \frac{y+1}{y} + \frac{1}{2} = 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad [S = \{2; 1\}]$$

$$410. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{4y} + 2 = 0 \\ \frac{2}{3x} + \frac{3}{2y} = \frac{20}{3} \end{cases} \quad [S = \left\{1; \frac{1}{4}\right\}]$$

$$411. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{x}{1} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \quad [S = \emptyset \text{ (le ausiliarie ci sono, le incognite no)}]$$

$$412. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 0 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{cases} \quad [S = \{2; -3\}]$$

■ ■ ■ □ Il blocco che si ripete diventa l'ausiliaria. Il ritorno alle incognite è un secondo sistema.

$$413. \begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{3}{x-y} = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad [S = \{3; 1\}]$$

$$414. \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+3} = \frac{6}{5} \\ \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+3} = \frac{7}{10} \end{cases} \quad [S = \{4; 2\}]$$

$$415. \begin{cases} \frac{3}{x+3} + \frac{1}{y-2} = \frac{7}{4} \\ \frac{1}{x+3} - \frac{2}{y-2} = -\frac{7}{4} \end{cases} \quad [S = \{1; 3\}]$$

$$416. \begin{cases} \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{y+2} = \frac{15}{44} \\ \frac{2}{2x+1} - \frac{1}{y+2} = -\frac{3}{44} \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$417. \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{3}{2y+1} = \frac{7}{3} \\ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{2y+1} = \frac{10}{9} \end{cases} \quad [S = \{2; 4\}]$$

$$418. \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x+1} = \frac{7}{10} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x+1} = \frac{11}{20} \end{cases} \quad [S = \{3; 2\}]$$

$$419. \begin{cases} \frac{3}{3x-1} + \frac{2}{2y+1} = \frac{13}{6} \\ \frac{1}{3x-1} + \frac{1}{2y+1} = \frac{5}{6} \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$420. \begin{cases} \frac{2}{x+2} + \frac{1}{y-3} = -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{x+2} - \frac{2}{y-3} = \frac{11}{8} \end{cases} \quad [S = \{6; 1\}]$$

$$421. \begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{3}{y+1} = -\frac{1}{4} \\ \frac{2}{x-3} + \frac{1}{y+1} = -\frac{7}{4} \end{cases} \quad [S = \{2; 3\}]$$

$$422. \begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{17}{15} \\ \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y} = \frac{13}{15} \end{cases} \quad [S = \{4; 1\}]$$

$$423. \begin{cases} \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y-1} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y-1} = 1 \end{cases} \quad [S = \{3; 5\}]$$

$$424. \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{2}{y+3} = -\frac{8}{5} \\ \frac{1}{x-2} - \frac{1}{y+3} = -\frac{6}{5} \end{cases} \quad [S = \{1; 2\}]$$

$$425. \begin{cases} \frac{3}{x+3} + \frac{4}{y-2} = -\frac{29}{8} \\ \frac{1}{x+3} + \frac{1}{y-2} = -\frac{7}{8} \end{cases} \quad [S = \{5; 1\}]$$

$$426. \begin{cases} \frac{1}{2x+1} + \frac{2}{y+2} = \frac{7}{10} \\ \frac{2}{2x+1} + \frac{2}{y+2} = \frac{23}{20} \end{cases} \quad [S = \{2; 2\}]$$

$$427. \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{2y+1} = \frac{17}{21} \\ \frac{5}{x-1} + \frac{1}{2y+1} = \frac{38}{21} \end{cases} \quad [S = \{4; 3\}]$$

$$428. \begin{cases} \frac{3}{3x-1} + \frac{1}{2y+1} = \frac{32}{85} \\ \frac{1}{3x-1} + \frac{3}{2y+1} = \frac{56}{85} \end{cases} \quad [S = \{6; 2\}]$$

$$429. \begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{2}{y+1} = -\frac{2}{3} \\ \frac{3}{x-3} - \frac{1}{y+1} = -\frac{19}{6} \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

■■■■ Blocchi meno evidenti: guarda i denominatori prima di decidere.

$$430. \begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{3}{x-y} = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad [S = \{3; 1\}]$$

$$431. \begin{cases} \frac{3}{x+2} + \frac{2}{y-3} = 2 \\ \frac{6}{x+2} - \frac{4}{y-3} = 0 \end{cases} \quad [S = \{1; 5\}]$$

$$432. \begin{cases} \frac{4}{3x-1} + \frac{3}{2y+1} = 3 \\ \frac{3x-1}{6} - \frac{2y+1}{6} = -1 \end{cases} \quad [S = \{1; 1\}]$$

$$433. \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 1 \\ \frac{4}{x-1} - \frac{3}{y+2} = 7 \end{cases} \quad [S = \{2; -3\}]$$

$$434. \begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{2}{y-1} = 4 \\ \frac{1}{x+1} - \frac{4}{y-1} = -1 \end{cases} \quad [S = \{0; 3\}]$$

$$435. \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{3}{y+1} = \frac{5}{2} \\ \frac{2}{y+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad [S = \{3; 1\}]$$

