

SOLUZIONI: EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. In ogni soluzione, accanto al passaggio, c'è **perché quella strada e non un'altra**: una spuria si raccoglie e non si divide, una pura si isola, e la formula si usa solo quando le altre non bastano. Chi sa il perché non applica la formula a un quadrato di binomio.

1. Forma normale e natura

Esercizio 1.

→ $6x^2 - x + 2 = 0$ (che equazione e'?)

→ $a = 6, b = -1, c = 2$ (i coefficienti si leggono col loro SEGNO: il meno fa parte del coefficiente)

→ **completa** (ci sono tutti e tre i coefficienti: solo qui serve la formula)

Esercizio 2.

→ $x^2 + 2x = 0$ (che equazione e'?)

→ $a = 1, b = 2, c = 0$ (i coefficienti si leggono col loro SEGNO: il meno fa parte del coefficiente)

→ **spuria** (manca il termine noto: si raccoglie la x)

Esercizio 41.

→ $2x^2 + 5x = 3 - x$ (da portare in forma normale)

→ Si svolgono i calcoli e si porta tutto a primo membro. (la forma normale e' $ax^2 + bx + c = 0$, col = 0 scritto: e' da li' che si leggono i coefficienti)

→ $2x^2 + 6x - 3 = 0$ (e adesso si guarda se e' completa o incompleta, prima di scrivere qualunque formula)

Esercizio 42.

→ $x(x - 4) = 12$ (da portare in forma normale)

→ Si svolgono i calcoli e si porta tutto a primo membro. (la forma normale e' $ax^2 + bx + c = 0$, col = 0 scritto: e' da li' che si leggono i coefficienti)

→ $x^2 - 4x - 12 = 0$ (e adesso si guarda se e' completa o incompleta, prima di scrivere qualunque formula)

2. Le equazioni incomplete

Esercizio 56.

→ $7x^2 + 56x = 0$ (manca il termine noto: e' spuria)

→ Si **raccoglie** la x : $x(7x + 56) = 0$ (e NON si divide per x : dividendo si perderebbe la soluzione $x = 0$)

→ Legge di annullamento del prodotto: **un fattore o l'altro e' nullo.** (e' la sola cosa che rende lecito questo passaggio)

→ $x_1 = -8, x_2 = 0$ (una spuria ha SEMPRE lo zero fra le soluzioni: se non c'e', e' sbagliata)

Esercizio 57.

→ $x^2 + 2x = 0$ (manca il termine noto: e' spuria)

→ Si **raccoglie** la x : $x(x + 2) = 0$ (e NON si divide per x : dividendo si perderebbe la soluzione $x = 0$)

→ Legge di annullamento del prodotto: **un fattore o l'altro e' nullo.** (e' la sola cosa che rende lecito questo passaggio)

→ $x_1 = -2, x_2 = 0$ (una spuria ha SEMPRE lo zero fra le soluzioni: se non c'e', e' sbagliata)

Esercizio 108.

→ $4x^2 - 1 = 0$ (manca il termine di primo grado: e' pura)

→ Si isola: $x^2 = \frac{1}{4}$ (un passaggio solo, e adesso conta il SEGNO del secondo membro)

→ Si estrae la radice, col $\pm$. (il piu' o meno non e' un ornamento: le soluzioni sono due e sono OPPOSTE)

→ $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$

Esercizio 109.

→ $x^2 - 16 = 0$ (manca il termine di primo grado: e' pura)

→ Si isola: $x^2 = 16$ (un passaggio solo, e adesso conta il SEGNO del secondo membro)

→ Si estrae la radice, col $\pm$. (il piu' o meno non e' un ornamento: le soluzioni sono due e sono OPPOSTE)

→ $x_1 = -4, x_2 = 4$

Esercizio 152.

→ $x^2 + 9 = 0$ (manca il termine di primo grado: e' pura)

→ Si isola: $x^2 = -9$ (un passaggio solo, e adesso conta il SEGNO del secondo membro)

→ Un quadrato non e' mai negativo. (non e' un errore di calcolo: e' che in R nessun numero elevato al quadrato da' un negativo)

→ nessuna soluzione reale (in C le soluzioni ci sarebbero: par. 5)

Esercizio 153.

→ $2x^2 + 8 = 0$ (manca il termine di primo grado: e' pura)

→ Si isola: $x^2 = -4$ (un passaggio solo, e adesso conta il SEGNO del secondo membro)

→ Un quadrato non e' mai negativo. (non e' un errore di calcolo: e' che in R nessun numero elevato al quadrato da' un negativo)

→ nessuna soluzione reale (in C le soluzioni ci sarebbero: par. 5)

Esercizio 162.

→ $3x^2 = 0$ (mancano sia b sia c: e' monomia)

→ Poiche' $a \neq 0$ si divide: $x^2 = 0$. (dividere per a e' lecito proprio perche' a non e' nullo)

→ $x_1 = x_2 = 0$ (si dice soluzione DOPPIA: non ce n'e' una sola, e' che le due coincidono)

Esercizio 163.

→ $x^2 = 0$ (mancano sia b sia c: e' monomia)

→ Poiche' $a \neq 0$ si divide: $x^2 = 0$. (dividere per a e' lecito proprio perche' a non e' nullo)

→ $x_1 = x_2 = 0$ (si dice soluzione DOPPIA: non ce n'e' una sola, e' che le due coincidono)

3. Quante soluzioni, senza risolvere

Esercizio 170.

