

SOLUZIONI: VALORE ASSOLUTO

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. L'ordine dei passi è sempre lo stesso: segno degli argomenti, casi, e per ciascuno la sua **verifica di accettabilità**. Dove i moduli sono due o più si mostra la **tabella dei segni**; dove sono annidati la tabella non basta e si mostra la ramificazione, con le condizioni messe *a sistema*. L'ultimo passo è la verifica nell'equazione di partenza: è l'unico controllo che non dipende da come si è spezzato.

1. Valore assoluto di numeri e di espressioni numeriche

Esercizio 1.

→ $|-8|$ (da calcolare)

→ Si fa prima il conto **dentro** le barre, poi si toglie il modulo. (il modulo non si distribuisce sulle somme)

→ $= 8$

Esercizio 2.

→ $|12|$ (da calcolare)

→ Si fa prima il conto **dentro** le barre, poi si toglie il modulo. (il modulo non si distribuisce sulle somme)

→ $= 12$

2. La definizione, e la proprietà $|-A| = |A|$

Esercizio 41.

→ $|-x - 1|$ (da riscrivere)

→ Si raccoglie il segno meno dentro le barre e si usa $|-A| = |A|$. (due quantità opposte stanno alla stessa distanza da zero)

→ $|x + 1|$ (ora il coefficiente della x è positivo, e il segno si studia senza rovesciare il verso)

Esercizio 42.

→ $|-x + 2|$ (da riscrivere)

→ Si raccoglie il segno meno dentro le barre e si usa $|-A| = |A|$. (due quantità opposte stanno alla stessa distanza da zero)

→ $|x - 2|$ (ora il coefficiente della x è positivo, e il segno si studia senza rovesciare il verso)

Esercizio 59.

→ $|x - 3|$ per $x = 5$ (da decidere)

→ Sostituisco nell'argomento: $x - 3 = 2$, che è positivo o nullo. (conta solo il segno dell'argomento, non quello di x)

→ Quindi vale la forma $x - 3$.

Esercizio 60.

→ $|x - 3|$ per $x = 1$ (da decidere)

→ Sostituisco nell'argomento: $x - 3 = -2$, che è negativo. (conta solo il segno dell'argomento, non quello di x)

→ Quindi vale la forma $-(x - 3)$.

3. L'equazione $|A(x)| = k$ con k numero**Esercizio 77.**

→ $|x - 3| = 5$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 3$): qui vale $x < 3$, e l'equazione diventa

→ $-x + 3 = 5$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -2$, e -2 sta in $x < 3$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

→ $x - 3 = 5$

→ $x = 8$, e 8 sta in $x \geq 3$: **accettabile**.

→ $S = \{-2; 8\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $5 = 5, 5 = 5$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 78.

→ $|x + 2| = 7$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

→ $-x - 2 = 7$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -9$, e -9 sta in $x < -2$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq -2$): qui vale $x \geq -2$, e l'equazione diventa

→ $x + 2 = 7$

→ $x = 5$, e 5 sta in $x \geq -2$: **accettabile**.

→ $S = \{-9; 5\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $7 = 7, 7 = 7$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 117.

→ $|x - 3| = 0$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 3$): qui vale $x < 3$, e l'equazione diventa

→ $-x + 3 = 0$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = 3$, ma 3 **non** sta in $x < 3$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq 3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

→ $x - 3 = 0$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq 3$: **accettabile**.

→ $S = \{3\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $0 = 0$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 118.

→ $|x + 2| = 0$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

→ $-x - 2 = 0$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -2$, ma -2 **non** sta in $x < -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq -2$): qui vale $x \geq -2$, e l'equazione diventa

→ $x + 2 = 0$

→ $x = -2$, e -2 sta in $x \geq -2$: **accettabile**.

→ $S = \{-2\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $0 = 0$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 127.

→ $|x - 3| = -1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 3$): qui vale $x < 3$, e l'equazione diventa

→ $-x + 3 = -1$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = 4$, ma **4 non sta in** $x < 3$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq 3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

→ $x - 3 = -1$

→ $x = 2$, ma **2 non sta in** $x \geq 3$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \emptyset$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

Esercizio 128.

→ $|x + 2| = -3$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

→ $-x - 2 = -3$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = 1$, ma **1 non sta in** $x < -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq -2$): qui vale $x \geq -2$, e l'equazione diventa

→ $x + 2 = -3$

→ $x = -5$, ma **-5 non sta in** $x \geq -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \emptyset$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

Esercizio 137.

→ $2|x - 1| + 3 = 9$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 1$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

→ $2(-x + 1) + 3 = 9$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -2$, e **-2 sta in** $x < 1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

→ $2(x - 1) + 3 = 9$

→ $x = 4$, e 4 sta in $x \geq 1$: **accettabile**.

→ $S = \{-2; 4\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $9 = 9, 9 = 9$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 138.

→ $3|x + 2| - 1 = 8$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

→ $3(-x - 2) - 1 = 8$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -5$, e -5 sta in $x < -2$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq -2$): qui vale $x \geq -2$, e l'equazione diventa

→ $3(x + 2) - 1 = 8$

→ $x = 1$, e 1 sta in $x \geq -2$: **accettabile**.

→ $S = \{-5; 1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $8 = 8, 8 = 8$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 157.

→ $|x - 3| = 5$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 3$): qui vale $x < 3$, e l'equazione diventa

→ $-x + 3 = 5$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -2$, e -2 sta in $x < 3$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

→ $x - 3 = 5$

→ $x = 8$, e 8 sta in $x \geq 3$: **accettabile**.

→ $S = \{-2; 8\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $5 = 5, 5 = 5$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 158.

→ $|2x + 4| = -1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

→ $-2x - 4 = -1$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -\frac{3}{2}$, ma $-\frac{3}{2}$ **non** sta in $x < -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq -2$): qui vale $x \geq -2$, e l'equazione diventa

→ $2x + 4 = -1$

→ $x = -\frac{5}{2}$, ma $-\frac{5}{2}$ **non** sta in $x \geq -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \emptyset$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

4. L'equazione $|A(x)| = B(x)$: il metodo dei due casi

Esercizio 161.

→ $|x + 2| = 2x - 1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

→ $-x - 2 = 2x - 1$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -\frac{1}{3}$, ma $-\frac{1}{3}$ **non** sta in $x < -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq -2$): qui vale $x \geq -2$, e l'equazione diventa

→ $x + 2 = 2x - 1$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq -2$: **accettabile**.

→ $S = \{3\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $5 = 5$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 162.

→ $|x - 1| = x + 3$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 1$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 = x + 3$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -1$, e -1 sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

→ $x - 1 = x + 3$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ $S = \{-1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 197.

→ $|x + 1| = 2x$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -1$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

→ $-x - 1 = 2x$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -\frac{1}{3}$, ma $-\frac{1}{3}$ **non** sta in $x < -1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq -1$): qui vale $x \geq -1$, e l'equazione diventa

→ $x + 1 = 2x$

→ $x = 1$, e 1 sta in $x \geq -1$: **accettabile**.

→ $S = \{1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 198.

→ $|2x - 1| = x + 2$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < \frac{1}{2}$): qui vale $x < \frac{1}{2}$, e l'equazione diventa

→ $-2x + 1 = x + 2$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -\frac{1}{3}$, e $-\frac{1}{3}$ sta in $x < \frac{1}{2}$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq \frac{1}{2}$): qui vale $x \geq \frac{1}{2}$, e l'equazione diventa

→ $2x - 1 = x + 2$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq \frac{1}{2}$: **accettabile**.

→ $S = \left\{-\frac{1}{3}; 3\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $\frac{5}{3} = \frac{5}{3}$, $5 = 5$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 213.