$$436. \begin{cases} \frac{7}{2x+3y} + \frac{1}{x-2y} = -\frac{12}{19} \\ \frac{1}{2x+3y} - \frac{2}{x-2y} = \frac{39}{19} \end{cases} \quad [S = \{5; 3\}]$$

$$437. \begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{2(y+2)}{x} = 6 \\ \frac{y}{2(x+1)} - \frac{x}{2(y+2)} = 3 \end{cases} \quad [S = \{2; 1\}]$$

$$438. \begin{cases} \frac{2(x-2)}{y+1} + \frac{7(y-1)}{x+2} = 3 \\ \frac{x-2}{y+1} - \frac{14(y-1)}{x+2} = -1 \end{cases} \quad [S = \{5; 2\}]$$

$$439. \begin{cases} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{y-3} = \frac{3}{4} \\ \frac{2}{x+2} - \frac{1}{y-3} = 0 \end{cases} \quad [S = \{2; 5\}]$$

$$440. \begin{cases} \frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 1 \\ \frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 5 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{9}{4}; \frac{1}{4}\right\}]$$

$$441. \begin{cases} \frac{1}{2x+y} + \frac{1}{x-y} = 2 \\ \frac{3}{2x+y} - \frac{1}{x-y} = 2 \end{cases} \quad [S = \left\{\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right\}]$$

10. Sistemi fratti letterali con discussione

Teoria: par. 11

■■■■ Discuti il sistema: di' per quali valori del parametro è determinato, impossibile o indeterminato. Tieni separati i valori che annullano un denominatore, quelli che annullano Δ e quelli che rendono la soluzione non accettabile.

$$442. \begin{cases} \frac{x}{k} + y = 3 \\ x - y = k \end{cases} \quad [k = 0: \text{il sistema non ha senso. } k = -1: \text{impossibile. Altrimenti } x = \frac{k(k+3)}{k+1}, y = \frac{2k}{k+1}.]$$

$$443. \begin{cases} \frac{1}{x} + y = k \\ x + y = 1 \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq 0. \text{ Ridotto: } 1 + xy = kx \text{ non e' lineare; si sostituisce } y = 1 - x \text{ e si discute l'equazione che resta.}]$$

$$444. \begin{cases} \frac{x+k}{y} = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad [\text{C.E. } y \neq 0. \text{ Il ridotto e' } x + k = y \text{ con } x - y = 2: \text{ sommando, } k = -2 \text{ rende il sistema impossibile; per } k \neq -2 \text{ e' impossibile lo stesso, perche' le due rette sono parallele.}]$$

$$445. \begin{cases} \frac{x}{k-1} + y = 2 \\ x + y = k \end{cases} \quad [k = 1: \text{il sistema non ha senso. } \Delta = 0 \text{ per } k = 2, \text{ e li' il sistema e' impossibile. Altrimenti determinato.}]$$

$$446. \begin{cases} \frac{x-1}{y+k} = 1 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad [\text{C.E. } y \neq -k. \text{ Ridotto: } x - 1 = y + k, \text{ cioe' } x - y = k + 1; \text{ col sistema si trova } x = \frac{k+5}{2}, y = \frac{3-k}{2}. \text{ La soluzione non e' accettabile quando } y = -k, \text{ cioe' } k = -3.]$$

$$447. \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{k}{y} \\ x + y = 6 \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq 0 \wedge y \neq 0. \text{ Ridotto: } 2y = kx. \text{ Per } k = 0 \text{ viene } y = 0, \text{ che le C.E. vietano: } S = \emptyset. \text{ Per } k = -2 \text{ il sistema e' impossibile. Altrimenti determinato.}]$$

$$448. \begin{cases} \frac{kx+y}{x+1} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq -1. \text{ Ridotto: } kx + y = 2x + 2, \text{ cioe' } (k-2)x + y = 2. \text{ Con } x - y = 1: \Delta = k - 1, \text{ quindi per } k = 1 \text{ il sistema e' impossibile.}]$$

$$449. \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{k} = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad [\text{C.E. nessuna sulle incognite: } k \text{ e' un numero, non un'incognita. Serve } k \neq 0 \text{ perche' il testo abbia senso. } \Delta = 0 \text{ per } k = -2, \text{ e li' il sistema e' impossibile.}]$$

$$450. \begin{cases} \frac{x+y}{x-k} = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq k. \text{ Ridotto: } x + y = x - k, \text{ cioe' } y = -k. \text{ Allora } x = 5 + 2k, \text{ e la soluzione non e' accettabile quando } 5 + 2k = k, \text{ cioe' } k = -5.]$$

451.
$$\begin{cases} \frac{1}{x-k} = \frac{1}{y-k} \\ x+y = 2k \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq k \wedge y \neq k. \text{ Ridotto: } x = y; \text{ col sistema } x = y = k, \text{ che le C.E. vietano. } S = \emptyset \text{ per}$$

ogni k : e' un sistema che non ha soluzioni qualunque cosa valga il parametro.]

