

SOLUZIONI: DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni soluzione si chiude con il **controllo**: un numero dentro l'insieme e uno fuori, sostituiti nel testo di partenza. È l'unico modo onesto di verificare un insieme, e sostituisce quello che nelle equazioni era «sostituisci la radice».

1. Ripasso: primo grado e intervalli

Esercizio 1.

→ $3x - 6 < 0$ (disequazione di primo grado: si isola la x)

→ $x < 2$ (dividendo per un coefficiente NEGATIVO il verso cambia; per uno positivo resta)

→ $S = (-\infty, 2)$ (la stessa risposta scritta con l'intervallo: tonda dove l'estremo è escluso, quadra dove è compreso)

Esercizio 2.

→ $-x - 5 > 0$ (disequazione di primo grado: si isola la x)

→ $x < -5$ (dividendo per un coefficiente NEGATIVO il verso cambia; per uno positivo resta)

→ $S = (-\infty, -5)$ (la stessa risposta scritta con l'intervallo: tonda dove l'estremo è escluso, quadra dove è compreso)

Esercizio 33.

→ $-2 < x \leq 5$ (la stessa risposta, scritta nell'altra forma)

→ $S = (-2, 5]$ (parentesi TONDA dove l'estremo è escluso, QUADRA dove è compreso; dalla parte dell'infinito sempre tonda)

Esercizio 34.

→ $x \geq 7$ (la stessa risposta, scritta nell'altra forma)

→ $S = [7, +\infty)$ (parentesi TONDA dove l'estremo è escluso, QUADRA dove è compreso; dalla parte dell'infinito sempre tonda)

2. Il segno di un trinomio

Esercizio 45.

→ $x^2 + \frac{7}{2}x - 2$ (si chiede il SEGNO: non c'è nessun verso da rispettare, vanno dette tutte e tre le zone)

→ $\Delta = \frac{7^2}{2} - 4 \cdot 1 \cdot -2 = \frac{81}{4}$ (il discriminante dice quante volte la parabola tocca l'asse, e quindi quante zone ci sono)

→ $x_1 = -4, x_2 = \frac{1}{2}$ (sono i CONFINI fra le zone, non la risposta)

→ $a = 1$, quindi a è **positivo**. (la regola dice «concorde con a fuori, discorde dentro»: senza il segno di a la regola non si può nemmeno leggere)

→ **positivo per $x < -4 \vee x > \frac{1}{2}$; negativo per $-4 < x < \frac{1}{2}$** (controllo: sostituendo un numero di ciascuna zona il segno che viene è quello dichiarato)

Esercizio 46.

→ $x^2 - x - 6$ (si chiede il SEGNO: non c'è nessun verso da rispettare, vanno dette tutte e tre le zone)

→ $\Delta = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6 = 25$ (il discriminante dice quante volte la parabola tocca l'asse, e quindi quante zone ci sono)

→ $x_1 = -2, x_2 = 3$ (sono i CONFINI fra le zone, non la risposta)

→ $a = 1$, quindi a è **positivo**. (la regola dice «concorde con a fuori, discorde dentro»: senza il segno di a la regola non si può nemmeno leggere)

→ **positivo per $x < -2 \vee x > 3$; negativo per $-2 < x < 3$** (controllo: sostituendo un numero di ciascuna zona il segno che viene è quello dichiarato)

3. Disequazioni intere: il caso base

Esercizio 105.

→ $x^2 - x - 6 < 0$ (disequazione di secondo grado intera)

→ $\Delta = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6 = 25$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = -2, x_2 = 3$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona interna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ **$-2 < x < 3$** (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, 3)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 106.

→ $x^2 - x - 6 > 0$ (disequazione di secondo grado intera)

→ $\Delta = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6 = 25$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = -2, x_2 = 3$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona esterna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $x < -2 \vee x > 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 229.

→ $x^2 - 6x + 9 > 0$ (disuguaglianza di secondo grado intera)

→ $\Delta = -6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $\Delta = 0$: una radice doppia, $x_1 = x_2 = 3$. (il trinomio è un quadrato: positivo dappertutto tranne dove si annulla)

→ $x \neq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \mathbb{R} \setminus \{3\}$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 230.

→ $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ (disuguaglianza di secondo grado intera)

→ $\Delta = -6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $\Delta = 0$: una radice doppia, $x_1 = x_2 = 3$. (il trinomio è un quadrato: positivo dappertutto tranne dove si annulla)

→ $\mathbb{R}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \mathbb{R}$)

→ Controllo: qualunque numero si provi, la disuguaglianza è **vera**. (il trinomio ha segno costante e il verso chiede proprio quel segno)

Esercizio 284.

→ $x^2 + x + 1 > 0$ (disuguaglianza di secondo grado intera)

→ $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $\Delta < 0$: **nessuna radice reale**. (con $a > 0$ il trinomio è positivo per OGNI x : la risposta è $\mathbb{R}$ oppure $\emptyset$, secondo il verso)

→ $\mathbb{R}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \mathbb{R}$)

→ **Controllo:** qualunque numero si provi, la disuguaglianza è vera. (il trinomio ha segno costante e il verso chiede proprio quel segno)

Esercizio 285.

