

RADICALI

807 esercizi divisi per tipologia e difficoltà

- si applica la regola e basta
- ■ □□ standard da compito in classe
- ■ ■ □ servono due passaggi e attenzione ai casi
- ■ ■ ■ difficilissimi: casi limite, discussioni, trucchi

Il risultato è a destra, fra parentesi quadre, ed è sempre in **forma normale**: niente da portare fuori dal radicando, indice il più piccolo possibile, denominatore razionalizzato, radicali simili già sommati. Un numero con la virgola **non** è una risposta: $\sqrt{2}$ si scrive $\sqrt{2}$. Dove la risposta è un insieme si scrive l'intervallo. I procedimenti dei primi due esercizi di ogni blocco e di tutti quelli segnati ■ ■ ■ ■ stanno nel file delle soluzioni.

1. Numeri reali e radici n -esime

Teoria: par. 1 e 2

■ □ □ □ Calcola la radice, che è esatta.

- | | | |
|-----------------------|---------------------------|--------------------------|
| 1. $\sqrt{16}$ [4] | 11. $\sqrt[3]{27}$ [3] | 21. $\sqrt[4]{81}$ [3] |
| 2. $\sqrt{25}$ [5] | 12. $\sqrt[3]{64}$ [4] | 22. $\sqrt[4]{16}$ [2] |
| 3. $\sqrt{49}$ [7] | 13. $\sqrt[3]{125}$ [5] | 23. $\sqrt[4]{625}$ [5] |
| 4. $\sqrt{81}$ [9] | 14. $\sqrt[3]{216}$ [6] | 24. $\sqrt[4]{256}$ [4] |
| 5. $\sqrt{121}$ [11] | 15. $\sqrt[3]{1000}$ [10] | 25. $\sqrt[5]{32}$ [2] |
| 6. $\sqrt{144}$ [12] | 16. $\sqrt[3]{8}$ [2] | 26. $\sqrt[5]{243}$ [3] |
| 7. $\sqrt{169}$ [13] | 17. $\sqrt[3]{-27}$ [-3] | 27. $\sqrt[5]{-32}$ [-2] |
| 8. $\sqrt{225}$ [15] | 18. $\sqrt[3]{-8}$ [-2] | 28. $\sqrt[5]{1}$ [1] |
| 9. $\sqrt{400}$ [20] | 19. $\sqrt[3]{-125}$ [-5] | 29. $\sqrt[6]{64}$ [2] |
| 10. $\sqrt{900}$ [30] | 20. $\sqrt[3]{-64}$ [-4] | 30. $\sqrt[6]{729}$ [3] |

■ □ □ □ Il radicale esiste nei numeri reali? Guarda l'indice e il segno del radicando.

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 31. $\sqrt{16}$ [sì] | 35. $\sqrt[5]{-32}$ [sì] | 39. $\sqrt[4]{0}$ [sì] |
| 32. $\sqrt{-16}$ [no] | 36. $\sqrt{0}$ [sì] | 40. $\sqrt[7]{-1}$ [sì] |
| 33. $\sqrt[3]{-27}$ [sì] | 37. $\sqrt[6]{-64}$ [no] | 41. $\sqrt{-1}$ [no] |
| 34. $\sqrt[4]{-81}$ [no] | 38. $\sqrt[3]{0}$ [sì] | 42. $\sqrt[8]{-256}$ [no] |

43. $\sqrt[3]{-1}$ [sì]

46. $\sqrt[10]{-1}$ [sì]

49. $\sqrt[3]{-216}$ [sì]

44. $\sqrt{100}$ [sì]

47. $\sqrt[9]{-512}$ [sì]

50. $\sqrt[4]{-1}$ [no]

45. $\sqrt[5]{-1}$ [sì]

48. $\sqrt{-49}$ [no]

■□□□ Vero o falso sui numeri reali? Motiva sempre.

51. Ogni numero razionale è anche reale. [vero — $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$: i razionali sono un pezzo dei reali.]

52. Ogni numero reale è razionale. [falso — $\sqrt{2}$ è reale e non è razionale.]

53. Un numero razionale ha sviluppo decimale finito o periodico. [vero — È la caratterizzazione dei razionali.]

54. $\sqrt{2}$ si può scrivere come frazione di interi. [falso — La dimostrazione per assurdo del paragrafo 1 lo esclude.]

55. $0,333\dots$ è irrazionale. [falso — È periodico, e vale $\frac{1}{3}$.]

56. La diagonale del quadrato di lato 1 è un numero irrazionale. [vero — Vale $\sqrt{2}$.]

57. Fra due razionali c'è sempre un irrazionale. [vero — I reali sono densi: fra due numeri qualsiasi ce ne stanno infiniti di tutti e due i tipi.]

58. $\sqrt{4}$ è irrazionale. [falso — Vale 2: non basta il simbolo di radice per essere irrazionali.]

59. La somma di due irrazionali è sempre irrazionale. [falso — $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$, che è razionale.]

60. Il prodotto di due irrazionali può essere razionale. [vero — $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$.]

61. π è razionale. [falso — È irrazionale, e per di più trascendente.]

62. Un numero con infinite cifre decimali è irrazionale. [falso — $0,333\dots$ ne ha infinite ed è razionale: contano infinite e non periodiche.]

2. Condizioni di esistenza

Teoria: par. 3

■□□□ Scrivi le C.E. del radicale. Guarda prima l'indice: se è dispari non c'è niente da imporre sul segno.

63. $\sqrt{x-3}$ [$x \geq 3$]

66. $\sqrt[4]{x-1}$ [$x \geq 1$]

64. $\sqrt[3]{x-3}$ [esiste per ogni x]

67. $\sqrt{-x+3}$ [$x \leq 3$]

65. $\sqrt{x+5}$ [$x \geq -5$]

68. $\sqrt[5]{2x-7}$ [esiste per ogni x]

69. $\sqrt{2x-8}$ [$x \geq 4$]
 70. $\sqrt[3]{x+4}$ [esiste per ogni x]
 71. $\sqrt{3x+6}$ [$x \geq -2$]
 72. $\sqrt[6]{x-2}$ [$x \geq 2$]
 73. $\sqrt{-2x+10}$ [$x \leq 5$]
 74. $\sqrt[4]{x+7}$ [$x \geq -7$]
 75. $\sqrt{x-9}$ [$x \geq 9$]
 76. $\sqrt[3]{-x+4}$ [esiste per ogni x]
 77. $\sqrt{4x-12}$ [$x \geq 3$]
 78. $\sqrt{-3x+6}$ [$x \leq 2$]
 79. $\sqrt[4]{2x+2}$ [$x \geq -1$]
 80. $\sqrt{x+1}$ [$x \geq -1$]
 81. $\sqrt[3]{5x-10}$ [esiste per ogni x]
 82. $\sqrt{-x-1}$ [$x \leq -1$]
 83. $\sqrt{x-6}$ [$x \geq 6$]
 84. $\sqrt[6]{2x-4}$ [$x \geq 2$]
 85. $\sqrt{3x-15}$ [$x \geq 5$]
 86. $\sqrt[5]{x+8}$ [esiste per ogni x]
 87. $\sqrt{-4x+8}$ [$x \leq 2$]
 88. $\sqrt[4]{x-5}$ [$x \geq 5$]
 89. $\sqrt{2x+14}$ [$x \geq -7$]
 90. $\sqrt[3]{-2x+6}$ [esiste per ogni x]
 91. $\sqrt{x-11}$ [$x \geq 11$]
 92. $\sqrt{6x-18}$ [$x \geq 3$]

■ ■ □ □ **Indice dispari, ma dentro c'è una frazione: il segno non conta, il denominatore sì.**

93. $\sqrt[3]{\frac{5}{2x-4}}$ [$x \neq 2$]
 94. $\sqrt[3]{\frac{5}{x-1}}$ [$x \neq 1$]
 95. $\sqrt[5]{\frac{5}{x+2}}$ [$x \neq -2$]
 96. $\sqrt[3]{\frac{5}{3x-6}}$ [$x \neq 2$]
 97. $\sqrt[7]{\frac{5}{2x+8}}$ [$x \neq -4$]
 98. $\sqrt[3]{\frac{5}{x-5}}$ [$x \neq 5$]
 99. $\sqrt[5]{\frac{5}{4x-8}}$ [$x \neq 2$]
 100. $\sqrt[3]{\frac{5}{2x+6}}$ [$x \neq -3$]
 101. $\sqrt[9]{\frac{5}{x+3}}$ [$x \neq -3$]
 102. $\sqrt[3]{\frac{5}{5x-10}}$ [$x \neq 2$]

■ ■ □ □ **Il radicale sta a denominatore: la condizione diventa stretta.**

103. $\frac{1}{\sqrt{x-2}}$ [$x > 2$]
 104. $\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ [$x > -3$]
 105. $\frac{1}{\sqrt{2x-6}}$ [$x > 3$]
 106. $\frac{1}{\sqrt{-x+5}}$ [$x < 5$]
 107. $\frac{1}{\sqrt{x-7}}$ [$x > 7$]
 108. $\frac{1}{\sqrt[4]{x+1}}$ [$x > -1$]

109. $\frac{1}{\sqrt{3x-9}}$ [$x > 3$]

111. $\frac{1}{\sqrt[6]{x-4}}$ [$x > 4$]

110. $\frac{1}{\sqrt{-2x+8}}$ [$x < 4$]

112. $\frac{1}{\sqrt{x+10}}$ [$x > -10$]

■□□□ Studia condizioni di esistenza e segno. Sono due domande diverse: con indice pari il segno è già deciso, con indice dispari «esiste sempre» non è una risposta sul segno.

