

VALORE ASSOLUTO

513 esercizi divisi per tipologia e difficoltà

- si applica la regola e basta
- ■ □□ standard da compito in classe
- ■ ■ □ servono due passaggi e attenzione ai casi
- ■ ■ ■ difficilissimi: casi limite, discussioni, trucchi

Il risultato è a destra, fra parentesi quadre, ed è l'insieme S delle soluzioni: $S = \{-2; 8\}$ quando sono due, $S = \emptyset$ quando non ce ne sono, e un **intervallo** quando in un caso resta un'identità. **Ogni soluzione va controllata:** deve cadere nell'intervallo del caso in cui è stata trovata, e rispettare le C.E. se c'erano frazioni. Ricorda che un'equazione di primo grado con moduli ha al massimo **due** soluzioni: se ne trovi tre, c'è un errore. I procedimenti dei primi due esercizi di ogni blocco e di tutti quelli segnati ■ ■ ■ ■ stanno nel file delle soluzioni.

1. Valore assoluto di numeri e di espressioni numeriche

Teoria: par. 1

■ □ □ □ **Calcola. Il conto dentro le barre si fa prima di togliere il modulo.**

- | | | |
|---|------------------------------|---|
| 1. $ -8 $ [8] | 14. $ -3 + (-4) $ [7] | 28. $ (-3)^2 $ [9] |
| 2. $ 12 $ [12] | 15. $ 5 - -2 $ [3] | 29. $(-3)^2$ [9] |
| 3. $ 0 $ [0] | 16. $ 5 - (-2) $ [7] | 30. $ 1 - 8 - 8 - 1 $ [0] |
| 4. $ -1 $ [1] | 17. $ 2 - 9 $ [7] | 31. $\left -\frac{2}{3}\right + \left \frac{1}{3}\right $ [1] |
| 5. $ 7 $ [7] | 18. $ 9 - 2 $ [7] | 32. $\left -\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right $ [$\frac{1}{3}$] |
| 6. $ -15 $ [15] | 19. $ -6 - 6 $ [0] | 33. $ 4 - 11 : 11 - 4 $ [1] |
| 7. $ 100 $ [100] | 20. $ -6 - 6 $ [12] | 34. $ -5 \cdot -5 $ [25] |
| 8. $ -100 $ [100] | 21. $ 3 - 3 $ [0] | 35. $ (-5) \cdot (-5) $ [25] |
| 9. $\left -\frac{2}{3}\right $ [$\frac{2}{3}$] | 22. $ -4 \cdot -2 $ [8] | 36. $ 0 - 7 $ [7] |
| 10. $\left \frac{3}{4}\right $ [$\frac{3}{4}$] | 23. $ (-4) \cdot (-2) $ [8] | 37. $ -12 : -4 $ [3] |
| 11. $\left -\frac{5}{2}\right $ [$\frac{5}{2}$] | 24. $ -10 : 5 $ [2] | 38. $ 6 - 6 + -6 $ [6] |
| 12. $ -9 $ [9] | 25. $ 2 - 7 + 7 - 2 $ [10] | 39. $ -3 + 8 $ [5] |
| 13. $ -3 + -4 $ [7] | 26. $ -1 + -2 + -3 $ [6] | 40. $ 3 - 8 $ [5] |
| | 27. $ -1 - 2 - 3 $ [6] | |

2. La definizione, e la proprietà $|-A| = |A|$

Teoria: par. 2

■□□□ Riscrivi il modulo con il coefficiente della x positivo, usando $|-A| = |A|$. Serve a studiare il segno senza rovesciare il verso.

41. $|-x - 1|$ [$|x + 1|$]

47. $|-3x - 9|$ [$|3x + 9|$]

53. $|-x + 11|$ [$|x - 11|$]

42. $|-x + 2|$ [$|x - 2|$]

48. $|-3x + 3|$ [$|3x - 3|$]

54. $|-6x - 12|$ [$|6x + 12|$]

43. $|-x - 5|$ [$|x + 5|$]

49. $|-x|$ [$|x|$]

55. $|-x - 3|$ [$|x + 3|$]

44. $|-x + 7|$ [$|x - 7|$]

50. $|-5x + 10|$ [$|5x - 10|$]

56. $|-7x + 7|$ [$|7x - 7|$]

45. $|-2x - 4|$ [$|2x + 4|$]

51. $\left|-x - \frac{1}{2}\right|$ [$\left|x + \frac{1}{2}\right|$]

57. $|-2x - 1|$ [$|2x + 1|$]

46. $|-2x + 6|$ [$|2x - 6|$]

52. $|-4x + 8|$ [$|4x - 8|$]

58. $|-x + 4|$ [$|x - 4|$]

■□□□ Per il valore di x indicato, il modulo si toglie *invariato* o *cambiando segno*? Scrivi quale delle due forme vale.

59. $|x - 3|$ per $x = 5$ [$x - 3$]

65. $|3 - x|$ per $x = 1$ [$3 - x$]

71. $|x + 2|$ per $x = -3$ [$-(x + 2)$]

60. $|x - 3|$ per $x = 1$ [$-(x - 3)$]

66. $|3 - x|$ per $x = 7$ [$-(3 - x)$]

72. $|4x|$ per $x = 0$ [$4x$]

61. $|2x + 1|$ per $x = 0$ [$2x + 1$]

67. $|x + 5|$ per $x = -5$ [$x + 5$]

73. $|1 - x|$ per $x = 0$ [$1 - x$]

62. $|2x + 1|$ per $x = -2$ [$-(2x + 1)$]

68. $|2x - 8|$ per $x = 4$ [$2x - 8$]

74. $|x - 10|$ per $x = 10$ [$x - 10$]

63. $|x|$ per $x = -4$ [$-x$]

69. $|x - 1|$ per $x = 1$ [$x - 1$]

75. $|3x + 6|$ per $x = -3$ [$-(3x + 6)$]

64. $|x|$ per $x = 4$ [x]

70. $|5 - 2x|$ per $x = 3$ [$-(5 - 2x)$]

76. $|2 - x|$ per $x = 2$ [$2 - x$]

3. L'equazione $|A(x)| = k$ con k numero

Teoria: par. 3

■□□□ Risolvi. Il termine noto è positivo: vale la scorciatoia $A = k \vee A = -k$.

77. $|x - 3| = 5$ [$S = \{-2; 8\}$]

80. $|3x - 6| = 9$ [$S = \{-1; 5\}$]

78. $|x + 2| = 7$ [$S = \{-9; 5\}$]

81. $|x + 5| = 3$ [$S = \{-8; -2\}$]

79. $|2x - 4| = 6$ [$S = \{-1; 5\}$]

82. $|2x + 6| = 4$ [$S = \{-5; -1\}$]