452.
$$\begin{cases} \frac{x-k}{y} = 2 \\ x+y = 3k \end{cases} \quad [\text{C.E. } y \neq 0. \text{ Ridotto: } x-k = 2y. \text{ Col sistema: } x = \frac{7k}{3}, y = \frac{2k}{3}. \text{ Per } k = 0 \text{ viene } y = 0, \text{ vietato:}$$

 $S = \emptyset$. Altrimenti determinato.]

453.
$$\begin{cases} \frac{k}{x} = \frac{1}{y} \\ x-y = k-1 \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq 0 \wedge y \neq 0. \text{ Ridotto: } ky = x. \text{ Col sistema: } y(k-1) = k-1, \text{ quindi per } k \neq 1 \text{ si ha}$$

 $y = 1$ e $x = k$; per $k = 1$ il sistema e' indeterminato. Per $k = 0$ verrebbe $x = 0$, vietato.]

454.
$$\begin{cases} \frac{2x+k}{y-1} = 2 \\ x-y = 0 \end{cases} \quad [\text{C.E. } y \neq 1. \text{ Ridotto: } 2x+k = 2y-2; \text{ con } x = y \text{ resta } k = -2: \text{ per } k \neq -2 \text{ il sistema e'}$$

impossibile, per $k = -2$ e' indeterminato con $x = y \neq 1$.]

455.
$$\begin{cases} \frac{x}{y+k} = \frac{1}{2} \\ 2x-y = 1 \end{cases} \quad [\text{C.E. } y \neq -k. \text{ Ridotto: } 2x = y+k; \text{ col sistema } k = 1 \text{ rende le due equazioni la stessa}$$

(indeterminato), altrimenti impossibile.]

456.
$$\begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = k \\ x+y = 2 \end{cases} \quad [\text{C.E. } y \neq -1. \text{ Ridotto: } x+1 = k(y+1). \text{ Con } x = 2-y: 3-y = ky+k, \text{ cioe' } y(1+k) = 3-k. \text{ Per}$$

 $k = -1: 0 = 4$, impossibile. Altrimenti $y = \frac{3-k}{1+k}$, e la soluzione e' accettabile finche' $y \neq -1$, il che e' sempre vero.]

457.
$$\begin{cases} \frac{1}{x+k} + \frac{1}{y+k} = 0 \\ x-y = 4 \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq -k \wedge y \neq -k. \text{ Ridotto: } (y+k) + (x+k) = 0, \text{ cioe' } x+y = -2k. \text{ Col sistema:}$$

 $x = 2-k, y = -2-k$. Non accettabile se $x = -k$ (mai) o $y = -k$ (mai): determinato per ogni k .]

458.
$$\begin{cases} \frac{kx-y}{x+2} = 1 \\ x+y = 4 \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq -2. \text{ Ridotto: } kx-y = x+2, \text{ cioe' } (k-1)x-y = 2. \text{ Con } x+y = 4: \Delta = k, \text{ quindi per}$$

 $k = 0$ il sistema e' impossibile.]

459.
$$\begin{cases} \frac{y}{x-2} = k \\ x+y = 5 \end{cases} \quad [\text{C.E. } x \neq 2. \text{ Ridotto: } y = k(x-2). \text{ Con } x+y = 5: x(1+k) = 5+2k. \text{ Per } k = -1: 0 = 3,$$

impossibile. Altrimenti $x = \frac{5+2k}{1+k}$, accettabile finche' $x \neq 2$, cioe' sempre.]

11. Problemi

Teoria: par. 12

■ ■ ■ ■ Traduci il problema in un sistema, scrivi le C.E. e risolvi. La risposta è una frase, non due numeri.

