

SOLUZIONI: SISTEMI NON LINEARI

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni soluzione si chiude con il **controllo**: la coppia sostituita in **tutte** le equazioni. È la definizione di soluzione di un sistema, ed è l'unico modo di accorgersi di un accoppiamento sbagliato.

1. Ripasso: sostituzione, coppie, grado

Esercizio 1.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ -x - y + 5 = 0 \end{cases} \quad (\text{sistema lineare: qui vanno bene tutti e quattro i metodi, e la sostituzione e' il piu' rapido})$$

$\rightarrow S = \{(3; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

$\rightarrow$ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 2.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ -x - y + 3 = 0 \end{cases} \quad (\text{sistema lineare: qui vanno bene tutti e quattro i metodi, e la sostituzione e' il piu' rapido})$$

$\rightarrow S = \{(1; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

$\rightarrow$ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 13.

$$\rightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \quad (\text{il grado di un sistema e' il PRODOTTO dei gradi delle equazioni, non la somma})$$

$\rightarrow$ primo grado per secondo grado: il sistema è di grado $1 \times 2 = 2$, quindi al massimo **due** coppie

Esercizio 14.

$$\rightarrow \begin{cases} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} \quad (\text{il grado di un sistema e' il PRODOTTO dei gradi delle equazioni, non la somma})$$

$\rightarrow$ due equazioni di secondo grado: grado $2 \times 2 = 4$, al massimo **quattro** coppie

2. Sistemi di secondo grado: retta e conica

Esercizio 19.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x^2 - y - 1 = 0 \end{cases} \quad (\text{c'è un'equazione di primo grado: si ricava da QUELLA. Ricavare dalla conica metterebbe in mano una radice e un } \pm \text{ da trascinare})$$

→ Si sostituisce e resta l'**equazione risolvente, in una incognita sola**. (e' il passaggio che riporta il sistema a un'equazione di secondo grado, cioè a qualcosa che si sa già risolvere)

→ Il sistema e' di grado 2: al massimo 2 coppie. (il grado dice quante aspettarsene, e serve alla fine per capire se ne hai perse per strada)

→ Ogni soluzione torna nella relazione di partenza e si porta dietro la *sua* seconda coordinata. (e' qui che nasce l'accoppiamento: la y si ricava dalla STESSA sostituzione che ha dato quella x)

→ $S = \{(0; -1), (1; 0)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 20.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^2 - y - 3 = 0 \end{cases} \quad (\text{c'è un'equazione di primo grado: si ricava da QUELLA. Ricavare dalla conica metterebbe in mano una radice e un } \pm \text{ da trascinare})$$

→ Si sostituisce e resta l'**equazione risolvente, in una incognita sola**. (e' il passaggio che riporta il sistema a un'equazione di secondo grado, cioè a qualcosa che si sa già risolvere)

→ Il sistema e' di grado 2: al massimo 2 coppie. (il grado dice quante aspettarsene, e serve alla fine per capire se ne hai perse per strada)

→ Ogni soluzione torna nella relazione di partenza e si porta dietro la *sua* seconda coordinata. (e' qui che nasce l'accoppiamento: la y si ricava dalla STESSA sostituzione che ha dato quella x)

→ $S = \{(-1; -2), (3; 6)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 250.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 25 = 0 \end{cases} \quad (\text{c'è un'equazione di primo grado: si ricava da QUELLA. Ricavare dalla conica metterebbe in mano una radice e un } \pm \text{ da trascinare})$$

→ Si sostituisce e resta l'**equazione risolvente, in una incognita sola**. (e' il passaggio che riporta il sistema a un'equazione di secondo grado, cioè a qualcosa che si sa già risolvere)

→ Il sistema è di grado 2: al massimo 2 coppie. (il grado dice quante aspettarsene, e serve alla fine per capire se ne hai perse per strada)

→ Ogni soluzione torna nella relazione di partenza e si porta dietro la *sua* seconda coordinata. (è qui che nasce l'accoppiamento: la y si ricava dalla STESSA sostituzione che ha dato quella x)

→ $S = \{(-4; -3), (3; 4)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 251.