→ $x^2 + x + 1 < 0$ (disequazione di secondo grado intera)

→ $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $\Delta < 0$: **nessuna radice reale.** (con $a > 0$ il trinomio è positivo per OGNI x : la risposta è $\mathbb{R}$ oppure $\emptyset$, secondo il verso)

→ $\emptyset$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \emptyset$)

→ **Controllo:** qualunque numero si provi, la disuguaglianza è falsa. (l'insieme vuoto non si verifica con un esempio, si verifica col segno del trinomio: non cambia mai)

4. Con $a < 0$, e da portare in forma normale

Esercizio 328.

→ $-4x^2 - 11x + 3 \geq 0$ (disequazione di secondo grado intera)

→ **Moltiplico per -1 :** $4x^2 + 11x - 3 \leq 0$ (il coefficiente di x^2 era negativo. Moltiplicando per un numero NEGATIVO il verso cambia — ed è il passaggio che si sbaglia più spesso di tutto il capitolo)

→ $\Delta = 11^2 - 4 \cdot 4 \cdot -3 = 169$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{4}$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona interna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $-3 \leq x \leq \frac{1}{4}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[-3, \frac{1}{4}\right]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 329.

→ $-x^2 + 5x - 6 > 0$ (disequazione di secondo grado intera)

→ **Moltiplico per -1 :** $x^2 - 5x + 6 < 0$ (il coefficiente di x^2 era negativo. Moltiplicando per un numero NEGATIVO il verso cambia — ed è il passaggio che si sbaglia più spesso di tutto il capitolo)

→ $\Delta = -5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = 2, x_2 = 3$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona interna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $2 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (2, 3)$)

→ Controllo: con $x = \frac{5}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 372.

→ $x^2 + 3x > 10$ (prima si porta tutto a primo membro: la regola del segno vale sulla FORMA NORMALE, non su una disequazione qualunque)

→ $x^2 + 3x - 10 > 0$ (sviluppati i prodotti e sommati i termini simili)

→ $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot -10 = 49$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = -5$, $x_2 = 2$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona esterna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $x < -5 \vee x > 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -5) \cup (2, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 373.

→ $2x^2 < x + 6$ (prima si porta tutto a primo membro: la regola del segno vale sulla FORMA NORMALE, non su una disequazione qualunque)

→ $2x^2 - x - 6 < 0$ (sviluppati i prodotti e sommati i termini simili)

→ $\Delta = -1^2 - 4 \cdot 2 \cdot -6 = 49$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = -\frac{3}{2}$, $x_2 = 2$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona interna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $-\frac{3}{2} < x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(-\frac{3}{2}, 2\right)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

5. Incomplete: pure, spurie, monomie

Esercizio 388.

→ $x^2 - 9 < 0$ (disequazione di secondo grado intera)

→ $\Delta = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot -9 = 36$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = -3, x_2 = 3$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona interna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $-3 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-3, 3)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 389.

→ $x^2 - 9 > 0$ (disequazione di secondo grado intera)

→ $\Delta = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot -9 = 36$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = -3, x_2 = 3$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona esterna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $x < -3 \vee x > 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

6. Estremi irrazionali

Esercizio 454.

→ $x^2 - 2x - 1 < 0$ (disequazione di secondo grado intera)

→ $\Delta = -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 8$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = 1 - \sqrt{2}, x_2 = 1 + \sqrt{2}$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona interna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 455.

→ $x^2 - 2x - 1 > 0$ (disuguaglianza di secondo grado intera)

→ $\Delta = -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 8$ (il segno di Δ decide in quale delle tre righe della tabella siamo)

→ $x_1 = 1 - \sqrt{2}$, $x_2 = 1 + \sqrt{2}$ (sono i confini delle zone: la risposta è una zona, non questi due numeri)

→ Con $a > 0$ il trinomio è **negativo dentro e positivo fuori**: il verso chiede la zona esterna. («concorde con a fuori, discorde dentro», e qui a è positivo)

→ $x < 1 - \sqrt{2} \vee x > 1 + \sqrt{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

7. Grado superiore al secondo**Esercizio 498.**

→ $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 > 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x + 1)(x^2 - 3x - 10) > 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x + 1 > 0$ per $x > -1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 3x - 10 > 0$ per $x < -2 \vee x > 5$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-2, -1, 5$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-2 < x < -1 \vee x > 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, -1) \cup (5, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -\frac{3}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 499.

→ $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 \leq 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x + 1)(x^2 - 3x - 10) \leq 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x + 1 > 0$ per $x > -1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 3x - 10 > 0$ per $x < -2 \vee x > 5$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-2, -1, 5$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x \leq -2 \vee -1 \leq x \leq 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -2] \cup [-1, 5]$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -\frac{3}{2}$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 514.

→ $x^4 - 9x^2 < 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2)(x^2 - 9) < 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 > 0$ per $x \neq 0$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 9 > 0$ per $x < -3 \vee x > 3$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-3, 0, 3$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-3 < x < 0 \vee 0 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-3, 0) \cup (0, 3)$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 515.

→ $x^4 - 2x^2 - 3 \geq 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 + 1)(x^2 - 3) \geq 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 + 1 > 0$ per $\mathbb{R}$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 3 > 0$ per $x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3}$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-\sqrt{3}, \sqrt{3}$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x \leq -\sqrt{3} \vee x \geq \sqrt{3}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 516.