83. $|x - 1| = 8$ [$S = \{-7; 9\}$]
 84. $|4x - 8| = 12$ [$S = \{-1; 5\}$]
 85. $|x + 7| = 2$ [$S = \{-9; -5\}$]
 86. $|5x + 10| = 15$ [$S = \{-5; 1\}$]
 87. $|2x - 10| = 4$ [$S = \{3; 7\}$]
 88. $|x - 9| = 6$ [$S = \{3; 15\}$]
 89. $|3x + 9| = 6$ [$S = \{-5; -1\}$]
 90. $|x + 4| = 3$ [$S = \{-7; -1\}$]
 91. $|2x + 2| = 10$ [$S = \{-6; 4\}$]
 92. $|6x - 12| = 18$ [$S = \{-1; 5\}$]
 93. $|x - 6| = 5$ [$S = \{1; 11\}$]
 94. $|3x - 3| = 9$ [$S = \{-2; 4\}$]
 95. $|2x + 8| = 2$ [$S = \{-5; -3\}$]
 96. $|x + 10| = 1$ [$S = \{-11; -9\}$]
 97. $|x - 3| = 10$ [$S = \{-7; 13\}$]
 98. $|x + 2| = 3$ [$S = \{-5; 1\}$]
 99. $|2x - 4| = 8$ [$S = \{-2; 6\}$]
 100. $|3x - 6| = 3$ [$S = \{1; 3\}$]
 101. $|x + 5| = 6$ [$S = \{-11; 1\}$]
 102. $|2x + 6| = 8$ [$S = \{-7; 1\}$]
 103. $|x - 1| = 4$ [$S = \{-3; 5\}$]
 104. $|4x - 8| = 4$ [$S = \{1; 3\}$]
 105. $|x + 7| = 9$ [$S = \{-16; 2\}$]
 106. $|5x + 10| = 5$ [$S = \{-3; -1\}$]
 107. $|2x - 10| = 8$ [$S = \{1; 9\}$]
 108. $|x - 9| = 2$ [$S = \{7; 11\}$]
 109. $|3x + 9| = 12$ [$S = \{-7; 1\}$]
 110. $|x + 4| = 7$ [$S = \{-11; 3\}$]
 111. $|2x + 2| = 4$ [$S = \{-3; 1\}$]
 112. $|6x - 12| = 6$ [$S = \{1; 3\}$]
 113. $|x - 6| = 3$ [$S = \{3; 9\}$]
 114. $|3x - 3| = 12$ [$S = \{-3; 5\}$]
 115. $|2x + 8| = 6$ [$S = \{-7; -1\}$]
 116. $|x + 10| = 7$ [$S = \{-17; -3\}$]

■□□□ Qui il termine noto è zero: il modulo si toglie e basta, e la soluzione è una sola.

117. $|x - 3| = 0$ [$S = \{3\}$]
 118. $|x + 2| = 0$ [$S = \{-2\}$]
 119. $|2x - 4| = 0$ [$S = \{2\}$]
 120. $|3x - 6| = 0$ [$S = \{2\}$]
 121. $|x + 5| = 0$ [$S = \{-5\}$]
 122. $|2x + 6| = 0$ [$S = \{-3\}$]
 123. $|x - 1| = 0$ [$S = \{1\}$]
 124. $|4x - 8| = 0$ [$S = \{2\}$]
 125. $|x + 7| = 0$ [$S = \{-7\}$]
 126. $|5x + 10| = 0$ [$S = \{-2\}$]

■□□□ Qui il termine noto è negativo: guarda prima di calcolare.

127. $|x - 3| = -1$ [$S = \emptyset$]
 128. $|x + 2| = -3$ [$S = \emptyset$]
 129. $|2x - 4| = -5$ [$S = \emptyset$]
 130. $|3x - 6| = -2$ [$S = \emptyset$]
 131. $|x + 5| = -7$ [$S = \emptyset$]
 132. $|2x + 6| = -4$ [$S = \emptyset$]

133. $|x - 1| = -9$ [$S = \emptyset$]

135. $|x + 7| = -8$ [$S = \emptyset$]

134. $|4x - 8| = -6$ [$S = \emptyset$]

136. $|5x + 10| = -10$ [$S = \emptyset$]

■ ■ □ □ **Prima si isola il modulo, poi si spezza: meno conti e meno segni da sbagliare.**

137. $2|x - 1| + 3 = 9$ [$S = \{-2; 4\}$]

147. $3|2x - 6| - 2 = 10$ [$S = \{1; 5\}$]

138. $3|x + 2| - 1 = 8$ [$S = \{-5; 1\}$]

148. $2|x - 7| + 5 = 9$ [$S = \{5; 9\}$]

139. $2|x + 3| + 0 = 10$ [$S = \{-8; 2\}$]

149. $5|x + 4| + 2 = 17$ [$S = \{-7; -1\}$]

140. $5|x - 2| + 1 = 16$ [$S = \{-1; 5\}$]

150. $4|2x + 2| - 3 = 13$ [$S = \{-3; 1\}$]

141. $4|x + 1| - 2 = 10$ [$S = \{-4; 2\}$]

151. $2|x + 8| + 0 = 6$ [$S = \{-11; -5\}$]

142. $2|2x - 2| + 1 = 13$ [$S = \{-2; 4\}$]

152. $3|x - 1| + 1 = 7$ [$S = \{-1; 3\}$]

143. $3|x - 4| + 2 = 11$ [$S = \{1; 7\}$]

153. $2|5x - 5| + 2 = 22$ [$S = \{-1; 3\}$]

144. $6|x| - 1 = 11$ [$S = \{-2; 2\}$]

154. $9|x - 3| + 0 = 18$ [$S = \{1; 5\}$]

145. $2|3x + 3| + 4 = 16$ [$S = \{-3; 1\}$]

155. $2|x + 6| - 4 = 8$ [$S = \{-12; 0\}$]

146. $7|x + 5| + 0 = 14$ [$S = \{-7; -3\}$]

156. $3|3x + 9| + 1 = 19$ [$S = \{-5; -1\}$]

■ ■ □ □ **Gli stessi casi, scritti come li trovi sui libri.**

157. $|x - 3| = 5$ [$S = \{-2; 8\}$]

159. $|5x + 10| = 0$ [$S = \{-2\}$]

158. $|2x + 4| = -1$ [$S = \emptyset$]

160. $|3x - 6| = 9$ [$S = \{-1; 5\}$]

4. L'equazione $|A(x)| = B(x)$: il metodo dei due casi

Teoria: par. 4

■ ■ □ □ **Studia il segno dell'argomento, spezza nei due casi e controlla che ogni soluzione cada nel proprio intervallo.**

161. $|x + 2| = 2x - 1$ [$S = \{3\}$]

165. $|x - 3| = 2x + 1$ [$S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$]

162. $|x - 1| = x + 3$ [$S = \{-1\}$]

166. $|2x + 1| = x + 5$ [$S = \{-2; 4\}$]

163. $|2x - 4| = x + 1$ [$S = \{1; 5\}$]

167. $|x + 4| = 2x + 1$ [$S = \{3\}$]

164. $|x| = 3x - 4$ [$S = \{2\}$]

168. $|3x - 3| = 2x + 2$ [$S = \left\{\frac{1}{5}; 5\right\}$]

169. $|x - 5| = 3x + 1$ [$S = \{1\}$]

170. $|2x - 2| = 3x + 2$ [$S = \{0\}$]

171. $|x + 1| = 4x - 2$ [$S = \{1\}$]

172. $|x - 2| = 2x + 2$ [$S = \{0\}$]

173. $|2x + 3| = x + 6$ [$S = \{-3; 3\}$]

174. $|x + 6| = 3x + 2$ [$S = \{2\}$]

175. $|x - 4| = 5x + 2$ [$S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$]

176. $|3x + 1| = 2x + 4$ [$S = \{-1; 3\}$]

177. $|x + 3| = 2x + 3$ [$S = \{0\}$]

178. $|2x - 6| = x + 3$ [$S = \{1; 9\}$]

179. $|x - 7| = 2x + 5$ [$S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$]

180. $|4x + 2| = 3x + 5$ [$S = \{-1; 3\}$]

181. $|x + 5| = 3x + 3$ [$S = \{1\}$]

182. $|2x + 4| = 3x + 6$ [$S = \{-2\}$]

183. $|x - 8| = 3x + 4$ [$S = \{1\}$]

184. $|5x - 5| = 4x + 5$ [$S = \{0; 10\}$]

185. $|x + 2| = 5x - 2$ [$S = \{1\}$]

186. $|3x - 9| = 2x + 3$ [$S = \left\{\frac{6}{5}; 12\right\}$]

187. $|x - 1| = 4x + 1$ [$S = \{0\}$]

188. $|2x + 5| = 3x + 7$ [$S = \{-2\}$]

189. $|x + 8| = 4x + 2$ [$S = \{2\}$]

190. $|x - 6| = 5x + 3$ [$S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$]

191. $|2x - 8| = 3x + 4$ [$S = \left\{\frac{4}{5}\right\}$]

192. $|3x + 2| = 4x + 3$ [$S = \left\{-\frac{5}{7}\right\}$]

193. $|x + 7| = 4x + 5$ [$S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$]

194. $|2x + 2| = 5x + 3$ [$S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$]

195. $|x - 9| = 4x + 3$ [$S = \left\{\frac{6}{5}\right\}$]

196. $|6x - 6| = 5x + 6$ [$S = \{0; 12\}$]

■■■□ Come sopra. Qui almeno una soluzione va scartata: guarda bene prima di scrivere la risposta.