→ $|x - 1| = |x - 3|$ (l'equazione di partenza)

→

	1		3	
$x - 1$	-	0	+	+
$x - 3$	-		-	0
	A		B	
				C

(2 punti critici tagliano la retta in 3 intervalli)

→ **Caso A** ($x < 1, x < 3$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 = -x + 3$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso B** ($x \geq 1, x < 3$): qui vale $1 \leq x < 3$, e l'equazione diventa

→ $x - 1 = -x + 3$

→ $x = 2$, e 2 sta in $1 \leq x < 3$: **accettabile**.

→ **Caso C** ($x \geq 1, x \geq 3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

→ $x - 1 = x - 3$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ $S = \{2\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $1 = 1$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 214.

→ $|2x + 1| = |x + 4|$ (l'equazione di partenza)

→

	-4		$-\frac{1}{2}$	
$2x + 1$	-		-	0
$x + 4$	-	0	+	+
	A		B	
				C

(2 punti critici tagliano la retta in 3 intervalli)

→ **Caso A** ($x < -\frac{1}{2}, x < -4$): qui vale $x < -4$, e l'equazione diventa

→ $-2x - 1 = -x - 4$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = 3$, ma 3 **non** sta in $x < -4$: si **scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x < -\frac{1}{2}, x \geq -4$): qui vale $-4 \leq x < -\frac{1}{2}$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -2x - 1 = x + 4$$

$$\rightarrow x = -\frac{5}{3}, \text{ e } -\frac{5}{3} \text{ sta in } -4 \leq x < -\frac{1}{2}: \text{accettabile.}$$

$$\rightarrow \text{Caso C } (x \geq -\frac{1}{2}, x \geq -4): \text{ qui vale } x \geq -\frac{1}{2}, \text{ e l'equazione diventa}$$

$$\rightarrow 2x + 1 = x + 4$$

$$\rightarrow x = 3, \text{ e } 3 \text{ sta in } x \geq -\frac{1}{2}: \text{accettabile.}$$

$$\rightarrow S = \left\{ -\frac{5}{3}; 3 \right\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

$$\rightarrow \text{Verifica nell'equazione di partenza: } \frac{7}{3} = \frac{7}{3}, 7 = 7 \text{ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)}$$

Esercizio 233.

$$\rightarrow |x + 2| = 2x - 1 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

$$\rightarrow \text{Caso A } (x < -2): \text{ qui vale } x < -2, \text{ e l'equazione diventa}$$

$$\rightarrow -x - 2 = 2x - 1 \text{ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)}$$

$$\rightarrow x = -\frac{1}{3}, \text{ ma } -\frac{1}{3} \text{ non sta in } x < -2: \text{ si scarta. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)}$$

$$\rightarrow \text{Caso B } (x \geq -2): \text{ qui vale } x \geq -2, \text{ e l'equazione diventa}$$

$$\rightarrow x + 2 = 2x - 1$$

$$\rightarrow x = 3, \text{ e } 3 \text{ sta in } x \geq -2: \text{accettabile.}$$

$$\rightarrow S = \{3\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

$$\rightarrow \text{Verifica nell'equazione di partenza: } 5 = 5 \text{ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)}$$

5. Due moduli: la tabella dei segni

Esercizio 234.

$$\rightarrow |x - 1| + |x - 3| = 6 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

$\rightarrow$

	1	3	
$x - 1$	-	0	+
$x - 3$	-	-	0
	A	B	C

(2 punti critici tagliano la retta in 3 intervalli)

$$\rightarrow \text{Caso A } (x < 1, x < 3): \text{ qui vale } x < 1, \text{ e l'equazione diventa}$$

→ $-x + 1 + (-x + 3) = 6$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -1$, e -1 sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 1, x < 3$): qui vale $1 \leq x < 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 1 + (-x + 3) = 6$$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso C** ($x \geq 1, x \geq 3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 1 + (x - 3) = 6$$

→ $x = 5$, e 5 sta in $x \geq 3$: **accettabile**.

→ $S = \{-1; 5\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $6 = 6, 6 = 6$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 235.

→ $|x| - |2x - 4| = 1$ (l'equazione di partenza)

→

	0		2	
x	-	0	+	+
$2x - 4$	-		-	0
	A		B	
				C

(2 punti critici tagliano la retta in 3 intervalli)

→ **Caso A** ($x < 0, x < 2$): qui vale $x < 0$, e l'equazione diventa

→ $-x - (-2x + 4) = 1$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = 5$, ma 5 **non** sta in $x < 0$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq 0, x < 2$): qui vale $0 \leq x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - (-2x + 4) = 1$$

→ $x = \frac{5}{3}$, e $\frac{5}{3}$ sta in $0 \leq x < 2$: **accettabile**.

→ **Caso C** ($x \geq 0, x \geq 2$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - (2x - 4) = 1$$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq 2$: **accettabile**.

→ $S = \left\{\frac{5}{3}; 3\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $1 = 1, 1 = 1$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 264.

→ $|x - 1| + |x + 1| = 6$ (l'equazione di partenza)

→

	-1		1	
$x - 1$	-		-	0
$x + 1$	-	0	+	+
	A		B	
			C	

(2 punti critici tagliano la retta in 3 intervalli)

→ **Caso A** ($x < 1, x < -1$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 + (-x - 1) = 6$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -3$, e -3 sta in $x < -1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x < 1, x \geq -1$): qui vale $-1 \leq x < 1$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 + (x + 1) = 6$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso C** ($x \geq 1, x \geq -1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

→ $x - 1 + (x + 1) = 6$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq 1$: **accettabile**.

→ $S = \{-3; 3\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $6 = 6, 6 = 6$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 265.

→ $|x + 3| + |x + 1| = 8$ (l'equazione di partenza)

→

	-3		-1	
$x + 3$	-	0	+	+
$x + 1$	-		-	0
	A		B	
			C	

(2 punti critici tagliano la retta in 3 intervalli)

→ **Caso A** ($x < -3, x < -1$): qui vale $x < -3$, e l'equazione diventa

→ $-x - 3 + (-x - 1) = 8$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -6$, e -6 sta in $x < -3$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq -3, x < -1$): qui vale $-3 \leq x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 3 + (-x - 1) = 8$$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso C** ($x \geq -3, x \geq -1$): qui vale $x \geq -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 3 + (x + 1) = 8$$

→ $x = 2$, e 2 sta in $x \geq -1$: **accettabile**.

→ $S = \{-6; 2\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $8 = 8, 8 = 8$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 284.

→ $|x - 1| + |x - 3| = 6$ (l'equazione di partenza)

→

	1		3	
$x - 1$	-	0	+	+
$x - 3$	-		-	0
	A		B	
			C	

(2 punti critici tagliano la retta in 3 intervalli)

→ **Caso A** ($x < 1, x < 3$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 + (-x + 3) = 6$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -1$, e -1 sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 1, x < 3$): qui vale $1 \leq x < 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 1 + (-x + 3) = 6$$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso C** ($x \geq 1, x \geq 3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 1 + (x - 3) = 6$$

→ $x = 5$, e 5 sta in $x \geq 3$: **accettabile**.

→ $S = \{-1; 5\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $6 = 6, 6 = 6$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 285.

→ $|x| - |2x - 4| = 1$ (l'equazione di partenza)

→

	0		2	
x	-	0	+	+
$2x - 4$	-		-	0
	A		B	
				C

(2 punti critici tagliano la retta in 3 intervalli)

→ **Caso A** ($x < 0, x < 2$): qui vale $x < 0$, e l'equazione diventa

→ $-x - (-2x + 4) = 1$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = 5$, ma 5 **non** sta in $x < 0$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq 0, x < 2$): qui vale $0 \leq x < 2$, e l'equazione diventa

→ $x - (-2x + 4) = 1$

→ $x = \frac{5}{3}$, e $\frac{5}{3}$ sta in $0 \leq x < 2$: **accettabile**.