→
$$\begin{cases} -x - y + 7 = 0 \\ x^2 + y^2 - 25 = 0 \end{cases}$$
 (c'è un'equazione di primo grado: si ricava da QUELLA. Ricavare dalla conica metterebbe in mano una radice e un $\pm$ da trascinare)

→ Si sostituisce e resta l'**equazione risolvente**, in una incognita sola. (è il passaggio che riporta il sistema a un'equazione di secondo grado, cioè a qualcosa che si sa già risolvere)

→ Il sistema è di grado 2: al massimo 2 coppie. (il grado dice quante aspettarsene, e serve alla fine per capire se ne hai perse per strada)

→ Ogni soluzione torna nella relazione di partenza e si porta dietro la *sua* seconda coordinata. (è qui che nasce l'accoppiamento: la y si ricava dalla STESSA sostituzione che ha dato quella x)

→ $S = \{(3; 4), (4; 3)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

3. Quando le coordinate sono irrazionali

Esercizio 293.

→
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases}$$
 (c'è un'equazione di primo grado: si ricava da QUELLA. Ricavare dalla conica metterebbe in mano una radice e un $\pm$ da trascinare)

→ Si sostituisce e resta l'**equazione risolvente**, in una incognita sola. (è il passaggio che riporta il sistema a un'equazione di secondo grado, cioè a qualcosa che si sa già risolvere)

→ Il sistema è di grado 2: al massimo 2 coppie. (il grado dice quante aspettarsene, e serve alla fine per capire se ne hai perse per strada)

→ Ogni soluzione torna nella relazione di partenza e si porta dietro la *sua* seconda coordinata. (è qui che nasce l'accoppiamento: la y si ricava dalla STESSA sostituzione che ha dato quella x)

→ Le coordinate sono **radicali**: restano così'. (una coppia approssimata NON verifica il sistema — sostituendo 1,41 al posto di $\sqrt{2}$ viene 3,9762 invece di 4, e il controllo la rifiuta)

→ $S = \left\{ \left(-\sqrt{2}; -\sqrt{2} \right), \left(\sqrt{2}; \sqrt{2} \right) \right\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 294.

→ $\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + y^2 - 6 = 0 \end{cases}$ (c'è un'equazione di primo grado: si ricava da QUELLA. Ricavare dalla conica metterebbe in mano una radice e un $\pm$ da trascinare)

→ Si sostituisce e resta l'**equazione risolvente, in una incognita sola**. (è il passaggio che riporta il sistema a un'equazione di secondo grado, cioè a qualcosa che si sa già risolvere)

→ Il sistema è di grado 2: al massimo 2 coppie. (il grado dice quante aspettarsene, e serve alla fine per capire se ne hai perse per strada)

→ Ogni soluzione torna nella relazione di partenza e si porta dietro la *sua* seconda coordinata. (è qui che nasce l'accoppiamento: la y si ricava dalla STESSA sostituzione che ha dato quella x)

→ Le coordinate sono **radicali**: restano così'. (una coppia approssimata NON verifica il sistema — sostituendo 1,41 al posto di $\sqrt{2}$ viene 3,9762 invece di 4, e il controllo la rifiuta)

→ $S = \left\{ \left(-\sqrt{3}; -\sqrt{3} \right), \left(\sqrt{3}; \sqrt{3} \right) \right\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

4. Tangenti e sistemi impossibili

Esercizio 327.