→ $3x^2 - 5x - 2 = 0$ (quante soluzioni, senza risolvere)

→ $\Delta = -5^2 - 4 \cdot 3 \cdot -2 = 49$ (il $-4ac$ va col suo segno: con c negativo diventa un piu')

→ due soluzioni distinte (il discriminante DISCRIMINA: dal solo segno si sa quante soluzioni ci sono)

Esercizio 171.

$$\rightarrow 25x^2 + 20x + 4 = 0 \text{ (quante soluzioni, senza risolvere)}$$

$$\rightarrow \Delta = 20^2 - 4 \cdot 25 \cdot 4 = 0 \text{ (il } -4ac \text{ va col suo segno: con c negativo diventa un piu')}$$

$\rightarrow$ **due soluzioni coincidenti** (il discriminante DISCRIMINA: dal solo segno si sa quante soluzioni ci sono)

4. La formula risolutiva**Esercizio 224.**

$$\rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \text{ (completa: qui serve la formula)}$$

$$\rightarrow \Delta = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -2 = 9 \text{ (prima il discriminante: dice gia' quante soluzioni aspettarsi)}$$

$$\rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \text{ (il } -b \text{ e' TUTTO il coefficiente cambiato di segno, e il } 2a \text{ sta sotto tutto)}$$

$$\rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2 \text{ (controllo: la somma deve dare 1 e il prodotto } -2)$$

Esercizio 225.

$$\rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \text{ (completa: qui serve la formula)}$$

$$\rightarrow \Delta = -8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 4 \text{ (prima il discriminante: dice gia' quante soluzioni aspettarsi)}$$

$$\rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} \text{ (il } -b \text{ e' TUTTO il coefficiente cambiato di segno, e il } 2a \text{ sta sotto tutto)}$$

$$\rightarrow x_1 = 3, x_2 = 5 \text{ (controllo: la somma deve dare 8 e il prodotto 15)}$$

Esercizio 284.

$$\rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0 \text{ (completa: qui serve la formula)}$$

$$\rightarrow \Delta = -7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 \text{ (prima il discriminante: dice gia' quante soluzioni aspettarsi)}$$

$$\rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} \text{ (il } -b \text{ e' TUTTO il coefficiente cambiato di segno, e il } 2a \text{ sta sotto tutto)}$$

$$\rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 3 \text{ (controllo: la somma deve dare } \frac{7}{2} \text{ e il prodotto } \frac{3}{2})}$$

Esercizio 285.

$$\rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \text{ (completa: qui serve la formula)}$$

$$\rightarrow \Delta = -5^2 - 4 \cdot 3 \cdot -2 = 49 \text{ (prima il discriminante: dice gia' quante soluzioni aspettarsi)}$$

$$\rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} \text{ (il } -b \text{ e' TUTTO il coefficiente cambiato di segno, e il } 2a \text{ sta sotto tutto)}$$

$$\rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 2 \text{ (controllo: la somma deve dare } \frac{5}{3} \text{ e il prodotto } -\frac{2}{3})$$

Esercizio 316.

$$\rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ (completa: qui serve la formula)}$$

$$\rightarrow \Delta = -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot -2 = 12 \text{ (prima il discriminante: dice gia' quante soluzioni aspettarsi)}$$

$$\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} \text{ (il } -b \text{ e' TUTTO il coefficiente cambiato di segno, e il } 2a \text{ sta sotto tutto)}$$

$$\rightarrow x_1 = 1 - \sqrt{3}, x_2 = 1 + \sqrt{3} \text{ (controllo: la somma deve dare 2 e il prodotto } -2)$$

Esercizio 317.

$$\rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ (completa: qui serve la formula)}$$

$$\rightarrow \Delta = -4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 12 \text{ (prima il discriminante: dice gia' quante soluzioni aspettarsi)}$$

$$\rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} \text{ (il } -b \text{ e' TUTTO il coefficiente cambiato di segno, e il } 2a \text{ sta sotto tutto)}$$

$$\rightarrow x_1 = 2 - \sqrt{3}, x_2 = 2 + \sqrt{3} \text{ (controllo: la somma deve dare 4 e il prodotto 1)}$$

Esercizio 348.

$$\rightarrow 2x^2 - x + 3 = 0 \text{ (completa: qui serve la formula)}$$

$$\rightarrow \Delta = -1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = -23 \text{ (prima il discriminante: dice gia' quante soluzioni aspettarsi)}$$

$$\rightarrow \text{nessuna soluzione reale (negativo: la radice non esiste in R)}$$

Esercizio 349.

$$\rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \text{ (completa: qui serve la formula)}$$

$$\rightarrow \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 \text{ (prima il discriminante: dice gia' quante soluzioni aspettarsi)}$$

$$\rightarrow \text{nessuna soluzione reale (negativo: la radice non esiste in R)}$$

Esercizio 360.

$$\rightarrow 3x^2 - 10x + 7 = 0 \text{ (b e' pari: conviene la ridotta)}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta}{4} = (-5)^2 - 3 \cdot 7 = 4 \text{ (non e' una formula nuova: e' quella intera senza i 2 che si semplificherebbero)}$$

$$\rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{4}}{3} \text{ (il denominatore e' } a, \text{ non } 2a)$$

$$\rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{7}{3} \text{ (con la formula intera verrebbero gli stessi numeri, il doppio piu' grandi)}$$

Esercizio 361.

$$\rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \text{ (b e' pari: conviene la ridotta)}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot 8 = 1 \text{ (non e' una formula nuova: e' quella intera senza i 2 che si semplificherebbero)}$$

$$\rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{1} \text{ (il denominatore e' } a, \text{ non } 2a)$$

$$\rightarrow x_1 = 2, x_2 = 4 \text{ (con la formula intera verrebbero gli stessi numeri, il doppio piu' grandi)}$$