→ **Caso C** ($x \geq 0, x \geq 2$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

→ $x - (2x - 4) = 1$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq 2$: **accettabile**.

→ $S = \left\{ \frac{5}{3}; 3 \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $1 = 1, 1 = 1$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 286.

→ $|x| + |x - 1| + |x - 2| = 4$ (l'equazione di partenza)

→

	0		1		2	
x	-	0	+		+	+
$x - 1$	-		-	0	+	+
$x - 2$	-		-		-	0
	A		B		C	
						D

(3 punti critici tagliano la retta in 4 intervalli)

→ **Caso A** ($x < 0, x < 1, x < 2$): qui vale $x < 0$, e l'equazione diventa

→ $-x + (-x + 1) + (-x + 2) = 4$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -\frac{1}{3}$, e $-\frac{1}{3}$ sta in $x < 0$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 0, x < 1, x < 2$): qui vale $0 \leq x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + (-x + 1) + (-x + 2) = 4$$

→ $x = -1$, ma -1 **non** sta in $0 \leq x < 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x \geq 0, x \geq 1, x < 2$): qui vale $1 \leq x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + (x - 1) + (-x + 2) = 4$$

→ $x = 3$, ma 3 **non** sta in $1 \leq x < 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso D** ($x \geq 0, x \geq 1, x \geq 2$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + (x - 1) + (x - 2) = 4$$

→ $x = \frac{7}{3}$, e $\frac{7}{3}$ sta in $x \geq 2$: **accettabile**.

→ $S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{7}{3} \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $4 = 4, 4 = 4$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 287.

→ $|x + 1| + |x| + |x - 1| = 6$ (l'equazione di partenza)

→

	-1	0	1	
$x + 1$	-	0	+	+
x	-	-	0	+
$x - 1$	-	-	-	0
	A	B	C	D

(3 punti critici tagliano la retta in 4 intervalli)

→ **Caso A** ($x < -1, x < 0, x < 1$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

→ $-x - 1 + (-x) + (-x + 1) = 6$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -2$, e -2 sta in $x < -1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq -1, x < 0, x < 1$): qui vale $-1 \leq x < 0$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 1 + (-x) + (-x + 1) = 6$$

→ $x = -4$, ma -4 **non** sta in $-1 \leq x < 0$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x \geq -1, x \geq 0, x < 1$): qui vale $0 \leq x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 1 + x + (-x + 1) = 6$$

$\rightarrow x = 4$, ma 4 **non** sta in $0 \leq x < 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow$ **Caso D** ($x \geq -1, x \geq 0, x \geq 1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 1 + x + (x - 1) = 6$$

$\rightarrow x = 2$, e 2 sta in $x \geq 1$: **accettabile**.

$\rightarrow S = \{-2; 2\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

$\rightarrow$ Verifica nell'equazione di partenza: $6 = 6, 6 = 6$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 288.

$\rightarrow |x - 2| + |x| - |x + 2| = 2$ (l'equazione di partenza)

$\rightarrow$

	-2	0	2	
$x - 2$	-	-	-	0 +
x	-	-	0 +	+
$x + 2$	-	0 +	+	+
	A	B	C	D

(3 punti critici tagliano la retta in 4 intervalli)

$\rightarrow$ **Caso A** ($x < 2, x < 0, x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

$\rightarrow -x + 2 + (-x) - (-x - 2) = 2$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

$\rightarrow x = 2$, ma 2 **non** sta in $x < -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow$ **Caso B** ($x < 2, x < 0, x \geq -2$): qui vale $-2 \leq x < 0$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 2 + (-x) - (x + 2) = 2$$

$\rightarrow x = -\frac{2}{3}$, e $-\frac{2}{3}$ sta in $-2 \leq x < 0$: **accettabile**.

$\rightarrow$ **Caso C** ($x < 2, x \geq 0, x \geq -2$): qui vale $0 \leq x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 2 + x - (x + 2) = 2$$

$\rightarrow x = -2$, ma -2 **non** sta in $0 \leq x < 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow$ **Caso D** ($x \geq 2, x \geq 0, x \geq -2$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 2 + x - (x + 2) = 2$$

$\rightarrow x = 6$, e 6 sta in $x \geq 2$: **accettabile**.

$\rightarrow S = \left\{-\frac{2}{3}; 6\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

$\rightarrow$ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2, 2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 289.

$$\rightarrow |x| + |x - 3| - |x + 3| = 1 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

$\rightarrow$

	-3	0	3	
x	-	-	0	+
$x - 3$	-	-	-	0
$x + 3$	-	0	+	+
	A	B	C	D

(3 punti critici tagliano la retta in 4 intervalli)

$\rightarrow$ **Caso A** ($x < 0, x < 3, x < -3$): qui vale $x < -3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + (-x + 3) - (-x - 3) = 1 \text{ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)}$$

$\rightarrow x = 5$, ma 5 **non** sta in $x < -3$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow$ **Caso B** ($x < 0, x < 3, x \geq -3$): qui vale $-3 \leq x < 0$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + (-x + 3) - (x + 3) = 1$$

$$\rightarrow x = -\frac{1}{3}, \text{ e } -\frac{1}{3} \text{ sta in } -3 \leq x < 0: \text{ **accettabile**.}$$

$\rightarrow$ **Caso C** ($x \geq 0, x < 3, x \geq -3$): qui vale $0 \leq x < 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + (-x + 3) - (x + 3) = 1$$

$\rightarrow x = -1$, ma -1 **non** sta in $0 \leq x < 3$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow$ **Caso D** ($x \geq 0, x \geq 3, x \geq -3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + (x - 3) - (x + 3) = 1$$

$\rightarrow x = 7$, e 7 sta in $x \geq 3$: **accettabile**.

$$\rightarrow S = \left\{ -\frac{1}{3}; 7 \right\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

$\rightarrow$ Verifica nell'equazione di partenza: $1 = 1, 1 = 1$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 290.

$$\rightarrow |x + 2| + |x - 2| + |x| = 10 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

$\rightarrow$

	-2	0	2	
$x + 2$	-	0	+	+
$x - 2$	-	-	-	0
x	-	-	0	+
	A	B	C	D

(3 punti critici tagliano la retta in 4 intervalli)

→ **Caso A** ($x < -2, x < 2, x < 0$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

→ $-x - 2 + (-x + 2) + (-x) = 10$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -\frac{10}{3}$, e $-\frac{10}{3}$ sta in $x < -2$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq -2, x < 2, x < 0$): qui vale $-2 \leq x < 0$, e l'equazione diventa

→ $x + 2 + (-x + 2) + (-x) = 10$

→ $x = -6$, ma -6 non sta in $-2 \leq x < 0$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x \geq -2, x < 2, x \geq 0$): qui vale $0 \leq x < 2$, e l'equazione diventa

→ $x + 2 + (-x + 2) + x = 10$

→ $x = 6$, ma 6 non sta in $0 \leq x < 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso D** ($x \geq -2, x \geq 2, x \geq 0$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

→ $x + 2 + (x - 2) + x = 10$

→ $x = \frac{10}{3}$, e $\frac{10}{3}$ sta in $x \geq 2$: **accettabile**.

→ $S = \left\{ -\frac{10}{3}; \frac{10}{3} \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $10 = 10, 10 = 10$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 291.