460. Una frazione ha il valore $\frac{3}{5}$. Se si aggiunge 4 al numeratore e 4 al denominatore, la nuova frazione vale $\frac{2}{3}$. Qual è la frazione di partenza? (Chiama x il numeratore e y il denominatore.) [La frazione è $\frac{12}{20}$.]
461. Il rapporto fra il numero di ragazze e quello dei ragazzi di una classe è $\frac{4}{5}$. Se in classe arrivassero altre 3 ragazze e altri 2 ragazzi, il rapporto diventerebbe $\frac{5}{6}$. Quante ragazze e quanti ragazzi ci sono ora? Chiama x le ragazze e y i ragazzi. [Ci sono 32 ragazze e 40 ragazzi.]
462. In un rettangolo il rapporto fra la base e l'altezza è $\frac{7}{4}$. Allungando la base di 6 cm e l'altezza di 6 cm, il rapporto diventa $\frac{3}{2}$. Quanto misurano base e altezza? Chiama x la base e y l'altezza, in centimetri. [La base misura 21 cm e l'altezza 12 cm.]
463. Due numeri stanno fra loro come 2 sta a 7. Diminuendo il primo di 1 e il secondo di 11, il rapporto diventa $\frac{1}{2}$. Quali sono i due numeri? [I due numeri sono 6 e 21.]
464. Un padre e suo figlio hanno oggi età il cui rapporto è $\frac{5}{2}$. Fra 10 anni il rapporto fra le loro età sarà $\frac{15}{8}$. Quanti anni hanno oggi? Chiama x l'età del padre e y quella del figlio. [Il padre ha 35 anni e il figlio 14.]
465. In una biblioteca il numero dei libri di narrativa e quello dei libri di saggistica stanno fra loro come 9 sta a 5. Se si comprassero 20 saggi e nessun romanzo, i saggi diventerebbero i $\frac{7}{9}$ dei romanzi. Quanti libri ci sono di ciascun tipo? Chiama x i romanzi e y i saggi. [Ci sono 90 romanzi e 50 saggi.]
466. Una lega è formata da rame e stagno nel rapporto $\frac{5}{2}$. Aggiungendo 9 kg di stagno, il rapporto diventa $\frac{5}{5}$, cioè le due quantità si pareggiano. Quanti chili c'erano di ciascun metallo? Chiama x i chili di rame e y quelli di stagno. [C'erano 15 kg di rame e 6 kg di stagno.]
467. Due rubinetti riempiono insieme una vasca in 4 ore. Il primo, da solo, riempie in un'ora una frazione di vasca che supera di $\frac{1}{12}$ quella del secondo. In quante ore riempirebbe la vasca ciascuno dei due, lavorando da solo? Chiama x le ore del primo e y quelle del secondo, e ricorda che in un'ora il primo riempie $\frac{1}{x}$ della vasca. [Il primo impiega 6 ore, il secondo 12 ore.]
468. Due operai, lavorando insieme, finiscono un muro in 6 giorni. Se il primo lavorasse al doppio della sua velocità e il secondo alla sua, insieme finirebbero in 4 giorni. In quanti giorni finirebbe il muro ciascuno da solo? Chiama x i giorni del primo e y quelli del secondo. [Il primo impiegherebbe 12 giorni, il secondo 12 giorni.]

469. Una piscina si riempie con due condotte. Aperte insieme, la riempiono in 4 ore. Aprendo solo la prima per un'ora si riempie $\frac{1}{6}$ della piscina. In quante ore la riempirebbe ciascuna condotta da sola? Chiama x le ore della prima e y quelle della seconda. [La prima impiega 6 ore, la seconda 12 ore.]
470. Due resistenze collegate in parallelo danno una resistenza complessiva di 2 ohm, e vale la relazione $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Si sa inoltre che $\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6}$. Quanto valgono le due resistenze? Chiama x la prima e y la seconda, in ohm. [Le due resistenze valgono 3 ohm e 6 ohm.]
471. Un'automobile percorre un tratto di 120 km all'andata e lo stesso tratto al ritorno. All'andata tiene una velocità x , al ritorno una velocità y , e il tempo totale del viaggio è 5 ore. Si sa che l'andata è durata un'ora più del ritorno. Quali sono le due velocità, in km/h? Ricorda che il tempo è $\frac{\text{spazio}}{\text{velocità}}$. [All'andata 40 km/h, al ritorno 60 km/h.]
472. Un ciclista e un podista partono insieme e percorrono lo stesso percorso di 60 km. Il ciclista arriva 3 ore prima del podista, e insieme i due tempi fanno 5 ore. Qual è la velocità di ciascuno, in km/h? [Il ciclista va a 60 km/h, il podista a 15 km/h.]
473. Di due numeri si sa che la somma dei loro reciproci vale $\frac{5}{12}$ e che la differenza degli stessi reciproci — il primo meno il secondo — vale $\frac{1}{12}$. Quali sono i due numeri? *Suggerimento*: qui le incognite compaiono solo come $\frac{1}{x}$ e $\frac{1}{y}$. [I due numeri sono 4 e 6.]

■■■□ Come sopra. Attenzione alle condizioni del problema, che sono un'altra cosa dalle C.E.

474. In un laboratorio ci sono due macchine. Insieme producono 1 lotto in 8 ore. Se la prima raddoppiasse la produzione oraria e la seconda restasse com'è, il lotto uscirebbe in 6 ore. In quante ore produce un lotto ciascuna macchina da sola? [La prima impiega 24 ore, la seconda 12 ore.]
475. Un numero di due cifre è tale che il rapporto fra la cifra delle decine e quella delle unità è $\frac{2}{3}$. Se si scambiano le due cifre, il numero aumenta di 27. Qual è il numero? Chiama x la cifra delle decine e y quella delle unità, e ricorda che il numero vale $10x + y$. [Il numero è formato dalle cifre 6 e 9.]
476. Il perimetro di un rettangolo è 48 cm e il rapporto fra i due lati è $\frac{5}{7}$. Quanto misurano i lati? Chiama x il lato minore e y il maggiore, in centimetri. [I lati misurano 10 cm e 14 cm.]
477. Due angoli sono complementari, cioè la loro somma è 90, e stanno fra loro come 2 sta a 3. Quanto misura ciascuno? Chiama x e y le loro ampiezze in gradi. [I due angoli misurano 36 e 54.]
478. In un triangolo isoscele il rapporto fra la base e il lato obliquo è $\frac{3}{4}$, e il perimetro misura 44 cm. Quanto misurano la base e il lato obliquo? Chiama x la base e y il lato obliquo. [La base misura 12 cm e il lato obliquo 16 cm.]
479. Un negozio vende magliette e felpe. Il rapporto fra il numero di magliette e quello di felpe vendute in una settimana è $\frac{5}{3}$, e in tutto sono stati venduti 64 capi. Quanti capi di ciascun tipo sono stati venduti? [Sono state vendute 40 magliette e 24 felpe.]