5. Quando la formula non serve**Esercizio 396.**

$$\rightarrow 25x^2 + 20x + 4 = 0 \text{ (guarda prima se e' un quadrato)}$$

→ Il primo e il terzo termine sono quadrati, e quello di mezzo e' il loro doppio prodotto. (e' la verifica del quadrato di binomio: tre controlli, nessun discriminante)

→ Si annulla la base: $x_1 = x_2 = -\frac{2}{5}$ (e questo SPIEGA perche' Δ e' nullo: un quadrato perfetto ha le radici coincidenti)

Esercizio 397.

$$\rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0 \text{ (guarda prima se e' un quadrato)}$$

→ Il primo e il terzo termine sono quadrati, e quello di mezzo e' il loro doppio prodotto. (e' la verifica del quadrato di binomio: tre controlli, nessun discriminante)

→ Si annulla la base: $x_1 = x_2 = \frac{1}{3}$ (e questo SPIEGA perche' Δ e' nullo: un quadrato perfetto ha le radici coincidenti)

Esercizio 412.

$$\rightarrow x^2 - 49 = 0 \text{ (differenza di quadrati, oppure pura)}$$

→ Si isola x^2 e si estrae col $\pm$, oppure si scompone in $(\dots)(\dots)$. (sono la stessa cosa: la scomposizione e' la legge di annullamento del prodotto)

→ $x_1 = -7, x_2 = 7$ (due soluzioni opposte, come in ogni pura)

Esercizio 413.

→ $4x^2 - 9 = 0$ (differenza di quadrati, oppure pura)

→ Si isola x^2 e si estrae col $\pm$, oppure si scompone in $(\dots)(\dots)$. (sono la stessa cosa: la scomposizione e' la legge di annullamento del prodotto)

→ $x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{3}{2}$ (due soluzioni opposte, come in ogni pura)

Esercizio 424.

→ $x^2 - 5x + 6 = 0$ (trinomio speciale: si scompone a vista)

→ Servono due numeri con somma 5 e prodotto 6. (sono $-b/a$ e c/a : e' il metodo di somma e prodotto letto al contrario)

→ Sono 2 e 3, quindi $x_1 = 2, x_2 = 3$ (nessun discriminante, nessuna formula)

Esercizio 425.

→ $x^2 - 3x - 4 = 0$ (trinomio speciale: si scompone a vista)

→ Servono due numeri con somma 3 e prodotto -4 . (sono $-b/a$ e c/a : e' il metodo di somma e prodotto letto al contrario)

→ Sono -1 e 4, quindi $x_1 = -1, x_2 = 4$ (nessun discriminante, nessuna formula)

6. Equazioni fratte**Esercizio 438.**

→ $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = 1$ (c'e' l'incognita a denominatore)

→ C.E.: $x \neq 0, x \neq -1$ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $x^2 + x - 1 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$.

→ $x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ (resta piu' di una soluzione)

Esercizio 439.

$$\rightarrow \frac{x}{x+2} + \frac{2}{x} = 2 \text{ (c'è l'incognita a denominatore)}$$

$$\rightarrow \text{C.E.: } x \neq 0, x \neq -2 \text{ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)}$$

$$\rightarrow \text{Riducendo e togliendo il denominatore: } x^2 + 2x - 4 = 0 \text{ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)}$$

$$\rightarrow \text{L'intera da' } x_1 = -1 - \sqrt{5}, x_2 = -1 + \sqrt{5}.$$

$$\rightarrow \mathbf{x = -1 - \sqrt{5}, x = -1 + \sqrt{5}} \text{ (resta piu' di una soluzione)}$$

Esercizio 446.

$$\rightarrow \frac{x}{x-1} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{x-1} \text{ (c'è l'incognita a denominatore)}$$

$$\rightarrow \text{C.E.: } x \neq 0, x \neq 1 \text{ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)}$$

$$\rightarrow \text{Riducendo e togliendo il denominatore: } 2x^2 - x - 1 = 0 \text{ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)}$$

$$\rightarrow \text{L'intera da' } x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 1.$$

$$\rightarrow 1 \text{ viola le C.E.: } \mathbf{\text{non accettabile.}} \text{ (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)}$$

$$\rightarrow \mathbf{x = -\frac{1}{2}} \text{ (resta una soluzione)}$$

Esercizio 447.

$$\rightarrow \frac{x}{x-2} = \frac{4}{x-2} + 1 \text{ (c'è l'incognita a denominatore)}$$

$$\rightarrow \text{C.E.: } x \neq 2 \text{ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)}$$

$$\rightarrow \text{Riducendo e togliendo il denominatore: } x^2 - x - 2 = 0 \text{ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)}$$

$$\rightarrow \text{L'intera da' } x_1 = -1, x_2 = 2.$$

$$\rightarrow 2 \text{ viola le C.E.: } \mathbf{\text{non accettabile.}} \text{ (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)}$$

$$\rightarrow \mathbf{x = -1} \text{ (resta una soluzione)}$$

Esercizio 448.

$$\rightarrow \frac{x+1}{x-3} = \frac{x-3}{x+1} \text{ (c'è l'incognita a denominatore)}$$

$$\rightarrow \text{C.E.: } x \neq 3, x \neq -1 \text{ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)}$$

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $x^2 - x - 6 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = -2, x_2 = 3$.

→ 3 viola le C.E.: **non accettabile**. (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)

→ $x = -2$ (resta una soluzione)

Esercizio 449.

→ $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x} = 1$ (c'e' l'incognita a denominatore)

→ C.E.: $x \neq 0, x \neq 1$ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $x^2 - 2x + 1 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = x_2 = 1$.