→ $|x - 1| - |x| + |x + 1| = 3$ (l'equazione di partenza)

→

	-1	0	1	
$x - 1$	-	-	-	0 +
x	-	-	0 +	+
$x + 1$	-	0 +	+	+
	A	B	C	D

(3 punti critici tagliano la retta in 4 intervalli)

→ **Caso A** ($x < 1, x < 0, x < -1$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 - (-x) + (-x - 1) = 3$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -3$, e -3 sta in $x < -1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x < 1, x < 0, x \geq -1$): qui vale $-1 \leq x < 0$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 - (-x) + (x + 1) = 3$

- $x = 1$, ma 1 **non** sta in $-1 \leq x < 0$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)
- **Caso C** ($x < 1, x \geq 0, x \geq -1$): qui vale $0 \leq x < 1$, e l'equazione diventa
- $-x + 1 - x + (x + 1) = 3$
- $x = -1$, ma -1 **non** sta in $0 \leq x < 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)
- **Caso D** ($x \geq 1, x \geq 0, x \geq -1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa
- $x - 1 - x + (x + 1) = 3$
- $x = 3$, e 3 sta in $x \geq 1$: **accettabile**.
- $S = \{-3; 3\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)
- Verifica nell'equazione di partenza: $3 = 3, 3 = 3$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)
-

6. Quante soluzioni: impossibili, identità, casi limite

Esercizio 292.

- $|x| = x$ (l'equazione di partenza)
- **Caso A** ($x < 0$): qui vale $x < 0$, e l'equazione diventa
- $-x = x$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)
- $x = 0$, ma 0 **non** sta in $x < 0$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)
- **Caso B** ($x \geq 0$): qui vale $x \geq 0$, e l'equazione diventa
- $x = x$
- resta un'**identità**: in questo intervallo va bene **ogni** x . (e allora la risposta non è un elenco di numeri ma un intervallo)
- $S = x \geq 0$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)
-

Esercizio 293.

- $|x| = -x$ (l'equazione di partenza)
- **Caso A** ($x < 0$): qui vale $x < 0$, e l'equazione diventa
- $-x = -x$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)
- resta un'**identità**: in questo intervallo va bene **ogni** x . (e allora la risposta non è un elenco di numeri ma un intervallo)
- **Caso B** ($x \geq 0$): qui vale $x \geq 0$, e l'equazione diventa
- $x = -x$

→ $x = 0$, e 0 sta in $x \geq 0$: **accettabile**.

→ $S = x \leq 0$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $0 = 0$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 312.

→ $|x - 5| = 0$ (l'equazione da giudicare)

→ Si guarda il **termine noto**: il secondo membro è zero: i due casi coincidono. (non serve risolvere)

→ una

→ Infatti: $S = \{5\}$ (il conto, per conferma)

Esercizio 313.

→ $|x - 5| = 3$ (l'equazione da giudicare)

→ Si guarda il **termine noto**: il secondo membro è positivo: a quella distanza da zero ci sono due numeri. (non serve risolvere)

→ due

→ Infatti: $S = \{2; 8\}$ (il conto, per conferma)

7. Equazioni fratte con il modulo al numeratore

Esercizio 330.

→ $\frac{|x-1|}{x} = 2$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 1$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

→ $\frac{-x+1}{x} = 2$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = \frac{1}{3}$, e $\frac{1}{3}$ sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

→ $\frac{x-1}{x} = 2$

→ $x = -1$, ma -1 **non** sta in $x \geq 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 331.

→ $\frac{|x+2|}{x} = 3$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

→ $\frac{-x-2}{x} = 3$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -\frac{1}{2}$, ma $-\frac{1}{2}$ **non** sta in $x < -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso B** ($x \geq -2$): qui vale $x \geq -2$, e l'equazione diventa

→ $\frac{x+2}{x} = 3$

→ $x = 1$, e 1 sta in $x \geq -2$: **accettabile**.

→ $S = \{1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $3 = 3$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 354.

→ $\frac{|x-1|}{x} = 2$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 1$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

→ $\frac{-x+1}{x} = 2$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = \frac{1}{3}$, e $\frac{1}{3}$ sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

→ $\frac{x-1}{x} = 2$

→ $x = -1$, ma -1 **non** sta in $x \geq 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

8. Il modulo a denominatore

Esercizio 355.

$$\rightarrow \frac{4}{|x+3|} = 2 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x < -3$): qui vale $x < -3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{4}{-x-3} = 2 \text{ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)}$$

→ $x = -5$, e -5 sta in $x < -3$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq -3$): qui vale $x \geq -3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{4}{x+3} = 2$$

→ $x = -1$, e -1 sta in $x \geq -3$: **accettabile**.

→ $S = \{-5; -1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2, 2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 356.

$$\rightarrow \frac{6}{|x-1|} = 3 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x < 1$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{6}{-x+1} = 3 \text{ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)}$$

→ $x = -1$, e -1 sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{6}{x-1} = 3$$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq 1$: **accettabile**.

→ $S = \{-1; 3\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $3 = 3, 3 = 3$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 379.

$$\rightarrow \frac{2}{|x-2|} = \frac{1}{x+1} \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x < 2$): qui vale $x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{2}{-x+2} = \frac{1}{x+1} \text{ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)}$$

→ $x = 0$, e 0 sta in $x < 2$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 2$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{2}{x-2} = \frac{1}{x+1}$$

→ $x = -4$, ma -4 **non** sta in $x \geq 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \{0\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $1 = 1$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 380.

$$\rightarrow \frac{3}{|x-1|} = \frac{1}{x+2} \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x < 1$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{3}{-x+1} = \frac{1}{x+2} \text{ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)}$$

→ $x = -\frac{5}{4}$, e $-\frac{5}{4}$ sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{3}{x-1} = \frac{1}{x+2}$$

→ $x = -\frac{7}{2}$, ma $-\frac{7}{2}$ **non** sta in $x \geq 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \left\{-\frac{5}{4}\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $\frac{4}{3} = \frac{4}{3}$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 391.

$$\rightarrow \frac{4}{|x+3|} = 2 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x < -3$): qui vale $x < -3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{4}{-x-3} = 2 \text{ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)}$$

→ $x = -5$, e -5 sta in $x < -3$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq -3$): qui vale $x \geq -3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow \frac{4}{x+3} = 2$$

→ $x = -1$, e -1 sta in $x \geq -3$: **accettabile**.

→ $S = \{-5; -1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2, 2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 392.

→ $\frac{2}{|x-2|} = \frac{1}{x+1}$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < 2$): qui vale $x < 2$, e l'equazione diventa

→ $\frac{2}{-x+2} = \frac{1}{x+1}$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = 0$, e 0 sta in $x < 2$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 2$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

→ $\frac{2}{x-2} = \frac{1}{x+1}$

→ $x = -4$, ma -4 **non** sta in $x \geq 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \{0\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $1 = 1$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

9. Il modulo dentro un altro modulo

Esercizio 393.

→ $||x| - 2| = 3$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 0, x \geq 2$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

→ $x - 2 = 3$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = 5$, e 5 sta in $x \geq 2$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 0, x < 2$): qui vale $0 \leq x < 2$, e l'equazione diventa

→ $-x + 2 = 3$

→ $x = -1$, ma -1 **non** sta in $0 \leq x < 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x < 0, x \leq -2$): qui vale $x \leq -2$, e l'equazione diventa

→ $-x - 2 = 3$

→ $x = -5$, e -5 sta in $x \leq -2$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < 0, x > -2$): qui vale $-2 < x < 0$, e l'equazione diventa

→ $x + 2 = 3$

→ $x = 1$, ma 1 **non** sta in $-2 < x < 0$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \{-5; 5\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $3 = 3, 3 = 3$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 394.