→ $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 1)(x^2 - 4) < 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 1 > 0$ per $x < -1 \vee x > 1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-2, -1, 1, 2$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-2 < x < -1 \vee 1 < x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, -1) \cup (1, 2)$)

→ Controllo: con $x = -\frac{3}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 517.

→ $x^4 - 5x^2 + 4 > 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 1)(x^2 - 4) > 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 1 > 0$ per $x < -1 \vee x > 1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-2, -1, 1, 2$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x < -2 \vee -1 < x < 1 \vee x > 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 518.

→ $x^4 - 13x^2 + 36 \leq 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 4)(x^2 - 9) \leq 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 9 > 0$ per $x < -3 \vee x > 3$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-3, -2, 2, 3$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-3 \leq x \leq -2 \vee 2 \leq x \leq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-3, -2] \cup [2, 3]$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 519.

→ $x^4 - 10x^2 + 9 > 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 1)(x^2 - 9) > 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 1 > 0$ per $x < -1 \vee x > 1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 9 > 0$ per $x < -3 \vee x > 3$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-3, -1, 1, 3$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x < -3 \vee -1 < x < 1 \vee x > 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 520.

→ $x^4 - x^2 \geq 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2)(x^2 - 1) \geq 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 > 0$ per $x \neq 0$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 1 > 0$ per $x < -1 \vee x > 1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-1, 0, 1$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x \leq -1 \vee x = 0 \vee x \geq 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [1, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -\frac{1}{2}$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 521.

→ $x^4 - 16 < 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 + 4)(x^2 - 4) < 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 + 4 > 0$ per $\mathbb{R}$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-2, 2$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-2 < x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, 2)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 522.

→ $x^4 - 8x^2 + 16 > 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 4)(x^2 - 4) > 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-2, 2$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x \neq -2 \wedge x \neq 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 523.

→ $x^4 - 29x^2 + 100 < 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 4)(x^2 - 25) < 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 25 > 0$ per $x < -5 \vee x > 5$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-5, -2, 2, 5$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-5 < x < -2 \vee 2 < x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, -2) \cup (2, 5)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 524.

→ $x^4 - 10x^2 + 9 < 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 1)(x^2 - 9) < 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 1 > 0$ per $x < -1 \vee x > 1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 9 > 0$ per $x < -3 \vee x > 3$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-3, -1, 1, 3$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-3 < x < -1 \vee 1 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-3, -1) \cup (1, 3)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 525.

→ $x^4 - 20x^2 + 64 > 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 4)(x^2 - 16) > 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 16 > 0$ per $x < -4 \vee x > 4$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-4, -2, 2, 4$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x < -4 \vee -2 < x < 2 \vee x > 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -4) \cup (-2, 2) \cup (4, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 526.

→ $x^4 - 26x^2 + 25 \leq 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 1)(x^2 - 25) \leq 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 1 > 0$ per $x < -1 \vee x > 1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 25 > 0$ per $x < -5 \vee x > 5$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-5, -1, 1, 5$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-5 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-5, -1] \cup [1, 5]$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -6$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 527.

→ $x^4 - 25x^2 + 144 \geq 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 9)(x^2 - 16) \geq 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 9 > 0$ per $x < -3 \vee x > 3$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 16 > 0$ per $x < -4 \vee x > 4$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-4, -3, 3, 4$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x \leq -4 \vee -3 \leq x \leq 3 \vee x \geq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -4] \cup [-3, 3] \cup [4, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -\frac{7}{2}$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 528.

→ $x^4 - 29x^2 + 100 < 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 4)(x^2 - 25) < 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 25 > 0$ per $x < -5 \vee x > 5$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-5, -2, 2, 5$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-5 < x < -2 \vee 2 < x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, -2) \cup (2, 5)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 529.

→ $x^4 - 37x^2 + 36 > 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 1)(x^2 - 36) > 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 1 > 0$ per $x < -1 \vee x > 1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 36 > 0$ per $x < -6 \vee x > 6$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-6, -1, 1, 6$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x < -6 \vee -1 < x < 1 \vee x > 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -6) \cup (-1, 1) \cup (6, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -7$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 530.

→ $x^4 - 41x^2 + 400 \leq 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 16)(x^2 - 25) \leq 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 16 > 0$ per $x < -4 \vee x > 4$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 25 > 0$ per $x < -5 \vee x > 5$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-5, -4, 4, 5$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-5 \leq x \leq -4 \vee 4 \leq x \leq 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-5, -4] \cup [4, 5]$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -6$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 531.

→ $x^4 - 40x^2 + 144 \geq 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 4)(x^2 - 36) \geq 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 4 > 0$ per $x < -2 \vee x > 2$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 36 > 0$ per $x < -6 \vee x > 6$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-6, -2, 2, 6$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x \leq -6 \vee -2 \leq x \leq 2 \vee x \geq 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -6] \cup [-2, 2] \cup [6, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 532.

→ $x^4 - 50x^2 + 49 < 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 1)(x^2 - 49) < 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 1 > 0$ per $x < -1 \vee x > 1$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 49 > 0$ per $x < -7 \vee x > 7$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-7, -1, 1, 7$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $-7 < x < -1 \vee 1 < x < 7$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-7, -1) \cup (1, 7)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -7$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 533.