113. $\sqrt[8]{2-a}$ [C.E.: $a \leq 2$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $a < 2$, $= 0$ per $a = 2$]

123. $\sqrt[10]{m+1}$ [C.E.: $m \geq -1$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $m > -1$, $= 0$ per $m = -1$]

114. $\sqrt[7]{b-3}$ [C.E.: $\forall b \in \mathbb{R}$; > 0 per $b > 3$, $= 0$ per $b = 3$, < 0 per $b < 3$]

124. $\sqrt[11]{4n-2}$ [C.E.: $\forall n \in \mathbb{R}$; > 0 per $n > \frac{1}{2}$, $= 0$ per $n = \frac{1}{2}$, < 0 per $n < \frac{1}{2}$]

115. $\sqrt{x-5}$ [C.E.: $x \geq 5$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $x > 5$, $= 0$ per $x = 5$]

125. $\sqrt[4]{-5p-10}$ [C.E.: $p \leq -2$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $p < -2$, $= 0$ per $p = -2$]

116. $\sqrt[3]{y+4}$ [C.E.: $\forall y \in \mathbb{R}$; > 0 per $y > -4$, $= 0$ per $y = -4$, < 0 per $y < -4$]

126. $\sqrt[7]{6-2q}$ [C.E.: $\forall q \in \mathbb{R}$; > 0 per $q < 3$, $= 0$ per $q = 3$, < 0 per $q > 3$]

117. $\sqrt[4]{2x-6}$ [C.E.: $x \geq 3$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $x > 3$, $= 0$ per $x = 3$]

127. $\sqrt{12-4x}$ [C.E.: $x \leq 3$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $x < 3$, $= 0$ per $x = 3$]

118. $\sqrt[5]{3t+12}$ [C.E.: $\forall t \in \mathbb{R}$; > 0 per $t > -4$, $= 0$ per $t = -4$, < 0 per $t < -4$]

128. $\sqrt[5]{6y-3}$ [C.E.: $\forall y \in \mathbb{R}$; > 0 per $y > \frac{1}{2}$, $= 0$ per $y = \frac{1}{2}$, < 0 per $y < \frac{1}{2}$]

119. $\sqrt[6]{9-3z}$ [C.E.: $z \leq 3$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $z < 3$, $= 0$ per $z = 3$]

129. $\sqrt[6]{x}$ [C.E.: $x \geq 0$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $x > 0$, $= 0$ per $x = 0$]

120. $\sqrt[9]{8-2k}$ [C.E.: $\forall k \in \mathbb{R}$; > 0 per $k < 4$, $= 0$ per $k = 4$, < 0 per $k > 4$]

130. $\sqrt[3]{2x}$ [C.E.: $\forall x \in \mathbb{R}$; > 0 per $x > 0$, $= 0$ per $x = 0$, < 0 per $x < 0$]

121. $\sqrt{5x+15}$ [C.E.: $x \geq -3$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $x > -3$, $= 0$ per $x = -3$]

131. $\sqrt[8]{7w-14}$ [C.E.: $w \geq 2$; dove esiste è ≥ 0 : > 0 per $w > 2$, $= 0$ per $w = 2$]

122. $\sqrt[3]{7-a}$ [C.E.: $\forall a \in \mathbb{R}$; > 0 per $a < 7$, $= 0$ per $a = 7$, < 0 per $a > 7$]

132. $\sqrt[9]{-v-1}$ [C.E.: $\forall v \in \mathbb{R}$; > 0 per $v < -1$, $= 0$ per $v = -1$, < 0 per $v > -1$]

3. Semplificare: forma normale e indice minimo

Teoria: par. 4, 5 e 6

■□□□ Porta il radicale in forma normale: scomponi il radicando e porta fuori quello che si può.

133. $\sqrt{72}$ [$6\sqrt{2}$]

135. $\sqrt{98}$ [$7\sqrt{2}$]

137. $\sqrt{18}$ [$3\sqrt{2}$]

134. $\sqrt{50}$ [$5\sqrt{2}$]

136. $\sqrt{12}$ [$2\sqrt{3}$]

138. $\sqrt{32}$ [$4\sqrt{2}$]

139. $\sqrt{45} [3\sqrt{5}]$

140. $\sqrt{75} [5\sqrt{3}]$

141. $\sqrt{108} [6\sqrt{3}]$

142. $\sqrt{128} [8\sqrt{2}]$

143. $\sqrt{147} [7\sqrt{3}]$

144. $\sqrt{200} [10\sqrt{2}]$

145. $\sqrt{242} [11\sqrt{2}]$

146. $\sqrt{288} [12\sqrt{2}]$

147. $\sqrt{300} [10\sqrt{3}]$

148. $\sqrt{363} [11\sqrt{3}]$

149. $\sqrt{500} [10\sqrt{5}]$

150. $\sqrt{675} [15\sqrt{3}]$

151. $\sqrt{720} [12\sqrt{5}]$

152. $\sqrt{800} [20\sqrt{2}]$

153. $\sqrt[3]{54} [3\sqrt[3]{2}]$

154. $\sqrt[3]{24} [2\sqrt[3]{3}]$

155. $\sqrt[3]{16} [2\sqrt[3]{2}]$

156. $\sqrt[3]{81} [3\sqrt[3]{3}]$

■ ■ □ □ Come sopra, con indici più alti e radicandi frazionari.

157. $\sqrt[3]{128} [4\sqrt[3]{2}]$

158. $\sqrt[3]{250} [5\sqrt[3]{2}]$

159. $\sqrt[3]{192} [4\sqrt[3]{3}]$

160. $\sqrt[3]{375} [5\sqrt[3]{3}]$

161. $\sqrt[3]{432} [6\sqrt[3]{2}]$

162. $\sqrt[3]{686} [7\sqrt[3]{2}]$

163. $\sqrt[4]{32} [2\sqrt[4]{2}]$

164. $\sqrt[4]{48} [2\sqrt[4]{3}]$

165. $\sqrt[4]{162} [3\sqrt[4]{2}]$

166. $\sqrt[4]{405} [3\sqrt[4]{5}]$

167. $\sqrt[4]{512} [4\sqrt[4]{2}]$

168. $\sqrt[5]{64} [2\sqrt[5]{2}]$

169. $\sqrt[5]{96} [2\sqrt[5]{3}]$

170. $\sqrt[5]{486} [3\sqrt[5]{2}]$

171. $\sqrt[5]{1024} [4]$

172. $\sqrt{3/4} [\frac{\sqrt{3}}{2}]$

173. $\sqrt{5/9} [\frac{\sqrt{5}}{3}]$

174. $\sqrt{7/16} [\frac{\sqrt{7}}{4}]$

175. $\sqrt{2/25} [\frac{\sqrt{2}}{5}]$

176. $\sqrt[3]{3/8} [\frac{\sqrt[3]{3}}{2}]$

177. $\sqrt[3]{5/27} [\frac{\sqrt[3]{5}}{3}]$

■ ■ □ □ Qui non c'è niente da portare fuori: si riduce l'indice, dividendolo con l'esponente per il loro MCD.

178. $\sqrt[6]{4} [\sqrt[3]{2}]$

179. $\sqrt[9]{8} [\sqrt[3]{2}]$

180. $\sqrt[4]{25} [\sqrt{5}]$

181. $\sqrt[6]{27} [\sqrt{3}]$

182. $\sqrt[8]{16} [\sqrt{2}]$

183. $\sqrt[10]{32} [\sqrt{2}]$

184. $\sqrt[6]{8} [\sqrt{2}]$

185. $\sqrt[12]{16} [\sqrt[3]{2}]$

186. $\sqrt[4]{49} [\sqrt{7}]$

187. $\sqrt[6]{125} [\sqrt{5}]$

188. $\sqrt[8]{81} [\sqrt{3}]$

189. $\sqrt[9]{27} [\sqrt[3]{3}]$

190. $\sqrt[10]{243} [\sqrt{3}]$

191. $\sqrt[12]{64} [\sqrt{2}]$

192. $\sqrt[6]{216} [\sqrt{6}]$

193. $\sqrt[4]{9} [\sqrt{3}]$

194. $\sqrt[6]{1000} [\sqrt{10}]$

195. $\sqrt[8]{625} [\sqrt{5}]$

196. $\sqrt[15]{32} [\sqrt[3]{2}]$

197. $\sqrt[14]{128} [\sqrt{2}]$

■ □ □ □ Porta fuori dalla radice tutto quello che si può.

198. $\sqrt{12}$ [$2\sqrt{3}$]

204. $\sqrt{48}$ [$4\sqrt{3}$]

210. $\sqrt{44}$ [$2\sqrt{11}$]

199. $\sqrt{18}$ [$3\sqrt{2}$]

205. $\sqrt{28}$ [$2\sqrt{7}$]

211. $\sqrt{75}$ [$5\sqrt{3}$]

200. $\sqrt{20}$ [$2\sqrt{5}$]

206. $\sqrt{72}$ [$6\sqrt{2}$]

212. $\sqrt[3]{56}$ [$2\sqrt[3]{7}$]

201. $\sqrt{50}$ [$5\sqrt{2}$]

207. $\sqrt[4]{48}$ [$2\sqrt[4]{3}$]

213. $\sqrt{200}$ [$10\sqrt{2}$]

202. $\sqrt[3]{40}$ [$2\sqrt[3]{5}$]

208. $\sqrt{45}$ [$3\sqrt{5}$]

214. $\sqrt{63}$ [$3\sqrt{7}$]

203. $\sqrt[3]{54}$ [$3\sqrt[3]{2}$]

209. $\sqrt{98}$ [$7\sqrt{2}$]

215. $\sqrt[5]{96}$ [$2\sqrt[5]{3}$]

4. Minimo comune indice e confronto

Teoria: par. 7

■ ■ ■ ■ Quale dei due è maggiore? Portali allo stesso indice: niente decimali, il confronto dev'essere esatto.