197. $|x + 1| = 2x$ [$S = \{1\}$]

198. $|2x - 1| = x + 2$ [$S = \left\{-\frac{1}{3}; 3\right\}$]

199. $|x - 2| = 3x$ [$S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$]

200. $|3x + 3| = 2x + 5$ [$S = \left\{-\frac{8}{5}; 2\right\}$]

201. $|x + 4| = 3x + 1$ [$S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$]

202. $|2x - 7| = x + 4$ [$S = \{1; 11\}$]

203. $|x - 3| = 4x$ [$S = \left\{\frac{3}{5}\right\}$]

204. $|4x - 4| = 3x + 4$ [$S = \{0; 8\}$]

205. $|x + 9| = 5x + 1$ [$S = \{2\}$]

206. $|2x + 7| = 3x + 8$ [$S = \{-1\}$]

207. $|x - 11| = 4x + 4$ [$S = \left\{\frac{7}{5}\right\}$]

208. $|5x + 2| = 4x + 4$ [$S = \left\{-\frac{2}{3}; 2\right\}$]

209. $|x + 10| = 3x + 5$ [$S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$]

210. $|3x - 6| = 2x + 4$ [$S = \left\{\frac{2}{5}; 10\right\}$]

211. $|x - 5| = 6x + 1$ [$S = \left\{\frac{4}{7}\right\}$]

212. $|2x + 8| = 5x + 5$ [$S = \{1\}$]

■ ■ ■ □ **Due moduli uguali fra loro: $|A| = |B|$ si spezza in $A = B$ e $A = -B$.**

213. $|x - 1| = |x - 3|$ [$S = \{2\}$]

214. $|2x + 1| = |x + 4|$ [$S = \left\{-\frac{5}{3}; 3\right\}$]

215. $|x + 3| = |3x - 1|$ [$S = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$]

216. $|x + 2| = |2x - 4|$ [$S = \left\{\frac{2}{3}; 6\right\}$]

217. $|3x - 1| = |x + 5|$ [$S = \{-1; 3\}$]

218. $|x - 2| = |4x + 3|$ [$S = \left\{-\frac{5}{3}; -\frac{1}{5}\right\}$]

219. $|2x - 3| = |x + 6|$ [$S = \{-1; 9\}$]

220. $|x + 5| = |3x + 1|$ [$S = \left\{-\frac{3}{2}; 2\right\}$]

221. $|4x + 1| = |2x + 7|$ [$S = \left\{-\frac{4}{3}; 3\right\}$]

222. $|x - 4| = |2x + 2|$ [$S = \left\{-6; \frac{2}{3}\right\}$]

223. $|3x + 2| = |x - 6|$ [$S = \{-4; 1\}$]

224. $|2x - 5| = |3x + 5|$ [$S = \{-10; 0\}$]

225. $|x + 6| = |5x - 2|$ [$S = \left\{-\frac{2}{3}; 2\right\}$]

226. $|x - 7| = |3x + 3|$ [$S = \{-5; 1\}$]

227. $|5x + 1| = |2x + 8|$ [$S = \left\{-\frac{9}{7}; \frac{7}{3}\right\}$]

228. $|2x + 6| = |4x - 2|$ [$S = \left\{-\frac{2}{3}; 4\right\}$]

229. $|x + 9| = |4x - 1|$ [$S = \left\{-\frac{8}{5}; \frac{10}{3}\right\}$]

230. $|3x - 4| = |2x + 6|$ [$S = \left\{-\frac{2}{5}; 10\right\}$]

231. $|x - 10| = |3x + 2|$ [$S = \{-6; 2\}$]

232. $|6x + 1| = |3x + 7|$ [$S = \left\{-\frac{8}{9}; 2\right\}$]

■ ■ □ □ **L'esempio classico, quello con la soluzione da buttare.**

233. $|x + 2| = 2x - 1$ [$S = \{3\}$]

5. Due moduli: la tabella dei segni

Teoria: par. 5 e 6

■ ■ □ □ **Costruisci la tabella dei segni, analizza i tre intervalli e unisci le soluzioni accettabili.**

234. $|x - 1| + |x - 3| = 6$ [$S = \{-1; 5\}$]

235. $|x| - |2x - 4| = 1$ [$S = \left\{\frac{5}{3}; 3\right\}$]

236. $|x + 2| + |x - 2| = 8$ [$S = \{-4; 4\}$]

237. $|x - 2| + |x + 2| = 10$ [$S = \{-5; 5\}$]

238. $|x + 1| + |x - 1| = 4$ [$S = \{-2; 2\}$]

239. $|x - 4| + |x + 4| = 12$ [$S = \{-6; 6\}$]

240. $|x + 3| + |x - 3| = 10$ [$S = \{-5; 5\}$]

241. $|x - 5| + |x + 1| = 8$ [$S = \{-2; 6\}$]

242. $|x| + |x - 6| = 10$ [$S = \{-2; 8\}$]

243. $|2x - 2| + |x - 1| = 9$ [$S = \{-2; 4\}$]

244. $|x - 1| - |x + 3| = 2$ [$S = \{-2\}$]

245. $|x + 4| - |x - 4| = 2$ [$S = \{1\}$]

246. $|x - 3| + |2x - 6| = 12$ [$S = \{-1; 7\}$]

247. $|x + 5| + |x - 5| = 12$ [$S = \{-6; 6\}$]

248. $|x - 6| + |x + 6| = 16$ [$S = \{-8; 8\}$]

249. $|x + 2| - |x + 4| = 1$ [$S = \left\{-\frac{7}{2}\right\}$]

250. $|3x - 3| + |x - 1| = 8$ [$S = \{-1; 3\}$]

251. $|x - 8| + |x + 2| = 14$ [$S = \{-4; 10\}$]

252. $|x + 7| + |x - 7| = 16$ [$S = \{-8; 8\}$]

253. $|2x + 4| + |x + 1| = 9$ [$S = \left\{-\frac{14}{3}; \frac{4}{3}\right\}$]

254. $|x - 1| + |2x + 2| = 9$ [$S = \left\{-\frac{10}{3}; \frac{8}{3}\right\}$]

255. $|x + 6| - |x - 2| = 4$ [$S = \{0\}$]

256. $|x - 9| + |x + 3| = 14$ [$S = \{-4; 10\}$]

257. $|2x + 1| - |x - 3| = 3$ [$S = \left\{-7; \frac{5}{3}\right\}$]

258. $|x + 8| + |x - 8| = 18$ [$S = \{-9; 9\}$]

259. $|x - 2| - |2x + 4| = 3$ [$S = \left\{-3; -\frac{5}{3}\right\}$]

260. $|3x + 1| + |x + 5| = 12$ [$S = \left\{-4; \frac{3}{2}\right\}$]

261. $|x - 7| + |x + 7| = 18$ [$S = \{-9; 9\}$]

262. $|2x - 4| - |x + 2| = 2$ [$S = \{0; 8\}$]

263. $|x + 10| + |x - 10| = 22$ [$S = \{-11; 11\}$]

■ ■ ■ □ Come sopra, con i coefficienti diversi da 1: attenzione ai segni quando si scioglie il modulo.