→ 1 viola le C.E.: **non accettabile**. (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)

→ **impossibile** (tutte le radici dell'intera erano escluse)

Esercizio 450.

→ $\frac{x-1}{x} = \frac{x}{x+3}$ (c'e' l'incognita a denominatore)

→ C.E.: $x \neq 0, x \neq -3$ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $x^2 + 2x - 3 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = -3, x_2 = 1$.

→ -3 viola le C.E.: **non accettabile**. (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)

→ $x = 1$ (resta una soluzione)

Esercizio 451.

→ $\frac{x}{x-4} - \frac{4}{x} = 1$ (c'e' l'incognita a denominatore)

→ C.E.: $x \neq 0, x \neq 4$ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $x^2 - 8x + 16 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = x_2 = 4$.

→ 4 viola le C.E.: **non accettabile**. (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)

→ **impossibile** (tutte le radici dell'intera erano escluse)

Esercizio 452.

→ $\frac{x+3}{x} = \frac{2x}{x-1}$ (c'e' l'incognita a denominatore)

→ C.E.: $x \neq 0, x \neq 1$ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $x^2 - 4x + 3 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = 1, x_2 = 3$.

→ 1 viola le C.E.: **non accettabile**. (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)

→ **x = 3** (resta una soluzione)

Esercizio 453.

→ $\frac{x}{x-3} = \frac{9}{x-3} - 2$ (c'e' l'incognita a denominatore)

→ C.E.: $x \neq 3$ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $x^2 - x - 6 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = -2, x_2 = 3$.

→ 3 viola le C.E.: **non accettabile**. (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)

→ **x = -2** (resta una soluzione)

Esercizio 454.

→ $\frac{x^2}{x-2} = \frac{4}{x-2}$ (c'e' l'incognita a denominatore)

→ C.E.: $x \neq 2$ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $x^2 - 4 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = -2, x_2 = 2$.

→ 2 viola le C.E.: **non accettabile**. (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)

→ $x = -2$ (resta una soluzione)

Esercizio 455.

→ $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$ (c'è l'incognita a denominatore)

→ C.E.: $x \neq 1, x \neq -1$ (si scrivono PRIMA di toccare i denominatori, non dopo)

→ Riducendo e togliendo il denominatore: $3x^2 - x - 4 = 0$ (moltiplicare per il denominatore e' lecito solo dove non e' nullo: ecco perche' alla fine si controlla)

→ L'intera da' $x_1 = -1, x_2 = \frac{4}{3}$.

→ -1 viola le C.E.: **non accettabile**. (e' l'unico caso del biennio in cui il conto giusto porta alla risposta sbagliata, se ci si ferma prima)

→ $x = \frac{4}{3}$ (resta una soluzione)

7. Equazioni letterali

Esercizio 456.

→ $2x + ax^2 = 3a^2x + 6a$, nell'incognita x (da leggere prima di calcolare)

→ forma normale $ax^2 + (2 - 3a^2)x - 6a = 0$. Se $a = 0$: $2x = 0$, cioè $x = 0$. Se $a \neq 0$: $\Delta = (2 + 3a^2)^2 > 0$ sempre, quindi $x_1 = 3a$ e $x_2 = -\frac{2}{a}$. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo e' quello che azzerava il coefficiente di x^2)

Esercizio 457.

→ $x^2 - 2bx + b^2 = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ è $(x - b)^2 = 0$: $x_1 = x_2 = b$ per ogni b . Il discriminante è nullo qualunque sia b . (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo e' quello che azzerava il coefficiente di x^2)

Esercizio 458.

→ $x^2 - (a + 1)x + a = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ $\Delta = (a + 1)^2 - 4a = (a - 1)^2 \geq 0$ sempre. $x_1 = 1, x_2 = a$; se $a = 1$ le due coincidono. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo e' quello che azzerava il coefficiente di x^2)

Esercizio 459.

→ $ax^2 - (a+1)x + 1 = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ se $a = 0$: $-x + 1 = 0$, cioè $x = 1$. Se $a \neq 0$: $\Delta = (a-1)^2 \geq 0$, e $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{a}$. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerava il coefficiente di x^2)

Esercizio 460.

→ $x^2 + 2ax + a^2 - 1 = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ $\Delta = 4a^2 - 4a^2 + 4 = 4 > 0$ sempre: $x_1 = -a - 1$, $x_2 = -a + 1$. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerava il coefficiente di x^2)

Esercizio 461.

→ $kx^2 - 4x + k = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ se $k = 0$: $-4x = 0$, cioè $x = 0$. Se $k \neq 0$: $\frac{\Delta}{4} = 4 - k^2 \geq 0$ per $-2 \leq k \leq 2$, e in tal caso $x = \frac{2 \pm \sqrt{4-k^2}}{k}$; per $|k| > 2$ nessuna soluzione reale. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerava il coefficiente di x^2)

Esercizio 462.

→ $(m-1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ se $m = 1$: $-2x + 2 = 0$, cioè $x = 1$. Se $m \neq 1$: $\frac{\Delta}{4} = m^2 - (m-1)(m+1) = 1 > 0$ sempre, e $x_1 = \frac{m-1}{m-1} = 1$, $x_2 = \frac{m+1}{m-1}$. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerava il coefficiente di x^2)

Esercizio 463.

→ $\frac{x}{x+b} = \frac{3x-2b}{2x}$ (da leggere prima di calcolare)

→ C.E. $x \neq 0$, $x \neq -b$. Si arriva a $x^2 + bx - 2b^2 = 0$, con $\Delta = 9b^2$. Se $b \neq 0$: $x_1 = -2b$, $x_2 = b$, accettabili. Se $b = 0$: resta $x^2 = 0$, e $x = 0$ viola le C.E.: impossibile. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerava il coefficiente di x^2)

Esercizio 464.