216. $\sqrt{2}$ e $\sqrt[3]{3}$ [$\sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$]

226. $\sqrt{6}$ e $\sqrt[4]{40}$ [$\sqrt{6} < \sqrt[4]{40}$]

217. $\sqrt{3}$ e $\sqrt[4]{5}$ [$\sqrt{3} > \sqrt[4]{5}$]

227. $\sqrt[3]{7}$ e $\sqrt{4}$ [$\sqrt[3]{7} < \sqrt{4}$]

218. $\sqrt[3]{2}$ e $\sqrt{2}$ [$\sqrt[3]{2} < \sqrt{2}$]

228. $\sqrt[4]{7}$ e $\sqrt{3}$ [$\sqrt[4]{7} < \sqrt{3}$]

219. $\sqrt{5}$ e $\sqrt[3]{11}$ [$\sqrt{5} > \sqrt[3]{11}$]

229. $\sqrt[5]{6}$ e $\sqrt[3]{3}$ [$\sqrt[5]{6} < \sqrt[3]{3}$]

220. $\sqrt[3]{4}$ e $\sqrt[4]{8}$ [$\sqrt[3]{4} < \sqrt[4]{8}$]

230. $\sqrt{10}$ e $\sqrt[3]{30}$ [$\sqrt{10} > \sqrt[3]{30}$]

221. $\sqrt{7}$ e $\sqrt[3]{18}$ [$\sqrt{7} > \sqrt[3]{18}$]

231. $\sqrt[3]{9}$ e $\sqrt{5}$ [$\sqrt[3]{9} < \sqrt{5}$]

222. $\sqrt[4]{3}$ e $\sqrt[3]{2}$ [$\sqrt[4]{3} > \sqrt[3]{2}$]

232. $\sqrt[6]{50}$ e $\sqrt{2}$ [$\sqrt[6]{50} > \sqrt{2}$]

223. $\sqrt{11}$ e $\sqrt[5]{300}$ [$\sqrt{11} > \sqrt[5]{300}$]

233. $\sqrt[4]{20}$ e $\sqrt[3]{6}$ [$\sqrt[4]{20} > \sqrt[3]{6}$]

224. $\sqrt[3]{5}$ e $\sqrt{3}$ [$\sqrt[3]{5} < \sqrt{3}$]

234. $\sqrt{13}$ e $\sqrt[3]{45}$ [$\sqrt{13} > \sqrt[3]{45}$]

225. $\sqrt[6]{20}$ e $\sqrt[3]{3}$ [$\sqrt[6]{20} > \sqrt[3]{3}$]

235. $\sqrt[5]{10}$ e $\sqrt{2}$ [$\sqrt[5]{10} > \sqrt{2}$]

■ ■ ■ ■ Riduci i tre radicali allo stesso indice, poi ordinali dal più piccolo al più grande.

236. $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{5}$ [$\sqrt[12]{729}$, $\sqrt[12]{16}$, $\sqrt[12]{125}$]

237. $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{7}$ [$\sqrt[6]{8}$, $\sqrt[6]{9}$, $\sqrt[6]{7}$]

238. $\sqrt{5}$, $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[3]{4}$ [$\sqrt[12]{15625}$, $\sqrt[12]{27}$, $\sqrt[12]{256}$]

239. $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[6]{5}$ [$\sqrt[6]{4}$, $\sqrt[6]{27}$, $\sqrt[6]{5}$]

240. $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[4]{2}$ [$\sqrt[12]{117649}$, $\sqrt[12]{625}$, $\sqrt[12]{8}$]

241. $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[6]{2}$, $\sqrt{5}$ [$\sqrt[12]{27}$, $\sqrt[12]{4}$, $\sqrt[12]{15625}$]
 242. $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt[6]{3}$ [$\sqrt[6]{36}$, $\sqrt[6]{1331}$, $\sqrt[6]{3}$]
 243. $\sqrt{8}$, $\sqrt[4]{9}$, $\sqrt[3]{7}$ [$\sqrt[12]{262144}$, $\sqrt[12]{729}$, $\sqrt[12]{2401}$]
 244. $\sqrt[5]{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[10]{7}$ [$\sqrt[10]{4}$, $\sqrt[10]{243}$, $\sqrt[10]{7}$]
 245. $\sqrt[3]{10}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt[4]{4}$ [$\sqrt[12]{10000}$, $\sqrt[12]{46656}$, $\sqrt[12]{64}$]

5. Moltiplicazione, divisione, trasporto dentro

Teoria: par. 8 e 9

■ ■ ■ ■ Moltiplica. Se gli indici sono diversi, prima il minimo comune indice.

- | | |
|--|--|
| 246. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ [4] | 258. $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$ [2] |
| 247. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ [6] | 259. $\sqrt{11} \cdot \sqrt{44}$ [22] |
| 248. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$ [$\sqrt[6]{200}$] | 260. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3}$ [$\sqrt[12]{2187}$] |
| 249. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$ [10] | 261. $\sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{6}$ [$\sqrt[6]{7776}$] |
| 250. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$ [2] | 262. $\sqrt{15} \cdot \sqrt{60}$ [30] |
| 251. $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$ [12] | 263. $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8}$ [2] |
| 252. $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}$ [$\sqrt[6]{108}$] | 264. $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52}$ [26] |
| 253. $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}$ [3] | 265. $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7}$ [$\sqrt[6]{16807}$] |
| 254. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$ [14] | 266. $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$ [6] |
| 255. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{3}$ [$\sqrt[4]{12}$] | 267. $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{18}$ [6] |
| 256. $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5}$ [$\sqrt[6]{3125}$] | 268. $\sqrt{21} \cdot \sqrt{84}$ [42] |
| 257. $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}$ [20] | 269. $\sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$ [$\sqrt[3]{4}$] |

■ ■ ■ ■ Dividi, e scrivi il risultato in forma normale — denominatore razionalizzato compreso.

- | | |
|---|---|
| 270. $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$ [3] | 273. $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$ [3] |
| 271. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ [$\sqrt{2}$] | 274. $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}$ [3] |
| 272. $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ [2] | 275. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ [2] |

276. $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$ [4]

283. $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{8}}$ [5]

277. $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$ [5]

284. $\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}$ [2]

278. $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ [5]

285. $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$ [3]

279. $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}$ [2]

286. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ [$\frac{\sqrt{6}}{3}$]

280. $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$ [7]

287. $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}}$ [$\frac{\sqrt[3]{50}}{5}$]

281. $\frac{\sqrt[3]{375}}{\sqrt[3]{3}}$ [5]

288. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$ [$\frac{\sqrt{35}}{7}$]

282. $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$ [6]

289. $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3}}$ [$\frac{\sqrt[3]{36}}{3}$]

■ ■ ■ □ Porta il coefficiente dentro la radice. Attenzione al segno: con indice pari il meno resta fuori.

290. $3\sqrt{2}$ [$\sqrt{18}$]

298. $2\sqrt[4]{3}$ [$\sqrt[4]{48}$]

306. $-5\sqrt{2}$ [$-\sqrt{50}$]

291. $-3\sqrt{2}$ [$-\sqrt{18}$]

299. $-4\sqrt{5}$ [$-\sqrt{80}$]

307. $3\sqrt[4]{2}$ [$\sqrt[4]{162}$]

292. $2\sqrt[3]{5}$ [$\sqrt[3]{40}$]

300. $3\sqrt[3]{2}$ [$\sqrt[3]{54}$]

308. $2\sqrt{13}$ [$\sqrt{52}$]

293. $-2\sqrt[3]{3}$ [$\sqrt[3]{-24}$]

301. $-\sqrt{11}$ [$-\sqrt{11}$]

309. $-2\sqrt[5]{5}$ [$\sqrt[5]{-160}$]

294. $2\sqrt{5}$ [$\sqrt{20}$]

302. $6\sqrt{2}$ [$\sqrt{72}$]

310. $10\sqrt{3}$ [$\sqrt{300}$]

295. $4\sqrt{3}$ [$\sqrt{48}$]

303. $2\sqrt[5]{3}$ [$\sqrt[5]{96}$]

311. $-6\sqrt{7}$ [$-\sqrt{252}$]

296. $-2\sqrt{7}$ [$-\sqrt{28}$]

304. $-3\sqrt[3]{4}$ [$\sqrt[3]{-108}$]

312. $4\sqrt[3]{3}$ [$\sqrt[3]{192}$]

297. $5\sqrt{2}$ [$\sqrt{50}$]

305. $7\sqrt{3}$ [$\sqrt{147}$]

313. $2\sqrt[6]{5}$ [$\sqrt[6]{320}$]

6. Potenze: del radicale, di radicale, a esponente razionale

Teoria: par. 10 e 21

■ ■ ■ □ Calcola la potenza e semplifica.

314. $(\sqrt[3]{2})^4$ [$2\sqrt[3]{2}$]

316. $(\sqrt[3]{5})^2$ [$\sqrt[3]{25}$]

318. $(\sqrt[4]{3})^5$ [$3\sqrt[4]{3}$]

315. $(\sqrt{3})^3$ [$3\sqrt{3}$]

317. $(\sqrt{2})^5$ [$4\sqrt{2}$]

319. $(\sqrt[3]{2})^7$ [$4\sqrt[3]{2}$]

320. $(\sqrt{5})^4$ [25]

324. $(\sqrt[4]{2})^6$ [$2\sqrt{2}$]

328. $(\sqrt[3]{7})^4$ [$7\sqrt[3]{7}$]

321. $(\sqrt[5]{2})^6$ [$2\sqrt[5]{2}$]

325. $(\sqrt[3]{3})^5$ [$3\sqrt[3]{9}$]

329. $(\sqrt{11})^3$ [$11\sqrt{11}$]

322. $(\sqrt[3]{4})^4$ [$4\sqrt[3]{4}$]

326. $(\sqrt{6})^3$ [$6\sqrt{6}$]

330. $(\sqrt[4]{5})^5$ [$5\sqrt[4]{5}$]

323. $(\sqrt{7})^3$ [$7\sqrt{7}$]

327. $(\sqrt[6]{5})^7$ [$5\sqrt[6]{5}$]

331. $(\sqrt[5]{3})^6$ [$3\sqrt[5]{3}$]

■ ■ □ □ Radice di radice: gli indici si moltiplicano.