480. Due soci dividono un guadagno in parti che stanno fra loro come 7 sta a 5. Se il primo cedesse 200 euro al secondo, le due parti diventerebbero uguali. Quanto ha guadagnato ciascuno? [Il primo ha guadagnato 1400 euro, il secondo 1000 euro.]
481. In una soluzione il rapporto fra i grammi di sale e quelli d'acqua è $\frac{1}{9}$. Aggiungendo 20 g di sale e nient'altro, il rapporto diventa $\frac{1}{5}$. Quanti grammi c'erano di ciascuno? Chiamando x i grammi di sale e y quelli d'acqua. [C'erano 25 g di sale e 225 g d'acqua.]
482. Due treni partono dalla stessa stazione e percorrono 180 km. Il primo impiega 1 ora in meno del secondo, e la somma dei tempi è 7 ore. Qual è la velocità di ciascun treno in km/h? [Il primo va a 60 km/h, il secondo a 45 km/h.]
483. Un serbatoio ha uno scarico e un rubinetto. Con il solo rubinetto si riempie in x ore; con il solo scarico aperto si svuota in y ore. Tenendoli aperti tutti e due il serbatoio si riempie in 12 ore, e si sa che $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$. In quanto tempo il rubinetto da solo riempie il serbatoio? [Il rubinetto impiega 6 ore, lo scarico 12 ore.]
484. Il numeratore di una frazione supera di 5 il denominatore. Sottraendo 3 al numeratore e 3 al denominatore, la frazione vale $\frac{9}{4}$. Qual è la frazione di partenza? [La frazione è $\frac{12}{7}$.]
485. In una scuola il rapporto fra il numero di studenti e quello dei docenti è $\frac{15}{1}$. Se si assumessero 4 docenti e non cambiasse il numero di studenti, il rapporto diventerebbe $\frac{12}{1}$. Quanti studenti e quanti docenti ci sono? [Ci sono 240 studenti e 16 docenti.]
486. Una miscela di caffè è fatta di due qualità, che stanno fra loro come 3 sta a 2. Togliendo 5 kg della prima qualità e aggiungendone 5 della seconda, le due quantità si pareggiano. Quanti chili c'erano di ciascuna qualità? [C'erano 30 kg della prima e 20 kg della seconda.]
487. Un capitale è diviso in due parti che stanno fra loro come 8 sta a 3. La differenza fra le due parti è 2000 euro. Quanto vale ciascuna parte? [Le due parti valgono 3200 euro e 1200 euro.]
488. Due cerchi concentrici hanno raggi che stanno fra loro come 2 sta a 5, e la differenza dei raggi è 9 cm. Quanto misura ciascun raggio? Chiamando x il raggio minore e y il maggiore. [I raggi misurano 6 cm e 15 cm.]

■■■■ Problemi in cui il modello fratto è il più naturale, e il sistema che ne esce non è sempre di primo grado.

489. Un rettangolo ha l'area di 60 cm^2 . Chiamando x la base e y l'altezza, si sa che $\frac{60}{x} = y$ e che la base supera l'altezza di 7 cm. Trova le dimensioni sapendo che x e y sono positivi. *Attenzione:* qui il sistema non è di primo grado; scrivi le C.E. e imposta il sistema, poi sostituisci. [il sistema non è di primo grado: si imposta, si scrivono le C.E. e si sostituisce]