264. $|x - 1| + |x + 1| = 6$ [$S = \{-3; 3\}$]

265. $|x + 3| + |x + 1| = 8$ [$S = \{-6; 2\}$]

266. $|x - 3| + |x - 1| = 6$ [$S = \{-1; 5\}$]

267. $|x| + |x + 2| = 6$ [$S = \{-4; 2\}$]

268. $|x - 2| + |x| = 6$ [$S = \{-2; 4\}$]

269. $|x + 4| + |x + 2| = 10$ [$S = \{-8; 2\}$]

270. $|x - 4| + |x - 2| = 10$ [$S = \{-2; 8\}$]

271. $|x + 1| + |x + 5| = 10$ [$S = \{-8; 2\}$]

272. $|x - 5| + |x - 1| = 10$ [$S = \{-2; 8\}$]

273. $|x + 2| + |x + 6| = 12$ [$S = \{-10; 2\}$]

274. $|x - 6| + |x - 2| = 12$ [$S = \{-2; 10\}$]

275. $|x| + |x + 4| = 8$ [$S = \{-6; 2\}$]

276. $|x - 1| + |x + 3| = 8$ [$S = \{-5; 3\}$]

277. $|x + 5| + |x + 1| = 12$ [$S = \{-9; 3\}$]

278. $|x - 3| + |x + 3| = 10$ [$S = \{-5; 5\}$]

279. $|x + 6| + |x| = 12$ [$S = \{-9; 3\}$]

280. $|x - 7| + |x + 1| = 12$ [$S = \{-3; 9\}$]

281. $|x + 7| + |x - 1| = 14$ [$S = \{-10; 4\}$]

282. $|x - 8| + |x| = 14$ [$S = \{-3; 11\}$]

283. $|x + 8| + |x + 2| = 16$ [$S = \{-13; 3\}$]

■ ■ ■ □ I due esempi di riferimento.

284. $|x - 1| + |x - 3| = 6$ [$S = \{-1; 5\}$]

285. $|x| - |2x - 4| = 1$ [$S = \left\{\frac{5}{3}; 3\right\}$]

■ ■ ■ ■ Tre moduli: i punti critici sono tre e gli intervalli quattro.

286. $|x| + |x - 1| + |x - 2| = 4$ [$S = \left\{-\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right\}$]

287. $|x + 1| + |x| + |x - 1| = 6$ [$S = \{-2; 2\}$]

288. $|x - 2| + |x| - |x + 2| = 2$ [$S = \left\{-\frac{2}{3}; 6\right\}$]

$$289. |x| + |x - 3| - |x + 3| = 1 \quad [S = \left\{-\frac{1}{3}; 7\right\}]$$

$$290. |x + 2| + |x - 2| + |x| = 10 \quad [S = \left\{-\frac{10}{3}; \frac{10}{3}\right\}]$$

$$291. |x - 1| - |x| + |x + 1| = 3 \quad [S = \{-3; 3\}]$$

6. Quante soluzioni: impossibili, identità, casi limite

Teoria: par. 7

■ ■ □ □ Risolvi. Qui la risposta può essere un intervallo — quando in un caso resta un'identità — oppure $S = \emptyset$.

$$292. |x| = x \quad [S = x \geq 0]$$

$$302. |x| = -3 \quad [S = \emptyset]$$

$$293. |x| = -x \quad [S = x \leq 0]$$

$$303. |x - 4| = -1 \quad [S = \emptyset]$$

$$294. |x - 2| = x - 2 \quad [S = x \geq 2]$$

$$304. |x| + 1 = 0 \quad [S = \emptyset]$$

$$295. |x - 2| = 2 - x \quad [S = x \leq 2]$$

$$305. |x - 1| + 2 = 1 \quad [S = \emptyset]$$

$$296. |x + 1| = -(x + 1) \quad [S = x \leq -1]$$

$$306. |x| = x - 1 \quad [S = \emptyset]$$

$$297. |2x| = 2x \quad [S = x \geq 0]$$

$$307. |x| + x = -2 \quad [S = \emptyset]$$

$$298. |x| + x = 0 \quad [S = x \leq 0]$$

$$308. |x - 3| = -(x - 3) - 1 \quad [S = \emptyset]$$

$$299. |x| - x = 0 \quad [S = x \geq 0]$$

$$309. |x + 2| = -2 - x - 1 \quad [S = \emptyset]$$

$$300. |x - 1| = 1 - x \quad [S = x \leq 1]$$

$$310. |x| - x = -1 \quad [S = \emptyset]$$

$$301. |3x - 6| = 6 - 3x \quad [S = x \leq 2]$$

$$311. |2x - 1| = -|2x - 1| \quad [S = \left\{\frac{1}{2}\right\}]$$

■ ■ □ □ Quante soluzioni ha? Rispondi *nessuna*, *una* o *due* senza risolvere: guarda il termine noto.

$$312. |x - 5| = 0 \quad [\text{una}]$$

$$318. |x| = 0 \quad [\text{una}]$$

$$324. |x + 7| = 0 \quad [\text{una}]$$

$$313. |x - 5| = 3 \quad [\text{due}]$$

$$319. |x| = 9 \quad [\text{due}]$$

$$325. |x + 7| = 1 \quad [\text{due}]$$

$$314. |x - 5| = -3 \quad [\text{nessuna}]$$

$$320. |x| = -9 \quad [\text{nessuna}]$$

$$326. |x + 7| = -1 \quad [\text{nessuna}]$$

$$315. |2x + 6| = 0 \quad [\text{una}]$$

$$321. |3x - 1| = 0 \quad [\text{una}]$$

$$327. |4x - 8| = 0 \quad [\text{una}]$$

$$316. |2x + 6| = 4 \quad [\text{due}]$$

$$322. |3x - 1| = 5 \quad [\text{due}]$$

$$328. |4x - 8| = 12 \quad [\text{due}]$$

$$317. |2x + 6| = -4 \quad [\text{nessuna}]$$

$$323. |3x - 1| = -5 \quad [\text{nessuna}]$$

$$329. |4x - 8| = -12 \quad [\text{nessuna}]$$

7. Equazioni fratte con il modulo al numeratore

Teoria: par. 8

■■■□ Scrivi le C.E., poi spezza. Alla fine controlla due cose: la condizione del caso e le C.E.

