

SOLUZIONI: SISTEMI FRATTI

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. L'ordine dei passi è sempre lo stesso: **C.E.**, m.c.m., riduzione, risoluzione e **confronto**. L'ultimo passo non è un commento: è quello che decide la risposta, ed è il motivo per cui un sistema fratto non è un sistema lineare con qualche barra in più.

1. Fratto, o solo a coefficienti frazionari?

Esercizio 1.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ C'è almeno un addendo con un'incognita **sotto** la barra: il sistema è **fratto**, e vanno scritte le C.E.
(basta un addendo solo)

Esercizio 2.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Sotto le barre ci sono solo numeri: le incognite stanno tutte sopra. Il sistema **non** è fratto, ha solo coefficienti frazionari. (si moltiplica per il m.c.m. numerico e non c'è nessuna condizione)

2. Le condizioni di esistenza

Esercizio 37.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Denominatori scomposti: x . (da un denominatore non scomposto non si legge niente)

→ $x \neq 0$

→ C.E. $x \neq 0$

Esercizio 38.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x-1} = y \\ x + y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Denominatori scomposti: $(x - 1)$. (da un denominatore non scomposto non si legge niente)

→ $x \neq 1$

→ C.E. $x \neq 1$

Esercizio 77.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x^2 - y^2} = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Denominatori scomposti: $(x - y)$, $(x + y)$. (da un denominatore non scomposto non si legge niente)

→ $x \neq y$

→ $x \neq -y$

→ C.E. $x \neq y \wedge x \neq -y$

Esercizio 78.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x^2 - x} + \frac{1}{y} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ Denominatori scomposti: x , $(x - 1)$, y . (da un denominatore non scomposto non si legge niente)

→ $x \neq 0$

→ $x \neq 1$

→ $y \neq 0$

→ C.E. $x \neq 0 \wedge x \neq 1 \wedge y \neq 0$

3. Sistemi con una sola equazione fratta

Esercizio 101.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} = \frac{2}{y} \\ x + y = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -3 , così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 0 \\ -3x - 3y = -15 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-5x = -15$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 3$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 2$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 3$, $y = 2$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{3; 2\}$$

Esercizio 102.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} = \frac{10}{y} \\ x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -10x + 4y = 0 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per -1 e la seconda per -10 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 10x - 4y = 0 \\ -10x - 10y = -70 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-14y = -70$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 5$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 2$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(2; 5)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 2, y = 5$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{2; 5\}$$

Esercizio 113.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2x + y - 2}{x + 3} = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x + 3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-y = -2$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 2$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 3$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $5 = 5, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 3, y = 2$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{3; 2\}$$

Esercizio 114.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-y+14}{x+2} = 3 \\ 3x+y=11 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -2x - y = -8 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-x = -3$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 3$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 2$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-8 = -8$, $11 = 11$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 3$, $y = 2$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{3; 2\}$$

Esercizio 137.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-y+11}{x+2} = 3 \\ 3x+y=8 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -2x - y = -5 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-x = -3$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $x = 3$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = -1$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $(3; -1)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-5 = -5, 8 = 8$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 3, y = -1$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ $S = \{3; -1\}$

Esercizio 138.

→
$$\begin{cases} \frac{x+y+5}{x+4} = 1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$$
 (il sistema di partenza)

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+4)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -4$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

→
$$\begin{cases} y = -1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-2x = -6$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $x = 3$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = -1$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $(3; -1)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-1 = -1, 5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 3, y = -1$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ $S = \{3; -1\}$

Esercizio 161.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y+2} = 1 \\ x+y = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(y+2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq -2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x-y = 1 \\ x+y = 5 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-2y = -4$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 2$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 3$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $1 = 1$, $5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 3$, $y = 2$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{3; 2\}$$

Esercizio 162.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y+2} = 1 \\ 2x-y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(y+2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq -2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x-y = 1 \\ 2x-y = 4 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $x = 3$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $x = 3$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 2$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $1 = 1, 4 = 4$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 3, y = 2$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ $S = \{3; 2\}$

4. Sistemi fratti in tutte e due le equazioni

Esercizio 198.

→
$$\begin{cases} \frac{x-y+7}{x+2} = 1 \\ \frac{x+y+11}{y+4} = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+2), (y+4)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -2 \wedge y \neq -4$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

→
$$\begin{cases} -y = -5 \\ x - y = -3 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $x = 2$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $x = 2$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 5$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(2; 5)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-5 = -5, -3 = -3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 2, y = 5$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ $S = \{2; 5\}$

Esercizio 199.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2x+y}{x-1} = 3 \\ \frac{x+2y-4}{y+1} = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x-1)$, $(y+1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 1 \wedge y \neq -1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -x + y = -3 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-2y = -2$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 1$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 4$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(4; 1)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-3 = -3$, $5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 4$, $y = 1$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{\mathbf{4; 1}\}$$

Esercizio 228.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-y+3}{x+2} = 1 \\ \frac{x+y+8}{y+4} = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+2)$, $(y+4)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -2 \wedge y \neq -4$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -y = -1 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $x = 1$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 1$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 1$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(1; 1)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-1 = -1, 0 = 0$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 1, y = 1$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{1; 1\}$$

Esercizio 229.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2x + y + 4}{x - 1} = 3 \\ \frac{x + 2y - 2}{y + 1} = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x - 1), (y + 1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 1 \wedge y \neq -1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -x + y = -7 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-2y = 4$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = -2$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 5$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(5; -2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-7 = -7, 3 = 3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 5, y = -2$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{5; -2\}$$

Esercizio 233.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-y}{x+4} = 2 \\ \frac{x+4}{x+5} = -1 \\ y+3 = -1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+4)$, $(y+3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -4 \wedge y \neq -3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -x - y = 8 \\ x + y = -8 \end{cases}$$

→ Il sistema intero è indeterminato: una equazione è conseguenza dell'altra e le soluzioni sono infinite.

→ Ma non tutte: le C.E. escludono $t \neq -4 \wedge t \neq -3$. (in un sistema fratto indeterminato le esclusioni fanno parte della risposta)

→ $(-t-8; t)$ con $t \in \mathbb{R}, t \neq -4 \wedge t \neq -3$

Esercizio 234.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+2y}{y-x} = -1 \\ 3x+y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(-x+y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 3y = 0 \\ 3x+y = 2 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -3 , così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 3y = 0 \\ -9x - 3y = -6 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-9x = -6$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = \frac{2}{3}$$

- Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 0$. (conviene la più semplice delle due)
- La soluzione è la coppia $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0, 2 = 2$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Confronto con le C.E.: $x = \frac{2}{3}, y = 0$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)
- $S = \left\{\frac{2}{3}; 0\right\}$

5. Denominatori da scomporre e m.c.m.

Esercizio 256.