→ $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - y = 0 \end{cases}$ (sostituzione come sempre, ma guarda il discriminante della risolvente prima di finire i conti)

→ La risolvente ha $\Delta = 0$: una radice **doppia**. (graficamente vuol dire che la retta è TANGENTE alla conica: la tocca in un punto solo)

→ La risposta è **una coppia, non due uguali**. (un insieme non contiene due volte lo stesso elemento; che la radice fosse doppia si racconta dicendo che la retta è tangente)

→ $S = \{(1; 1)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ **Controllo:** ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 328.

$$\rightarrow \begin{cases} -y + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - 25 = 0 \end{cases} \quad (\text{sostituzione come sempre, ma guarda il discriminante della risolvente prima di finire i conti})$$

→ La risolvente ha $\Delta = 0$: **una radice doppia**. (graficamente vuol dire che la retta è TANGENTE alla conica: la tocca in un punto solo)

→ La risposta è **una coppia, non due uguali**. (un insieme non contiene due volte lo stesso elemento; che la radice fosse doppia si racconta dicendo che la retta è tangente)

→ $S = \{(0; 5)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ **Controllo:** ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 345.

$$\rightarrow \begin{cases} -y + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases} \quad (\text{sostituzione, e poi si guarda il discriminante})$$

→ La risolvente ha $\Delta < 0$: **nessuna soluzione reale**. (graficamente le due linee non si incontrano mai)

→ $S = \emptyset$ (è una risposta legittima, non un esercizio sbagliato: si scrive l'insieme vuoto, non «impossibile» e basta)

Esercizio 346.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y + 5 = 0 \\ x^2 - y + 9 = 0 \end{cases} \quad (\text{sostituzione, e poi si guarda il discriminante})$$

→ La risolvente ha $\Delta < 0$: **nessuna soluzione reale**. (graficamente le due linee non si incontrano mai)

→ $S = \emptyset$ (è una risposta legittima, non un esercizio sbagliato: si scrive l'insieme vuoto, non «impossibile» e basta)

5. Sistemi simmetrici

Esercizio 361.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ xy - 6 = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema è SIMMETRICO: scambiando } x \text{ con } y \text{ resta lo stesso, e allora conviene il metodo di somma e prodotto})$$

→ $s = 5, p = 6$ (somma e prodotto delle due incognite: sono i due soli dati che servono)

→ Le due incognite sono le radici di $t^2 - st + p = 0$. (e' il teorema di somma e prodotto letto al contrario)

→ Le coppie sono **scambiate**. (l'equazione in t non distingue quale radice sia x e quale y : vanno bene tutti e due gli abbinamenti)

→ $S = \{(2; 3), (3; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 362.

→ $\begin{cases} x + y - 7 = 0 \\ xy - 12 = 0 \end{cases}$ (il sistema e' SIMMETRICO: scambiando x con y resta lo stesso, e allora conviene il metodo di somma e prodotto)

→ $s = 7, p = 12$ (somma e prodotto delle due incognite: sono i due soli dati che servono)

→ Le due incognite sono le radici di $t^2 - st + p = 0$. (e' il teorema di somma e prodotto letto al contrario)

→ Le coppie sono **scambiate**. (l'equazione in t non distingue quale radice sia x e quale y : vanno bene tutti e due gli abbinamenti)

→ $S = \{(3; 4), (4; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 457.

→ $\begin{cases} x + y - 7 = 0 \\ x^2 + y^2 - 25 = 0 \end{cases}$ (simmetrico, ma compare $x^2 + y^2$: non e' ne' s ne' p)

→ Si usa $x^2 + y^2 = s^2 - 2p$. (e' il quadrato di un binomio letto al contrario, e riporta il sistema alla forma somma-prodotto)

→ Da li' si ricava p , e si risolve $t^2 - st + p = 0$. (il resto e' il metodo del paragrafo 7)

→ $S = \{(3; 4), (4; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 458.

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - 13 = 0 \end{cases} \quad (\text{simmetrico, ma compare } x^2 + y^2: \text{ non e' ne' s ne' p})$$

→ Si usa $x^2 + y^2 = s^2 - 2p$. (e' il quadrato di un binomio letto al contrario, e riporta il sistema alla forma somma-prodotto)

→ Da li' si ricava p , e si risolve $t^2 - st + p = 0$. (il resto e' il metodo del paragrafo 7)

→ $S = \{(2; 3), (3; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 521.

$$\rightarrow \begin{cases} xy - 6 = 0 \\ x^2 + y^2 - 13 = 0 \end{cases} \quad (\text{simmetrico, ma compare } x^2 + y^2: \text{ non e' ne' s ne' p})$$