→ $x^2 - a^2 = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ è una pura: $x^2 = a^2$, quindi $x = \pm a$ per ogni a ; se $a = 0$ la soluzione è doppia e vale 0. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerà il coefficiente di x^2)

Esercizio 465.

→ $ax^2 + bx = 0$, con $a \neq 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ è spuria: $x(ax + b) = 0$, quindi $x_1 = 0$ e $x_2 = -\frac{b}{a}$, per qualunque b . (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerà il coefficiente di x^2)

Esercizio 466.

→ $x^2 - 2(k+1)x + k^2 + 2k = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ $\frac{\Delta}{4} = (k+1)^2 - k^2 - 2k = 1 > 0$ sempre: $x_1 = k$, $x_2 = k + 2$. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerà il coefficiente di x^2)

Esercizio 467.

→ $(a+2)x^2 - 2ax + a - 2 = 0$ (da leggere prima di calcolare)

→ se $a = -2$: $4x - 4 = 0$, cioè $x = 1$. Se $a \neq -2$: $\frac{\Delta}{4} = a^2 - (a+2)(a-2) = 4 > 0$, e $x_1 = \frac{a-2}{a+2}$, $x_2 = 1$. (una letterale non ha «la» risposta: ha una discussione, e il caso da guardare per primo è quello che azzerà il coefficiente di x^2)

8. Somma e prodotto delle soluzioni

Esercizio 468.

→ $2x^2 - 3x - 14 = 0$ (somma e prodotto, senza risolvere)

→ $\Delta = 121 \geq 0$: le soluzioni esistono. (il teorema vale solo se ci sono soluzioni da sommare)

→ $s = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$, $p = \frac{c}{a} = -7$ (nel s il segno meno è già nella formula: è l'errore più frequente)

→ $s = \frac{3}{2}$, $p = -7$ (e questi due numeri sono il controllo di ogni risoluzione)

Esercizio 469.

→ $x^2 - 5x + 6 = 0$ (somma e prodotto, senza risolvere)

→ $\Delta = 1 \geq 0$: le soluzioni esistono. (il teorema vale solo se ci sono soluzioni da sommare)

→ $s = -\frac{b}{a} = 5$, $p = \frac{c}{a} = 6$ (nel s il segno meno e' gia' nella formula: e' l'errore piu' frequente)

→ $s = 5$, $p = 6$ (e questi due numeri sono il controllo di ogni risoluzione)

Esercizio 517.

→ somma 15, prodotto -34 (due numeri, noti somma e prodotto)

→ Sono le soluzioni di $x^2 - sx + p = 0$, cioe' di $x^2 - 15x - 34 = 0$. (e' la formula letta al contrario: il secondo coefficiente e' la somma *cambiata di segno*)

→ $\Delta = 361$ (se venisse negativo, due numeri reali con quella somma e quel prodotto non esisterebbero)

→ $x_1 = -2$, $x_2 = 17$ (controllo: sommali e moltiplicali, devono tornare i dati di partenza)

Esercizio 518.

→ somma 5, prodotto 6 (due numeri, noti somma e prodotto)

→ Sono le soluzioni di $x^2 - sx + p = 0$, cioe' di $x^2 - 5x + 6 = 0$. (e' la formula letta al contrario: il secondo coefficiente e' la somma *cambiata di segno*)

→ $\Delta = 1$ (se venisse negativo, due numeri reali con quella somma e quel prodotto non esisterebbero)

→ $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ (controllo: sommali e moltiplicali, devono tornare i dati di partenza)

9. La regola di Cartesio

Esercizio 541.

→ $4x^2 - 7x - 15 = 0$ (i segni, senza risolvere)

→ $\Delta = 289 \geq 0$, e i segni sono $+$, $-$, $-$. (la regola vuole $\Delta \geq 0$ e i tre coefficienti non nulli, e si legge con $a > 0$)

→ **Variazione e permanenza.** (a ogni variazione una soluzione positiva, a ogni permanenza una negativa)

→ una positiva e una negativa, con la positiva maggiore in valore assoluto (il prodotto e' negativo, quindi discordi; il segno della somma dice quale delle due e' piu' grande)

Esercizio 542.

→ $9x^2 - 30x + 25 = 0$ (i segni, senza risolvere)

→ $\Delta = 0 \geq 0$, e i segni sono $+$, $-$, $+$. (la regola vuole $\Delta \geq 0$ e i tre coefficienti non nulli, e si legge con $a > 0$)

→ **Variazione e variazione.** (a ogni variazione una soluzione positiva, a ogni permanenza una negativa)

→ **entrambe positive** (prodotto positivo, quindi concordi; somma positiva, quindi tutte e due positive)

10. Scomposizione del trinomio

Esercizio 595.

→ $5x^2 + 34x - 7$ (scomporre il trinomio)

→ Si risolve l'equazione associata $5x^2 + 34x - 7 = 0$: $\Delta = 1296$. (la scomposizione passa dalle radici: e' il teorema del par. 12)

→ $x_1 = -7, x_2 = \frac{1}{5}$

→ $5x^2 + 34x - 7 = 5(x + 7)\left(x - \frac{1}{5}\right)$ (il fattore a davanti non si dimentica: senza, il coefficiente di x^2 non torna)

Esercizio 596.

→ $9x^2 - 6x + 1$ (scomporre il trinomio)

→ Si risolve l'equazione associata $9x^2 - 6x + 1 = 0$: $\Delta = 0$. (la scomposizione passa dalle radici: e' il teorema del par. 12)

→ $x_1 = x_2 = \frac{1}{3}$

→ $9x^2 - 6x + 1 = 9\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ (il fattore a davanti non si dimentica: senza, il coefficiente di x^2 non torna)

Esercizio 642.