- $\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y} = \frac{11}{x^2-y^2} \\ x+y=5 \end{cases}$ (il sistema di partenza)
- I denominatori, scomposti, sono $(x+y)$, $(x-y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)
- C.E. $x \neq -y \wedge x \neq y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)
- Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)
- $\begin{cases} 3x+y=11 \\ x+y=5 \end{cases}$
- Moltiplico la seconda per -3 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)
- $\begin{cases} 3x+y=11 \\ -3x-3y=-15 \end{cases}$
- Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-2y = -4$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)
- $y = 2$
- Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 3$. (conviene la più semplice delle due)
- La soluzione è la coppia $(3; 2)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $11 = 11, 5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Confronto con le C.E.: $x = 3, y = 2$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{3; 2\}$$

Esercizio 257.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{x-1} = \frac{8}{x^2-x} \\ x+y=7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , $(x-1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge x \neq 1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ x+y=7 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -5 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ -5x - 5y = -35 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-5y = -25$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 5$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 2$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(2; 5)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $10 = 10, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 2, y = 5$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{2; 5\}$$

Esercizio 280.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{y-3} + \frac{2}{y+3} = \frac{23}{y^2-9} \\ x+y=5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(y-3)$, $(y+3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 3 \wedge y \neq -3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 5y = 20 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -5 , così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 5y = 20 \\ -5x - 5y = -25 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-5x = -5$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 1$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 4$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(1; 4)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $20 = 20, 5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 1, y = 4$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{1; 4\}$$

Esercizio 281.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{9}{x^2-3x} \\ x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $x, (x-3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge x \neq 3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 2x = 12 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -2 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2x = 12 \\ -2x - 2y = -14 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-2y = -2$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 1$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 6$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(6; 1)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $12 = 12$, $7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 6$, $y = 1$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{6; 1\}$$

Esercizio 294.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{x-8} = \frac{y}{2x^2-16x} \\ \frac{y-1}{x-2} + \frac{9}{10} = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , $(x-8)$, $2x$, $(x-2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge x \neq 8 \wedge x \neq 2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y = 32 \\ 9x + 10y = 28 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per 9 e la seconda per -2 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 18x - 9y = 288 \\ -18x - 20y = -56 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-29y = 232$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = -8$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 12$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(12; -8)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $32 = 32, 28 = 28$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 12, y = -8$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ $S = \{12; -8\}$

Esercizio 295.

$$\rightarrow \begin{cases} 4x - 2y - 14 = 0 \\ \frac{2}{x} = \frac{3+y}{x^2 - 2x} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $x, (x - 2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge x \neq 2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

→ Il sistema intero è indeterminato: una equazione è conseguenza dell'altra e le soluzioni sono infinite.

→ Ma non tutte: le C.E. escludono $t \neq -7 \wedge t \neq -3$. (in un sistema fratto indeterminato le esclusioni fanno parte della risposta)

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2}t + \frac{7}{2}; t \right) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -7 \wedge t \neq -3$$

6. Quando la soluzione non è accettabile

Esercizio 306.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+y-5}{x-3} = 1 \\ x+y = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x - 3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-x = -3$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 3$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 2$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(3; 2)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $2 = 2$, $5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: la coppia annulla il fattore $x - 3$, che le condizioni vietano. (il conto è giusto: è la soluzione a non essere ammessa)

→ La soluzione **non è accettabile**: $S = \emptyset$. («non accettabile» non è «impossibile»: il sistema ridotto una soluzione ce l'aveva)

Esercizio 307.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x + 2y - 5}{x + 1} = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x + 1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = 8 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per -1 e la seconda per -2 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = -8 \\ -2x - 2y = -4 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-4y = -12$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 3$$

- Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = -1$. (conviene la più semplice delle due)
- La soluzione è la coppia $(-1; 3)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $8 = 8, 2 = 2$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Confronto con le C.E.: la coppia annulla il fattore $x + 1$, che le condizioni vietano. (il conto è giusto: è la soluzione a non essere ammessa)
- La soluzione **non è accettabile**: $S = \emptyset$. («non accettabile» non è «impossibile»: il sistema ridotto una soluzione ce l'aveva)

Esercizio 322.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-2}{y} = 1 \\ \frac{y-4}{x} = -2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono y, x . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0 \wedge x \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $-3x = -6$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow x = 2$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 0$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $(2; 0)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $2 = 2, 4 = 4$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: la coppia annulla il fattore y , che le condizioni vietano. (il conto è giusto: è la soluzione a non essere ammessa)

→ La soluzione **non è accettabile**: $S = \emptyset$. («non accettabile» non è «impossibile»: il sistema ridotto una soluzione ce l'aveva)

Esercizio 323.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2y}{x-1} = 3 \\ 4x - y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x - 1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -3x + 2y = -3 \\ 4x - y = 4 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 2, così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} -3x + 2y = -3 \\ 8x - 2y = 8 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $5x = 5$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $x = 1$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 0$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(1; 0)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-3 = -3$, $4 = 4$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: la coppia annulla il fattore $x - 1$, che le condizioni vietano. (il conto è giusto: è la soluzione a non essere ammessa)

→ La soluzione **non è accettabile**: $S = \emptyset$. («non accettabile» non è «impossibile»: il sistema ridotto una soluzione ce l'aveva)

7. La natura di un sistema fratto

Esercizio 328.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} \\ x + y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y , xy . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

$$\rightarrow (-t + 4; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq 4 \wedge t \neq 0$$

Esercizio 329.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-y}{x+4} = 2 \\ \frac{x+4}{x+5} = -1 \\ y+3 = -1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+4)$, $(y+3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -4 \wedge y \neq -3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -x - y = 8 \\ x + y = -8 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

$$\rightarrow (-t - 8; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -4 \wedge t \neq -3$$

Esercizio 352.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} \\ x + y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y , xy . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

$$\rightarrow (-t + 4; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq 4 \wedge t \neq 0$$

Esercizio 353.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-y}{x+4} = 2 \\ \frac{x+4}{x+5} = -1 \\ \frac{y+3}{y+3} = -1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x + 4)$, $(y + 3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -4 \wedge y \neq -3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -x - y = 8 \\ x + y = -8 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

$$\rightarrow (-t - 8; t) \text{ con } t \in \mathbb{R}, t \neq -4 \wedge t \neq -3$$

Esercizio 354.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = \frac{2y-3x}{xy} \\ \frac{x+y}{x} = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y , xy . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

→ $(t; t)$ con $t \in \mathbb{R}, t \neq 0$

Esercizio 355.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} = \frac{x+y}{(x-1)(y+1)} \\ x-y=2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x-1)$, $(y+1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 1 \wedge y \neq -1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini*, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 0=0 \\ x-y=2 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