$$330. \frac{|x-1|}{x} = 2 \quad [S = \left\{\frac{1}{3}\right\}]$$

$$342. \frac{|x-1|}{x+1} = 2 \quad [S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}]$$

$$331. \frac{|x+2|}{x} = 3 \quad [S = \{1\}]$$

$$343. \frac{|x+2|}{x-1} = 3 \quad [S = \left\{\frac{5}{2}\right\}]$$

$$332. \frac{|x-2|}{x} = 3 \quad [S = \left\{\frac{1}{2}\right\}]$$

$$344. \frac{|x-3|}{x+2} = 2 \quad [S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}]$$

$$333. \frac{|x+3|}{x} = 2 \quad [S = \{3\}]$$

$$345. \frac{|x+1|}{x-2} = 4 \quad [S = \{3\}]$$

$$334. \frac{|x-4|}{x} = 5 \quad [S = \left\{\frac{2}{3}\right\}]$$

$$346. \frac{|x-5|}{x+1} = 3 \quad [S = \left\{\frac{1}{2}\right\}]$$

$$335. \frac{|2x-2|}{x} = 3 \quad [S = \left\{\frac{2}{5}\right\}]$$

$$347. \frac{|x+3|}{x-3} = 5 \quad [S = \left\{\frac{9}{2}\right\}]$$

$$336. \frac{|x+1|}{x} = 5 \quad [S = \left\{\frac{1}{4}\right\}]$$

$$348. \frac{|x-2|}{x+3} = 2 \quad [S = \left\{-\frac{4}{3}\right\}]$$

$$337. \frac{|x-6|}{x} = 7 \quad [S = \left\{\frac{3}{4}\right\}]$$

$$349. \frac{|x+6|}{x-1} = 4 \quad [S = \left\{\frac{10}{3}\right\}]$$

$$338. \frac{|x+4|}{x} = 3 \quad [S = \{2\}]$$

$$350. \frac{|x-7|}{x+2} = 3 \quad [S = \left\{\frac{1}{4}\right\}]$$

$$339. \frac{|x-3|}{x} = 4 \quad [S = \left\{\frac{3}{5}\right\}]$$

$$351. \frac{|x+4|}{x-4} = 6 \quad [S = \left\{\frac{28}{5}\right\}]$$

$$340. \frac{|2x+4|}{x} = 6 \quad [S = \{1\}]$$

$$352. \frac{|2x-6|}{x+1} = 4 \quad [S = \left\{\frac{1}{3}\right\}]$$

$$341. \frac{|x+5|}{x} = 4 \quad [S = \left\{\frac{5}{3}\right\}]$$

$$353. \frac{|x+8|}{x-2} = 5 \quad [S = \left\{\frac{9}{2}\right\}]$$

■■■□ L'esempio di riferimento.

$$354. \frac{|x-1|}{x} = 2 \quad [S = \left\{\frac{1}{3}\right\}]$$

8. Il modulo a denominatore

Teoria: par. 8

■■■□ Qui il modulo sta sotto la barra: la C.E. è $|A| \neq 0$, cioè $A \neq 0$. Si moltiplica per il m.c.m. e si torna a un'equazione nota.

$$355. \frac{4}{|x+3|} = 2 \quad [S = \{-5; -1\}]$$

$$356. \frac{6}{|x-1|} = 3 \quad [S = \{-1; 3\}]$$

$$357. \frac{10}{|2x+4|} = 5 \quad [S = \{-3; -1\}]$$

$$358. \frac{8}{|x+2|} = 4 \quad [S = \{-4; 0\}]$$

$$359. \frac{12}{|x-3|} = 6 \quad [S = \{1; 5\}]$$

$$360. \frac{9}{|3x+6|} = 3 \quad [S = \{-3; -1\}]$$

$$361. \frac{5}{|x+1|} = 5 \quad [S = \{-2; 0\}]$$

$$362. \frac{14}{|x-5|} = 7 \quad [S = \{3; 7\}]$$

$$363. \frac{6}{|2x-2|} = 2 \quad [S = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right\}]$$

$$364. \frac{20}{|x+4|} = 10 \quad [S = \{-6; -2\}]$$

$$365. \frac{15}{|3x-9|} = 5 \quad [S = \{2; 4\}]$$

$$366. \frac{7}{|x+6|} = 7 \quad [S = \{-7; -5\}]$$

$$367. \frac{16}{|2x+8|} = 4 \quad [S = \{-6; -2\}]$$

$$368. \frac{18}{|x-2|} = 9 \quad [S = \{0; 4\}]$$

$$369. \frac{4}{|x-4|} = 1 \quad [S = \{0; 8\}]$$

$$370. \frac{24}{|3x+3|} = 8 \quad [S = \{-2; 0\}]$$

$$371. \frac{11}{|x+7|} = 11 \quad [S = \{-8; -6\}]$$

$$372. \frac{10}{|x-8|} = 2 \quad [S = \{3; 13\}]$$

$$373. \frac{21}{|3x-6|} = 7 \quad [S = \{1; 3\}]$$

$$374. \frac{30}{|5x+10|} = 6 \quad [S = \{-3; -1\}]$$

$$375. \frac{13}{|x+9|} = 13 \quad [S = \{-10; -8\}]$$

$$376. \frac{8}{|2x-10|} = 1 \quad [S = \{1; 9\}]$$

$$377. \frac{27}{|3x+12|} = 9 \quad [S = \{-5; -3\}]$$

$$378. \frac{6}{|x-11|} = 3 \quad [S = \{9; 13\}]$$

■ ■ ■ □ Due denominatori diversi, uno con il modulo e uno senza: le C.E. sono due.

$$379. \frac{2}{|x-2|} = \frac{1}{x+1} \quad [S = \{0\}]$$

$$380. \frac{3}{|x-1|} = \frac{1}{x+2} \quad [S = \left\{-\frac{5}{4}\right\}]$$

$$381. \frac{2}{|x+1|} = \frac{1}{x-1} \quad [S = \{3\}]$$

$$382. \frac{4}{|x-3|} = \frac{1}{x+1} \quad [S = \left\{-\frac{1}{5}\right\}]$$

$$383. \frac{3}{|x+2|} = \frac{1}{x-2} \quad [S = \{4\}]$$

$$384. \frac{2}{|x-4|} = \frac{1}{x+2} \quad [S = \{0\}]$$

$$385. \frac{5}{|x+3|} = \frac{1}{x-1} \quad [S = \{2\}]$$

$$386. \frac{2}{|x+5|} = \frac{1}{x-3} \quad [S = \{11\}]$$

$$387. \frac{4}{|x-5|} = \frac{1}{x+3} \quad [S = \left\{-\frac{7}{5}\right\}]$$

$$388. \frac{3}{|x-6|} = \frac{1}{x+1} \quad [S = \left\{\frac{3}{4}\right\}]$$

$$389. \frac{2}{|x+6|} = \frac{1}{x-4} \quad [S = \{14\}]$$

$$390. \frac{6}{|x-2|} = \frac{1}{x+2} \quad [S = \left\{-\frac{10}{7}\right\}]$$

■ ■ ■ ■ I due esempi di riferimento.

$$391. \frac{4}{|x+3|} = 2 \quad [S = \{-5; -1\}]$$

$$392. \frac{2}{|x-2|} = \frac{1}{x+1} \quad [S = \{0\}]$$

9. Il modulo dentro un altro modulo

Teoria: par. 9

■ ■ ■ ■ Sciogli il modulo più interno per primo, poi semplifica: spesso quello esterno sparisce da solo.

$$393. ||x| - 2| = 3 \quad [S = \{-5; 5\}]$$

$$399. ||x - 3| - 2| = 4 \quad [S = \{-3; 9\}]$$

$$394. ||x| + 1| = 4 \quad [S = \{-3; 3\}]$$

$$400. ||x + 1| - 4| = 1 \quad [S = \{-6; -4; 2; 4\}]$$

$$395. ||x - 1| - 1| = 2 \quad [S = \{-2; 4\}]$$

$$401. ||3x| - 6| = 3 \quad [S = \{-3; -1; 1; 3\}]$$

$$396. ||x + 2| - 3| = 1 \quad [S = \{-6; -4; 0; 2\}]$$

$$402. ||x - 2| + 1| = 5 \quad [S = \{-2; 6\}]$$

$$397. ||2x| - 4| = 2 \quad [S = \{-3; -1; 1; 3\}]$$

$$403. ||x| - 1| = 0 \quad [S = \{-1; 1\}]$$

$$398. ||x| - 5| = 5 \quad [S = \{-10; 0; 10\}]$$

$$404. ||x + 4| - 2| = 6 \quad [S = \{-12; 4\}]$$

■ ■ ■ ■ Qui l'incognita compare anche fuori dal modulo interno.