332. $\sqrt{\sqrt[3]{7}}$ [$\sqrt[6]{7}$]

338. $\sqrt[4]{\sqrt{3}}$ [$\sqrt[8]{3}$]

344. $\sqrt{\sqrt{256}}$ [4]

333. $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$ [$\sqrt[6]{5}$]

339. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$ [$\sqrt[12]{2}$]

345. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}$ [2]

334. $\sqrt{\sqrt{3}}$ [$\sqrt[4]{3}$]

340. $\sqrt{\sqrt[3]{11}}$ [$\sqrt[6]{11}$]

346. $\sqrt{\sqrt[4]{16}}$ [$\sqrt{2}$]

335. $\sqrt{\sqrt[4]{5}}$ [$\sqrt[8]{5}$]

341. $\sqrt{\sqrt{64}}$ [$2\sqrt{2}$]

347. $\sqrt{\sqrt[6]{5}}$ [$\sqrt[12]{5}$]

336. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}}$ [$\sqrt[9]{2}$]

342. $\sqrt[3]{\sqrt{729}}$ [3]

348. $\sqrt[5]{\sqrt{3}}$ [$\sqrt[10]{3}$]

337. $\sqrt{\sqrt[5]{7}}$ [$\sqrt[10]{7}$]

343. $\sqrt{\sqrt[3]{512}}$ [$2\sqrt{2}$]

349. $\sqrt{\sqrt{81}}$ [3]

■ □ □ □ Scrivi come potenza a esponente razionale. L'indice va a denominatore, l'esponente del radicando a numeratore — e la frazione si riduce.

350. $\sqrt[3]{7^2}$ [$7^{\frac{2}{3}}$]

357. $\sqrt[6]{5^4}$ [$5^{\frac{2}{3}}$]

364. $\sqrt[10]{3^5}$ [$3^{\frac{1}{2}}$]

351. $\sqrt[4]{5^3}$ [$5^{\frac{3}{4}}$]

358. $\sqrt[12]{2^9}$ [$2^{\frac{3}{4}}$]

365. $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$ [$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$]

352. $\sqrt{2}$ [$2^{\frac{1}{2}}$]

359. $\sqrt[15]{7^{10}}$ [$7^{\frac{2}{3}}$]

366. $\sqrt[5]{\frac{2}{3}}$ [$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{5}}$]

353. $\sqrt[5]{3}$ [$3^{\frac{1}{5}}$]

360. $\sqrt{6^5}$ [$6^{\frac{5}{2}}$]

367. $\sqrt[3]{\left(\frac{3}{5}\right)^2}$ [$\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$]

354. $\sqrt[7]{10^3}$ [$10^{\frac{3}{7}}$]

361. $\sqrt[3]{11^7}$ [$11^{\frac{7}{3}}$]

368. $\sqrt{4^3}$ [$4^{\frac{3}{2}}$]

355. $\sqrt[6]{2^4}$ [$2^{\frac{2}{3}}$]

362. $\sqrt[4]{13}$ [$13^{\frac{1}{4}}$]

369. $\sqrt[4]{9^5}$ [$9^{\frac{5}{4}}$]

356. $\sqrt[9]{3^6}$ [$3^{\frac{2}{3}}$]

363. $\sqrt[8]{2^3}$ [$2^{\frac{3}{8}}$]

■ □ □ □ Scrivi come radicale. Con l'esponente negativo la potenza finisce a denominatore.

370. $5^{\frac{3}{4}}$ [$\sqrt[4]{5^3}$]

372. $2^{\frac{5}{2}}$ [$\sqrt{2^5}$]

374. $11^{\frac{4}{5}}$ [$\sqrt[5]{11^4}$]

371. $7^{\frac{2}{3}}$ [$\sqrt[3]{7^2}$]

373. $3^{\frac{1}{6}}$ [$\sqrt[6]{3}$]

375. $2^{-\frac{1}{2}}$ [$\frac{1}{\sqrt{2}}$]

376. $3^{-\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{3^2}} \right]$

377. $5^{-\frac{3}{4}} \left[\frac{1}{\sqrt[4]{5^3}} \right]$

378. $10^{-\frac{1}{3}} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{10}} \right]$

379. $7^{-\frac{5}{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{7^5}} \right]$

380. $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \left[\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^3} \right]$

381. $\left(\frac{4}{7}\right)^{\frac{1}{3}} \left[\sqrt[3]{\frac{4}{7}} \right]$

382. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}} \right]$

383. $6^{\frac{7}{4}} \left[\sqrt[4]{6^7} \right]$

384. $13^{\frac{2}{5}} \left[\sqrt[5]{13^2} \right]$

385. $2^{-\frac{7}{3}} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{2^7}} \right]$

386. $17^{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{17} \right]$

387. $19^{\frac{3}{5}} \left[\sqrt[5]{19^3} \right]$

■ ■ ■ ■ Calcola il valore esatto. Si passa al radicale e si porta in forma normale: la risposta non ha mai la virgola.

388. $9^{\frac{1}{2}} [3]$

389. $16^{\frac{1}{2}} [4]$

390. $25^{\frac{1}{2}} [5]$

391. $100^{\frac{1}{2}} [10]$

392. $8^{\frac{2}{3}} [4]$

393. $27^{\frac{2}{3}} [9]$

394. $64^{\frac{1}{3}} [4]$

395. $125^{\frac{2}{3}} [25]$

396. $16^{\frac{3}{4}} [8]$

397. $81^{\frac{3}{4}} [27]$

398. $32^{\frac{3}{5}} [8]$

399. $243^{\frac{2}{5}} [9]$

400. $64^{\frac{5}{6}} [32]$

401. $256^{\frac{3}{4}} [64]$

402. $1000^{\frac{2}{3}} [100]$

403. $9^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{3} \right]$

404. $16^{-\frac{3}{4}} \left[\frac{1}{8} \right]$

405. $8^{-\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{4} \right]$

406. $27^{-\frac{1}{3}} \left[\frac{1}{3} \right]$

407. $32^{-\frac{2}{5}} \left[\frac{1}{4} \right]$

408. $25^{-\frac{3}{2}} \left[\frac{1}{125} \right]$

409. $64^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{8} \right]$

410. $81^{-\frac{1}{4}} \left[\frac{1}{3} \right]$

411. $4^{-\frac{5}{2}} \left[\frac{1}{32} \right]$

412. $125^{-\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{25} \right]$

413. $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} [4]$

414. $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{2}{3} \right]$

415. $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \left[\frac{9}{4} \right]$

416. $\left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{4}{3} \right]$

417. $\left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} [8]$

418. $\left(\frac{8}{125}\right)^{\frac{2}{3}} \left[\frac{4}{25} \right]$

419. $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}} \left[\frac{8}{27} \right]$

420. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} [8]$

421. $\left(\frac{25}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{2}{5} \right]$

422. $\left(\frac{1}{1000}\right)^{-\frac{2}{3}} [100]$

423. $7^{\frac{2}{3}} \left[\sqrt[3]{49} \right]$

424. $2^{\frac{5}{2}} [4\sqrt{2}]$

425. $3^{\frac{3}{2}} [3\sqrt{3}]$

426. $5^{-\frac{3}{4}} \left[\frac{\sqrt[4]{5}}{5} \right]$

427. $2^{\frac{7}{3}} [4\sqrt[3]{2}]$

428. $12^{\frac{1}{2}} [2\sqrt{3}]$

429. $18^{\frac{1}{2}} [3\sqrt{2}]$

430. $24^{\frac{1}{3}} [2\sqrt[3]{3}]$

431. $54^{\frac{1}{3}} [3\sqrt[3]{2}]$

432. $48^{\frac{1}{4}} [2\sqrt[4]{3}]$

433. $2^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \right]$

434. $3^{-\frac{1}{3}} \left[\frac{\sqrt[3]{9}}{3} \right]$

435. $50^{\frac{1}{2}} [5\sqrt{2}]$

436. $72^{\frac{1}{2}} [6\sqrt{2}]$

437. $5^{\frac{4}{3}} [5\sqrt[3]{5}]$

438. $0^{\frac{2}{3}}$ [0]

440. $1^{-\frac{5}{7}}$ [1]

439. $0^{\frac{1}{2}}$ [0]

441. 7^0 [1]

■ ■ ■ □ **Semplifica usando le proprietà delle potenze. Stessa base: gli esponenti si sommano col $\cdot$ e si sottraggono col $:$ — sono somme di frazioni.**

442. $3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$ [9]

449. $5^{\frac{3}{4}} : 5^{\frac{1}{4}} : 5^{\frac{1}{2}}$ [1]

456. $2^{\frac{1}{6}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} \cdot 2^{\frac{1}{6}}$ [$\sqrt{2}$]

443. $2^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{4}}$ [$\sqrt[4]{2}$]

450. $2^{\frac{5}{2}} : 2^{\frac{1}{2}}$ [4]

457. $4^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{2}}$ [4]

444. $5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}$ [5]

451. $3^{\frac{7}{4}} : 3^{\frac{3}{4}}$ [3]

458. $9^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{4}}$ [3]

445. $2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$ [2]

452. $10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{3}} : 10^{\frac{5}{6}}$ [1]

459. $6^{\frac{2}{3}} : 6^{\frac{1}{6}}$ [$\sqrt{6}$]

446. $7^{\frac{1}{2}} : 7^{\frac{1}{2}}$ [1]

453. $2^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}}$ [2]

460. $2^{\frac{11}{6}} : 2^{\frac{5}{6}}$ [2]

447. $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{6}} : 2^{\frac{1}{2}}$ [2]

454. $3^{\frac{2}{5}} \cdot 3^{-\frac{2}{5}}$ [1]

461. $7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{2}}$ [7]

448. $3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$ [3]

455. $5^{-\frac{1}{3}} : 5^{\frac{2}{3}}$ [$\frac{1}{5}$]

■ ■ ■ □ **Potenza di potenza: gli esponenti si moltiplicano. È la stessa regola per cui, nella radice di radice, gli indici si moltiplicano.**

462. $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [$\sqrt[6]{5}$]

468. $\left(2^{\frac{3}{4}}\right)^2$ [$2\sqrt{2}$]

474. $\left(27^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$ [3]

463. $\left(2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}$ [$\sqrt{2}$]

469. $\left(9^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$ [3]

475. $\left(4^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ [2]

464. $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^4$ [9]

470. $\left(5^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{5}{2}}$ [5]

476. $\left(32^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [2]

465. $\left(7^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$ [7]

471. $\left(3^{\frac{1}{4}}\right)^{-2}$ [$\frac{\sqrt{3}}{3}$]

477. $\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$ [$\sqrt[3]{10}$]

466. $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [$\sqrt[4]{2}$]