→ $(t+2; t)$ con $t \in \mathbb{R}, t \neq -1$

Esercizio 356.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = 1 \\ x-y=0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(y+1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq -1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini*, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ x-y=0 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

→ $(t; t)$ con $t \in \mathbb{R}, t \neq -1$

Esercizio 357.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{x+y} \\ x-y=2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ x-y=2 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

→ $(t+2; t)$ con $t \in \mathbb{R}, t \neq -1$

Esercizio 358.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x-y} = 1 \\ x-y=3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x-y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} -x+y=-3 \\ x-y=3 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

→ $(t+3; t)$ con $t \in \mathbb{R}$

Esercizio 359.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2x-y}{x+2} = 1 \\ 2x-y = x+2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x-y = 2 \\ x-y = 2 \end{cases}$$

→ Una equazione è conseguenza dell'altra: **indeterminato**, meno le coppie che le C.E. escludono. (le esclusioni fanno parte della risposta)

→ $(t+2; t)$ con $t \in \mathbb{R}, t \neq -4$

8. Sistemi fratti a tre incognite

Esercizio 360.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{z+2} = 3 \\ x+2y+z = 3 \\ x-y+z = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(z+2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $z \neq -2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x+y-3z = 6 \\ x+2y+z = 3 \\ x-y+z = 0 \end{cases}$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x+y-3z = 6 \\ y+4z = -3 \\ -2y+4z = -6 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - 3z = 6 \\ y + 4z = -3 \\ 12z = -12 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = -1$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 1$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 2$.

→ La soluzione è la terna **(2; 1; -1)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $6 = 6, 3 = 3, 0 = 0$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 2, y = 1, z = -1$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \{2; 1; -1\}$$

Esercizio 361.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x + y + z + 2}{z + 1} = 2 \\ 2x + y - z = 1 \\ x + y + z = 6 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(z + 1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $z \neq -1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y - z = 1 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - z = 0 \\ -y + z = 1 \\ 2z = 6 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - z = 0 \\ -y + z = 1 \\ 2z = 6 \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 3$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 2$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 1$.

→ La soluzione è la terna **(1; 2; 3)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $0 = 0$, $1 = 1$, $6 = 6$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ $S = \{1; 2; 3\}$

Esercizio 369.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{z+2} = 3 \\ \frac{y-z}{x-1} = 2 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(z + 2)$, $(x - 1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $z \neq -2 \wedge x \neq 1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - 3z = 6 \\ -2x + y - z = -2 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - 3z = 6 \\ 3y - 7z = 10 \\ y + 4z = -3 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - 3z = 6 \\ 3y - 7z = 10 \\ \frac{19}{3}z = -\frac{19}{3} \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = -1$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 1$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = 2$.

→ La soluzione è la terna **(2; 1; -1)**. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $6 = 6$, $-2 = -2$, $3 = 3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 2$, $y = 1$, $z = -1$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ $S = \{2; 1; -1\}$

Esercizio 370.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2x + y}{z + 1} = 2 \\ \frac{y - z}{2x} = 2 \\ 4x + y - 2z = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(z + 1)$, $2x$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $z \neq -1 \wedge x \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + y - 2z = 2 \\ -4x + y - z = 0 \\ 4x + y - 2z = 3 \end{cases}$$

→ Uso la riduzione in ordine: prima faccio sparire x dalla seconda e dalla terza, poi y dalla terza. (e' la riduzione applicata due volte, sempre nello stesso verso: si chiama riduzione a scala)

→ Dopo aver eliminato x :

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + y - 2z = 2 \\ 3y - 5z = 4 \\ -y + 2z = -1 \end{cases}$$

→ Dopo aver eliminato y :

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + y - 2z = 2 \\ 3y - 5z = 4 \\ \frac{1}{3}z = \frac{1}{3} \end{cases}$$

→ Dall'ultima riga in su: $z = 1$. (si risale, una incognita per volta)

→ Dall'ultima riga in su: $y = 3$.

→ Dall'ultima riga in su: $x = \frac{1}{2}$.

→ La soluzione è la terna $\left(\frac{1}{2}; 3; 1\right)$. (la risposta di un sistema è una terna ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e tre le equazioni: $2 = 2, 0 = 0, 3 = 3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = \frac{1}{2}, y = 3, z = 1$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

$$\rightarrow S = \left\{ \frac{1}{2}; 3; 1 \right\}$$

9. Il cambio di variabile: $u = 1/x, v = 1/y$

Esercizio 379.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{7}{6} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x, y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}, v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} u + v = \frac{5}{6} \\ 3u - v = \frac{7}{6} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $4u = 2$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{2}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{1}{3}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{5}{6} = \frac{5}{6}, \frac{7}{6} = \frac{7}{6}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{2}, v = \frac{1}{3}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{2; 3\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 380.

→ $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{6}{5} \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ I denominatori, scomposti, sono x, y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}, v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

→ $\begin{cases} u + 2v = \frac{6}{5} \\ 3u - v = \frac{1}{10} \end{cases}$

→ Moltiplico la seconda per 2, così i coefficienti di v diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→ $\begin{cases} u + 2v = \frac{6}{5} \\ 6u - 2v = \frac{1}{5} \end{cases}$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $7u = \frac{7}{5}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $u = \frac{1}{5}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{6}{5} = \frac{6}{5}, \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{5}, v = \frac{1}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{5} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{5; 2\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 397.

→ $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{6} \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ I denominatori, scomposti, sono x, y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}, v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

→ $\begin{cases} u + v = \frac{1}{3} \\ u - v = -\frac{1}{6} \end{cases}$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $2v = \frac{1}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $v = \frac{1}{4}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{12}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{12}; \frac{1}{4}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}, -\frac{1}{6} = -\frac{1}{6}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{12}, v = \frac{1}{4}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{12; 4\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 398.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{9} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{11}{9} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + v = \frac{7}{9} \\ 3u + 2v = \frac{11}{9} \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per 3 e la seconda per -2 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 6u + 3v = \frac{7}{3} \\ -6u - 4v = -\frac{22}{9} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $-v = -\frac{1}{9}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow v = \frac{1}{9}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{3}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{9}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{7}{9} = \frac{7}{9}, \frac{11}{9} = \frac{11}{9}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{3}, v = \frac{1}{9}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

→ $S = \{3; 9\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 405.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 7 \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x, y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}, v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 3u - 4v = 7 \\ u + 2v = 1 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -3 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 3u - 4v = 7 \\ -3u - 6v = -3 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $-10v = 4$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow v = -\frac{2}{5}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{9}{5}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{9}{5}; -\frac{2}{5}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $7 = 7, 1 = 1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{9}{5}, v = -\frac{2}{5}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{9}{5} \\ \frac{1}{y} = -\frac{2}{5} \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

$$\rightarrow S = \left\{ \frac{5}{9}; -\frac{5}{2} \right\} \quad (\text{la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA})$$