→ $||x| + 1| = 4$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 0, x < -1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 0, x > 1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 0, x \geq -1$): qui vale $x \geq 0$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 1 = 4$$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq 0$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < 0, x \leq 1$): qui vale $x < 0$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 1 = 4$$

→ $x = -3$, e -3 sta in $x < 0$: **accettabile**.

→ $S = \{-3; 3\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $4 = 4, 4 = 4$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 405.

→ $|x + |x - 2|| = 3x - 1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 2, x < 1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 2, mai$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 2, x \geq 1$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x - 2 = 3x - 1$$

→ $x = -1$, ma -1 **non** sta in $x \geq 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso D** ($x < 2, semprevera$): qui vale $x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2 = 3x - 1$$

→ $x = 1$, e 1 sta in $x < 2$: **accettabile**.

→ $S = \{1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 406.

→ $|x + |x - 1|| = 2x + 1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 1, x < \frac{1}{2}$): le condizioni messe a **sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 1, mai$): le condizioni messe a **sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 1, x \geq \frac{1}{2}$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

→ $2x - 1 = 2x + 1$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso D** ($x < 1, semprevera$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

→ $1 = 2x + 1$

→ $x = 0$, e 0 sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ $S = \{0\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $1 = 1$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 407.

→ $|x + |x - 3|| = 2x$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 3, x < \frac{3}{2}$): le condizioni messe a **sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 3, mai$): le condizioni messe a **sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 3, x \geq \frac{3}{2}$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

→ $2x - 3 = 2x$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso D** ($x < 3$, *semprevvera*): qui vale $x < 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 3 = 2x$$

→ $x = \frac{3}{2}$, e $\frac{3}{2}$ sta in $x < 3$: **accettabile**.

$$\rightarrow S = \left\{ \frac{3}{2} \right\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

→ Verifica nell'equazione di partenza: $3 = 3$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 408.

$$\rightarrow |x + |2x - 4|| = 3x + 1 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x \geq 2$, $x < \frac{4}{3}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 2$, $x > 4$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 2$, $x \geq \frac{4}{3}$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 3x - 4 = 3x + 1$$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso D** ($x < 2$, $x \leq 4$): qui vale $x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 4 = 3x + 1$$

→ $x = \frac{3}{4}$, e $\frac{3}{4}$ sta in $x < 2$: **accettabile**.

$$\rightarrow S = \left\{ \frac{3}{4} \right\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

→ Verifica nell'equazione di partenza: $\frac{13}{4} = \frac{13}{4}$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 409.

$$\rightarrow |x + |x - 4|| = 3x - 2 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x \geq 4$, $x < 2$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 4$, *mai*): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 4$, $x \geq 2$): qui vale $x \geq 4$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x - 4 = 3x - 2$$

$\rightarrow x = -2$, ma -2 **non** sta in $x \geq 4$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow$ **Caso D** ($x < 4$, *semprevera*): qui vale $x < 4$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 4 = 3x - 2$$

$\rightarrow x = 2$, e 2 sta in $x < 4$: **accettabile**.

$\rightarrow S = \{2\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

$\rightarrow$ Verifica nell'equazione di partenza: $4 = 4$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 410.

$\rightarrow |2x + |x - 1|| = 3x + 2$ (l'equazione di partenza)

$\rightarrow$ **Caso A** ($x \geq 1$, $x < \frac{1}{3}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

$\rightarrow$ **Caso B** ($x \geq 1$, $x \geq \frac{1}{3}$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 3x - 1 = 3x + 2$$

$\rightarrow$ **resta un'uguaglianza falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

$\rightarrow$ **Caso C** ($x < 1$, $x \geq -1$): qui vale $-1 \leq x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 1 = 3x + 2$$

$\rightarrow x = -\frac{1}{2}$, e $-\frac{1}{2}$ sta in $-1 \leq x < 1$: **accettabile**.

$\rightarrow$ **Caso D** ($x < 1$, $x < -1$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x - 1 = 3x + 2$$

$\rightarrow x = -\frac{3}{4}$, ma $-\frac{3}{4}$ **non** sta in $x < -1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

$\rightarrow$ Verifica nell'equazione di partenza: $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 411.

$\rightarrow |x + |x + 2|| = 3x + 1$ (l'equazione di partenza)

$\rightarrow$ **Caso A** ($x < -2$, *mai*): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq -2, x \geq -1$): qui vale $x \geq -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x + 2 = 3x + 1$$

→ $x = 1$, e 1 sta in $x \geq -1$: **accettabile**.

→ **Caso C** ($x \geq -2, x < -1$): qui vale $-2 \leq x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -2x - 2 = 3x + 1$$

→ $x = -\frac{3}{5}$, ma $-\frac{3}{5}$ **non** sta in $-2 \leq x < -1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso D** ($x < -2$, *semprevera*): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2 = 3x + 1$$

→ $x = \frac{1}{3}$, ma $\frac{1}{3}$ **non** sta in $x < -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \{1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $4 = 4$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 412.

→ $|x + |2x - 2|| = 4x - 1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 1, x < \frac{2}{3}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 1, x > 2$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 1, x \geq \frac{2}{3}$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 3x - 2 = 4x - 1$$

→ $x = -1$, ma -1 **non** sta in $x \geq 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso D** ($x < 1, x \leq 2$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 2 = 4x - 1$$

→ $x = \frac{3}{5}$, e $\frac{3}{5}$ sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ $S = \left\{\frac{3}{5}\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $\frac{7}{5} = \frac{7}{5}$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 413.

→ $|x + |x - 5|| = 2x + 1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 5, x < \frac{5}{2}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 5, mai$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 5, x \geq \frac{5}{2}$): qui vale $x \geq 5$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x - 5 = 2x + 1$$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso D** ($x < 5, semprevera$): qui vale $x < 5$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 5 = 2x + 1$$

→ $x = 2$, e 2 sta in $x < 5$: **accettabile**.

→ $S = \{2\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $5 = 5$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 414.

→ $|x + |3x - 3|| = 4x$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 1, x < \frac{3}{4}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 1, x > \frac{3}{2}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 1, x \geq \frac{3}{4}$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 4x - 3 = 4x$$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso D** ($x < 1, x \leq \frac{3}{2}$): qui vale $x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -2x + 3 = 4x$$

→ $x = \frac{1}{2}$, e $\frac{1}{2}$ sta in $x < 1$: **accettabile**.

→ $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 415.

→ $|2x + |x - 2|| = 4x + 1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 2, x < \frac{2}{3}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq 2, x \geq \frac{2}{3}$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 3x - 2 = 4x + 1$$

→ $x = -3$, ma -3 **non** sta in $x \geq 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x < 2, x \geq -2$): qui vale $-2 \leq x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 2 = 4x + 1$$

→ $x = \frac{1}{3}$, e $\frac{1}{3}$ sta in $-2 \leq x < 2$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < 2, x < -2$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x - 2 = 4x + 1$$

→ $x = -\frac{3}{5}$, ma $-\frac{3}{5}$ **non** sta in $x < -2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $\frac{7}{3} = \frac{7}{3}$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 416.

→ $|x + |x - 2|| = 3x - 1$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 2, x < 1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < 2, mai$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq 2, x \geq 1$): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x - 2 = 3x - 1$$

→ $x = -1$, ma -1 **non** sta in $x \geq 2$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso D** ($x < 2, semprevera$): qui vale $x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2 = 3x - 1$$

→ $x = 1$, e 1 sta in $x < 2$: **accettabile**.

→ $S = \{1\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

10. Sottocasi annidati: la condizione va a sistema

Esercizio 417.