→ $x^4 - 34x^2 + 225 > 0$ (grado maggiore del secondo: non c'è una formula, si scompone)

→ $(x^2 - 9)(x^2 - 25) > 0$ (scomposto in fattori di primo e secondo grado. Ci si ferma al secondo grado: il suo segno si sa studiare)

→ $x^2 - 9 > 0$ per $x < -3 \vee x > 3$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ $x^2 - 25 > 0$ per $x < -5 \vee x > 5$ (il segno di ogni fattore, uno per volta: sono le righe del quadro)

→ Quadro dei segni sui punti $-5, -3, 3, 5$. (i segni delle righe si MOLTIPLICANO colonna per colonna: è la regola dei segni di un prodotto)

→ $x < -5 \vee -3 < x < 3 \vee x > 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -5) \cup (-3, 3) \cup (5, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

8. Disequazioni fratte

Esercizio 534.

→ $\frac{x-1}{x-3} > 0$ (disequazione fratta: l'incognita è al denominatore)

→ C.E.: $x \neq 3$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori dove la frazione non esiste, e non potranno mai entrare nella risposta)

→ Non si moltiplica per il denominatore. (non se ne conosce il segno — dipende da x , che è quello che stiamo cercando — e moltiplicare per un negativo cambierebbe il verso)

→ Quadro dei segni di numeratore e denominatore. (sopra gli zeri del denominatore si scrive $\frac{\neq}{\neq}$, non 0: lì la frazione non esiste)

→ $x < 1 \vee x > 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 535.

→ $\frac{x-1}{x-3} \leq 0$ (disuguaglianza fratta: l'incognita è al denominatore)

→ C.E.: $x \neq 3$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori dove la frazione non esiste, e non potranno mai entrare nella risposta)

→ Non si moltiplica per il denominatore. (non se ne conosce il segno — dipende da x , che è quello che stiamo cercando — e moltiplicare per un negativo cambierebbe il verso)

→ Quadro dei segni di numeratore e denominatore. (sopra gli zeri del denominatore si scrive $\frac{+}{-}$, non 0: lì la frazione non esiste)

→ $1 \leq x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [1, 3)$)

→ Controllo: con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

9. Sistemi di disequazioni

Esercizio 574.

→ $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases}$ (sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $1 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (1, 3)$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 575.

→ $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x^2 - 5x + 6 < 0 \end{cases}$ (sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $2 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (2, 3)$)

→ Controllo: con $x = \frac{5}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 608.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 5 < 0 \\ x^2 - 4x + 4 > 0 \\ 3x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

$$\rightarrow -\frac{1}{3} \leq x < 2 \vee 2 < x < \sqrt{5} \quad (\text{la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[-\frac{1}{3}, 2\right) \cup (2, \sqrt{5}))$$

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 609.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 > 0 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

$$\rightarrow 2 < x < 4 \quad (\text{la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = (2, 4))$$

→ Controllo: con $x = 3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 610.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ x^2 - 1 > 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $1 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (1, 3)$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 611.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x^2 - 4x + 3 > 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-\frac{1}{2} < x < 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 612.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 \leq 0 \\ x^2 - 16 < 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $2 \leq x \leq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [2, 3]$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 613.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 < 0 \\ x^2 - 6x + 9 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $1 < x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (1, 2)$)

→ Controllo: con $x = \frac{3}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 614.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 10 \leq 0 \\ x^2 - x \geq 0 \\ 3x - 3 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $2 \leq x \leq 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [2, 5]$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 615.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 25 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-2 \leq x < -1 \vee 3 < x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-2, -1) \cup (3, 5)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 616.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 4 \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $x = 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{2\}$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 617.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 9x + 20 < 0 \\ x^2 - 8x + 16 > 0 \\ x - 4 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $4 < x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (4, 5)$)

→ Controllo: con $x = \frac{9}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 618.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 12 \leq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \\ 2x - 3 < 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

$$\rightarrow -4 \leq x < -1 \vee 1 < x < \frac{3}{2} \quad (\text{la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = [-4, -1) \cup (1, \frac{3}{2}))$$

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 619.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x < 0 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

$$\rightarrow 1 \leq x < 4 \quad (\text{la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = [1, 4))$$

→ Controllo: con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 620.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 36 < 0 \\ x^2 - 3x - 10 \geq 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-5 < x \leq -2 \vee 5 \leq x < 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, -2] \cup [5, 6)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 621.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 11x + 30 \leq 0 \\ x^2 - 12x + 36 > 0 \\ x - 5 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $5 \leq x < 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [5, 6)$)

→ Controllo: con $x = 5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 622.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 16 < 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \\ x + 3 \geq 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 4 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si **INTERSECA**, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-3 \leq x < -1 \vee 2 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-3, -1) \cup (2, 3)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 623.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 8 \leq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \\ 2x - 7 < 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 4 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si **INTERSECA**, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $2 \leq x < \frac{7}{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[2, \frac{7}{2}\right)$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 624.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x-3} > 0 \\ x^2 - 16 < 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 3$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si **INTERSECA**, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-4 < x < 1 \vee 3 < x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-4, 1) \cup (3, 4)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 625.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{x-2} \leq 0 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 2$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-2 < x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, 2)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 626.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-1} \geq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 1$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-2 \leq x < 1 \vee 2 \leq x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-2, 1) \cup [2, 3)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 627.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-5}{x+1} < 0 \\ x^2-9 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq -1$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-1 < x \leq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-1, 3]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 628.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+4}{x-4} > 0 \\ x^2 - 2x - 8 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 4$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $\emptyset$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \emptyset$)