Esercizio 406.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 8 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} u + 2v = 8 \\ 3u - v = 3 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 2, così i coefficienti di v diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} u + 2v = 8 \\ 6u - 2v = 6 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $7u = 14$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $u = 2$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = 3$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(2; 3)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $8 = 8$, $3 = 3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = 2$, $v = 3$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x} = 2 \\ \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{1}{3} \right\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 413.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{3}{x-y} = \frac{5}{2} \\ \frac{8}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x + y)$, $(x - y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -y \wedge x \neq y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x+y}$, $v = \frac{1}{x-y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 4u + 3v = \frac{5}{2} \\ 8u - 3v = \frac{1}{2} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $12u = 3$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{4}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{5}{2} = \frac{5}{2}, \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{4}, v = \frac{1}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

→ $S = \{3; 1\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 414.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+3} = \frac{6}{5} \\ \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+3} = \frac{7}{10} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x-2)$, $(y+3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 2 \wedge y \neq -3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x-2}$, $v = \frac{1}{y+3}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + v = \frac{6}{5} \\ u + v = \frac{7}{10} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -2 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + v = \frac{6}{5} \\ -2u - 2v = -\frac{7}{5} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $-v = -\frac{1}{5}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow v = \frac{1}{5}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{5}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{6}{5} = \frac{6}{5}, \frac{7}{10} = \frac{7}{10}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{2}, v = \frac{1}{5}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x-2} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y+3} = \frac{1}{5} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{4; 2\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 430.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{3}{x-y} = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+y)$, $(x-y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -y \wedge x \neq y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x+y}$, $v = \frac{1}{x-y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 4u + 3v = \frac{5}{2} \\ 8u - 3v = \frac{1}{2} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $12u = 3$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{4}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{5}{2} = \frac{5}{2}, \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{4}, v = \frac{1}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{3; 1\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 431.

→ $\begin{cases} \frac{3}{x+2} + \frac{2}{y-3} = 2 \\ \frac{6}{x+2} - \frac{4}{y-3} = 0 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+2)$, $(y-3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -2 \wedge y \neq 3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x+2}, v = \frac{1}{y-3}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

→ $\begin{cases} 3u + 2v = 2 \\ 6u - 4v = 0 \end{cases}$

→ Moltiplico la prima per 2 e la seconda per -1 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→ $\begin{cases} 6u + 4v = 4 \\ -6u + 4v = 0 \end{cases}$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $8v = 4$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $v = \frac{1}{2}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{3}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $2 = 2, 0 = 0$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{3}, v = \frac{1}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{y-3} = \frac{1}{2} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{1; 5\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 432.

→ $\begin{cases} \frac{4}{3x-1} + \frac{3}{2y+1} = 3 \\ \frac{2}{3x-1} - \frac{6}{2y+1} = -1 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ I denominatori, scomposti, sono $(3x - 1), (2y + 1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq \frac{1}{3} \wedge y \neq -\frac{1}{2}$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{3x-1}, v = \frac{1}{2y+1}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

→ $\begin{cases} 4u + 3v = 3 \\ 2u - 6v = -1 \end{cases}$

→ Moltiplico la seconda per -2 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→ $\begin{cases} 4u + 3v = 3 \\ -4u + 12v = 2 \end{cases}$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $15v = 5$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $v = \frac{1}{3}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $3 = 3, -1 = -1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{2}, v = \frac{1}{3}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{3x-1} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2y+1} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

$\rightarrow S = \{1; 1\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 433.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 1 \\ \frac{4}{x-1} - \frac{3}{y+2} = 7 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ I denominatori, scomposti, sono $(x-1)$, $(y+2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

$\rightarrow$ C.E. $x \neq 1 \wedge y \neq -2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

$\rightarrow$ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

$\rightarrow$ Posto $u = \frac{1}{x-1}$, $v = \frac{1}{y+2}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + v = 1 \\ 4u - 3v = 7 \end{cases}$$

$\rightarrow$ Moltiplico la prima per 2 e la seconda per -1 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 4u + 2v = 2 \\ -4u + 3v = -7 \end{cases}$$

$\rightarrow$ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $5v = -5$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$\rightarrow v = -1$

$\rightarrow$ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = 1$. (conviene la più semplice delle due)

$\rightarrow$ La soluzione è la coppia $(1; -1)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

$\rightarrow$ Verifica in tutte e due le equazioni: $1 = 1, 7 = 7$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

$\rightarrow$ Trovate le ausiliarie: $u = 1, v = -1$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{x-1} = 1 \\ \frac{1}{y+2} = -1 \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

$\rightarrow S = \{2; -3\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 434.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{2}{y-1} = 4 \\ \frac{1}{x+1} - \frac{4}{y-1} = -1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+1)$, $(y-1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -1 \wedge y \neq 1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x+1}$, $v = \frac{1}{y-1}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 3u + 2v = 4 \\ u - 4v = -1 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -3 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 3u + 2v = 4 \\ -3u + 12v = 3 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $14v = 7$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow v = \frac{1}{2}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = 1$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(1; \frac{1}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $4 = 4$, $-1 = -1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = 1$, $v = \frac{1}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{x+1} = 1 \\ \frac{1}{y-1} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

→ $S = \{0; 3\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 435.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{3}{y+1} = \frac{5}{2} \\ \frac{2}{y+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x - 1)$, $(y + 1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 1 \wedge y \neq -1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x-1}$, $v = \frac{1}{y+1}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + 3v = \frac{5}{2} \\ -u + 2v = \frac{1}{2} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 2, così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + 3v = \frac{5}{2} \\ -2u + 4v = 1 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $7v = \frac{7}{2}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow v = \frac{1}{2}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{5}{2} = \frac{5}{2}, \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{2}, v = \frac{1}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y+1} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