→ $||x + 1| - 2x| = 4$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -1, x > -\frac{1}{3}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq -1, x \leq 1$): qui vale $-1 \leq x \leq 1$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 = 4$

→ $x = -3$, ma -3 **non** sta in $-1 \leq x \leq 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x \geq -1, x > 1$): qui vale $x > 1$, e l'equazione diventa

→ $x - 1 = 4$

→ $x = 5$, e 5 sta in $x > 1$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < -1, x \leq -\frac{1}{3}$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

→ $-3x - 1 = 4$

→ $x = -\frac{5}{3}$, e $-\frac{5}{3}$ sta in $x < -1$: **accettabile**.

→ $S = \left\{-\frac{5}{3}; 5\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $4 = 4, 4 = 4$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 418.

→ $||x + 1| - 2x| = 2$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -1, x > -\frac{1}{3}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq -1, x \leq 1$): qui vale $-1 \leq x \leq 1$, e l'equazione diventa

→ $-x + 1 = 2$

→ $x = -1$, e -1 sta in $-1 \leq x \leq 1$: **accettabile**.

→ **Caso C** ($x \geq -1, x > 1$): qui vale $x > 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 1 = 2$$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x > 1$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < -1, x \leq -\frac{1}{3}$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -3x - 1 = 2$$

→ $x = -1$, ma -1 **non** sta in $x < -1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \{-1; 3\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $2 = 2, 2 = 2$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 419.

→ $||x + 2| - x| = 3$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq -2, \text{mai}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < -2, x > -1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq -2, \text{semprevvera}$): qui vale $x \geq -2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2 = 3$$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso D** ($x < -2, x \leq -1$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -2x - 2 = 3$$

→ $x = -\frac{5}{2}$, e $-\frac{5}{2}$ sta in $x < -2$: **accettabile**.

→ $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $3 = 3$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 420.

→ $||x - 1| - 2x| = 5$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq 1, x \leq -1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq 1, x > -1$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 1 = 5$$

→ $x = 4$, e 4 sta in $x \geq 1$: **accettabile**.

→ **Caso C** ($x < 1, x \leq \frac{1}{3}$): qui vale $x \leq \frac{1}{3}$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -3x + 1 = 5$$

→ $x = -\frac{4}{3}$, e $-\frac{4}{3}$ sta in $x \leq \frac{1}{3}$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < 1, x > \frac{1}{3}$): qui vale $\frac{1}{3} < x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 3x - 1 = 5$$

→ $x = 2$, ma 2 **non** sta in $\frac{1}{3} < x < 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \left\{ -\frac{4}{3}; 4 \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $5 = 5, 5 = 5$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 421.

→ $||x + 1| - 3x| = 6$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -1, x > -\frac{1}{4}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq -1, x \leq \frac{1}{2}$): qui vale $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -2x + 1 = 6$$

→ $x = -\frac{5}{2}$, ma $-\frac{5}{2}$ **non** sta in $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x \geq -1, x > \frac{1}{2}$): qui vale $x > \frac{1}{2}$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x - 1 = 6$$

→ $x = \frac{7}{2}$, e $\frac{7}{2}$ sta in $x > \frac{1}{2}$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < -1, x \leq -\frac{1}{4}$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -4x - 1 = 6$$

→ $x = -\frac{7}{4}$, e $-\frac{7}{4}$ sta in $x < -1$: **accettabile**.

→ $S = \left\{ -\frac{7}{4}; \frac{7}{2} \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $6 = 6, 6 = 6$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 422.

→ $||2x + 1| - x| = 4$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x \geq -\frac{1}{2}, x < -1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x < -\frac{1}{2}, x > -\frac{1}{3}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso C** ($x \geq -\frac{1}{2}, x \geq -1$): qui vale $x \geq -\frac{1}{2}$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 1 = 4$$

→ $x = 3$, e 3 sta in $x \geq -\frac{1}{2}$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < -\frac{1}{2}, x \leq -\frac{1}{3}$): qui vale $x < -\frac{1}{2}$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -3x - 1 = 4$$

→ $x = -\frac{5}{3}$, e $-\frac{5}{3}$ sta in $x < -\frac{1}{2}$: **accettabile**.

→ $S = \left\{ -\frac{5}{3}; 3 \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $4 = 4, 4 = 4$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 423.

→ $||x + 3| - 2x| = 7$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -3, x > -1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq -3, x \leq 3$): qui vale $-3 \leq x \leq 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 3 = 7$$

→ $x = -4$, ma -4 **non** sta in $-3 \leq x \leq 3$: si **scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x \geq -3, x > 3$): qui vale $x > 3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 3 = 7$$

→ $x = 10$, e 10 sta in $x > 3$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < -3, x \leq -1$): qui vale $x < -3$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -3x - 3 = 7$$

→ $x = -\frac{10}{3}$, e $-\frac{10}{3}$ sta in $x < -3$: **accettabile**.

$$\rightarrow S = \left\{ -\frac{10}{3}; 10 \right\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

→ Verifica nell'equazione di partenza: $7 = 7, 7 = 7$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 424.

$$\rightarrow ||x - 2| - x| = 3 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x \geq 2$, *mai*): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq 2$, *semprevera*): qui vale $x \geq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2 = 3$$

→ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

→ **Caso C** ($x < 2$, $x \leq 1$): qui vale $x \leq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -2x + 2 = 3$$

$$\rightarrow x = -\frac{1}{2}, \text{ e } -\frac{1}{2} \text{ sta in } x \leq 1: \text{ **accettabile**.}$$

→ **Caso D** ($x < 2$, $x > 1$): qui vale $1 < x < 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x - 2 = 3$$

$$\rightarrow x = \frac{5}{2}, \text{ ma } \frac{5}{2} \text{ **non** sta in } 1 < x < 2: \text{ **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)}$$

$$\rightarrow S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

→ Verifica nell'equazione di partenza: $3 = 3$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 425.

$$\rightarrow ||x + 1| + 2x| = 5 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x < -1$, $x \geq 1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq -1$, $x \geq -\frac{1}{3}$): qui vale $x \geq -\frac{1}{3}$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 3x + 1 = 5$$

$$\rightarrow x = \frac{4}{3}, \text{ e } \frac{4}{3} \text{ sta in } x \geq -\frac{1}{3}: \text{ **accettabile**.}$$

→ **Caso C** ($x \geq -1$, $x < -\frac{1}{3}$): qui vale $-1 \leq x < -\frac{1}{3}$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -3x - 1 = 5$$

$\rightarrow x = -2$, ma -2 **non** sta in $-1 \leq x < -\frac{1}{3}$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow$ **Caso D** ($x < -1, x < 1$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 1 = 5$$

$\rightarrow x = -4$, e -4 sta in $x < -1$: **accettabile**.

$$\rightarrow S = \left\{ -4; \frac{4}{3} \right\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

$\rightarrow$ Verifica nell'equazione di partenza: $5 = 5, 5 = 5$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 426.

$$\rightarrow ||x + 2| + x| = 6 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

$\rightarrow$ **Caso A** ($x < -2, \text{mai}$): le condizioni messe a sistema non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

$\rightarrow$ **Caso B** ($x \geq -2, x \geq -1$): qui vale $x \geq -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x + 2 = 6$$

$\rightarrow x = 2$, e 2 sta in $x \geq -1$: **accettabile**.

$\rightarrow$ **Caso C** ($x \geq -2, x < -1$): qui vale $-2 \leq x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -2x - 2 = 6$$

$\rightarrow x = -4$, ma -4 **non** sta in $-2 \leq x < -1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

$\rightarrow$ **Caso D** ($x < -2, \text{semprevvera}$): qui vale $x < -2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2 = 6$$

$\rightarrow$ resta un'uguaglianza **falsa**: in questo intervallo non c'è nessuna soluzione. (non vuol dire che l'equazione sia impossibile: gli altri casi vanno guardati)

$$\rightarrow S = \{2\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

$\rightarrow$ Verifica nell'equazione di partenza: $6 = 6$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 427.

$$\rightarrow ||x - 1| + 2x| = 4 \text{ (l'equazione di partenza)}$$

→ **Caso A** ($x \geq 1, x < \frac{1}{3}$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq 1, x \geq \frac{1}{3}$): qui vale $x \geq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 3x - 1 = 4$$

→ $x = \frac{5}{3}$, e $\frac{5}{3}$ sta in $x \geq 1$: **accettabile**.