→ $2x^2 - 3x + 5$ (si scompone?)

→ $\Delta = -31 < 0$ (l'equazione associata non ha radici)

→ **non scomponibile in $\mathbb{R}$** (se si scomponesse avrebbe un fattore $(x - x_1)$, e allora x_1 sarebbe una radice: contraddizione)

Esercizio 643.

→ $x^2 + x + 1$ (si scompone?)

→ $\Delta = -3 < 0$ (l'equazione associata non ha radici)

→ **non scomponibile in $\mathbb{R}$** (se si scomponesse avrebbe un fattore $(x - x_1)$, e allora x_1 sarebbe una radice: contraddizione)

11. Problemi

Esercizio 650.

→ Trova due numeri sapendo che la loro somma è 27 e che, sommando al loro prodotto la differenza fra il maggiore e il minore, si ottiene 183. (da leggere prima di calcolare)

→ detto x il maggiore, $x(27 - x) + x - (27 - x) = 183$ dà $x^2 - 29x + 210 = 0$, cioè $x_1 = 14$ e $x_2 = 15$. Le coppie sono **14 e 13** e **15 e 12**: qui le risposte sono **due**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 651.

→ L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 85 cm e un cateto supera di 5 cm il doppio dell'altro. Trova i cateti. (da leggere prima di calcolare)

→ con $x > 0$ il cateto minore: $x^2 + (2x + 5)^2 = 85^2$ dà $x^2 + 4x - 1440 = 0$, cioè -40 e 36 . La negativa non è accettabile: i cateti sono **36 e 77 cm**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 652.

→ Una terrazza rettangolare di 360 m^2 ha i lati che superano uno di 8 m e l'altro di 6 m il lato di una struttura cubica posta al centro. Quanto misura il lato della struttura? (da leggere prima di calcolare)

→ $(x + 6)(x + 8) = 360$ dà $x^2 + 14x - 312 = 0$, cioè -26 e 12 . La negativa si scarta: il lato è **12 m** e l'area occupata **144 m^2** . (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 653.

→ Luisa investe 8000 euro e dopo due anni ne ha 8487,20. Quale tasso annuo composto le è stato applicato? (da leggere prima di calcolare)

→ $8000(1 + i)^2 = 8487,20$ dà $i^2 + 2i - 0,0609 = 0$, cioè $-2,03$ e $0,03$. Un tasso non è negativo: **$i = 3\%$** . (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 654.

→ Due stampanti producono insieme 9 cover in un'ora; la prima impiega 3 minuti in più della seconda per una cover. Quanti minuti impiega ciascuna? (da leggere prima di calcolare)

→ detto $x > 0$ il tempo della seconda, $\frac{60}{x} + \frac{60}{x+3} = 9$ dà $3x^2 - 31x - 60 = 0$, cioè $-\frac{5}{3}$ e 12. La negativa si scarta: **12 e 15 minuti**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 655.

→ Il prodotto di due numeri naturali consecutivi è 156. Trovali. (da leggere prima di calcolare)

→ $x(x+1) = 156$ dà $x^2 + x - 156 = 0$, cioè -13 e 12. Naturali: **12 e 13**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 656.

→ Un rettangolo ha perimetro 34 cm e area 60 cm^2 . Trova i lati. (da leggere prima di calcolare)

→ semiperimetro 17: i lati hanno somma 17 e prodotto 60, quindi $x^2 - 17x + 60 = 0$, cioè **5 e 12 cm**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 657.

→ La somma dei quadrati di due numeri interi consecutivi è 145. Trovali. (da leggere prima di calcolare)

→ $x^2 + (x+1)^2 = 145$ dà $2x^2 + 2x - 144 = 0$, cioè $x^2 + x - 72 = 0$: -9 e 8. Le coppie sono **8 e 9** e **-9 e -8**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 658.

→ Un quadrato ha il lato che supera di 3 cm il lato di un secondo quadrato, e la somma delle aree è 117 cm^2 . Trova i lati. (da leggere prima di calcolare)

→ $x^2 + (x+3)^2 = 117$ dà $2x^2 + 6x - 108 = 0$, cioè $x^2 + 3x - 54 = 0$: -9 e 6. Con $x > 0$: i lati sono **6 e 9 cm**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 659.

→ Un campo rettangolare ha area 221 m^2 e un lato supera l'altro di 4 m. Trova i lati. (da leggere prima di calcolare)

→ $x(x+4) = 221$ dà $x^2 + 4x - 221 = 0$, cioè -17 e 13: i lati sono **13 e 17 m**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 660.

→ Il triplo del quadrato di un numero supera di 10 il quintuplo del numero. Qual è? (da leggere prima di calcolare)

→ $3x^2 = 5x + 10$ dà $3x^2 - 5x - 10 = 0$, con $\Delta = 145$: $x = \frac{5 \pm \sqrt{145}}{6}$. Qui la risposta è irrazionale, e va lasciata in forma di radicale. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 661.

→ Un'area di 168 m^2 va recintata con 38 m di rete su tre lati, essendo il quarto un muro. Quali sono le dimensioni? (da leggere prima di calcolare)

→ detto x il lato parallelo al muro: $x + 2y = 38$ e $xy = 168$, da cui $x^2 - 38x + 336 = 0$ e $\frac{\Delta}{4} = 361 - 336 = 25$: $x = 19 \pm 5$. Tutte e due vanno bene: **24×7** oppure **14×12** . (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 662.