→ $S = \{3; 1\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 436.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{7}{2x+3y} + \frac{1}{x-2y} = -\frac{12}{19} \\ \frac{1}{2x+3y} - \frac{1}{x-2y} = \frac{39}{19} \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(2x + 3y)$, $(x - 2y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -\frac{3}{2}y \wedge x \neq 2y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{2x+3y}$, $v = \frac{1}{x-2y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 7u + v = -\frac{12}{19} \\ u - 2v = \frac{39}{19} \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -7 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 7u + v = -\frac{12}{19} \\ -7u + 14v = -\frac{273}{19} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $15v = -15$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $v = -1$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{19}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{19}; -1\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $-\frac{12}{19} = -\frac{12}{19}$, $\frac{39}{19} = \frac{39}{19}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{19}$, $v = -1$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{2x+3y} = \frac{1}{19} \\ \frac{1}{x-2y} = -1 \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{5; 3\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 437.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y} + \frac{2(y+2)}{x} = 6 \\ \frac{2(x+1)}{y} - \frac{2(y+2)}{x} = 3 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono y , x . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0 \wedge x \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{x+1}{y}$, $v = \frac{y+2}{x}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} u + 2v = 6 \\ 2u - 2v = 3 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $3u = 9$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $u = 3$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{3}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(3; \frac{3}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $6 = 6, 3 = 3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = 3, v = \frac{3}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{x+1}{y} = 3 \\ \frac{y+2}{x} = \frac{3}{2} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{2; 1\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 438.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2(x-2)}{y+1} + \frac{7(y-1)}{x+2} = 3 \\ \frac{x-2}{y+1} - \frac{14(y-1)}{x+2} = -1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(y+1)$, $(x+2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq -1 \wedge x \neq -2$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{x-2}{y+1}$, $v = \frac{y-1}{x+2}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + 7v = 3 \\ u - 14v = -1 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -2 , così i coefficienti di u diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + 7v = 3 \\ -2u + 28v = 2 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $35v = 5$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow v = \frac{1}{7}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = 1$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(1; \frac{1}{7}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $3 = 3$, $-1 = -1$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = 1$, $v = \frac{1}{7}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{x-2}{y+1} = 1 \\ \frac{y-1}{x+2} = \frac{1}{7} \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

→ $S = \{5; 2\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 439.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{y-3} = \frac{3}{4} \\ \frac{2}{x+2} - \frac{1}{y-3} = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+2)$, $(y-3)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -2 \wedge y \neq 3$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x+2}$, $v = \frac{1}{y-3}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} u + v = \frac{3}{4} \\ 2u - v = 0 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $3u = \frac{3}{4}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{4}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}, 0 = 0$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{4}, v = \frac{1}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{y-3} = \frac{1}{2} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{2; 5\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

Esercizio 440.

→ $\begin{cases} \frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 1 \\ \frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 5 \end{cases}$ (il sistema di partenza)

→ I denominatori, scomposti, sono $(x+y)$, $(x-y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq -y \wedge x \neq y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x+y}, v = \frac{1}{x-y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

→ $\begin{cases} 5u - 2v = 1 \\ 10u + 2v = 5 \end{cases}$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $-15u = -6$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $u = \frac{2}{5}$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{1}{2}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $1 = 1, 5 = 5$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{2}{5}, v = \frac{1}{2}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{2}{5} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

$$\rightarrow S = \left\{ \frac{9}{4}; \frac{1}{4} \right\} \quad (\text{la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA})$$

Esercizio 441.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2x+y} + \frac{1}{x-y} = 2 \\ \frac{1}{2x+y} - \frac{1}{x-y} = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza})$$

$\rightarrow$ I denominatori, scomposti, sono $(2x+y)$, $(x-y)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

$\rightarrow$ C.E. $x \neq -\frac{1}{2}y \wedge x \neq y$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

$\rightarrow$ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

$\rightarrow$ Posto $u = \frac{1}{2x+y}$, $v = \frac{1}{x-y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} u + v = 2 \\ 3u - v = 2 \end{cases}$$

$\rightarrow$ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $4u = 4$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = 1$$

$\rightarrow$ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = 1$. (conviene la più semplice delle due)

$\rightarrow$ La soluzione è la coppia **(1; 1)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

$\rightarrow$ Verifica in tutte e due le equazioni: $2 = 2, 2 = 2$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

$\rightarrow$ Trovate le ausiliarie: $u = 1, v = 1$. (e qui l'esercizio NON è finito)

$$\rightarrow \text{Ritorno alle incognite: } \begin{cases} \frac{1}{2x+y} = 1 \\ \frac{1}{x-y} = 1 \end{cases} \quad (u \text{ e } v \text{ non sono la risposta})$$

$$\rightarrow S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{1}{3} \right\} \quad (\text{la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA})$$

10. Sistemi fratti letterali con discussione**Esercizio 442.**

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{k} + y = 3 \\ x - y = k \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $k \neq 0$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ $k = 0$: il sistema non ha senso. $k = -1$: impossibile. Altrimenti $x = \frac{k(k+3)}{k+1}$, $y = \frac{2k}{k+1}$. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 443.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + y = k \\ x + y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $x \neq 0$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $x \neq 0$. Ridotto: $1 + xy = kx$ non è lineare; si sostituisce $y = 1 - x$ e si discute l'equazione che resta. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 444.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+k}{y} = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $y \neq 0$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $y \neq 0$. Il ridotto è $x + k = y$ con $x - y = 2$: sommando, $k = -2$ rende il sistema impossibile; per $k \neq -2$ è impossibile lo stesso, perché le due rette sono parallele. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 445.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{k-1} + y = 2 \\ x + y = k \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $k \neq 1$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ $k = 1$: il sistema non ha senso. $\Delta = 0$ per $k = 2$, e lì il sistema è impossibile. Altrimenti determinato. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 446.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{y+k} = 1 \\ x+y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

$\rightarrow$ C.E. $k \neq -y$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

$\rightarrow$ C.E. $y \neq -k$. Ridotto: $x-1 = y+k$, cioè $x-y = k+1$; col sistema si trova $x = \frac{k+5}{2}$, $y = \frac{3-k}{2}$. La soluzione non è accettabile quando $y = -k$, cioè $k = -3$. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 447.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{k}{y} \\ x+y = 6 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

$\rightarrow$ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

$\rightarrow$ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$. Ridotto: $2y = kx$. Per $k = 0$ viene $y = 0$, che le C.E. vietano: $S = \emptyset$. Per $k = -2$ il sistema è impossibile. Altrimenti determinato. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 448.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{kx+y}{x+1} = 2 \\ x-y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

$\rightarrow$ C.E. $x \neq -1$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

$\rightarrow$ C.E. $x \neq -1$. Ridotto: $kx+y = 2x+2$, cioè $(k-2)x+y = 2$. Con $x-y = 1$: $\Delta = k-1$, quindi per $k = 1$ il sistema è impossibile. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 449.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{k} = 1 \\ x-y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

$\rightarrow$ C.E. $k \neq 0$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