→ **Controllo:** qualunque numero si provi, la disuguaglianza è falsa. (l'insieme vuoto non si verifica con un esempio, si verifica col segno del trinomio: non cambia mai)

Esercizio 629.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-9} \leq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq -3, x \neq 3$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-4 < x < -3 \vee 1 \leq x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-4, -3) \cup [1, 3)$)

→ **Controllo:** con $x = -\frac{7}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 630.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{x-5} < 0 \\ x^2 - 4x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 5$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-3 < x \leq 0 \vee 4 \leq x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-3, 0] \cup [4, 5)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 631.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 2} \geq 0 \\ x^2 - 25 < 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq -2$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-2 < x \leq -1 \vee 1 \leq x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, -1] \cup [1, 5)$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 632.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x - 2}{x - 5} > 0 \\ x^2 - 36 < 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 5$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-1 \leq x < 2 \vee 5 < x < 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-1, 2) \cup (5, 6)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 633.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} \leq 0 \\ x^2 - 3x - 10 < 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 1$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-1 \leq x < 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-1, 1)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 634.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-6}{x+2} \geq 0 \\ x^2 - 49 < 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq -2$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $6 \leq x < 7$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [6, 7)$)

→ Controllo: con $x = 6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 635.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 4} < 0 \\ x^2 - x - 12 \leq 0 \\ x + 3 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 4$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $3 < x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (3, 4)$)

→ Controllo: con $x = \frac{7}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 636.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x + 5}{x - 3} \leq 0 \\ x^2 - 64 < 0 \\ 2x + 9 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq 3$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-\frac{9}{2} < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(-\frac{9}{2}, 3\right)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 637.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x - 4}{x + 6} > 0 \\ x^2 + 2x - 15 \leq 0 \\ x + 5 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq -6$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $\emptyset$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \emptyset$)

→ Controllo: qualunque numero si provi, la disuguaglianza è falsa. (l'insieme vuoto non si verifica con un esempio, si verifica col segno del trinomio: non cambia mai)

Esercizio 638.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x-4} > 0 \\ \frac{x+2}{x+1} > 0 \\ x^2 - 36 < 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq -1, x \neq 4$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-6 < x < -2 \vee -1 < x < 1 \vee 4 < x < 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-6, -2) \cup (-1, 1) \cup (4, 6)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è vera; con $x = -6$ (fuori) è falsa. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 639.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{x-2} \leq 0 \\ \frac{x-5}{x+6} < 0 \\ x+7 > 0 \end{cases} \quad (\text{sistema: le disequazioni devono valere CONTEMPORANEAMENTE})$$

→ C.E.: $x \neq -6, x \neq 2$ (una riga è fratta, e le sue condizioni valgono per il SISTEMA INTERO: un valore che rende priva di senso una riga non può essere soluzione, anche se le altre righe lo accetterebbero)

→ Si risolve ogni riga da sola. (e si chiamano $S_1, S_2, \dots$ gli insiemi che ne escono)

→ Con 3 righe si disegna il quadro delle soluzioni. (gli estremi in gioco sono tanti, e tenerli a mente nell'ordine giusto è il modo in cui si perde un pezzo di risposta)

→ Poi si INTERSECA, non si moltiplica. (questo è il quadro delle SOLUZIONI: le righe sono insiemi, non fattori. I segni si moltiplicano nel quadro dei segni, che è un'altra cosa)

→ $-3 \leq x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-3, 2)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

10. Domini

Esercizio 640.

→ $\sqrt{x^2 + 7x}$ (si chiede il DOMINIO: per quali x l'espressione ha senso)

→ Condizione: il radicando dev'essere ≥ 0 . (sotto una radice quadrata un numero negativo non ci può stare. Lo zero sì: $\sqrt{0} = 0$)

→ $x \leq -7 \vee x \geq 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -7] \cup [0, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -7$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

Esercizio 641.

→ $\sqrt{x^2 - 4x + 3}$ (si chiede il DOMINIO: per quali x l'espressione ha senso)

→ Condizione: il radicando dev'essere ≥ 0 . (sotto una radice quadrata un numero negativo non ci può stare. Lo zero sì: $\sqrt{0} = 0$)

→ $x \leq 1 \vee x \geq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo di PARTENZA, non nella forma normale: se l'errore fosse lì, controllare sulla riga dopo lo confermerebbe)

11. Problemi

Esercizio 696.

→ In una rete ogni dispositivo è collegato a tutti gli altri, e i collegamenti sono almeno 24. Qual è il numero minimo di dispositivi? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ $\frac{x(x-1)}{2} \geq 24$ dà $x^2 - x - 48 \geq 0$, con $x \geq \frac{1+\sqrt{193}}{2} \approx 7,45$: **8 dispositivi** (con 8 i collegamenti sono 28, con 7 soltanto 21).

Esercizio 697.

→ Un rettangolo ha il perimetro di 40 cm. Per quali valori della base l'area supera 91 cm²? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ base x , altezza $20 - x$ con $0 < x < 20$: $x(20 - x) > 91$ dà $x^2 - 20x + 91 < 0$, cioè **7 < x < 13** (in cm).

Esercizio 698.