→ **Caso C** ($x < 1, x \geq -1$): qui vale $-1 \leq x < 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x + 1 = 4$$

→ $x = 3$, ma 3 **non** sta in $-1 \leq x < 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso D** ($x < 1, x < -1$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x - 1 = 4$$

→ $x = -5$, e -5 sta in $x < -1$: **accettabile**.

→ $S = \left\{ -5; \frac{5}{3} \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $4 = 4, 4 = 4$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 428.

→ $||x + 4| - 3x| = 8$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -4, x > -1$): le condizioni messe **a sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**.
(un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq -4, x \leq 2$): qui vale $-4 \leq x \leq 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -2x + 4 = 8$$

→ $x = -2$, e -2 sta in $-4 \leq x \leq 2$: **accettabile**.

→ **Caso C** ($x \geq -4, x > 2$): qui vale $x > 2$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow 2x - 4 = 8$$

→ $x = 6$, e 6 sta in $x > 2$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < -4, x \leq -1$): qui vale $x < -4$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -4x - 4 = 8$$

→ $x = -3$, ma -3 **non** sta in $x < -4$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ $S = \{-2; 6\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $8 = 8, 8 = 8$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

Esercizio 429.

→ $||x + 1| - 2x| = 4$ (l'equazione di partenza)

→ **Caso A** ($x < -1, x > -\frac{1}{3}$): le condizioni messe a **sistema** non lasciano niente: questo caso **non esiste**. (un sottocaso vuoto non si salta, si scrive: e' la prova che il vincolo del ramo e' stato tenuto)

→ **Caso B** ($x \geq -1, x \leq 1$): qui vale $-1 \leq x \leq 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 1 = 4$$

→ $x = -3$, ma -3 **non** sta in $-1 \leq x \leq 1$: **si scarta**. (una soluzione trovata in un caso vale solo dentro quel caso)

→ **Caso C** ($x \geq -1, x > 1$): qui vale $x > 1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 1 = 4$$

→ $x = 5$, e 5 sta in $x > 1$: **accettabile**.

→ **Caso D** ($x < -1, x \leq -\frac{1}{3}$): qui vale $x < -1$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -3x - 1 = 4$$

→ $x = -\frac{5}{3}$, e $-\frac{5}{3}$ sta in $x < -1$: **accettabile**.

→ $S = \left\{ -\frac{5}{3}; 5 \right\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $4 = 4, 4 = 4$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

11. Equazioni letterali con il modulo**Esercizio 430.**

→ $|x - a| = 3$ (l'equazione, con il parametro a)

→ Il secondo membro è $3 > 0$: due soluzioni per ogni a , $x = a + 3$ e $x = a - 3$. Sono sempre distinte, perché la loro distanza è 6 e non dipende da a . (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 431.

→ $|x - 1| = k$ (l'equazione, con il parametro k)

→ $k < 0$: $S = \emptyset$. $k = 0$: una sola, $x = 1$. $k > 0$: due, $x = 1 + k$ e $x = 1 - k$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 432.

→ $|2x + a| = 4$ (l'equazione, con il parametro a)

→ Due soluzioni per ogni a : $x = \frac{4-a}{2}$ e $x = \frac{-4-a}{2}$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 433.

→ $|x| = k - 2$ (l'equazione, con il parametro k)

→ $k < 2$: impossibile. $k = 2$: una sola, $x = 0$. $k > 2$: due, $x = \pm(k - 2)$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 434.

→ $|x + 1| = 2k$ (l'equazione, con il parametro k)

→ $k < 0$: impossibile. $k = 0$: $x = -1$. $k > 0$: $x = -1 \pm 2k$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 435.

→ $|ax - 2| = 6$ (l'equazione, con il parametro a)

→ $a = 0$: resta $|-2| = 6$, cioè $2 = 6$, impossibile. $a \neq 0$: due soluzioni, $x = \frac{8}{a}$ e $x = -\frac{4}{a}$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 436.

→ $|x - 2| = x + k$ (l'equazione, con il parametro k)

→ Il secondo membro deve essere ≥ 0 . Primo caso ($x \geq 2$): $x - 2 = x + k$ dà $k = -2$, cioè per $k = -2$ tutto $[2; +\infty)$ è soluzione, altrimenti niente. Secondo caso: $x = \frac{2-k}{2}$, accettabile se $\frac{2-k}{2} < 2$, cioè $k > -2$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 437.

→ $|x| = ax$ (l'equazione, con il parametro a)

→ $a = 1$: tutto $[0; +\infty)$. $a = -1$: tutto $(-\infty; 0]$. $|a| \neq 1$: solo $x = 0$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 438.

→ $|x - k| = |x + k|$ (l'equazione, con il parametro k)

→ Elevando o ragionando sulle distanze: x deve stare alla stessa distanza da k e da $-k$, quindi $x = 0$, per ogni k . Se $k = 0$ l'equazione è un'identità e va bene ogni x . (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 439.

→ $|3x - k| = 0$ (l'equazione, con il parametro k)

→ Una sola soluzione per ogni k : $x = \frac{k}{3}$. Il caso $k = 0$ non fa eccezione. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 440.

→ $|x + a| + 1 = 0$ (l'equazione, con il parametro a)

→ Impossibile per ogni a : un modulo è ≥ 0 , quindi il primo membro è ≥ 1 e non può essere zero. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 441.

→ $|x - 3| = ax$ (l'equazione, con il parametro a)

→ $a = 0$: $x = 3$. $a = 1$: $x = \frac{3}{2}$ (l'altro ramo dà un'identità solo per $x \geq 3$, ma lì $x - 3 = x$ è falsa). In generale due soluzioni $\frac{3}{1-a}$ e $\frac{3}{1+a}$, accettabili quando cadono nel proprio intervallo. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 442.

→ $2|x| = k$ (l'equazione, con il parametro k)

→ $k < 0$: impossibile. $k = 0$: $x = 0$. $k > 0$: $x = \pm \frac{k}{2}$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 443.

→ $|x - a| = a$ (l'equazione, con il parametro a)

→ $a < 0$: impossibile. $a = 0$: $x = 0$. $a > 0$: due soluzioni, $x = 0$ e $x = 2a$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 444.

→ $|kx| = 5$ (l'equazione, con il parametro k)

→ $k = 0$: resta $0 = 5$, impossibile. $k \neq 0$: due soluzioni, $x = \pm \frac{5}{|k|}$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

Esercizio 445.

→ $|x + 2| = |x + a|$ (l'equazione, con il parametro a)

→ $a = 2$: identità, ogni x va bene. $a \neq 2$: una sola soluzione, il punto medio $x = -\frac{2+a}{2}$. (il primo controllo è sempre sul secondo membro: se è negativo non c'è niente da calcolare)

12. Problemi, vero o falso, trova l'errore, a ritroso

Esercizio 446.

→ Traduco il testo in un'equazione. $|x - c|$ è la **distanza** fra x e c .

→ $|x - 3| = 5$

→ **Caso A** ($x < 3$): qui vale $x < 3$, e l'equazione diventa

→ $-x + 3 = 5$ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)

→ $x = -2$, e -2 sta in $x < 3$: **accettabile**.