→ Aumentando di 2 cm il lato di un quadrato, l'area aumenta di 32 cm^2 . Quanto misura il lato? (da leggere prima di calcolare)

→ $(x + 2)^2 - x^2 = 32$ dà $4x + 4 = 32$, cioè **$x = 7$** cm. Attenzione: qui i quadrati si semplificano e l'equazione è di **primo grado**. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 663.

→ Il denominatore di una frazione supera di 3 il numeratore, e la frazione vale $\frac{2}{5}$ del suo reciproco. Trovala. (da leggere prima di calcolare)

→ $\frac{x}{x+3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{x+3}{x}$ dà $5x^2 = 2(x+3)^2$, cioè $3x^2 - 12x - 18 = 0$ e $x^2 - 4x - 6 = 0$: **$x = 2 \pm \sqrt{10}$** , e si tiene la positiva. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

Esercizio 664.

→ Un numero e il suo reciproco hanno somma $\frac{10}{3}$. Trova il numero. (da leggere prima di calcolare)

→ $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$ con $x \neq 0$ dà $3x^2 - 10x + 3 = 0$: **3** e **$\frac{1}{3}$** — che sono l'uno il reciproco dell'altro, come dev'essere. (scegli l'incognita, poni le condizioni, traduci, e alla fine SCARTA quello che non è accettabile)

12. Parametriche, vero o falso, errori, a ritroso, dimostrazioni**Esercizio 665.**

→ Per quali valori di k l'equazione $kx^2 - 2(k+3)x + k - 1 = 0$ ha soluzioni reali? (da leggere prima di calcolare)

→ se $k = 0$ è di primo grado e la soluzione c'è. Se $k \neq 0$: $\frac{\Delta}{4} = 9 + 7k \geq 0$, cioè $k \geq -\frac{9}{7}$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che è scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 666.

→ Per quale valore di k l'equazione $kx^2 - 2(k+3)x + k - 1 = 0$ ha una soluzione uguale a -2 ? (da leggere prima di calcolare)

→ si sostituisce -2 : $4k + 4k + 12 + k - 1 = 0$, quindi $k = -\frac{11}{9}$, che soddisfa $k \geq -\frac{9}{7}$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che è scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 667.

→ Per quale valore di k l'equazione $kx^2 - 2(k+3)x + k - 1 = 0$ ha somma delle soluzioni uguale a 3 ? (da leggere prima di calcolare)

→ $-\frac{b}{a} = \frac{2k+6}{k} = 3$ con $k \neq 0$ dà $k = 6$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che è scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 668.

→ Per quale valore di k l'equazione $kx^2 - 2(k+3)x + k - 1 = 0$ ha prodotto delle soluzioni uguale a -1 ? (da leggere prima di calcolare)

→ $\frac{c}{a} = \frac{k-1}{k} = -1$ dà $k = \frac{1}{2}$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che è scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 669.

→ Per quali valori di k l'equazione $x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ ha due soluzioni coincidenti? (da leggere prima di calcolare)

→ $\frac{\Delta}{4} = k^2 - k - 6 = 0$ dà $k = -2$ oppure $k = 3$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che è scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 670.

→ Per quali valori di k l'equazione $x^2 + kx + 9 = 0$ non ha soluzioni reali? (da leggere prima di calcolare)

→ $\Delta = k^2 - 36 < 0$, cioè $-6 < \mathbf{k} < 6$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che e' scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 671.

→ Per quale valore di k l'equazione $x^2 - 5x + k = 0$ ha una soluzione uguale a 2? (da leggere prima di calcolare)

→ sostituendo: $4 - 10 + k = 0$, quindi $\mathbf{k} = 6$. L'altra soluzione è allora 3, perché la somma vale 5. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che e' scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 672.

→ Per quali valori di k l'equazione $2x^2 - kx + 8 = 0$ ha soluzioni reali? (da leggere prima di calcolare)

→ $\Delta = k^2 - 64 \geq 0$, cioè $\mathbf{k} \leq -8 \vee \mathbf{k} \geq 8$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che e' scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 673.

→ Per quale valore di k le soluzioni di $x^2 - kx + 12 = 0$ sono una il doppio dell'altra? (da leggere prima di calcolare)

→ se sono t e $2t$: prodotto $2t^2 = 12$ dà $t = \pm\sqrt{6}$; somma $3t = k$, quindi $\mathbf{k} = \pm 3\sqrt{6}$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che e' scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 674.

→ Per quale valore di k l'equazione $x^2 + (k-1)x - k = 0$ ha soluzioni opposte? (da leggere prima di calcolare)

→ opposte vuol dire somma nulla: $-(k-1) = 0$, cioè $\mathbf{k} = 1$. (E allora l'equazione è $x^2 - 1 = 0$.) (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che e' scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 675.

→ Per quale valore di k l'equazione $kx^2 - 3x + k = 0$ ha soluzioni reciproche? (da leggere prima di calcolare)

→ reciproche vuol dire prodotto 1: $\frac{c}{a} = \frac{k}{k} = 1$, vero per ogni $k \neq 0$ — purché $\Delta = 9 - 4k^2 \geq 0$, cioè $-\frac{3}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}$, $k \neq 0$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che è scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 676.

→ Per quali valori di k l'equazione $(k-1)x^2 + 2kx + k+1 = 0$ è di secondo grado e ha due soluzioni distinte? (da leggere prima di calcolare)

→ serve $k \neq 1$ e $\frac{\Delta}{4} = k^2 - (k-1)(k+1) = 1 > 0$, sempre vero: $k \neq 1$. (non si cerca un numero: si cerca per quali valori del parametro succede quello che è scritto. E $\Delta \geq 0$ va controllato comunque)

Esercizio 677.