490. Il rapporto fra la lunghezza e la larghezza di un campo rettangolare è $\frac{11}{4}$. Se la lunghezza diminuisse di 35 m e la larghezza aumentasse di 35 m, il campo diventerebbe un quadrato. Quali sono le dimensioni del campo? [Il campo misura 110 m per 40 m.]
491. Due tubi riempiono insieme una cisterna in 10 ore. Se il secondo lavorasse al triplo della sua velocità e il primo alla sua, ci vorrebbero 6 ore. In quante ore riempirebbe la cisterna ciascun tubo da solo? [Il primo impiega 15 ore, il secondo 30 ore.]
492. Il rapporto fra il perimetro di un quadrato e quello di un triangolo equilatero è $\frac{8}{9}$, e la somma dei due perimetri è 102 cm. Quanto vale ciascun perimetro? Chiamata x quello del quadrato e y quello del triangolo. [I perimetri misurano 48 cm e 54 cm.]
493. In una gara ciclistica un corridore percorre 90 km in salita e 90 km in discesa. Il tempo totale è 9 ore e in discesa impiega 3 ore meno che in salita. Quali sono le due velocità medie? [In salita 15 km/h, in discesa 30 km/h.]
494. Un'urna contiene palline bianche e nere nel rapporto $\frac{3}{7}$. Aggiungendo 16 palline bianche il rapporto diventa $\frac{5}{7}$. Quante palline c'erano di ciascun colore? [C'erano 24 palline bianche e 56 nere.]
495. La somma di due numeri è 35 e il loro rapporto è $\frac{2}{5}$. Trova i due numeri, scrivendo le C.E. prima di risolvere. [I due numeri sono 10 e 25.]
496. Un trapezio ha le basi che stanno fra loro come 3 sta a 8 e la loro somma misura 55 cm. Quanto misura ciascuna base? [Le basi misurano 15 cm e 40 cm.]
497. Due pompe svuotano insieme un bacino in 12 ore. In un'ora la prima svuota *metà* di quello che svuota la seconda. In quante ore lo svuoterebbe ciascuna da sola? Chiamata x le ore della prima e y quelle della seconda, e ricorda che in un'ora la prima ne svuota $\frac{1}{x}$. [La prima impiega 36 ore, la seconda 18 ore.]
498. Il costo di un abbonamento è diviso fra due amici in parti che stanno come 4 sta a 5. Se il primo pagasse 9 euro in più e il secondo 9 in meno, pagherebbero lo stesso. Quanto paga ciascuno? [Il primo paga 72 euro, il secondo 90 euro.]
499. Una frazione vale $\frac{4}{9}$. Aggiungendo 1 al numeratore e togliendo 1 al denominatore si ottiene $\frac{1}{2}$. Qual è la frazione? [La frazione è $\frac{12}{27}$.]
500. Due grandezze sono inversamente proporzionali: il loro prodotto è costante e vale 36. Sapendo che $\frac{36}{x} = y$ e che la loro somma è 13, trova le due grandezze. *Attenzione:* qui il sistema non è di primo grado. Scrivi le C.E., imposta e sostituisci. [il sistema non è di primo grado: si imposta, si scrivono le C.E. e si sostituisce]

12. Vero o falso, trova l'errore, a ritroso

Teoria: tutti i par.

■□□□ Vero o falso? Motiva sempre: una risposta senza motivo vale zero.

501. Un sistema è fratto se in una equazione compare una frazione. [falso — Conta *dove* sta l'incognita: $\frac{x}{2} + y = 3$ ha una frazione e non è fratto.]
502. Le C.E. si scrivono prima di moltiplicare per il m.c.m. [vero — Dopo, i denominatori non ci sono più e non si può più sapere cosa era vietato.]
503. Da $x^2 - y^2 \neq 0$ segue $x \neq y$ e $x \neq -y$. [vero — Perché $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$, e un prodotto è non nullo quando lo sono tutti i fattori.]
504. Se il sistema ridotto è determinato, il sistema fratto lo è. [falso — La soluzione può violare una C.E.: allora $S = \emptyset$.]
505. «Non accettabile» e «impossibile» sono la stessa cosa. [falso — Danno tutt'e due $S = \emptyset$, ma nel primo caso il ridotto una soluzione ce l'aveva.]
506. In $\frac{3}{y+2}$ la condizione è $y \neq 0$. [falso — È $y \neq -2$. La condizione viene dal denominatore, non dall'incognita.]
507. Semplificare $\frac{x-2}{(x-2)(y+1)}$ fa sparire la condizione $x \neq 2$. [falso — La fa sparire dalla vista, non dall'esercizio: appartiene alla scrittura di partenza.]
508. $\frac{1}{x}$ può valere zero. [falso — Una frazione è nulla solo col numeratore nullo, e qui vale 1.]
509. Se dopo la riduzione resta $0 = 0$, il sistema è impossibile. [falso — È un'identità: l'equazione sparisce e restano le altre.]
510. Se dopo la riduzione resta $0 = 7$, il sistema è impossibile. [vero — Nessuna coppia può rendere 0 uguale a 7.]
511. In un sistema fratto indeterminato le soluzioni sono tutte le coppie della retta. [falso — Sono quelle della retta *meno* le coppie che annullano un denominatore.]
512. Il m.c.m. dei denominatori è sempre il loro prodotto. [falso — È il prodotto dei fattori distinti col massimo esponente: quasi sempre più piccolo.]
513. Moltiplicando per il m.c.m. si moltiplicano anche i termini senza barra. [vero — $\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{x}$ per x dà $2 + 3x = 5$: il 3 diventa $3x$.]
514. Il sistema $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = c$ si riduce a lineare. [falso — Moltiplicando per xy compare il termine xy : serve il cambio di variabile.]
515. Posto $u = \frac{1}{x}$, se viene $u = \frac{3}{4}$ allora $x = \frac{4}{3}$. [vero — x è il reciproco di u , non u .]
516. Posto $u = \frac{1}{x+y}$, dal valore di u si ricava subito x . [falso — Si ricava $x + y$: serve anche la seconda equazione del ritorno.]
517. Un fattore $x^2 + 1$ a denominatore non dà nessuna condizione. [vero — Non è mai zero per nessun numero reale.]

518. Le condizioni di realtà di un problema sono C.E. [falso — Sono due filtri diversi: $x > 0$ perché è un tempo non viene dall'algebra.]
519. Se in un sistema letterale il parametro annulla un denominatore, il sistema è impossibile. [falso — Non si scrive nemmeno: è un caso da escludere prima, non un esito.]
520. La verifica di una coppia si fa nel sistema di partenza, non in quello ridotto. [vero — È il solo modo di accorgersi se si è sbagliata la riduzione.]