→ Il prodotto di due numeri naturali consecutivi è maggiore di 110. Qual è il più piccolo dei due? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ $x(x + 1) > 110$ dà $x^2 + x - 110 > 0$, con radici -11 e 10 : $x > 10$, e siccome $x \in \mathbb{N}$ il più piccolo è **11** (infatti $11 \cdot 12 = 132 > 110$).

Esercizio 699.

→ Un sasso lanciato verso l'alto ha altezza $h = 20t - 5t^2$ metri dopo t secondi. Per quanto tempo si trova sopra i 15 metri? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ $20t - 5t^2 > 15$ dà $t^2 - 4t + 3 < 0$, cioè **1 < t < 3**: resta sopra i 15 metri per 2 secondi.

Esercizio 700.

→ Un'azienda ha un guadagno $G = -2x^2 + 60x - 400$ euro producendo x pezzi. Per quali valori di x è in guadagno? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ $-2x^2 + 60x - 400 > 0$ dà $x^2 - 30x + 200 < 0$, cioè **10 < x < 20** pezzi. Fuori da quell'intervallo l'azienda è in perdita.

Esercizio 701.

→ La somma dei quadrati di due numeri interi consecutivi non supera 85. Quali sono le coppie possibili? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ $x^2 + (x + 1)^2 \leq 85$ dà $2x^2 + 2x - 84 \leq 0$, cioè $x^2 + x - 42 \leq 0$ e $-7 \leq x \leq 6$: **$x \in \{-7, -6, \dots, 6\}$** , quattordici coppie.

Esercizio 702.

→ Un quadrato ha il lato di x cm. Se si allunga un lato di 3 cm e si accorcia l'altro di 2 cm, l'area del rettangolo ottenuto è minore di quella del quadrato. Per quali x ? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ condizione $x > 2$; $(x + 3)(x - 2) < x^2$ dà $x - 6 < 0$, cioè $2 < x < 6$ (in cm).

Esercizio 703.

→ Il triplo del quadrato di un numero, diminuito del numero stesso, non supera 10. Quali numeri? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ $3x^2 - x \leq 10$ dà $3x^2 - x - 10 \leq 0$, con radici $-\frac{5}{3}$ e 2: $-\frac{5}{3} \leq x \leq 2$.

Esercizio 704.

→ Una scatola senza coperchio si ottiene da un cartoncino quadrato di lato x tagliando quattro quadratini di lato 2 agli angoli. Per quali x il fondo ha area di almeno 36? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ il fondo è un quadrato di lato $x - 4$, con $x > 4$: $(x - 4)^2 \geq 36$ dà $x \leq -2 \vee x \geq 10$, e con la condizione resta $x \geq 10$.

Esercizio 705.

→ Un campo rettangolare ha la base che supera di 7 m l'altezza, e un'area non superiore a 60 m². Quanto può misurare l'altezza? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ altezza $x > 0$, base $x + 7$: $x(x + 7) \leq 60$ dà $x^2 + 7x - 60 \leq 0$, con radici -12 e 5; con $x > 0$ resta $0 < x \leq 5$ metri.

Esercizio 706.

→ Per quali numeri il quadrato è minore del numero stesso? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ $x^2 < x$ dà $x^2 - x < 0$, cioè $0 < x < 1$: sono i numeri fra zero e uno, e nessun altro. È il motivo per cui elevare al quadrato non sempre «ingrandisce».

Esercizio 707.

→ Un biglietto costa 12 euro e il teatro vende 200 biglietti. Ogni euro di sconto porta 30 spettatori in più. Per quali sconti l'incasso resta almeno 2400 euro? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ sconto x con $0 \leq x \leq 12$: $(12 - x)(200 + 30x) \geq 2400$ dà $-30x^2 + 160x \geq 0$, cioè $30x^2 - 160x \leq 0$ e $0 \leq x \leq \frac{16}{3}$ euro.

Esercizio 708.

→ La diagonale di un rettangolo misura 10 cm e la base supera l'altezza. Per quali altezze l'area è maggiore di 48 cm^2 ? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ altezza x con $0 < x < 10$, base $\sqrt{100 - x^2}$: $x\sqrt{100 - x^2} > 48$, elevando $x^4 - 100x^2 + 2304 < 0$, che in $y = x^2$ dà $36 < y < 64$, cioè $6 < x < 8$ — ma la base deve superare l'altezza, quindi $6 < x < \sqrt{50}$.

Esercizio 709.

→ Quanti lati ha un poligono che ha più di 35 diagonali? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ le diagonali sono $\frac{n(n-3)}{2}$: $\frac{n(n-3)}{2} > 35$ dà $n^2 - 3n - 70 > 0$, con radici -7 e 10 ; con $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 3$ resta $n \geq 11$.

Esercizio 710.

→ Un'auto frena e percorre $s = 20t - 2t^2$ metri in t secondi, finché non si ferma. Dopo quanti secondi ha percorso almeno 42 metri? (problema: prima l'incognita e le condizioni, poi la traduzione, e l'arrotondamento SOLO alla fine)

→ si ferma quando la velocità si annulla, a $t = 5$; $20t - 2t^2 \geq 42$ dà $t^2 - 10t + 21 \leq 0$, cioè $3 \leq t \leq 7$, e con $t \leq 5$ resta $3 \leq t \leq 5$ secondi.