→ Si usa $x^2 + y^2 = s^2 - 2p$. (e' il quadrato di un binomio letto al contrario, e riporta il sistema alla forma somma-prodotto)

→ Da li' si ricava p , e si risolve $t^2 - st + p = 0$. (il resto e' il metodo del paragrafo 7)

→ $S = \{(-3; -2), (-2; -3), (2; 3), (3; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 522.

$$\rightarrow \begin{cases} xy - 12 = 0 \\ x^2 + y^2 - 25 = 0 \end{cases} \quad (\text{simmetrico, ma compare } x^2 + y^2: \text{ non e' ne' s ne' p})$$

→ Si usa $x^2 + y^2 = s^2 - 2p$. (e' il quadrato di un binomio letto al contrario, e riporta il sistema alla forma somma-prodotto)

→ Da li' si ricava p , e si risolve $t^2 - st + p = 0$. (il resto e' il metodo del paragrafo 7)

→ $S = \{(-4; -3), (-3; -4), (3; 4), (4; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

6. Sistemi omogenei

Esercizio 551.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 20 = 0 \end{cases} \quad (\text{nessuna equazione e' di primo grado, ma una e' OMOGENEA: tutti i suoi termini hanno lo stesso grado})$$

→ L'omogenea si **scompone** in due fattori di primo grado. (e per la legge di annullamento del prodotto si apre in DUE rami)

→ Non si divide per y^2 . (dividere vorrebbe dire dare per scontato che y non sia nullo, e nessuno l'ha detto: si raccoglie, come nelle equazioni spurie)

→ Ogni ramo si sostituisce nell'altra equazione, e le soluzioni si **uniscono**. (seguirne uno solo e' mezza risposta)

→ Il sistema e' di grado 4. (confronta il numero di coppie col grado: e' il controllo che prende il ramo dimenticato)

→ $S = \{(-4; -2), (-\sqrt{10}; -\sqrt{10}), (\sqrt{10}; \sqrt{10}), (4; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 552.

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ xy - 9 = 0 \end{cases} \quad (\text{nessuna equazione e' di primo grado, ma una e' OMOGENEA: tutti i suoi termini hanno lo stesso grado})$$

→ L'omogenea si **scompone** in due fattori di primo grado. (e per la legge di annullamento del prodotto si apre in DUE rami)

→ Non si divide per y^2 . (dividere vorrebbe dire dare per scontato che y non sia nullo, e nessuno l'ha detto: si raccoglie, come nelle equazioni spurie)

→ Ogni ramo si sostituisce nell'altra equazione, e le soluzioni si **uniscono**. (seguirne uno solo e' mezza risposta)

→ Il sistema e' di grado 4. (confronta il numero di coppie col grado: e' il controllo che prende il ramo dimenticato)

→ $S = \{(-3; -3), (3; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

7. Sistemi che si scompongono

Esercizio 577.

$$\rightarrow \begin{cases} (x - y)(x + y - 4) = 0 \\ x^2 + y^2 - 8 = 0 \end{cases} \quad (\text{un'equazione e' un PRODOTTO uguale a zero})$$

→ Per la legge di annullamento del prodotto il sistema si spezza in **due sottosistemi**. (uno per ciascun fattore, e sono tutti e due piu' semplici di quello di partenza)

→ Le soluzioni sono l'**unione**, senza ripetere quelle che compaiono in tutti e due. (un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ $S = \{(-2; -2), (2; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 578.

$$\rightarrow \begin{cases} (x - y)(x + y) = 0 \\ x^2 + y^2 - 18 = 0 \end{cases} \quad (\text{un'equazione e' un PRODOTTO uguale a zero})$$

→ Per la legge di annullamento del prodotto il sistema si spezza in **due sottosistemi**. (uno per ciascun fattore, e sono tutti e due piu' semplici di quello di partenza)

→ Le soluzioni sono l'**unione**, senza ripetere quelle che compaiono in tutti e due. (un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ $S = \{(-3; -3), (-3; 3), (3; -3), (3; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