→ Un'equazione di secondo grado ha sempre due soluzioni reali. (vero o falso?)

→ **falso** — solo se $\Delta \geq 0$; se $\Delta < 0$ non ne ha nessuna in $\mathbb{R}$ (una risposta senza il perché non vale: è il perché che si riusa la volta dopo)

Esercizio 678.

→ Un'equazione spuria ha sempre lo zero fra le soluzioni. (vero o falso?)

→ **vero** — da $x(ax+b) = 0$ la legge di annullamento dà subito $x = 0$ (una risposta senza il perché non vale: è il perché che si riusa la volta dopo)

Esercizio 692.

→ $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 24 = 1$ (da leggere prima di calcolare)

→ il $-4ac$ va col suo segno: $\Delta = 25 - 24 = 1$ (riconoscere lo sbaglio di un altro è il modo più rapido di smettere di farlo)

Esercizio 693.

→ $2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm 5}{4}$ (da leggere prima di calcolare)

→ il denominatore è $2a = 4$, non 2: $x = \frac{3 \pm 5}{4}$ (riconoscere lo sbaglio di un altro è il modo più rapido di smettere di farlo)

Esercizio 704.

→ Un'equazione ha soluzioni 2 e -5 e primo coefficiente 1. Scrivila. (da leggere prima di calcolare)

→ $s = -3$, $p = -10$, quindi $x^2 + 3x - 10 = 0$ (la formula si legge al contrario: somma e prodotto sono la strada piu' corta)

Esercizio 705.

→ Un'equazione ha soluzioni $\frac{1}{2}$ e 3 e primo coefficiente 2. Scrivila a coefficienti interi. (da leggere prima di calcolare)

→ $2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 3) = 2x^2 - 7x + 3 = 0$ (la formula si legge al contrario: somma e prodotto sono la strada piu' corta)

Esercizio 716.

→ **Dimostra** la formula risolutiva col completamento del quadrato. (da leggere prima di calcolare)

→ si divide per a , si scrive il termine di primo grado come doppio prodotto e si aggiunge $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ a entrambi i membri: resta $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$, da cui la formula estraendo la radice. (una dimostrazione non e' un conto con dei numeri: e' lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 717.

→ **Dimostra** che $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$. (da leggere prima di calcolare)

→ sommando le due espressioni della formula le radici si elidono: $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a}$. (una dimostrazione non e' un conto con dei numeri: e' lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 718.

→ **Dimostra** che $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. (da leggere prima di calcolare)

→ è una differenza di quadrati: $\frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 - 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$. (una dimostrazione non e' un conto con dei numeri: e' lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 719.

→ **Dimostra** che $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ quando $\Delta > 0$. (da leggere prima di calcolare)

→ si raccoglie a , si sostituiscono $\frac{b}{a} = -(x_1 + x_2)$ e $\frac{c}{a} = x_1 x_2$, e si raccoglie parzialmente: $a[x(x - x_1) - x_2(x - x_1)]$. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 720.

→ **Dimostra** che un trinomio con $\Delta < 0$ non è scomponibile in $\mathbb{R}$. (da leggere prima di calcolare)

→ se lo fosse avrebbe un fattore $(x - x_1)$, e allora x_1 sarebbe una soluzione dell'equazione associata — che non ne ha. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 721.

→ **Dimostra** che una spuria ha sempre due soluzioni reali, di cui una nulla. (da leggere prima di calcolare)

→ $ax^2 + bx = x(ax + b)$, e un prodotto è nullo se e solo se lo è un fattore: $x = 0$ oppure $x = -\frac{b}{a}$. Sono reali per ogni a e b . (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 722.

→ **Giustifica** perché una pura ha due soluzioni opposte oppure nessuna. (da leggere prima di calcolare)

→ $x^2 = -\frac{c}{a}$: se il secondo membro è positivo le radici sono $\pm\sqrt{\cdot}$, opposte per costruzione; se è negativo nessun quadrato reale lo eguaglia. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 723.

→ **Dimostra** la regola di Cartesio nel caso di due permanenze. (da leggere prima di calcolare)

→ con a, b, c tutti positivi: $p = \frac{c}{a} > 0$, quindi le soluzioni sono concordi; $s = -\frac{b}{a} < 0$, quindi sono entrambe negative. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 724.

→ **Dimostra** che se a e c sono discordi l'equazione ha sempre due soluzioni reali distinte. (da leggere prima di calcolare)

→ $ac < 0$ implica $-4ac > 0$, quindi $\Delta = b^2 - 4ac$ è somma di un quadrato e di un positivo: è positivo per ogni b . (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 725.

→ **Dimostra** che la formula ridotta è la formula intera riscritta. (da leggere prima di calcolare)

→ si divide l'equazione per 2 e si applica la formula ai nuovi coefficienti $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}$: semplificando i 2 resta $x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - \frac{c}{2}}}{\frac{a}{2}}$. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 726.

→ **Giustifica** perché in una fratta una radice dell'equazione intera può non essere soluzione. (da leggere prima di calcolare)

→ moltiplicando per il denominatore si è moltiplicato per una quantità che per quel valore è nulla: il passaggio non è reversibile, e può introdurre soluzioni che l'equazione di partenza non ammette. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 727.

→ **Dimostra** che se x_1 e x_2 sono le soluzioni di $x^2 - sx + p = 0$, allora la loro somma è s e il prodotto è p . (da leggere prima di calcolare)

→ è il teorema generale con $a = 1, b = -s, c = p$: $-\frac{b}{a} = s$ e $\frac{c}{a} = p$. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)