12. Parametriche, vero o falso, errori, a ritroso, dimostrazioni**Esercizio 711.**

→ Per quale valore di k il trinomio $2x^2 + 5x + k$ è sempre positivo? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ serve $a > 0$ (già vero) e $\Delta = 25 - 8k < 0$, cioè $k > \frac{25}{8}$.

Esercizio 712.

→ Per quale valore di k il trinomio $kx^2 + 8x - 11$ è sempre negativo? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ servono $k < 0$ e $\Delta = 64 + 44k < 0$: intersecando, $\mathbf{k} < -\frac{16}{11}$. Il caso $k = 0$ va scartato a parte: resta $8x - 11$, che cambia segno.

Esercizio 713.

→ Per quali valori di k la disequazione $x^2 + kx + 9 > 0$ è verificata da ogni x reale? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ $a = 1 > 0$, e serve $\Delta = k^2 - 36 < 0$: $\mathbf{-6 < k < 6}$.

Esercizio 714.

→ Per quali valori di k la disequazione $x^2 - 2kx + k + 6 \leq 0$ ha soluzioni? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ con $a > 0$ ha soluzioni se e solo se $\Delta \geq 0$: $\frac{\Delta}{4} = k^2 - k - 6 \geq 0$ dà $\mathbf{k \leq -2 \vee k \geq 3}$.

Esercizio 715.

→ Per quali valori di k la disequazione $x^2 + kx + 4 < 0$ non ha soluzioni? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ non ne ha quando il trinomio è sempre positivo o nullo: $\Delta = k^2 - 16 \leq 0$, cioè $\mathbf{-4 \leq k \leq 4}$.

Esercizio 716.

→ Per quali valori di k il trinomio $(k - 1)x^2 + 2x + 1$ è sempre positivo? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ servono $k - 1 > 0$ e $\Delta = 4 - 4(k - 1) < 0$, cioè $k > 1$ e $k > 2$: $\mathbf{k > 2}$. Con $k = 1$ resta $2x + 1$, che cambia segno: scartato.

Esercizio 717.

→ Per quali valori di k la disequazione $kx^2 - 4x + k < 0$ è verificata da ogni x ? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ servono $k < 0$ e $\Delta = 16 - 4k^2 < 0$, cioè $k < -2 \vee k > 2$: intersecando, $\mathbf{k < -2}$.

Esercizio 718.

→ Per quale valore di k l'insieme delle soluzioni di $x^2 - kx + 9 \leq 0$ è un solo punto? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ un solo punto vuol dire $\Delta = 0$: $k^2 - 36 = 0$, cioè $k = \pm 6$. Con $k = 6$ il punto è $x = 3$, con $k = -6$ è $x = -3$.

Esercizio 719.

→ Per quali valori di k il trinomio $x^2 + 2kx + k + 2$ ha due zeri distinti? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ $\frac{\Delta}{4} = k^2 - k - 2 > 0$, con radici -1 e 2 : $k < -1 \vee k > 2$.

Esercizio 720.

→ Per quali valori di k la disequazione $(k + 2)x^2 + 2kx + k > 0$ non è mai verificata? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ mai verificata vuol dire sempre ≤ 0 : servono $k + 2 < 0$ e $\Delta \leq 0$. Da $\frac{\Delta}{4} = k^2 - k(k + 2) = -2k \leq 0$ viene $k \geq 0$, incompatibile con $k < -2$: **nessun valore di k** .

Esercizio 721.

→ Per quali valori di k le soluzioni di $x^2 - 5x + k < 0$ formano un intervallo di ampiezza maggiore di 3? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ l'ampiezza è $x_2 - x_1 = \sqrt{\Delta}$ (perché $a = 1$): serve $\sqrt{25 - 4k} > 3$, cioè $25 - 4k > 9$ e $k < 4$.

Esercizio 722.

→ Per quali valori di k il trinomio $x^2 + (k - 3)x + 1$ è positivo per ogni x ? (parametrica: le condizioni sul segno di a e sul segno di Δ valgono INSIEME, e il valore che annulla a si discute a parte)

→ $\Delta = (k - 3)^2 - 4 < 0$ dà $|k - 3| < 2$, cioè $1 < k < 5$.

Esercizio 723.

→ Se $\Delta < 0$ la disequazione $ax^2 + bx + c > 0$ non ha soluzioni. (vero o falso, con la motivazione)

→ **falso** — dipende dal segno di a : se $a > 0$ è verificata da *ogni* x , se $a < 0$ da nessuno.

Esercizio 724.

→ La disequazione $x^2 \geq 0$ è verificata da ogni numero reale. (vero o falso, con la motivazione)

→ **vero** — un quadrato non è mai negativo, e lo zero è ammesso dal verso largo.

Esercizio 738.

→ $x^2 - x - 6 < 0 \Rightarrow x < -2 \vee x > 3$ (trova l'errore: si controlla sostituendo un numero: se un numero della risposta non verifica il testo, la risposta è sbagliata)

→ il verso è $<$, quindi serve il trinomio **negativo**: con $a > 0$ è la zona **interna**. Giusto: $-2 < x < 3$.

Esercizio 739.

→ $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Rightarrow x < 2 \vee x > 3$ (trova l'errore: si controlla sostituendo un numero: se un numero della risposta non verifica il testo, la risposta è sbagliata)

→ il coefficiente di x^2 è negativo e non si è cambiato il verso. Portando $a > 0$: $x^2 - 5x + 6 < 0$, cioè $2 < x < 3$.