■ ■ □ □ Trova l'errore. Ogni svolgimento qui sotto contiene uno sbaglio: di' quale e correggilo.

521. $\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{x}$, C.E. $x \neq 0$. Moltiplico per x : $2 + 3 = 5$, quindi ogni x va bene. [Il termine intero 3 moltiplicato per x dà $3x$, non 3. L'equazione giusta è $2 + 3x = 5$, cioè $x = 1$.]
522. $\frac{1}{x-2} = 3$. Moltiplico per $x-2$: $1 = 3x - 6$, quindi $x = \frac{7}{3}$. Non scrivo C.E. perché la soluzione c'è. [Le C.E. vanno scritte comunque, e prima: qui $x \neq 2$. Il risultato è giusto per caso, il metodo no.]
523. $\frac{3}{x^2 - y^2} = 1$, C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$. [Il denominatore va scomposto: $(x+y)(x-y)$, quindi $x \neq -y \wedge x \neq y$. Le condizioni scritte sono un'altra cosa.]
524. $\begin{cases} \frac{x-2}{y} = 1 \\ \frac{y-4}{x} = -2 \end{cases}$: riduco e trovo $(2;0)$, quindi $S = \{(2;0)\}$. [Manca il confronto con le C.E.: $y \neq 0$, e la coppia ha $y = 0$. La risposta è $S = \emptyset$.]
525. $\frac{x-3}{(x-3)(y+1)} = 2$: semplifico e ottengo $\frac{1}{y+1} = 2$, C.E. $y \neq -1$. [La semplificazione è lecita, la C.E. no: resta anche $x \neq 3$, che viene dalla scrittura di partenza.]
526. $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} \\ x+y = 4 \end{cases}$: la prima dà $0 = 0$, quindi il sistema è impossibile. [$0 = 0$ è un'identità, non un'assurdità: l'equazione si toglie e resta $x+y = 4$. Il sistema è indeterminato, con $x \neq 0 \wedge x \neq 4$.]
527. $\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 7 \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$: pongo $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$, trovo $u = \frac{9}{5}$ e $v = -\frac{2}{5}$, quindi $S = \{(\frac{9}{5}; -\frac{2}{5})\}$. [Manca il ritorno alle incognite: $x = \frac{5}{9}$ e $y = -\frac{5}{2}$, i reciproci.]
528. $\frac{1}{x} = 0$: moltiplico per x e ottengo $1 = 0$, che è assurdo, quindi $x = 0$. [La conclusione è rovesciata: $1 = 0$ è assurdo, quindi non esiste nessun x . E $x = 0$ era il valore proibito.]
529. $\frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 1$ e $\frac{4}{x-1} - \frac{3}{y+2} = 7$: moltiplico tutto per $(x-1)(y+2)$ e ottengo un sistema lineare in x e y . [Non viene lineare: compare il prodotto xy . Qui serve il cambio di variabile $u = \frac{1}{x-1}$, $v = \frac{1}{y+2}$.]
530. In $\frac{x+y}{z+2} = 3$ scrivo C.E. $x \neq 0$ e $y \neq 0$. [La condizione riguarda il denominatore: $z \neq -2$. Su x e y non c'è niente da dire.]

531. $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ con $x + y = 16$: da $5x = 3y$ e $x + y = 16$ trovo $x = 6, y = 10$. Non c'è nessuna condizione perché sono numeri interi. [La C.E. $y \neq 0$ c'è comunque, e va scritta prima di sapere quanto vale y . Il conto è giusto, il metodo incompleto.]
532. $\frac{2}{x} = \frac{2}{y}$ implica $x = y$, quindi il sistema con $x - y = 3$ è indeterminato. [$x = y$ e $x - y = 3$ insieme danno $0 = 3$: il sistema è impossibile, non indeterminato.]

■■■■ Dimostra o giustifica. Qui non ci sono numeri da trovare: si chiede di far vedere *perché* una regola del capitolo è vera.