472. $\left(8^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [2]

478. $\left(6^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [$\sqrt[6]{6}$]

467. $\left(16^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [2]

473. $\left(2^{\frac{5}{6}}\right)^{\frac{3}{5}}$ [$\sqrt{2}$]

479. $\left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$ [$\frac{\sqrt{2}}{2}$]

■ ■ ■ □ **Stesso esponente: si opera sulle basi e l'esponente resta. Attenzione — se gli esponenti fossero diversi questa regola non varrebbe.**

480. $3^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ [$\sqrt[3]{6}$]

482. $2^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}$ [4]

484. $12^{\frac{1}{2}} : 3^{\frac{1}{2}}$ [2]

481. $14^{\frac{3}{5}} : 7^{\frac{3}{5}}$ [$\sqrt[5]{8}$]

483. $5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}$ [$\sqrt{5}$]

485. $18^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}}$ [3]

486. $2^{\frac{1}{5}} \cdot 32^{\frac{1}{5}}$ [$2\sqrt[5]{2}$]

490. $75^{\frac{1}{2}} : 3^{\frac{1}{2}}$ [5]

494. $2^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}$ [4]

487. $50^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}}$ [5]

491. $7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}$ [$7\sqrt[3]{7}$]

495. $98^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}}$ [7]

488. $9^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$ [$3\sqrt{3}$]

492. $24^{\frac{1}{3}} : 3^{\frac{1}{3}}$ [2]

496. $10^{\frac{3}{4}} \cdot 10^{\frac{3}{4}}$ [$10\sqrt[4]{10}$]

489. $4^{\frac{1}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{4}}$ [$2\sqrt{2}$]

493. $6^{\frac{1}{3}} \cdot 36^{\frac{1}{3}}$ [6]

497. $54^{\frac{1}{3}} : 2^{\frac{1}{3}}$ [3]

■■■■ Semplifica. Ci sono due proprieta' in fila: dentro la parentesi gli esponenti si sommano, fuori si moltiplicano. L'ordine non e' scambiabile.

498. $\left(2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{6}{5}}$ [2]

503. $\left(2^{\frac{5}{6}} : 2^{\frac{1}{3}}\right)^2$ [2]

507. $\left(5^{\frac{3}{2}} : 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [$\sqrt{5}$]

499. $\left(3^{\frac{2}{3}} : 3^{\frac{1}{6}}\right)^2$ [3]

504. $\left(3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}$ [$\frac{1}{3}$]

508. $\left(6^{\frac{1}{2}} : 6^{\frac{1}{6}}\right)^3$ [6]

500. $\left(5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}\right)^2$ [5]

505. $\left(10^{\frac{1}{3}} \cdot 10^{\frac{1}{6}}\right)^2$ [10]

509. $\left(4^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{2}}\right)^2$ [16]

501. $\left(2^{\frac{3}{4}} : 2^{\frac{1}{4}}\right)^3$ [$2\sqrt{2}$]

510. $\left(2^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{5}{6}}\right)^3$ [2]

502. $\left(7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [$\sqrt{7}$]

506. $\left(2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$ [2]

511. $\left(9^{\frac{1}{6}} \cdot 9^{\frac{1}{3}}\right)^2$ [9]

7. Somme di radicali

Teoria: par. 11

■■□□ Semplifica ogni radicale prima, poi somma quelli simili. Se non sono simili, la somma è già la risposta.

512. $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{12}$ [$5\sqrt{3}$]

518. $\sqrt{75} - \sqrt{27}$ [$2\sqrt{3}$]

513. $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ [$5\sqrt{2}$]

519. $\sqrt{98} + \sqrt{50} - \sqrt{2}$ [$11\sqrt{2}$]

514. $\sqrt{50} - \sqrt{8}$ [$3\sqrt{2}$]

520. $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$ [$\sqrt[3]{2}$]

515. $3\sqrt{2} + \sqrt{32}$ [$7\sqrt{2}$]

521. $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{5}$ [$4\sqrt{5}$]

516. $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{3}$ [$4\sqrt{3}$]

522. $4\sqrt{3} - \sqrt{48}$ [0]

517. $2\sqrt{5} + \sqrt{45}$ [$5\sqrt{5}$]

523. $\sqrt{200} - \sqrt{72}$ [$4\sqrt{2}$]

■■■□ Come sopra, con tre addendi e indici diversi.

524. $\sqrt{63} + \sqrt{28}$ [$5\sqrt{7}$]

525. $\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81}$ [$5\sqrt[3]{3}$]

526. $2\sqrt{7} + \sqrt{63} - \sqrt{28}$ [$3\sqrt{7}$]

527. $\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48}$ [$9\sqrt{3}$]

528. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ [$\sqrt{2} + \sqrt{3}$]

529. $2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$ [$3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$]

530. $\sqrt{128} - \sqrt{32} + \sqrt{8}$ [$6\sqrt{2}$]

531. $\sqrt{108} - \sqrt{75}$ [$\sqrt{3}$]

532. $3\sqrt{6} - \sqrt{24}$ [$\sqrt{6}$]

533. $\sqrt{44} + \sqrt{11}$ [$3\sqrt{11}$]

534. $\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{54}$ [$\sqrt[3]{2}$]

535. $\sqrt{300} - \sqrt{108} + \sqrt{27}$ [$7\sqrt{3}$]

8. Prodotti notevoli e scomposizioni

Teoria: par. 12

■ ■ ■ □ **Somma per differenza: le radici spariscono.**

536. $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ [3]

537. $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$ [4]

538. $(\sqrt{11} + \sqrt{5})(\sqrt{11} - \sqrt{5})$ [6]

539. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ [1]

540. $(\sqrt{13} + \sqrt{7})(\sqrt{13} - \sqrt{7})$ [6]

541. $(\sqrt{10} + \sqrt{6})(\sqrt{10} - \sqrt{6})$ [4]

542. $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ [4]

543. $(\sqrt{17} + \sqrt{5})(\sqrt{17} - \sqrt{5})$ [12]

544. $(\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{3})$ [5]

545. $(\sqrt{19} + \sqrt{11})(\sqrt{19} - \sqrt{11})$ [8]

546. $(\sqrt{12} + \sqrt{5})(\sqrt{12} - \sqrt{5})$ [7]

547. $(\sqrt{15} + \sqrt{7})(\sqrt{15} - \sqrt{7})$ [8]

548. $(\sqrt{20} + \sqrt{8})(\sqrt{20} - \sqrt{8})$ [12]

549. $(\sqrt{14} + \sqrt{6})(\sqrt{14} - \sqrt{6})$ [8]

550. $(\sqrt{18} + \sqrt{2})(\sqrt{18} - \sqrt{2})$ [16]

■ ■ ■ □ **Sviluppa il quadrato. Qui il doppio prodotto *resta* irrazionale.**

551. $(\sqrt{3} + 1)^2$ [$4 + 2\sqrt{3}$]

552. $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$ [$10 - 2\sqrt{21}$]

553. $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$ [$7 + 2\sqrt{10}$]

554. $(2\sqrt{3} - 1)^2$ [$13 - 4\sqrt{3}$]

555. $(\sqrt{2} + \sqrt{8})^2$ [18]

556. $(\sqrt{11} - \sqrt{5})^2$ [$16 - 2\sqrt{55}$]

557. $(3\sqrt{2} + 1)^2$ [$19 + 6\sqrt{2}$]

558. $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$ [$8 - 4\sqrt{3}$]

559. $(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2 [20 + 2\sqrt{91}]$

563. $(\sqrt{15} + \sqrt{3})^2 [18 + 6\sqrt{5}]$

560. $(2\sqrt{5} - 1)^2 [21 - 4\sqrt{5}]$

564. $(4\sqrt{2} - 1)^2 [33 - 8\sqrt{2}]$

561. $(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2 [11 + 4\sqrt{6}]$

565. $(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2 [12 + 2\sqrt{35}]$

562. $(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2 [16 - 4\sqrt{15}]$

566. $(2\sqrt{7} - 3\sqrt{2})^2 [46 - 12\sqrt{14}]$

■ ■ ■ ■ Scomponi usando i radicali: nei razionali questi polinomi sono irriducibili, nei reali no.

567. $x^2 - 5 [(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})]$

573. $9x^2 - 2 [(3x - \sqrt{2})(3x + \sqrt{2})]$

568. $x^2 - 7 [(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})]$

574. $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 [(x - \sqrt{3})^2]$

569. $x^2 - 2 [(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})]$

575. $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 [(x + \sqrt{5})^2]$

570. $x^2 - 3 [(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})]$

576. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 [(x - \sqrt{2})^2]$

571. $x^2 - 11 [(x - \sqrt{11})(x + \sqrt{11})]$

577. $x^4 - 9 [(x^2 - 3)(x^2 + 3) = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x^2 + 3)]$

572. $4x^2 - 3 [(2x - \sqrt{3})(2x + \sqrt{3})]$

578. $x^2 - 13 [(x - \sqrt{13})(x + \sqrt{13})]$

9. Razionalizzazione

Teoria: par. 13

■ □ □ □ Razionalizza: sotto c'è una sola radice quadrata, e si moltiplica sopra e sotto per quella stessa radice.