$\rightarrow$ C.E. nessuna sulle incognite: k è un numero, non un'incognita. Serve $k \neq 0$ perché il testo abbia senso. $\Delta = 0$ per $k = -2$, e lì il sistema è impossibile. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 450.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{x-k} = 1 \\ x+2y = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $k \neq x$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $x \neq k$. Ridotto: $x+y = x-k$, cioè $y = -k$. Allora $x = 5+2k$, e la soluzione non è accettabile quando $5+2k = k$, cioè $k = -5$. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 451.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-k} = \frac{1}{y-k} \\ x+y = 2k \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $k \neq x \wedge k \neq y$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $x \neq k \wedge y \neq k$. Ridotto: $x = y$; col sistema $x = y = k$, che le C.E. vietano. $S = \emptyset$ per ogni k : è un sistema che non ha soluzioni qualunque cosa valga il parametro. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 452.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-k}{y} = 2 \\ x+y = 3k \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $y \neq 0$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $y \neq 0$. Ridotto: $x-k = 2y$. Col sistema: $x = \frac{7k}{3}, y = \frac{2k}{3}$. Per $k = 0$ viene $y = 0$, vietato: $S = \emptyset$. Altrimenti determinato. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 453.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{k}{x} = \frac{1}{y} \\ x-y = k-1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$. Ridotto: $ky = x$. Col sistema: $y(k-1) = k-1$, quindi per $k \neq 1$ si ha $y = 1$ e $x = k$; per $k = 1$ il sistema è indeterminato. Per $k = 0$ verrebbe $x = 0$, vietato. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 454.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2x+k}{y-1} = 2 \\ x-y = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $y \neq 1$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $y \neq 1$. Ridotto: $2x+k=2y-2$; con $x=y$ resta $k=-2$: per $k \neq -2$ il sistema e' impossibile, per $k=-2$ e' indeterminato con $x=y \neq 1$. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 455.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y+k} = \frac{1}{2} \\ 2x-y = 1 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $k \neq -y$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $y \neq -k$. Ridotto: $2x = y+k$; col sistema $k=1$ rende le due equazioni la stessa (indeterminato), altrimenti impossibile. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 456.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = k \\ x+y = 2 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $y \neq -1$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $y \neq -1$. Ridotto: $x+1 = k(y+1)$. Con $x=2-y$: $3-y = ky+k$, cioe' $y(1+k) = 3-k$. Per $k=-1$: $0=4$, impossibile. Altrimenti $y = \frac{3-k}{1+k}$, e la soluzione e' accettabile finche' $y \neq -1$, il che e' sempre vero. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 457.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+k} + \frac{1}{y+k} = 0 \\ x-y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $k \neq -x \wedge k \neq -y$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $x \neq -k \wedge y \neq -k$. Ridotto: $(y+k) + (x+k) = 0$, cioè $x+y = -2k$. Col sistema: $x = 2-k$, $y = -2-k$. Non accettabile se $x = -k$ (mai) o $y = -k$ (mai): determinato per ogni k . (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 458.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{kx-y}{x+2} = 1 \\ x+y = 4 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $x \neq -2$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $x \neq -2$. Ridotto: $kx - y = x + 2$, cioè $(k-1)x - y = 2$. Con $x+y = 4$: $\Delta = k$, quindi per $k = 0$ il sistema è impossibile. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

Esercizio 459.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x-2} = k \\ x+y = 5 \end{cases} \quad (\text{il sistema di partenza, con il parametro } k)$$

→ C.E. $x \neq 2$ (le condizioni si scrivono prima, e possono riguardare anche il parametro)

→ C.E. $x \neq 2$. Ridotto: $y = k(x-2)$. Con $x+y = 5$: $x(1+k) = 5+2k$. Per $k = -1$: $0 = 3$, impossibile. Altrimenti $x = \frac{5+2k}{1+k}$, accettabile finché $x \neq 2$, cioè sempre. (tre elenchi separati: chi annulla un denominatore, chi annulla Δ , chi rende la soluzione non accettabile)

11. Problemi

Esercizio 460.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \\ \frac{x+4}{y+4} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y , $(y+4)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0 \wedge y \neq -4$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per 3 e la seconda per -5 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 15x - 9y = 0 \\ -15x + 10y = 20 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $y = 20$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow \mathbf{y = 20}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 12$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(12; 20)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $-4 = -4$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 12$, $y = 20$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** La frazione è $\frac{12}{20}$. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 461.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ \frac{x+3}{y+2} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y , $(y + 2)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $\mathbf{y \neq 0 \wedge y \neq -2}$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 0 \\ 6x - 5y = -8 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per 6 e la seconda per -5 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 30x - 24y = 0 \\ -30x + 25y = 40 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $y = 40$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $y = 40$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 32$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(32; 40)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $-8 = -8$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 32$, $y = 40$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** Ci sono 32 ragazze e 40 ragazzi. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 474.

→ Traduco il testo in un sistema: (in un'ora si fa $\frac{1}{x}$ del lavoro, non x)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} u + v = \frac{1}{8} \\ 2u + v = \frac{1}{6} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $-u = -\frac{1}{24}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{24}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{1}{12}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **$\left(\frac{1}{24}; \frac{1}{12}\right)$** . (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{1}{8} = \frac{1}{8}$, $\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{24}$, $v = \frac{1}{12}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{24; 12\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

→ **Risposta.** La prima impiega 24 ore, la seconda 12 ore. (un problema si chiude con una frase)

Esercizio 475.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

→ $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ 10y + x = 10x + y + 27 \end{cases}$

→ I denominatori, scomposti, sono y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

→ $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ -9x + 9y = 27 \end{cases}$

→ Moltiplico la prima per 3, così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

→ $\begin{cases} 9x - 6y = 0 \\ -9x + 9y = 27 \end{cases}$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $3y = 27$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $y = 9$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 6$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(6; 9)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $27 = 27$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 6$, $y = 9$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** Il numero è formato dalle cifre 6 e 9. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 489.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{5} \\ y - x = 9 \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 5x - 2y = 0 \\ -x + y = 9 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per 5, così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 5x - 2y = 0 \\ -5x + 5y = 45 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $3y = 45$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $y = 15$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 6$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(6; 15)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $9 = 9$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 6$, $y = 15$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** I raggi misurano 6 cm e 15 cm. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 490.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{11}{4} \\ x - 35 = y + 35 \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 4x - 11y = 0 \\ x - y = 70 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per -1 e la seconda per 11 , così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} -4x + 11y = 0 \\ 11x - 11y = 770 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $7x = 770$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $x = 110$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 40$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(110; 40)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $70 = 70$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 110$, $y = 40$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** Il campo misura 110 m per 40 m. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 491.

→ Traduco il testo in un sistema: (in un'ora si fa $\frac{1}{x}$ del lavoro, non x)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} u + v = \frac{1}{10} \\ u + 3v = \frac{1}{6} \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $-2v = -\frac{1}{15}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow v = \frac{1}{30}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{15}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{15}; \frac{1}{30}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{1}{10} = \frac{1}{10}, \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{15}, v = \frac{1}{30}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{1}{15} \\ \frac{y}{1} = \frac{1}{30} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{15; 30\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

→ **Risposta.** Il primo impiega 15 ore, il secondo 30 ore. (un problema si chiude con una frase)

Esercizio 492.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{8}{9} \\ x + y = 102 \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 9x - 8y = 0 \\ x + y = 102 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -9 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 9x - 8y = 0 \\ -9x - 9y = -918 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-17y = -918$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 54$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 48$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(48; 54)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $102 = 102$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 48$, $y = 54$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** I perimetri misurano 48 cm e 54 cm. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 493.