533. Dimostra che, se $D \neq 0$, l'equazione $\frac{N}{D} = 0$ ha le stesse soluzioni di $N = 0$. [Se $\frac{N}{D} = 0$, moltiplicando i due membri per D (che si può fare perché $D \neq 0$) si ottiene $N = 0$. Viceversa, se $N = 0$ allora $\frac{N}{D} = \frac{0}{D} = 0$, sempre perché $D \neq 0$. Le due equazioni hanno quindi le stesse soluzioni. È questo il permesso di cancellare i denominatori, e vale solo sotto le C.E.]
534. Dimostra che $\frac{1}{x}$ non vale zero per nessun numero reale x . [Se fosse $\frac{1}{x} = 0$ con $x \neq 0$, moltiplicando per x si otterrebbe $1 = 0$, che è falso. Quindi non esiste nessun x ammissibile che annulli $\frac{1}{x}$. È il motivo per cui, in un cambio di variabile, $u = 0$ significa $S = \emptyset$.]
535. Dimostra che $A \cdot B \neq 0$ se e solo se $A \neq 0$ e $B \neq 0$. [Per la legge di annullamento del prodotto, $A \cdot B = 0$ se e solo se $A = 0$ oppure $B = 0$. Negando tutt'e due i membri: $A \cdot B \neq 0$ se e solo se *non* ($A = 0$ oppure $B = 0$), cioè $A \neq 0$ e $B \neq 0$. È la regola che trasforma un denominatore scomposto in tante condizioni quanti sono i fattori.]
536. Giustifica perché le C.E. di un sistema fratto vanno scritte *prima* di moltiplicare per il m.c.m., e non dopo. [Moltiplicare per il m.c.m. fa sparire i denominatori: il sistema che resta è un altro sistema, che nei punti vietati esiste ed è risolvibile. Da lui non si può più ricavare che cosa era proibito, perché l'informazione sta nei denominatori che abbiamo tolto. Le C.E. sono un dato del testo, e come tutti i dati si leggono dal testo.]
537. Dimostra che il sistema $\begin{cases} \frac{1}{x-k} = \frac{1}{y-k} \\ x + y = 2k \end{cases}$ non ha soluzioni, qualunque sia k . [C.E. $x \neq k \wedge y \neq k$. La prima equazione, sotto le C.E., equivale a $y - k = x - k$, cioè $x = y$. Insieme a $x + y = 2k$ dà $2x = 2k$, cioè $x = y = k$: proprio i valori che le C.E. vietano. La soluzione del ridotto non è accettabile, quindi $S = \emptyset$ per ogni k .]
538. Dimostra che se una soluzione del sistema fratto esiste, allora è anche soluzione del sistema ridotto — ma non viceversa. [Una coppia che risolve il fratto rispetta le C.E., quindi si può moltiplicare per il m.c.m. e resta una soluzione del ridotto: la prima implicazione vale sempre. Il viceversa no: il ridotto ammette anche coppie che annullano un denominatore, dove il sistema fratto non è nemmeno scritto. È esattamente il caso della soluzione non accettabile.]
539. Dimostra che un sistema a coefficienti frazionari (soli numeri sotto le barre) non ha mai C.E. [Una C.E. nasce da un denominatore che può annullarsi, cioè che dipende dalle incognite. Se sotto le barre ci sono solo numeri, e nessuno di essi è zero — altrimenti il testo sarebbe già privo di senso — nessun denominatore dipende da x e y , e non c'è nessun valore da escludere.]

540. Giustifica perché, in un sistema fratto indeterminato, scrivere la famiglia di soluzioni senza le esclusioni è una risposta *sbagliata* e non soltanto incompleta. [Perché dichiara soluzioni delle coppie che non lo sono. In $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy}$ con $x+y=4$, la coppia $(0;4)$ appartiene alla retta $y=4-x$ ma nel sistema fratto non esiste: la prima equazione, per $x=0$, non si scrive. Una risposta che la include afferma qualcosa di falso.]

■ ■ ■ □ **A ritroso. Qui il risultato è dato e manca un dato: trovalo.**

541. Trova a perché il sistema $\begin{cases} \frac{x+a}{y} = 2 \\ x+y = 9 \end{cases}$ abbia soluzione $(6;3)$. [$a=0$]

542. Trova a perché $\begin{cases} \frac{x-1}{y+a} = 1 \\ x-y = 3 \end{cases}$ abbia soluzione $(5;2)$. [$a=2$]

543. Trova b perché $\begin{cases} \frac{b}{x} = \frac{2}{y} \\ x+y = 10 \end{cases}$ abbia soluzione $(6;4)$. [$b=3$]

544. Trova a perché la coppia $(2;0)$ non sia accettabile in $\begin{cases} \frac{x+1}{y-a} = 3 \\ x+y = 2 \end{cases}$. [$a=0$]

545. Trova k perché $\begin{cases} \frac{x}{k} + y = 3 \\ x-y = k \end{cases}$ sia impossibile. [$k=-1$]

546. Trova a perché $\begin{cases} \frac{2}{x-a} = 1 \\ x+y = 7 \end{cases}$ abbia soluzione $(5;2)$. [$a=3$]

547. Trova c perché $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = c \\ x+2y = 8 \end{cases}$ abbia soluzione $(4;2)$. [$c=3$]

548. Trova a perché $\begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0 \end{cases}$ abbia soluzione $(4;4)$. [$a=3$]

549. Trova d perché in $\begin{cases} \frac{x-3}{y+d} = 1 \\ x+y = 5 \end{cases}$ la soluzione non sia accettabile. [$d=-4$]

550. Trova a perché $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{a}{5} \\ x+y = 24 \end{cases}$ abbia soluzione $(9;15)$. [$a=3$]

551. Trova k perché $\begin{cases} \frac{kx-y}{x+2} = 1 \\ x+y = 4 \end{cases}$ sia impossibile. [$k=0$]

552. Trova a e b perché $\begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 2 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$ abbia soluzione $(2;3)$. [una coppia possibile è $a=1, b=3$]