$$405. |x + |x - 2|| = 3x - 1 \quad [S = \{1\}]$$

$$411. |x + |x + 2|| = 3x + 1 \quad [S = \{1\}]$$

$$406. |x + |x - 1|| = 2x + 1 \quad [S = \{0\}]$$

$$412. |x + |2x - 2|| = 4x - 1 \quad [S = \left\{\frac{3}{5}\right\}]$$

$$407. |x + |x - 3|| = 2x \quad [S = \left\{\frac{3}{2}\right\}]$$

$$413. |x + |x - 5|| = 2x + 1 \quad [S = \{2\}]$$

$$408. |x + |2x - 4|| = 3x + 1 \quad [S = \left\{\frac{3}{4}\right\}]$$

$$414. |x + |3x - 3|| = 4x \quad [S = \left\{\frac{1}{2}\right\}]$$

$$409. |x + |x - 4|| = 3x - 2 \quad [S = \{2\}]$$

$$415. |2x + |x - 2|| = 4x + 1 \quad [S = \left\{\frac{1}{3}\right\}]$$

$$410. |2x + |x - 1|| = 3x + 2 \quad [S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}]$$

■ ■ ■ ■ L'esempio di riferimento.

$$416. |x + |x - 2|| = 3x - 1 \quad [S = \{1\}]$$

10. Sottocasi annidati: la condizione va a sistema

Teoria: par. 10

■■■■ Sciolto il modulo interno, quello esterno resta e va spezzato a sua volta. La sua condizione non vale da sola: va messa a sistema con il vincolo del ramo, e un sottocaso può risultare vuoto.

$$417. \quad ||x+1| - 2x| = 4 \quad [S = \left\{-\frac{5}{3}; 5\right\}]$$

$$423. \quad ||x+3| - 2x| = 7 \quad [S = \left\{-\frac{10}{3}; 10\right\}]$$

$$418. \quad ||x+1| - 2x| = 2 \quad [S = \{-1; 3\}]$$

$$424. \quad ||x-2| - x| = 3 \quad [S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}]$$

$$419. \quad ||x+2| - x| = 3 \quad [S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}]$$

$$425. \quad ||x+1| + 2x| = 5 \quad [S = \left\{-4; \frac{4}{3}\right\}]$$

$$420. \quad ||x-1| - 2x| = 5 \quad [S = \left\{-\frac{4}{3}; 4\right\}]$$

$$426. \quad ||x+2| + x| = 6 \quad [S = \{2\}]$$

$$421. \quad ||x+1| - 3x| = 6 \quad [S = \left\{-\frac{7}{4}; \frac{7}{2}\right\}]$$

$$427. \quad ||x-1| + 2x| = 4 \quad [S = \left\{-5; \frac{5}{3}\right\}]$$

$$422. \quad ||2x+1| - x| = 4 \quad [S = \left\{-\frac{5}{3}; 3\right\}]$$

$$428. \quad ||x+4| - 3x| = 8 \quad [S = \{-2; 6\}]$$

■■■■ L'esempio di riferimento, quello con il sottocaso che non esiste.

$$429. \quad ||x+1| - 2x| = 4 \quad [S = \left\{-\frac{5}{3}; 5\right\}]$$

11. Equazioni letterali con il modulo

Teoria: par. 11

■■■■ Discuti l'equazione: di' per quali valori del parametro non ha soluzioni, ne ha una, ne ha due o ne ha infinite.

$$430. \quad |x-a| = 3 \quad [\text{Il secondo membro è } 3 > 0: \text{ due soluzioni per ogni } a, x = a+3 \text{ e } x = a-3. \text{ Sono sempre distinte, perché la loro distanza è } 6 \text{ e non dipende da } a.]$$

$$431. \quad |x-1| = k \quad [k < 0: S = \emptyset. k = 0: \text{ una sola, } x = 1. k > 0: \text{ due, } x = 1+k \text{ e } x = 1-k.]$$

$$432. \quad |2x+a| = 4 \quad [\text{Due soluzioni per ogni } a: x = \frac{4-a}{2} \text{ e } x = \frac{-4-a}{2}.]$$

$$433. \quad |x| = k-2 \quad [k < 2: \text{ impossibile. } k = 2: \text{ una sola, } x = 0. k > 2: \text{ due, } x = \pm(k-2).]$$

$$434. \quad |x+1| = 2k \quad [k < 0: \text{ impossibile. } k = 0: x = -1. k > 0: x = -1 \pm 2k.]$$

$$435. \quad |ax-2| = 6 \quad [a = 0: \text{ resta } |-2| = 6, \text{ cioè } 2 = 6, \text{ impossibile. } a \neq 0: \text{ due soluzioni, } x = \frac{8}{a} \text{ e } x = -\frac{4}{a}.]$$

$$436. \quad |x-2| = x+k \quad [\text{Il secondo membro deve essere } \geq 0. \text{ Primo caso } (x \geq 2): x-2 = x+k \text{ dà } k = -2, \text{ cioè per } k = -2 \text{ tutto } [2; +\infty) \text{ è soluzione, altrimenti niente. Secondo caso: } x = \frac{2-k}{2}, \text{ accettabile se } \frac{2-k}{2} < 2, \text{ cioè } k > -2.]$$

$$437. \quad |x| = ax \quad [a = 1: \text{ tutto } [0; +\infty). a = -1: \text{ tutto } (-\infty; 0]. |a| \neq 1: \text{ solo } x = 0.]$$

438. $|x - k| = |x + k|$ [Elevando o ragionando sulle distanze: x deve stare alla stessa distanza da k e da $-k$, quindi $x = 0$, per ogni k . Se $k = 0$ l'equazione è un'identità e va bene ogni x .]
439. $|3x - k| = 0$ [Una sola soluzione per ogni k : $x = \frac{k}{3}$. Il caso $k = 0$ non fa eccezione.]
440. $|x + a| + 1 = 0$ [Impossibile per ogni a : un modulo è ≥ 0 , quindi il primo membro è ≥ 1 e non può essere zero.]
441. $|x - 3| = ax$ [$a = 0$: $x = 3$. $a = 1$: $x = \frac{3}{2}$ (l'altro ramo dà un'identità solo per $x \geq 3$, ma lì $x - 3 = x$ è falsa). In generale due soluzioni $\frac{3}{1-a}$ e $\frac{3}{1+a}$, accettabili quando cadono nel proprio intervallo.]
442. $2|x| = k$ [$k < 0$: impossibile. $k = 0$: $x = 0$. $k > 0$: $x = \pm \frac{k}{2}$.]
443. $|x - a| = a$ [$a < 0$: impossibile. $a = 0$: $x = 0$. $a > 0$: due soluzioni, $x = 0$ e $x = 2a$.]
444. $|kx| = 5$ [$k = 0$: resta $0 = 5$, impossibile. $k \neq 0$: due soluzioni, $x = \pm \frac{5}{|k|}$.]
445. $|x + 2| = |x + a|$ [$a = 2$: identità, ogni x va bene. $a \neq 2$: una sola soluzione, il punto medio $x = -\frac{2+a}{2}$.]

12. Problemi, vero o falso, trova l'errore, a ritroso

Teoria: par. 12

■ ■ □ □ Traduci il problema in un'equazione con il modulo e risolvi. Ricorda che $|x - c|$ è la distanza fra x e c .