579. $\frac{6}{\sqrt{3}} [2\sqrt{3}]$

585. $\frac{2}{\sqrt{7}} [\frac{2\sqrt{7}}{7}]$

580. $\frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{\sqrt{2}}{2}]$

586. $\frac{9}{\sqrt{3}} [3\sqrt{3}]$

581. $\frac{4}{\sqrt{2}} [2\sqrt{2}]$

587. $\frac{1}{\sqrt{5}} [\frac{\sqrt{5}}{5}]$

582. $\frac{5}{\sqrt{5}} [\sqrt{5}]$

588. $\frac{8}{\sqrt{2}} [4\sqrt{2}]$

583. $\frac{3}{\sqrt{3}} [\sqrt{3}]$

589. $\frac{7}{\sqrt{7}} [\sqrt{7}]$

584. $\frac{10}{\sqrt{5}} [2\sqrt{5}]$

590. $\frac{12}{\sqrt{6}} [2\sqrt{6}]$

■ ■ □ □ Come sopra, ma l'indice non è 2: si moltiplica per la radice del complemento a n .

$$591. \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \left[\frac{5\sqrt[3]{4}}{2} \right]$$

$$597. \frac{4}{\sqrt[4]{2}} \left[2\sqrt[4]{8} \right]$$

$$592. \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \left[\frac{\sqrt[3]{4}}{2} \right]$$

$$598. \frac{1}{\sqrt[4]{8}} \left[\frac{\sqrt[4]{2}}{2} \right]$$

$$593. \frac{3}{\sqrt[3]{3}} \left[\sqrt[3]{9} \right]$$

$$599. \frac{2}{\sqrt[5]{4}} \left[\sqrt[5]{8} \right]$$

$$594. \frac{2}{\sqrt[3]{4}} \left[\sqrt[3]{2} \right]$$

$$600. \frac{1}{\sqrt[5]{16}} \left[\frac{\sqrt[5]{2}}{2} \right]$$

$$595. \frac{6}{\sqrt[3]{9}} \left[2\sqrt[3]{3} \right]$$

$$601. \frac{3}{\sqrt[4]{27}} \left[\sqrt[4]{3} \right]$$

$$596. \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \left[\frac{\sqrt[3]{25}}{5} \right]$$

$$602. \frac{1}{\sqrt[6]{32}} \left[\frac{\sqrt[6]{2}}{2} \right]$$

■ ■ ■ □ Sotto c'è un binomio: si moltiplica per il coniugato, cioè per lo stesso binomio con il segno in mezzo cambiato.

$$603. \frac{2}{\sqrt{3}-1} \left[1+\sqrt{3} \right]$$

$$612. \frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \left[-5\sqrt{2}+5\sqrt{3} \right]$$

$$604. \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3} \right]$$

$$613. \frac{1}{\sqrt{10}-\sqrt{5}} \left[\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{10}}{5} \right]$$

$$605. \frac{1}{\sqrt{3}+1} \left[-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$614. \frac{3}{\sqrt{13}-1} \left[\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{13}}{4} \right]$$

$$606. \frac{4}{\sqrt{5}-1} \left[1+\sqrt{5} \right]$$

$$615. \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \left[-\sqrt{3}+\sqrt{5} \right]$$

$$607. \frac{3}{\sqrt{7}+1} \left[-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2} \right]$$

$$616. \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \left[-\sqrt{2}+\sqrt{6} \right]$$

$$608. \frac{1}{\sqrt{2}-1} \left[1+\sqrt{2} \right]$$

$$617. \frac{1}{\sqrt{17}-1} \left[\frac{1}{16} + \frac{\sqrt{17}}{16} \right]$$

$$609. \frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \left[\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{7}}{2} \right]$$

$$618. \frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{5}} \left[-\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{\sqrt{15}}{10} \right]$$

$$610. \frac{2}{\sqrt{11}+1} \left[-\frac{1}{5} + \frac{\sqrt{11}}{5} \right]$$

$$619. \frac{3}{\sqrt{2}+1} \left[-3+3\sqrt{2} \right]$$

$$611. \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} \right]$$

10. Radicali doppi

Teoria: par. 14 e 15

■■■■ Semplifica il radicale doppio, se si può. Controlla prima che $a^2 - b$ sia un quadrato perfetto, e ricorda di portare dentro il coefficiente.

620. $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} [\sqrt{2} + \sqrt{3}]$

632. $\sqrt{13 + 4\sqrt{10}} [2\sqrt{2} + \sqrt{5}]$

621. $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} [2 - \sqrt{3}]$

633. $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}} [3 - \sqrt{3}]$

622. $\sqrt{5 + \sqrt{21}} [\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{14}}{2}]$

634. $\sqrt{9 + 2\sqrt{14}} [\sqrt{2} + \sqrt{7}]$

623. $\sqrt{7 - \sqrt{40}} [-\sqrt{2} + \sqrt{5}]$

635. $\sqrt{14 - 4\sqrt{6}} [-\sqrt{2} + 2\sqrt{3}]$

624. $\sqrt{3 + \sqrt{5}} [\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{10}}{2}]$

636. $\sqrt{3 + \sqrt{7}}$ [non si semplifica]

625. $\sqrt{3 - \sqrt{5}} [-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{10}}{2}]$

637. $\sqrt{5 + \sqrt{11}}$ [non si semplifica]

626. $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} [2 + \sqrt{5}]$

638. $\sqrt{6 - \sqrt{13}}$ [non si semplifica]

627. $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} [3 - \sqrt{2}]$

639. $\sqrt{8 + \sqrt{17}}$ [non si semplifica]

628. $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} [\sqrt{3} + \sqrt{5}]$

640. $\sqrt{11 + 2\sqrt{30}} [\sqrt{5} + \sqrt{6}]$

629. $\sqrt{6 - 2\sqrt{8}} [2 - \sqrt{2}]$

641. $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}} [3 - \sqrt{6}]$

630. $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} [1 + \sqrt{3}]$

642. $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} [\sqrt{2} + \sqrt{5}]$

631. $\sqrt{10 - 2\sqrt{21}} [-\sqrt{3} + \sqrt{7}]$

643. $\sqrt{17 - 8\sqrt{2}}$ [non si semplifica]

■■■■ Radicale cubico doppio: si calcola c , si risolve $4x^3 - 3cx - a = 0$ con Ruffini, e si ricava $y = x^2 - c$.

644. $\sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} [1 + \sqrt{2}]$

648. $\sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}} [1 - \sqrt{2}]$

645. $\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} [1 + \sqrt{3}]$

649. $\sqrt[3]{10 - 6\sqrt{3}} [1 - \sqrt{3}]$

646. $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} [\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}]$

650. $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} [2 + \sqrt{2}]$

647. $\sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} [2 + \sqrt{3}]$

651. $\sqrt[3]{5 + 2\sqrt{13}} [\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}]$

11. Coefficienti irrazionali: equazioni, disequazioni e sistemi

Teoria: par. 16, 17, 18 e 19

■■□□ Risolvi. È un'equazione di primo grado come tutte le altre: la radice sta sui numeri, non sull'incognita. Semplifica prima, e razionalizza il risultato.

652. $\sqrt{2}x + 3 = 2\sqrt{2} \quad [x = 2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}]$

653. $\sqrt{3}x + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \quad [x = 1]$

654. $\sqrt{2}x = 4 \quad [x = 2\sqrt{2}]$

655. $\sqrt{5}x = 10 \quad [x = 2\sqrt{5}]$

656. $\sqrt{3}x = 2\sqrt{3} \quad [x = 2]$

657. $\sqrt{2}x + 1 = 3\sqrt{2} \quad [x = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$

658. $\sqrt{7}x = 7 \quad [x = \sqrt{7}]$

659. $2x + \sqrt{2} = 0 \quad [x = -\frac{\sqrt{2}}{2}]$

660. $\sqrt{2}x + \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \quad [x = 3]$

661. $\sqrt{5}x + 5 = 0 \quad [x = -\sqrt{5}]$

662. $2\sqrt{2}x = \sqrt{2}x + 6 \quad [x = 3\sqrt{2}]$

663. $\sqrt{3}x + 2 = (-1 + \sqrt{3})x + 5 \quad [x = 3]$

664. $(1 + \sqrt{2})x = 1 \quad [x = -1 + \sqrt{2}]$

665. $(1 + \sqrt{3})x = 2 \quad [x = -1 + \sqrt{3}]$

666. $(\sqrt{2} + \sqrt{5})x = 3 \quad [x = -\sqrt{2} + \sqrt{5}]$

667. $\sqrt{2}x - 3 = 5\sqrt{2} \quad [x = 5 + \frac{3\sqrt{2}}{2}]$

668. $3\sqrt{2}x + 1 = \sqrt{2}x + 5 \quad [x = \sqrt{2}]$

669. $\sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0 \quad [x = -1]$

■■■□ Come sopra. Qui il coefficiente della x è un binomio: la divisione finale è una razionalizzazione col coniugato.

670. $x + \sqrt{2} = 4 \quad [x = 4 - \sqrt{2}]$

671. $\sqrt[3]{2}x = 2 \quad [x = \sqrt[3]{4}]$

672. $\sqrt[3]{3}x = 3\sqrt[3]{3} \quad [x = 3]$

673. $\sqrt{2}x + \sqrt{3} = 3\sqrt{2} + \sqrt{3} \quad [x = 3]$

674. $2\sqrt{3}x = 2\sqrt{3} \quad [x = 1]$

675. $\sqrt{5}x + 2 = \sqrt{5}x + 2 \quad [S = \mathbb{R}]$

676. $\sqrt{2}x + 1 = \sqrt{2}x + 4 \quad [S = \emptyset]$

677. $2\sqrt{2}x = 2\sqrt{2}x + 3 \quad [S = \emptyset]$

678. $3x + \sqrt{7} = 0 \quad [x = -\frac{\sqrt{7}}{3}]$

679. $\sqrt{6}x = 2\sqrt{6} \quad [x = 2]$

680. $(1 + \sqrt{2})x = 2 \quad [x = -2 + 2\sqrt{2}]$

681. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})x = 1 \quad [x = -\sqrt{2} + \sqrt{3}]$

■■■□ Risolvi. Guarda il segno del coefficiente prima di dividere: se è negativo il verso si rovescia, e con i radicali il segno non si vede a occhio.