→ Traduco il testo in un sistema: (in un'ora si fa $\frac{1}{x}$ del lavoro, non x)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{90}{x} + \frac{90}{y} = 9 \\ \frac{90}{x} - \frac{90}{y} = 3 \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} 90u + 90v = 9 \\ 90u - 90v = 3 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: u sparisce e resta $180v = 6$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow v = \frac{1}{30}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $u = \frac{1}{15}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **$\left(\frac{1}{15}; \frac{1}{30}\right)$** . (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $9 = 9, 3 = 3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{15}, v = \frac{1}{30}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{15; 30\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

→ **Risposta.** In salita 15 km/h, in discesa 30 km/h. (un problema si chiude con una frase)

Esercizio 494.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{7} \\ \frac{x+16}{y} = \frac{5}{7} \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 7x - 3y = 0 \\ 7x - 5y = -112 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $2y = 112$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $y = 56$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 24$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(24; 56)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0, -112 = -112$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 24, y = 56$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** C'erano 24 palline bianche e 56 nere. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 495.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 35 \\ \frac{x}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 35 \\ 5x - 2y = 0 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per 2, così i coefficienti di y diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 70 \\ 5x - 2y = 0 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: y sparisce e resta $7x = 70$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

→ $x = 10$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $y = 25$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(10; 25)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $35 = 35, 0 = 0$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 10, y = 25$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** I due numeri sono 10 e 25. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 496.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{8} \\ x + y = 55 \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti* i termini, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 8x - 3y = 0 \\ x + y = 55 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -8 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 8x - 3y = 0 \\ -8x - 8y = -440 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $-11y = -440$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 40$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 15$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(15; 40)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $55 = 55$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 15$, $y = 40$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** Le basi misurano 15 cm e 40 cm. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 497.

→ Traduco il testo in un sistema: (in un'ora si fa $\frac{1}{x}$ del lavoro, non x)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{2y} \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono x , y , $2y$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplicando per il m.c.m. comparirebbe il termine xy : il sistema **non** è di primo grado in x e y . (è il motivo per cui non si riduce e si cambia variabile)

→ Posto $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$, il sistema diventa (nelle ausiliarie è lineare)

$$\rightarrow \begin{cases} u + v = \frac{1}{12} \\ u - \frac{1}{2}v = 0 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per 2 e la seconda per 4, così i coefficienti di v diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 2u + 2v = \frac{1}{6} \\ 4u - 2v = 0 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: v sparisce e resta $6u = \frac{1}{6}$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow u = \frac{1}{36}$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $v = \frac{1}{18}$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia $\left(\frac{1}{36}; \frac{1}{18}\right)$. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $\frac{1}{12} = \frac{1}{12}, 0 = 0$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Trovate le ausiliarie: $u = \frac{1}{36}, v = \frac{1}{18}$. (e qui l'esercizio NON è finito)

→ Ritorno alle incognite: $\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{1}{36} \\ \frac{y}{1} = \frac{1}{18} \end{cases}$ (u e v non sono la risposta)

→ $S = \{36; 18\}$ (la verifica si fa nel sistema DI PARTENZA)

→ **Risposta.** La prima impiega 36 ore, la seconda 18 ore. (un problema si chiude con una frase)

Esercizio 498.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ x + 9 = y - 9 \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y . Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini*, anche quelli senza barra — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 0 \\ x - y = -18 \end{cases}$$

→ Moltiplico la seconda per -5 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 0 \\ -5x + 5y = 90 \end{cases}$$

→ Sommo membro a membro: x sparisce e resta $y = 90$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)

$$\rightarrow y = 90$$

→ Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 72$. (conviene la più semplice delle due)

→ La soluzione è la coppia **(72; 90)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)

→ Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $-18 = -18$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)

→ Confronto con le C.E.: $x = 72$, $y = 90$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)

→ **Risposta.** Il primo paga 72 euro, il secondo 90 euro. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 499.

→ Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{9} \\ \frac{x+1}{y-1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

→ I denominatori, scomposti, sono y , $(y-1)$. Ogni fattore che contiene un'incognita si pone diverso da zero: (un prodotto è nullo quando è nullo almeno un fattore: perché non lo sia, non lo devono essere tutti)

→ C.E. $y \neq 0 \wedge y \neq 1$ (si scrivono ORA: dopo aver moltiplicato per il m.c.m. i denominatori non ci sono più)

→ Moltiplico ogni equazione per il m.c.m. dei suoi denominatori — *tutti i termini, anche quelli senza barra* — e resta un sistema intero: (sotto le C.E. il m.c.m. non è nullo, e una frazione è nulla solo quando è nullo il numeratore)

$$\rightarrow \begin{cases} 9x - 4y = 0 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$$

→ Moltiplico la prima per 2 e la seconda per -9 , così i coefficienti di x diventano opposti. (moltiplicare i due membri di un'equazione per un numero diverso da zero non cambia le sue soluzioni)

$$\rightarrow \begin{cases} 18x - 8y = 0 \\ -18x + 9y = 27 \end{cases}$$

- Sommo membro a membro: x sparisce e resta $y = 27$. (sommando due uguaglianze si ottiene un'uguaglianza)
- $y = 27$
- Sostituisco in una delle equazioni di partenza: $x = 12$. (conviene la più semplice delle due)
- La soluzione è la coppia **(12; 27)**. (la risposta di un sistema è una coppia ordinata, non un numero)
- Verifica in tutte e due le equazioni: $0 = 0$, $-3 = -3$. (una sola equazione non basta mai: la coppia deve andare bene per tutte)
- Confronto con le C.E.: $x = 12$, $y = 27$ non violano nessuna condizione. La soluzione è **accettabile**. (è il passo che manca più spesso, ed è quello che decide la risposta)
- **Risposta.** La frazione è $\frac{12}{27}$. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)
-

Esercizio 500.

- Traduco il testo in un sistema: (le incognite sono quelle che il testo dichiara)
- $$\begin{cases} \frac{36}{x} = y \\ x + y = 13 \end{cases}$$
- C.E. $x \neq 0$ (si scrivono comunque, e prima di tutto)
- Ricavando un'incognita dalla seconda equazione e sostituendola nella prima si ottiene un'equazione di **secondo** grado: risolverla è il capitolo successivo. (quello che conta qui è l'impostazione, e le C.E. da confrontare alla fine)
-

12. Vero o falso, trova l'errore, a ritroso

Esercizio 501.