→ **Caso B** ($x \geq 3$): qui vale $x \geq 3$, e l'equazione diventa

→ $x - 3 = 5$

→ $x = 8$, e 8 sta in $x \geq 3$: **accettabile**.

→ $S = \{-2; 8\}$ (l'unione di quello che è sopravvissuto)

→ Verifica nell'equazione di partenza: $5 = 5$, $5 = 5$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

→ **Risposta**. I numeri sono -2 e 8 . (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 447.

→ Traduco il testo in un'equazione. $|x - c|$ è la **distanza** fra x e c .

$$\rightarrow |x - 20| = \frac{3}{10}$$

→ **Caso A** ($x < 20$): qui vale $x < 20$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow -x + 20 = \frac{3}{10} \text{ (il modulo si toglie invariato dove l'argomento è positivo, cambiato di segno dove è negativo)}$$

$$\rightarrow x = \frac{197}{10}, \text{ e } \frac{197}{10} \text{ sta in } x < 20: \text{accettabile.}$$

→ **Caso B** ($x \geq 20$): qui vale $x \geq 20$, e l'equazione diventa

$$\rightarrow x - 20 = \frac{3}{10}$$

$$\rightarrow x = \frac{203}{10}, \text{ e } \frac{203}{10} \text{ sta in } x \geq 20: \text{accettabile.}$$

$$\rightarrow S = \left\{ \frac{197}{10}; \frac{203}{10} \right\} \text{ (l'unione di quello che è sopravvissuto)}$$

→ Verifica nell'equazione di partenza: $\frac{3}{10} = \frac{3}{10}, \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$ (si sostituisce con le barre, e il conto dentro il modulo si fa PRIMA di toglierlo)

→ **Risposta.** Le misure limite sono $\frac{197}{10}$ mm e $\frac{203}{10}$ mm. (un problema si chiude con una frase, non con due numeri)

Esercizio 462.

→ $|a| \geq 0$ per ogni numero a . (l'affermazione da giudicare)

→ **Vero**

→ È una distanza, e una distanza non è mai negativa. (una risposta senza motivo non vale)

Esercizio 463.

→ $|-x|$ è sempre un numero negativo. (l'affermazione da giudicare)

→ **Falso**

→ $-x$ è l'opposto di x , e il modulo lo rende comunque ≥ 0 . (una risposta senza motivo non vale)

Esercizio 482.

→ $|x - 3| = 5$, quindi $x - 3 = 5$ e $x = 8$. (lo svolgimento da controllare)

→ Manca l'altro caso: $-(x - 3) = 5$ dà $x = -2$. Il modulo non è una parentesi. $S = \{-2; 8\}$. (l'errore, e come si corregge)

Esercizio 483.

→ $|2x + 4| = -1$: spezzo nei due casi e trovo $x = -\frac{5}{2}$ e $x = -\frac{3}{2}$. (lo svolgimento da controllare)

→ Non serviva nessun conto: un modulo non è mai negativo, quindi $S = \emptyset$. I due valori trovati non verificano l'equazione. (l'errore, e come si corregge)

Esercizio 494.

→ Trova k perché $|x - 4| = k$ abbia esattamente una soluzione. (qui il risultato è dato e manca un dato)

→ Si impone la condizione richiesta e si risolve rispetto alla lettera che manca.

→ $k = 0$

Esercizio 495.

→ Trova k perché $|x - 4| = k$ non abbia soluzioni. (qui il risultato è dato e manca un dato)

→ Si impone la condizione richiesta e si risolve rispetto alla lettera che manca.

→ $k < 0$

Esercizio 506.

→ Dimostra che $|a| \geq 0$ per ogni numero reale a . (quello che c'è da dimostrare)

→ Per definizione $|a| = a$ se $a \geq 0$, e in quel caso $|a| = a \geq 0$. Se invece $a < 0$ allora $|a| = -a$, e l'opposto di un numero negativo è positivo, quindi $|a| > 0$. In tutti e due i casi $|a| \geq 0$, e l'uguaglianza vale solo per $a = 0$. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 507.

→ Dimostra che $|-A| = |A|$ per ogni espressione A . (quello che c'è da dimostrare)

→ Se $A \geq 0$ allora $-A \leq 0$, quindi $|A| = A$ e $|-A| = -(-A) = A$: uguali. Se $A < 0$ allora $-A > 0$, quindi $|A| = -A$ e $|-A| = -A$: uguali di nuovo. In tutti e due i casi le due scritture danno lo stesso numero. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 508.

→ Dimostra che $|A| = 0$ se e solo se $A = 0$. (quello che c'è da dimostrare)

→ Se $A = 0$ allora $|A| = |0| = 0$. Viceversa, se $A \neq 0$ allora A è positivo o negativo: nel primo caso $|A| = A > 0$, nel secondo $|A| = -A > 0$. In tutti e due $|A| \neq 0$. Quindi $|A| = 0$ obbliga $A = 0$. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 509.

→ Dimostra che $|A| = k$ con $k > 0$ equivale a $A = k \vee A = -k$. (quello che c'è da dimostrare)

→ Se $A \geq 0$ l'equazione diventa $A = k$, che è compatibile col caso perché $k > 0$. Se $A < 0$ diventa $-A = k$, cioè $A = -k$, compatibile perché $-k < 0$. I due casi danno esattamente quelle due possibilità, e il controllo di accettabilità è automatico: è per questo che la scorciatoia è lecita. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 510.

→ Giustifica perché un'equazione di primo grado con valori assoluti non può avere tre soluzioni distinte. (quello che c'è da dimostrare)

→ In ogni intervallo determinato dai punti critici i moduli si tolgono in un modo fisso, e resta un'equazione di primo grado ordinaria: al massimo una soluzione per intervallo. Il primo membro, tolti i moduli, è una spezzata i cui tratti hanno pendenze che cambiano solo nei punti critici; una retta orizzontale può tagliarla in due punti, e un terzo taglio richiederebbe un tratto in più che cambia verso — cosa che il primo grado non consente. I casi restanti danno un'identità (tutto l'intervallo) o una contraddizione (niente), mai un terzo punto isolato. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 511.

→ Dimostra che, se $|A(x)| = B(x)$ ha una soluzione x_0 , allora $B(x_0) \geq 0$. (quello che c'è da dimostrare)

→ Sostituendo x_0 l'uguaglianza diventa $|A(x_0)| = B(x_0)$. Il primo membro è un valore assoluto, quindi ≥ 0 ; due numeri uguali hanno lo stesso segno, quindi anche $B(x_0) \geq 0$. Da qui il controllo veloce: se sostituendo una soluzione il secondo membro viene negativo, quella soluzione è da scartare. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 512.

→ Dimostra che $|A| \neq 0$ equivale a $A \neq 0$, e spiega perché questo serve nelle equazioni fratte. (quello che c'è da dimostrare)

→ È la negazione della proprietà « $|A| = 0 \iff A = 0$ ». Serve perché quando un modulo sta a denominatore la condizione di esistenza è $|A| \neq 0$, e grazie a questa equivalenza si può scrivere direttamente $A \neq 0$, senza spezzare in casi. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)

Esercizio 513.

→ Dimostra che l'equazione $|x - p| = |x - q|$ con $p \neq q$ ha un'unica soluzione, e trova quale. (quello che c'è da dimostrare)

→ L'equazione dice che x ha la stessa distanza da p e da q : l'unico punto con questa proprietà è il punto medio. In conti: dal caso $x - p = x - q$ resta $-p = -q$, falso perché $p \neq q$; dal caso $x - p = -(x - q)$ resta $2x = p + q$, cioè $x = \frac{p+q}{2}$. Una sola soluzione. (una dimostrazione è un ragionamento, non un conto: si scrive per esteso)