Esercizio 750.

→ Una disequazione della forma $x^2 + bx + c < 0$ ha per soluzioni $-3 < x < 5$. Quali sono b e c ? (a ritroso: si parte dagli estremi dell'insieme, che sono le radici dell'equazione associata)

→ le radici sono -3 e 5 : somma 2 , prodotto -15 , quindi $b = -2$ e $c = -15$. La disequazione è $x^2 - 2x - 15 < 0$.

Esercizio 751.

→ Una disequazione $x^2 + bx + c > 0$ ha per soluzioni $x \neq 4$. Quali sono b e c ? (a ritroso: si parte dagli estremi dell'insieme, che sono le radici dell'equazione associata)

→ serve $\Delta = 0$ con radice doppia 4 : il trinomio è $(x - 4)^2$, quindi $b = -8$, $c = 16$.

Esercizio 762.

→ Dimostra che $x^2 + x + 1$ è positivo per ogni x reale. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$ e $a = 1 > 0$: per la regola del segno il trinomio è concorde con a per ogni x , quindi sempre positivo. c.v.d.

Esercizio 763.

→ Dimostra che, se $\Delta < 0$, il trinomio $ax^2 + bx + c$ non cambia mai segno. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ completando il quadrato, $ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{-\Delta}{4a^2} \right]$: la parentesi è somma di un quadrato e di un numero positivo, quindi è sempre positiva, e il segno del trinomio è quello di a . c.v.d.

Esercizio 764.

→ Dimostra che la disequazione $x^2 < x$ è verificata solo da numeri compresi fra 0 e 1. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ $x^2 - x < 0$ dà $x(x - 1) < 0$: il prodotto è negativo quando i fattori hanno segno diverso, cioè per $0 < x < 1$. Fuori di lì il quadrato non è mai minore del numero.

Esercizio 765.

→ Dimostra che la somma di un numero positivo e del suo reciproco non è mai minore di 2. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ per $x > 0$, $x + \frac{1}{x} \geq 2$ equivale a $x^2 - 2x + 1 \geq 0$, cioè $(x - 1)^2 \geq 0$, che è vera sempre. L'uguaglianza vale solo per $x = 1$. c.v.d.

Esercizio 766.

→ Dimostra che, se $a > 0$ e $\Delta = 0$, la disequazione $ax^2 + bx + c < 0$ non ha soluzioni. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ con $\Delta = 0$ il trinomio è $a(x - x_1)^2$: un quadrato per un numero positivo non è mai negativo, al massimo è nullo in x_1 . $S = \emptyset$

Esercizio 767.

→ Dimostra che il prodotto di due numeri la cui somma è 10 non supera mai 25. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ detti x e $10 - x$, il prodotto è $10x - x^2$; $10x - x^2 \leq 25$ equivale a $x^2 - 10x + 25 \geq 0$, cioè $(x - 5)^2 \geq 0$, sempre vera. Il massimo 25 si ha per $x = 5$. c.v.d.

Esercizio 768.

→ Dimostra che, se $k > 0$, la disequazione $x^2 + k > 0$ è verificata da ogni x . (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ $x^2 \geq 0$ per ogni x , e sommando $k > 0$ il risultato è strettamente positivo. Con il discriminante: $\Delta = -4k < 0$ e $a > 0$. $S = \mathbb{R}$

Esercizio 769.

→ Dimostra che due trinomi opposti hanno insiemi di positività scambiati con quelli di negatività. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ se $T(x) = ax^2 + bx + c$, allora $-T(x)$ ha lo stesso Δ (i segni si elidono a due a due in $b^2 - 4ac$) ma il coefficiente $-a$: per la regola, dove T è concorde con a il suo opposto è concorde con $-a$. c.v.d.

Esercizio 770.

→ Dimostra che la disequazione $\frac{1}{x} > x$ non è verificata da tutti i numeri negativi. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ per $x < 0$ si moltiplica per x *cambiando il verso*: $1 < x^2$, cioè $x < -1 \vee x > 1$; intersecando con $x < 0$ resta $x < -1$. I numeri fra -1 e 0 non la verificano.

Esercizio 771.

→ Dimostra che, se un trinomio con $a > 0$ è negativo in un punto, allora $\Delta > 0$. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ se fosse $\Delta \leq 0$ il trinomio sarebbe concorde con $a > 0$ per ogni x (al più nullo in un punto), e non potrebbe essere negativo da nessuna parte. c.v.d.

Esercizio 772.

→ Dimostra che l'insieme delle soluzioni di $ax^2 + bx + c > 0$ con $a > 0$ e $\Delta > 0$ non è mai un intervallo limitato. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ con $a > 0$ e $\Delta > 0$ la soluzione è la zona esterna, $x < x_1 \vee x > x_2$: due semirette, ciascuna illimitata. Un intervallo limitato si ottiene solo col verso opposto. c.v.d.

Esercizio 773.

→ Dimostra che, per ogni x reale, $x^2 + y^2 \geq 2xy$. (dimostrazione: non ci sono numeri da trovare, si ragiona sul segno e vale per tutti i casi insieme)

→ la disuguaglianza equivale a $x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$, cioè $(x - y)^2 \geq 0$, vera sempre; l'uguaglianza vale solo se $x = y$. c.v.d.