8. Sistemi fratti

Esercizio 603.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ x + y = 5 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'e' l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta e' un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che e' stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(2; 3), (3; 2)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 604.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{12} \\ x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'è l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta è un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che è stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(3; 4), (4; 3)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 605.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \\ xy = 4 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'è l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta è un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che è stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(1; 4), (4; 1)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 606.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ x + y = 9 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'è l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $y \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta è un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano le coppie con le C.E.** (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che e' stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(6; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 607.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ xy = 12 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'e' l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $y \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera e si risolve**. (spesso quello che resta e' un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano le coppie con le C.E.** (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che e' stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(-6; -2), (6; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 608.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ x - y = -1 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'e' l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera e si risolve**. (spesso quello che resta e' un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano le coppie con le C.E.** (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che e' stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(-3; -2), (2; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 609.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ x = y \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'e' l'incognita a denominatore})$$

- C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)
- Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta e' un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)
- Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che e' stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)
- $S = \left\{ \left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right) \right\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)
- Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)
-

Esercizio 610.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{2} \\ x+y = 6 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'e' l'incognita a denominatore})$$

- C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)
- Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta e' un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)
- Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che e' stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)
- $S = \emptyset$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)
- Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)
-

Esercizio 611.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x-2} = 3 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'e' l'incognita a denominatore})$$

- C.E.: $x - 2 \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)
- Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta e' un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)
- Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che e' stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)
- $S = \{(3; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)
- Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)
-

Esercizio 612.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x-1} = 2 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'è l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x - 1 \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta è un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che è stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(3; 4)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 613.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x+3} = -1 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'è l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x + 3 \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta è un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che è stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(2; -5)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 614.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x-4} = 1 \\ x^2 - 9x + 20 = 0 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'è l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x - 4 \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta è un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che è stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(5; 1)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 615.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x-5} = 2 \\ x^2 - 8x + 15 = 0 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'è l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x - 5 \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta è un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che è stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(3; -4)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 616.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = 4 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \quad (\text{sistema fratto: c'è l'incognita a denominatore})$$

→ C.E.: $x \neq 0$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui il sistema di partenza non ha senso)

→ Si porta in **forma intera** e si risolve. (spesso quello che resta è un simmetrico, e allora si usa somma e prodotto)

→ Si **confrontano** le coppie con le C.E. (una coppia che annulla un denominatore va scartata, e va DETTO che è stata scartata: la differenza fra «non c'era» e «l'ho scartata» non si legge dal foglio)

→ $S = \{(3; 12)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

9. Grado superiore al secondo**Esercizio 617.**

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - 4x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema è di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente è di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-2; -2), (0; 0), (2; 2)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 618.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - 9x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-3; -3), (0; 0), (3; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 619.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^3 - x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-1; -2), (0; 0), (1; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 620.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(0; 0), (1; 1), (2; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 621.

→ $\begin{cases} -x - y = 0 \\ x^3 - 16x = 0 \end{cases}$ (il sistema è di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente è di grado tre)

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-4; 4), (0; 0), (4; -4)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 622.

→ $\begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - 25x = 0 \end{cases}$ (il sistema è di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente è di grado tre)

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-5; -5), (0; 0), (5; 5)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 623.

→ $\begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - x^2 - 6x = 0 \end{cases}$ (il sistema è di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente è di grado tre)

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-2; -2), (0; 0), (3; 3)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 624.

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ x^3 - 4x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-2; -6), (0; 0), (2; 6)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 625.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(0; 0), (1; 1), (2; 2)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 626.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^3 - 4x^2 + 3x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(0; 0), (1; 2), (3; 6)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 627.

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(0; 0), (2; 6), (3; 9)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 628.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-1; -1), (0; 0), (1; 1)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 629.

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^3 - 4x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-2; -4), (0; 0), (2; 4)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 630.

→ $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x^3 - 5x^2 + 4x = 0 \end{cases}$ (il sistema è di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente è di grado tre)

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(0; 0), (1; 3), (4; 12)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 631.