682. $\sqrt{2}x > 4 \quad [x > 2\sqrt{2}]$

683. $-\sqrt{3}x > 6 \quad [x < -2\sqrt{3}]$

684. $\sqrt{3}x < 9 \quad [x < 3\sqrt{3}]$

685. $-\sqrt{2}x \leq 2 \quad [x \geq -\sqrt{2}]$

686. $\sqrt{5}x \geq 10 \quad [x \geq 2\sqrt{5}]$

687. $(\sqrt{2} - \sqrt{3})x < 1 \quad [x > -\sqrt{2} - \sqrt{3}]$

688. $(-\sqrt{2} + \sqrt{3})x > 1 \quad [x > \sqrt{2} + \sqrt{3}]$

689. $2x \geq \sqrt{2} \quad [x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}]$

690. $\sqrt{2}x + 1 > 3 \quad [x > \sqrt{2}]$

691. $-\sqrt{5}x \geq 5 \quad [x \leq -\sqrt{5}]$

692. $\sqrt{7}x \leq 14 \quad [x \leq 2\sqrt{7}]$

$$693. (1 - \sqrt{2})x > 1 \quad [x < -1 - \sqrt{2}]$$

$$694. \sqrt{3}x + \sqrt{3} < 0 \quad [x < -1]$$

$$695. 2\sqrt{2}x > 8 \quad [x > 2\sqrt{2}]$$

$$696. -\sqrt{3}x + 3 < 0 \quad [x > \sqrt{3}]$$

$$697. \sqrt{2}x \leq (-1 + \sqrt{2})x + 2 \quad [x \leq 2]$$

$$698. \sqrt[3]{2}x > 4 \quad [x > 2\sqrt[3]{4}]$$

$$699. -2\sqrt{3}x \leq 12 \quad [x \geq -2\sqrt{3}]$$

$$700. \sqrt{5}x + 1 \geq 1 \quad [x \geq 0]$$

$$701. (1 + \sqrt{2})x < 2 \quad [x < -2 + 2\sqrt{2}]$$

$$702. \sqrt{3}x > 3\sqrt{3} \quad [x > 3]$$

$$703. -\sqrt{2}x > 2\sqrt{2} \quad [x < -2]$$

$$704. 3x < 3\sqrt{2} \quad [x < \sqrt{2}]$$

$$705. (-\sqrt{2} + \sqrt{6})x \geq 2 \quad [x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}]$$

■■■■ Sistema di disequazioni: si risolve ciascuna e si interseca. Per intersecare bisogna ordinare estremi irrazionali, e si ordinano portandoli allo stesso indice.

$$706. \begin{cases} \sqrt{2}x > 2 \\ x \leq \sqrt{5} \end{cases} \quad [S: \sqrt{2} < x \leq \sqrt{5}]$$

$$712. \begin{cases} \sqrt{5}x > 5 \\ x < 3 \end{cases} \quad [S: \sqrt{5} < x < 3]$$

$$707. \begin{cases} x > \sqrt{2} \\ x < \sqrt{5} \end{cases} \quad [S: \sqrt{2} < x < \sqrt{5}]$$

$$713. \begin{cases} 2x > 2\sqrt{2} \\ x < 2 \end{cases} \quad [S: \sqrt{2} < x < 2]$$

$$708. \begin{cases} \sqrt{3}x \geq 3 \\ x < 4 \end{cases} \quad [S: \sqrt{3} \leq x < 4]$$

$$714. \begin{cases} x > \sqrt{2} \\ x > \sqrt{3} \end{cases} \quad [S: x > \sqrt{3}]$$

$$709. \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{2}x \leq 4 \end{cases} \quad [S: 0 < x \leq 2\sqrt{2}]$$

$$715. \begin{cases} x > \sqrt{5} \\ x < \sqrt{2} \end{cases} \quad [S: \emptyset]$$

$$710. \begin{cases} -\sqrt{2}x < 2 \\ x \leq 5 \end{cases} \quad [S: -\sqrt{2} < x \leq 5]$$

$$716. \begin{cases} \sqrt{2}x + 1 > 1 \\ x \leq 6 \end{cases} \quad [S: 0 < x \leq 6]$$

$$711. \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq \sqrt{7} \end{cases} \quad [S: \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{7}]$$

$$717. \begin{cases} x \geq \sqrt[3]{3} \\ x < \sqrt{2} \end{cases} \quad [S: \emptyset]$$

■■■□ Sistema di equazioni a coefficienti irrazionali: si risolve con i metodi di sempre, e alla fine il risultato si razionalizza.

$$718. \begin{cases} \sqrt{2}x + y = 3 \\ x - y = \sqrt{2} \end{cases} \quad [x = -1 + 2\sqrt{2}, y = -1 + \sqrt{2}]$$

$$719. \begin{cases} x + \sqrt{3}y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad [x = -2 + 2\sqrt{3}, y = -2 + 2\sqrt{3}]$$

$$720. \begin{cases} \sqrt{2}x - y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad [x = -3 + 3\sqrt{2}, y = 6 - 3\sqrt{2}]$$

$$721. \begin{cases} x - \sqrt{2}y = 1 \\ x + \sqrt{2}y = 3 \end{cases} \quad [x = 2, y = \frac{\sqrt{2}}{2}]$$

$$722. \begin{cases} \sqrt{5}x + y = 5 \\ y = 0 \end{cases} \quad [x = \sqrt{5}, y = 0]$$

$$723. \begin{cases} \sqrt{3}x + \sqrt{3}y = 6 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad [x = \sqrt{3}, y = \sqrt{3}]$$

$$724. \begin{cases} 2x + \sqrt{2}y = 4 \\ y = \sqrt{2} \end{cases} \quad [x = 1, y = \sqrt{2}]$$

$$725. \begin{cases} \sqrt{7}x = 7 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad [x = \sqrt{7}, y = 5 - \sqrt{7}]$$

$$726. \begin{cases} x + y = \sqrt{2} \\ x - y = 0 \end{cases} \quad [x = \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}]$$

$$727. \begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad [x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}]$$

$$728. \begin{cases} x + \sqrt{5}y = 0 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad [x = \frac{15}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2}, y = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{2}]$$

$$729. \begin{cases} \sqrt{3}x - y = 0 \\ \sqrt{3}x + y = 6 \end{cases} \quad [x = \sqrt{3}, y = 3]$$

12. Domini, vero o falso, trova l'errore, a ritroso

Teoria: par. 20

■ ■ ■ ■ Determina il dominio: ogni radicando di indice pari ≥ 0 , ogni denominatore $\neq 0$, e un radicale sotto una barra vuole il $>$.

$$730. y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{4-x}} \quad [D = 1 \leq x < 4]$$

$$733. y = \sqrt[3]{x-2} \quad [D = S = \mathbb{R}]$$

$$731. y = \sqrt{x+3} \quad [D = x \geq -3]$$

$$734. y = \frac{1}{\sqrt{x-5}} \quad [D = x > 5]$$

$$732. y = \sqrt{2x-6} \quad [D = x \geq 3]$$

$$735. y = \sqrt{x} + \sqrt{6-x} \quad [D = 0 \leq x \leq 6]$$

736. $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x+1}$ [$D = x \geq 2$]

737. $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-4}$ [$D = 1 \leq x < 4 \vee x > 4$]

738. $y = \sqrt{9-x} + \frac{1}{x}$ [$D = x < 0 \vee 0 < x \leq 9$]

739. $y = \sqrt{3x+9}$ [$D = x \geq -3$]

740. $y = \frac{1}{\sqrt{2x-8}}$ [$D = x > 4$]

741. $y = \sqrt{5-2x}$ [$D = x \leq \frac{5}{2}$]

742. $y = \sqrt[4]{x+7}$ [$D = x \geq -7$]

743. $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{x-3}$ [$D = -2 \leq x < 3 \vee x > 3$]

744. $y = \sqrt{8-x} + \sqrt{x-2}$ [$D = 2 \leq x \leq 8$]

745. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$ [$D = x > 3$]

746. $y = \sqrt{4x-4}$ [$D = x \geq 1$]

747. $y = \sqrt[6]{x-10}$ [$D = x \geq 10$]

748. $y = \sqrt{x+6} + \sqrt{12-x}$ [$D = -6 \leq x \leq 12$]

749. $y = \frac{1}{\sqrt{7-x}}$ [$D = x < 7$]

■□□□ Vero o falso? Motiva sempre: una risposta senza motivo vale zero.

750. $\sqrt{16} = \pm 4$. [falso — Il simbolo di radice con indice pari indica la radice **non negativa**: $\sqrt{16} = 4$. I due segni vengono dalle equazioni.]

751. $\sqrt{x^2} = x$ per ogni x . [falso — È $|x|$: con $x = -3$ verrebbe $\sqrt{9} = -3$, falso.]

752. $\sqrt[3]{-8} = -2$. [vero — Con indice dispari il radicando può essere negativo.]

753. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. [falso — $\sqrt{9+16} = 5$, ma $3+4 = 7$. La radice non si distribuisce sulle somme.]

754. $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. [vero — Si distribuisce sui prodotti, sì.]

755. $\sqrt{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[5]{7}$. [falso — Gli indici si **moltiplicano**: $\sqrt[6]{7}$.]

756. $-2\sqrt{3} = \sqrt{-12}$. [falso — Con indice pari il meno resta fuori: $-2\sqrt{3} = -\sqrt{12}$, e $\sqrt{-12}$ non esiste.]

757. $-2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{-24}$. [vero — Con indice dispari il meno può entrare.]

758. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ si può ridurre a un solo radicale. [falso — Non sono simili: stesso indice ma radicandi diversi.]

759. Due radicali sono simili se hanno lo stesso radicando. [falso — Serve anche lo stesso **indice**.]

760. $\sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{x}$. [falso — Il fattore $t = 2$ è pari: viene $\sqrt[3]{|x|}$.]

761. $\sqrt[9]{x^3} = \sqrt[3]{x}$. [vero — Il fattore $t = 3$ è dispari: il segno si conserva.]

762. La proprietà invariantiva vale per ogni radicando. [falso — L'enunciato chiede $a \geq 0$: con radicando negativo si porta prima fuori il meno.]

763. $\sqrt[3]{\frac{5}{2x-4}}$ esiste per ogni x . [falso — L'indice è dispari, ma il denominatore vuole $x \neq 2$.]

764. Razionalizzare cambia il valore della frazione. [falso — Si moltiplica sopra e sotto per la stessa cosa: il numero non cambia, cambia la scrittura.]