446. Trova i numeri che distano 5 dal numero 3 sulla retta reale. *Suggerimento*: la distanza fra x e 3 si scrive $|x - 3|$. [I numeri sono -2 e 8 .]
447. Un pezzo meccanico deve misurare 20 mm. La tolleranza ammessa è di 0,3 mm: quali sono le due misure *limite*, quelle esattamente al bordo di ciò che è accettato? [Le misure limite sono $\frac{197}{10}$ mm e $\frac{203}{10}$ mm.]
448. Su una strada rettilinea il chilometro 12 segna un casello. Un'auto si trova a 7 km dal casello. A quale chilometro può essere? [L'auto è al chilometro 5 o al chilometro 19.]
449. La temperatura di una cella frigorifera deve restare a -4 °C. L'allarme suona quando la temperatura si discosta di esattamente 2 °C dal valore previsto. A quali temperature suona? [L'allarme suona a -6 °C e a -2 °C.]
450. Due paesi distano 18 km. Un ciclista parte dal primo e, a un certo punto, si accorge di essere alla stessa distanza da tutti e due. Chiamando x la sua distanza dal primo paese, scrivi e risolvi l'equazione. *Suggerimento*: la distanza dal secondo è $|x - 18|$. [Si trova a 9 km dal primo paese.]
451. Il saldo di un conto è di 150 euro. Dopo un movimento il valore assoluto della differenza rispetto al saldo iniziale è 45 euro. Quali sono i due saldi possibili? [I saldi possibili sono 105 e 195 euro.]

452. Un dado elettronico deve dare in media 3,5. Un lotto viene scartato quando la media misurata dista esattamente 0,5 dal valore atteso. Quali sono le due medie di scarto? [Le medie di scarto sono 3 e 4.]
453. Un ascensore è fermo al piano 5. Si muove e si ferma a 3 piani di distanza. A quale piano può essere? [Può essere al piano 2 o al piano 8.]
454. Il numero x è tale che la sua distanza da 2 è il doppio della sua distanza da 8. Trova x . *Suggerimento:* si scrive $|x - 2| = 2|x - 8|$. [I numeri sono 6 e 14.]
455. Trova i numeri la cui distanza da -3 è uguale alla distanza da 7. [Il numero è 2.]
456. Un termostato è impostato a 21°C e accende il riscaldamento quando la temperatura si discosta di $1,5^\circ\text{C}$. A quali temperature interviene? [Interviene a $\frac{39}{2}^\circ\text{C}$ e a $\frac{45}{2}^\circ\text{C}$.]
457. La quota di un drone è 40 m. Il pilota lo sposta in verticale finché la quota dista 25 m da quella iniziale. Quali quote può avere, sapendo che non può scendere sotto lo zero? [Le quote possibili sono 15 m e 65 m.]
458. Il numero x dista da 4 tanto quanto 10 dista da x . Chi è x ? [Il numero è 7.]
459. Una molla ha lunghezza a riposo di 12 cm. Viene deformata finché la differenza in valore assoluto rispetto al riposo è 4 cm. Quali sono le due lunghezze? [Le lunghezze sono 8 cm e 16 cm.]
460. Un sensore misura una pressione di riferimento di 3 bar. Segnala quando la lettura si discosta di $\frac{1}{2}$ bar. A quali pressioni segnala? [Segnala a $\frac{5}{2}$ bar e a $\frac{7}{2}$ bar.]
461. Trova il numero che dista da 1 il triplo di quanto dista da 5, e che è maggiore di 5. [Fra le due soluzioni, quella maggiore di 5 è la seconda: 4 e 7.]

■□□□ **Vero o falso? Motiva sempre: una risposta senza motivo vale zero.**

462. $|a| \geq 0$ per ogni numero a . [vero — È una distanza, e una distanza non è mai negativa.]
463. $|-x|$ è sempre un numero negativo. [falso — $-x$ è l'opposto di x , e il modulo lo rende comunque ≥ 0 .]
464. $|A| = |-A|$ per ogni A . [vero — Due quantità opposte stanno alla stessa distanza da zero.]
465. $|a + b| = |a| + |b|$ per ogni a e b . [falso — Con $a = 5$ e $b = -2$: $|3| = 3$, ma $|5| + |-2| = 7$.]
466. $|x - 3| = 5$ ha una sola soluzione. [falso — Ne ha due, 8 e -2 : il modulo nasconde due possibilità.]
467. $|2x + 4| = -1$ è impossibile. [vero — Un modulo non è mai negativo.]
468. $|A| = 0$ equivale a $A = 0$. [vero — L'unico numero di modulo nullo è lo zero.]
469. Un'equazione di primo grado con moduli può avere tre soluzioni. [falso — Al massimo due: se ne escono tre, c'è un errore.]
470. Se in un caso resta $2 = 6$, l'equazione è impossibile. [falso — È quel caso a non dare soluzioni; gli altri vanno guardati lo stesso.]

471. Se in un caso resta $0 = 0$, tutto quell'intervallo è soluzione. [vero — L'equazione è vera per ogni x del caso.]
472. Con due moduli i casi da studiare sono due. [falso — Due punti critici tagliano la retta in tre intervalli.]
473. Il valore che annulla un argomento va nell'intervallo del segno $+$. [vero — È la convenzione: si scrive $A \geq 0$ e $A < 0$.]
474. In $\frac{4}{|x+3|} = 2$ la C.E. è $x + 3 \geq 0$. [falso — La C.E. è $|x + 3| \neq 0$, cioè $x \neq -3$. L'altra è la condizione del caso.]
475. $|A| \neq 0$ equivale a $A \neq 0$. [vero — Il modulo non cambia dove un'espressione si annulla.]
476. In $|x + |x - 2||$ si scioglie prima il modulo esterno. [falso — Si parte sempre dal più interno: dell'esterno non si saprebbe il segno.]
477. Se $|A(x)| = B(x)$ ha soluzione, in quel punto $B(x) \geq 0$. [vero — Un modulo non può essere uguale a un numero negativo.]
478. Una soluzione trovata nel caso $A \geq 0$ va bene comunque. [falso — Vale solo se cade dove $A \geq 0$; fuori di lì l'equazione risolta non era quella giusta.]
479. $-(x - 3) = -x - 3$. [falso — Il meno cambia il segno di tutto: $-(x - 3) = -x + 3$.]
480. $|x| = x$ ha una sola soluzione. [falso — Ne ha infinite: tutto $[0; +\infty)$.]
481. La condizione di un sottocaso va messa a sistema col vincolo del ramo. [vero — Da sola accetterebbe valori che il ramo non permette.]

■ ■ ■ ■ Trova l'errore. Ogni svolgimento contiene uno sbaglio: di' quale e correggilo.

482. $|x - 3| = 5$, quindi $x - 3 = 5$ e $x = 8$. [Manca l'altro caso: $-(x - 3) = 5$ dà $x = -2$. Il modulo non è una parentesi. $S = \{-2; 8\}$.]
483. $|2x + 4| = -1$: spezzo nei due casi e trovo $x = -\frac{5}{2}$ e $x = -\frac{3}{2}$. [Non serviva nessun conto: un modulo non è mai negativo, quindi $S = \emptyset$. I due valori trovati non verificano l'equazione.]
484. $|x + 2| = 2x - 1$: primo caso $x = 3$, secondo caso $x = -\frac{1}{3}$, quindi $S = \{-\frac{1}{3}; 3\}$. [Manca il controllo: $-\frac{1}{3}$ è stato trovato nel caso $x < -2$, e non è < -2 . Si scarta. $S = \{3\}$.]
485. $|x - 1| + |x - 3| = 6$: studio i segni e faccio due casi, $x < 1$ e $x \geq 1$. [I punti critici sono due (1 e 3) e tagliano la retta in tre intervalli. Manca il caso $1 \leq x < 3$.]
486. Nel caso $x < 0$ di $|x| - |2x - 4| = 1$ scrivo $-x - (2x - 4) = 1$. [Anche $2x - 4$ è negativo lì, quindi $|2x - 4| = -(2x - 4)$; con il meno davanti diventa $+(2x - 4)$. L'equazione giusta è $-x + (2x - 4) = 1$.]
487. $|x| = -3$ ha soluzione $x = -3$. [$|-3| = 3$, non -3 . Un modulo non è mai negativo: $S = \emptyset$.]
488. $\frac{4}{|x+3|} = 2$: pongo C.E. $x + 3 > 0$, cioè $x > -3$. [La C.E. è $|x + 3| \neq 0$, cioè $x \neq -3$: il denominatore non deve annullarsi, non essere positivo. Così si perde la soluzione $x = -5$.]