- Un sistema è fratto se in una equazione compare una frazione. (l'affermazione da giudicare)
- **Falso**
- Conta *dove* sta l'incognita: $\frac{x}{2} + y = 3$ ha una frazione e non è fratto. (una risposta senza motivo non vale)
-

Esercizio 502.

- Le C.E. si scrivono prima di moltiplicare per il m.c.m. (l'affermazione da giudicare)
- **Vero**
- Dopo, i denominatori non ci sono più e non si può più sapere cosa era vietato. (una risposta senza motivo non vale)

Esercizio 521.

→ $\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{x}$, C.E. $x \neq 0$. Moltiplico per x : $2 + 3 = 5$, quindi ogni x va bene. (lo svolgimento da controllare)

→ Il termine intero 3 moltiplicato per x dà $3x$, non 3. L'equazione giusta è $2 + 3x = 5$, cioè $x = 1$.
(l'errore, e come si corregge)

Esercizio 522.

→ $\frac{1}{x-2} = 3$. Moltiplico per $x-2$: $1 = 3x - 6$, quindi $x = \frac{7}{3}$. Non scrivo C.E. perché la soluzione c'è.
(lo svolgimento da controllare)

→ Le C.E. vanno scritte comunque, e *prima*: qui $x \neq 2$. Il risultato è giusto per caso, il metodo no.
(l'errore, e come si corregge)

Esercizio 533.

→ Dimostra che, se $D \neq 0$, l'equazione $\frac{N}{D} = 0$ ha le stesse soluzioni di $N = 0$. (quello che c'è da dimostrare)

→ Se $\frac{N}{D} = 0$, moltiplicando i due membri per D (che si può fare perché $D \neq 0$) si ottiene $N = 0$. Viceversa, se $N = 0$ allora $\frac{N}{D} = \frac{0}{D} = 0$, sempre perché $D \neq 0$. Le due equazioni hanno quindi le stesse soluzioni. È questo il permesso di cancellare i denominatori, e vale *solo* sotto le C.E. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 534.

→ Dimostra che $\frac{1}{x}$ non vale zero per nessun numero reale x . (quello che c'è da dimostrare)

→ Se fosse $\frac{1}{x} = 0$ con $x \neq 0$, moltiplicando per x si otterrebbe $1 = 0$, che è falso. Quindi non esiste nessun x ammissibile che annulli $\frac{1}{x}$. È il motivo per cui, in un cambio di variabile, $u = 0$ significa $S = \emptyset$. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 535.

→ Dimostra che $A \cdot B \neq 0$ se e solo se $A \neq 0$ e $B \neq 0$. (quello che c'è da dimostrare)

→ Per la legge di annullamento del prodotto, $A \cdot B = 0$ se e solo se $A = 0$ oppure $B = 0$. Negando tutt'e due i membri: $A \cdot B \neq 0$ se e solo se *non* ($A = 0$ oppure $B = 0$), cioè $A \neq 0$ e $B \neq 0$. È la regola che trasforma un denominatore scomposto in tante condizioni quanti sono i fattori. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 536.

→ Giustifica perché le C.E. di un sistema fratto vanno scritte *prima* di moltiplicare per il m.c.m., e non dopo. (quello che c'è da dimostrare)

→ Moltiplicare per il m.c.m. fa sparire i denominatori: il sistema che resta è un altro sistema, che nei punti vietati esiste ed è risolvibile. Da lui non si può più ricavare che cosa era proibito, perché l'informazione sta nei denominatori che abbiamo tolto. Le C.E. sono un dato del testo, e come tutti i dati si leggono dal testo. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 537.

→ Dimostra che il sistema $\begin{cases} \frac{1}{x-k} = \frac{1}{y-k} \\ x + y = 2k \end{cases}$ non ha soluzioni, qualunque sia k . (quello che c'è da dimostrare)

→ C.E. $x \neq k \wedge y \neq k$. La prima equazione, sotto le C.E., equivale a $y - k = x - k$, cioè $x = y$. Insieme a $x + y = 2k$ dà $2x = 2k$, cioè $x = y = k$: proprio i valori che le C.E. vietano. La soluzione del ridotto non è accettabile, quindi $S = \emptyset$ per ogni k . (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 538.

→ Dimostra che se una soluzione del sistema fratto esiste, allora è anche soluzione del sistema ridotto — ma non viceversa. (quello che c'è da dimostrare)

→ Una coppia che risolve il fratto rispetta le C.E., quindi si può moltiplicare per il m.c.m. e resta una soluzione del ridotto: la prima implicazione vale sempre. Il viceversa no: il ridotto ammette anche coppie che annullano un denominatore, dove il sistema fratto non è nemmeno scritto. È esattamente il caso della soluzione **non accettabile**. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 539.

→ Dimostra che un sistema a coefficienti frazionari (soli numeri sotto le barre) non ha mai C.E. (quello che c'è da dimostrare)

→ Una C.E. nasce da un denominatore che *può* annullarsi, cioè che dipende dalle incognite. Se sotto le barre ci sono solo numeri, e nessuno di essi è zero — altrimenti il testo sarebbe già privo di senso — nessun denominatore dipende da x e y , e non c'è nessun valore da escludere. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 540.

→ Giustifica perché, in un sistema fratto indeterminato, scrivere la famiglia di soluzioni senza le esclusioni è una risposta *sbagliata* e non soltanto incompleta. (quello che c'è da dimostrare)

→ Perché dichiara soluzioni delle coppie che non lo sono. In $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy}$ con $x + y = 4$, la coppia $(0; 4)$ appartiene alla retta $y = 4 - x$ ma nel sistema fratto non esiste: la prima equazione, per $x = 0$, non si scrive. Una risposta che la include afferma qualcosa di falso. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 541.

→ Trova a perché il sistema $\begin{cases} \frac{x+a}{y} = 2 \\ x + y = 9 \end{cases}$ abbia soluzione $(6; 3)$. (qui il risultato è dato e manca un dato)

→ Si sostituisce la soluzione nelle equazioni e si risolve rispetto alla lettera che manca. (la lettera incognita diventa l'unica cosa da trovare)

→ $a = 0$ (e si controlla che la soluzione data rispetti le C.E. con quel valore)

Esercizio 542.

→ Trova a perché $\begin{cases} \frac{x-1}{y+a} = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$ abbia soluzione $(5; 2)$. (qui il risultato è dato e manca un dato)

→ Si sostituisce la soluzione nelle equazioni e si risolve rispetto alla lettera che manca. (la lettera incognita diventa l'unica cosa da trovare)

→ $a = 2$ (e si controlla che la soluzione data rispetti le C.E. con quel valore)