765. Per razionalizzare $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ si moltiplica per $\sqrt{3}-1$. [falso — Si moltiplica per il coniugato $\sqrt{3}+1$.]
766. La formula del radicale doppio vale sempre. [falso — Solo se $a^2 - b$ è un quadrato perfetto.]
767. Elevare al quadrato è una trasformazione equivalente. [falso — Aggiunge soluzioni: da $x^2 = 4$ non segue $x = -2$.]
768. In $\sqrt{A} = B$ serve anche $B \geq 0$. [vero — Una radice di indice pari non è mai negativa.]
769. $\sqrt{A} > B$ si risolve con un solo sistema. [falso — Con due, in alternativa: il caso $B < 0$ va tenuto a parte.]
770. $\sqrt{A} < B$ si risolve con tre condizioni. [vero — $A \geq 0, B > 0, A < B^2$.]
771. $\sqrt{2} \approx 1,414$ è una risposta accettabile. [falso — È un'approssimazione: la risposta esatta è $\sqrt{2}$.]
772. $\sqrt[12]{16}$ e $-\sqrt[12]{16}$ sono lo stesso numero. [falso — Differiscono per il segno, ed è l'errore che si fa alzando l'indice da dispari a pari.]
773. Un radicale a denominatore vuole il radicando > 0 . [vero — Il $\geq$ lascerebbe dentro il valore che annulla il denominatore.]

■ ■ ■ ■ Trova l'errore. Ogni svolgimento contiene uno sbaglio: di' quale e correggilo.

774. $\sqrt{72} = \sqrt{8 \cdot 9} = 8\sqrt{9} = 24$. [Sono usciti tutti e due i fattori invece della radice: $\sqrt{8 \cdot 9} = \sqrt{8} \cdot \sqrt{9} = 2\sqrt{2} \cdot 3 = 6\sqrt{2}$.]
775. $\sqrt{x^2} = x$, quindi $\sqrt{(-4)^2} = -4$. [$\sqrt{16} = 4$: la scrittura giusta è $|x|$.]
776. $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$. [$\sqrt{25} = 5$. La radice non si distribuisce sulle somme.]
777. $\sqrt[3]{7} = \sqrt[2+3]{7} = \sqrt[5]{7}$. [Gli indici si moltiplicano: $\sqrt[6]{7}$. Con gli esponenti frazionari: $(7^{1/3})^{1/2} = 7^{1/6}$.]
778. $-3\sqrt{2} = \sqrt{(-3)^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$. [L'indice è pari e il meno resta fuori: $-3\sqrt{2} = -\sqrt{18}$. Il conto scritto cambia il segno del risultato.]
779. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{5}$. [Non sono simili: radicandi diversi. La somma si lascia indicata.]
780. $\sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{x}$. [Il fattore per cui si semplifica è $t = 2$, pari: viene $\sqrt[3]{|x|}$. Con $x = -8$: a sinistra 2, a destra -2.]
781. $\sqrt[3]{-2} = \sqrt[12]{(-2)^4} = \sqrt[12]{16}$. [Il meno va portato fuori prima: $\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2} = -\sqrt[12]{16}$. Come scritto, il segno è sbagliato.]
782. $\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}-1)^2} = \frac{\sqrt{3}-1}{4-2\sqrt{3}}$. [Si è moltiplicato per il denominatore invece che per il coniugato: sotto c'è ancora una radice. Con $\sqrt{3}+1$ viene $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.]
783. $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$: $a = 5, b = 6, a^2 - b = 19$, non è un quadrato, non si semplifica. [Il coefficiente va portato dentro: $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$, quindi $b = 24$ e $a^2 - b = 1$. Si semplifica: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.]

784. $\sqrt{x+1} = x-1$: elevo e trovo $x = 0$ e $x = 3$, quindi $S = \{0; 3\}$. [Manca il controllo: le condizioni danno $x \geq 1$, e $x = 0$ si scarta. Infatti $\sqrt{1} = 1$ mentre $0 - 1 = -1$.]
785. $\sqrt{x-2} < 3$: elevo e ottengo $x-2 < 9$, cioè $x < 11$. [Manca $x-2 \geq 0$: il radicando deve esistere. La risposta è $2 \leq x < 11$.]
786. $\sqrt{x-2} > x-4$: elevo e ottengo $x-2 > (x-4)^2$, cioè $3 < x < 6$. [Il caso $x-4 < 0$ è stato saltato: lì la disequazione è vera ovunque la radice esista, e dà $2 \leq x < 4$. La risposta è $2 \leq x < 6$.]
787. Il dominio di $\frac{1}{\sqrt{x-5}}$ è $x \geq 5$. [La radice sta a denominatore: serve $x > 5$, se no il denominatore si annulla.]

■■■□ **A ritroso. Il risultato è dato e manca un dato: di' per quale valore della lettera l'uguaglianza è vera.**

788. Trova n perché $\sqrt[n]{64} = 2$. [$n = 6$]
789. Trova a perché $\sqrt{a} = 3\sqrt{5}$. [$a = 45$]
790. Trova k perché $\sqrt{k} = 2\sqrt{7}$. [$k = 28$]
791. Trova b perché $\sqrt{b}$ si semplifichi in $5\sqrt{2}$. [$b = 50$]
792. Trova n perché $\sqrt[n]{x^6}$ si riduca a x^2 . [$n = 3$]
793. Trova a perché $\frac{6}{\sqrt{a}} = 2\sqrt{3}$. [$a = 3$]
794. Trova b perché $\sqrt{7+\sqrt{b}}$ si spezzi con $d = 3$. [$b = 40$]
795. Trova c perché $\sqrt{x-c}$ esista per $x \geq 4$. [$c = 4$]
796. Trova k perché $\sqrt{x+k}$ esista per $x \geq -5$. [$k = 5$]
797. Trova a perché $(\sqrt{a})^4 = 25$. [$a = 5$]
798. Trova n perché $\sqrt{\sqrt[n]{5}} = \sqrt[8]{5}$. [$n = 4$]
799. Trova a e b perché $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 3$ con a, b interi positivi. [una coppia possibile è $a = 5$, $b = 2$]

■■■■ **Dimostra o giustifica. Qui non ci sono numeri da trovare: si chiede di far vedere perché una regola è vera.**

800. Dimostra che $\sqrt{2}$ non è un numero razionale. [Per assurdo: se $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ con m, n senza fattori comuni, elevando al quadrato si ha $m^2 = 2n^2$. Allora m^2 è pari, e quindi m è pari (il quadrato di un dispari è dispari). Posto $m = 2k$: $4k^2 = 2n^2$, cioè $n^2 = 2k^2$, e anche n è pari. Ma m e n pari contraddice l'ipotesi che non avessero fattori comuni. L'assurdo dice che $\sqrt{2}$ non è razionale.]

- 801.** Dimostra la proprietà invariantiva $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[nm]{a^{pm}}$ con $a \geq 0$. [Con gli esponenti frazionari: $\sqrt[n]{a^p} = a^{p/n}$. Moltiplicando numeratore e denominatore dell'esponente per $m \neq 0$ la frazione non cambia: $\frac{p}{n} = \frac{pm}{nm}$. Quindi $a^{p/n} = a^{pm/(nm)} = \sqrt[nm]{a^{pm}}$. La condizione $a \geq 0$ serve perché la scrittura $a^{p/n}$ è definita solo lì.]
- 802.** Dimostra che $\sqrt{a^2} = |a|$ per ogni numero reale a . [Per definizione $\sqrt{a^2}$ è il numero *non negativo* il cui quadrato è a^2 . Ora $|a| \geq 0$ e $|a|^2 = a^2$, quindi $|a|$ soddisfa la definizione. E il numero con quelle due proprietà è unico, quindi $\sqrt{a^2} = |a|$. Per $a \geq 0$ questo coincide con a ; per $a < 0$ no, ed è tutta la differenza.]
- 803.** Dimostra che $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ per $a, b \geq 0$. [Sia $x = \sqrt[n]{a}$ e $y = \sqrt[n]{b}$: allora $x^n = a$ e $y^n = b$, con $x, y \geq 0$. Il prodotto xy è ≥ 0 e $(xy)^n = x^n y^n = ab$. Quindi xy è il numero non negativo la cui potenza n -esima vale ab , cioè $\sqrt[n]{ab}$.]
- 804.** Giustifica perché nella disequazione $\sqrt{A} > B$ servono due sistemi, mentre in $\sqrt{A} < B$ ne basta uno. [Perché una radice di indice pari non è mai negativa. Se $B < 0$, « $\sqrt{A} < B$ » chiede a un numero ≥ 0 di essere minore di un negativo: impossibile, quindi quel caso non dà niente e si può imporre $B > 0$ una volta per tutte. Ma « $\sqrt{A} > B$ » con $B < 0$ è *automaticamente vera* ovunque la radice esista: quel caso dà tutto il dominio e va tenuto. Da qui il primo dei due sistemi.]
- 805.** Dimostra che elevare al quadrato può aggiungere soluzioni, e spiega perché questo obbliga al controllo finale. [Da $A = B$ segue sempre $A^2 = B^2$, perché numeri uguali hanno quadrati uguali. Il viceversa è falso: da $A^2 = B^2$ segue $A = B$ oppure $A = -B$. Elevando si passa quindi a un'equazione che ha le soluzioni di quella di partenza *più* quelle dell'equazione con il segno cambiato. Le seconde vanno tolte, e il solo modo di riconoscerle è confrontarle con le condizioni — che per questo si scrivono prima.]
- 806.** Dimostra che $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$ per $a, b \geq 0$, e spiega a che cosa serve. [È la somma per differenza: il prodotto vale $(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$, perché $(\sqrt{x})^2 = x$ per $x \geq 0$. Serve alla razionalizzazione: moltiplicando un denominatore $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ per il suo coniugato le radici spariscono tutte insieme, e sotto resta un numero razionale.]
- 807.** Giustifica perché $\sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{|x|}$ e non $\sqrt[3]{x}$. [Il radicale di partenza ha indice pari, quindi esiste per ogni x (il radicando x^2 è sempre ≥ 0) ed è sempre ≥ 0 . Se semplificando si arrivasse a $\sqrt[3]{x}$, per $x < 0$ quel valore sarebbe negativo: due scritture che dovrebbero essere uguali darebbero segni opposti. Il valore assoluto rimette l'informazione che l'esponente pari aveva reso il radicando non negativo. In generale il valore assoluto serve quando il fattore t per cui si semplifica è pari.]