489. $||x + 1| - 2x| = 4$, sottocaso con $-x + 1 \geq 0$: $x \leq 1$, quindi risolvo lì e trovo $x = -3$, accettabile.
[Il vincolo del ramo era $x \geq -1$: a sistema con $x \leq 1$ dà $-1 \leq x \leq 1$, e -3 non c'è. Si scarta.]
490. $|x| = x$: nel primo caso resta $0 = 0$, quindi l'equazione è indeterminata e va bene ogni x .
[L'identità vale solo *dentro* il caso, cioè per $x \geq 0$. $S = [0; +\infty)$, non $\mathbb{R}$: per $x = -1$ si avrebbe $1 = -1$.]
491. $|3x - 6| = 9$: divido tutto per 3 e ottengo $|x - 2| = 3$. [Il passaggio è giusto ma va giustificato:
 $|3x - 6| = |3(x - 2)| = 3|x - 2|$, e $3|x - 2| = 9$ dà $|x - 2| = 3$. Il 3 esce dal modulo perché è positivo.]
492. $|x - 1| = |x - 3|$ ha infinite soluzioni perché i due membri sono entrambi moduli. [Ha una sola soluzione, $x = 2$: è il punto equidistante da 1 e da 3.]
493. $2|x - 1| + 3 = 9$: spezzo subito in $2(x - 1) + 3 = 9$ e $-2(x - 1) + 3 = 9$. [Si può fare, ma conviene isolare prima il modulo: $2|x - 1| = 6$, cioè $|x - 1| = 3$, e poi la scorciatoia. Meno conti, meno segni da sbagliare.]

■■■□ A ritroso. Qui il risultato è dato e manca un dato: trovalo.

494. Trova k perché $|x - 4| = k$ abbia esattamente una soluzione. [$k = 0$]
495. Trova k perché $|x - 4| = k$ non abbia soluzioni. [$k < 0$]
496. Trova a perché $|x - a| = 3$ abbia come soluzioni 2 e 8. [$a = 5$]
497. Trova k perché $|2x + 1| = k$ abbia come soluzioni -3 e 2 . [$k = 5$]
498. Trova a perché $x = 7$ sia soluzione di $|x - a| = 4$. [$a = 3$ oppure $a = 11$]
499. Trova b perché $|x + b| = 6$ abbia come soluzioni -10 e 2 . [$b = 4$]
500. Trova k perché $|x| = k - 3$ abbia esattamente due soluzioni. [$k > 3$]
501. Trova a perché $|x - 1| = |x - a|$ sia un'identità. [$a = 1$]
502. Trova c perché $|3x - c| = 0$ abbia come soluzione $x = 4$. [$c = 12$]
503. Trova k perché $|x - 2| = x + k$ abbia infinite soluzioni. [$k = -2$]
504. Trova a perché le soluzioni di $|x - a| = 5$ distino 10 fra loro. [ogni a : la distanza è sempre 10]
505. Trova m perché $m|x| = 8$ abbia come soluzioni ± 4 . [$m = 2$]

■■■■ Dimostra o giustifica. Qui non ci sono numeri da trovare: si chiede di far vedere *perché* una regola del capitolo è vera.

506. Dimostra che $|a| \geq 0$ per ogni numero reale a . [Per definizione $|a| = a$ se $a \geq 0$, e in quel caso $|a| = a \geq 0$. Se invece $a < 0$ allora $|a| = -a$, e l'opposto di un numero negativo è positivo, quindi $|a| > 0$. In tutti e due i casi $|a| \geq 0$, e l'uguaglianza vale solo per $a = 0$.]

- 507.** Dimostra che $|-A| = |A|$ per ogni espressione A . [Se $A \geq 0$ allora $-A \leq 0$, quindi $|A| = A$ e $|-A| = -(-A) = A$: uguali. Se $A < 0$ allora $-A > 0$, quindi $|A| = -A$ e $|-A| = -A$: uguali di nuovo. In tutti e due i casi le due scritture danno lo stesso numero.]
- 508.** Dimostra che $|A| = 0$ se e solo se $A = 0$. [Se $A = 0$ allora $|A| = |0| = 0$. Viceversa, se $A \neq 0$ allora A è positivo o negativo: nel primo caso $|A| = A > 0$, nel secondo $|A| = -A > 0$. In tutti e due $|A| \neq 0$. Quindi $|A| = 0$ obbliga $A = 0$.]
- 509.** Dimostra che $|A| = k$ con $k > 0$ equivale a $A = k \vee A = -k$. [Se $A \geq 0$ l'equazione diventa $A = k$, che è compatibile col caso perché $k > 0$. Se $A < 0$ diventa $-A = k$, cioè $A = -k$, compatibile perché $-k < 0$. I due casi danno esattamente quelle due possibilità, e il controllo di accettabilità è automatico: è per questo che la scorciatoia è lecita.]
- 510.** Giustifica perché un'equazione di primo grado con valori assoluti non può avere tre soluzioni distinte. [In ogni intervallo determinato dai punti critici i moduli si tolgono in un modo fisso, e resta un'equazione di primo grado ordinaria: al massimo una soluzione per intervallo. Il primo membro, tolti i moduli, è una spezzata i cui tratti hanno pendenze che cambiano solo nei punti critici; una retta orizzontale può tagliarla in due punti, e un terzo taglio richiederebbe un tratto in più che cambia verso — cosa che il primo grado non consente. I casi restanti danno un'identità (tutto l'intervallo) o una contraddizione (niente), mai un terzo punto isolato.]
- 511.** Dimostra che, se $|A(x)| = B(x)$ ha una soluzione x_0 , allora $B(x_0) \geq 0$. [Sostituendo x_0 l'uguaglianza diventa $|A(x_0)| = B(x_0)$. Il primo membro è un valore assoluto, quindi ≥ 0 ; due numeri uguali hanno lo stesso segno, quindi anche $B(x_0) \geq 0$. Da qui il controllo veloce: se sostituendo una soluzione il secondo membro viene negativo, quella soluzione è da scartare.]
- 512.** Dimostra che $|A| \neq 0$ equivale a $A \neq 0$, e spiega perché questo serve nelle equazioni fratte. [È la negazione della proprietà « $|A| = 0 \iff A = 0$ ». Serve perché quando un modulo sta a denominatore la condizione di esistenza è $|A| \neq 0$, e grazie a questa equivalenza si può scrivere direttamente $A \neq 0$, senza spezzare in casi.]
- 513.** Dimostra che l'equazione $|x - p| = |x - q|$ con $p \neq q$ ha un'unica soluzione, e trova quale. [L'equazione dice che x ha la stessa distanza da p e da q : l'unico punto con questa proprietà è il punto medio. In conti: dal caso $x - p = x - q$ resta $-p = -q$, falso perché $p \neq q$; dal caso $x - p = -(x - q)$ resta $2x = p + q$, cioè $x = \frac{p+q}{2}$. Una sola soluzione.]