→ $\begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - 2x^2 - 3x = 0 \end{cases}$ (il sistema è di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente è di grado tre)

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-1; -1), (0; 0), (3; 3)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 632.

→ $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^3 - 7x^2 + 10x = 0 \end{cases}$ (il sistema è di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente è di grado tre)

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(0; 0), (2; 4), (5; 10)\}$ (la risposta è un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due le equazioni**. (una coppia che verifica solo la prima non è una soluzione del sistema — ed è così che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto è giusto e la risposta no)

Esercizio 633.

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ x^3 + 2x^2 - 3x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-3; -9), (0; 0), (1; 3)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

Esercizio 634.

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x^3 - 2x^2 - 8x = 0 \end{cases} \quad (\text{il sistema e' di grado superiore al secondo: il metodo resta la sostituzione, e la risolvente e' di grado tre})$$

→ La risolvente si **scompone**: prima si raccoglie, poi si provano i divisori del termine noto. (su $x^3 - 4x$ nessuno userebbe Ruffini: si raccoglie x e resta una differenza di quadrati)

→ $S = \{(-2; -2), (0; 0), (4; 4)\}$ (la risposta e' un insieme di COPPIE, col punto e virgola: l'ordine dentro la coppia conta)

→ Controllo: ogni coppia si sostituisce in **tutte e due** le equazioni. (una coppia che verifica solo la prima non e' una soluzione del sistema — ed e' cosi' che si scopre un accoppiamento sbagliato, dove il conto e' giusto e la risposta no)

10. Che cosa si sta cercando, sul piano

Esercizio 635.

→ Quante volte la retta $y = x + 1$ incontra la circonferenza $x^2 + y^2 = 25$? Trova i punti. (si risponde col discriminante della risolvente, e si dice che cosa vuol dire sul disegno: secante, tangente o esterna)

→ sostituendo, $2x^2 + 2x - 24 = 0$ cioè $x^2 + x - 12 = 0$ con $\Delta = 49 > 0$: la retta è **secante** e i punti sono $(-4; -3)$ e $(3; 4)$.

Esercizio 636.

→ La retta $y = 2x - 1$ è secante, tangente o esterna alla parabola $y = x^2$? (si risponde col discriminante della risolvente, e si dice che cosa vuol dire sul disegno: secante, tangente o esterna)

→ la risolvente è $x^2 - 2x + 1 = 0$, cioè $(x - 1)^2 = 0$ con $\Delta = 0$: **tangente**, nel punto $(1; 1)$.

11. Problemi

Esercizio 643.

→ Un rettangolo ha il perimetro di 34 cm e l'area di 60 cm^2 . Quanto misurano i lati? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ $\begin{cases} x + y = 17 \\ xy = 60 \end{cases}$ dà $t^2 - 17t + 60 = 0$, con $t = 5$ e $t = 12$: **5 cm e 12 cm**. Le due coppie (5;12) e (12;5) sono lo stesso rettangolo.

Esercizio 644.

→ La somma di due numeri è 13 e la somma dei loro quadrati è 89. Quali sono? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ da $x^2 + y^2 = s^2 - 2p$: $89 = 169 - 2p$, quindi $p = 40$; $t^2 - 13t + 40 = 0$ dà **5 e 8**.

Esercizio 645.

→ Due numeri hanno somma 10 e differenza 4. Il loro prodotto? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ il sistema è lineare: $x = 7, y = 3$, prodotto **21**. Non serviva il secondo grado — guardare il grado prima fa risparmiare tempo.

Esercizio 646.

→ Un rettangolo ha l'area di 48 m^2 e la diagonale di 10 m. Quanto misurano i lati? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ $\begin{cases} xy = 48 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$: da $s^2 = 100 + 96 = 196$ viene $s = 14$, e $t^2 - 14t + 48 = 0$ dà **6 m e 8 m**.

Esercizio 647.

→ Il prodotto di due numeri naturali consecutivi è 156. Quali sono? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ $\begin{cases} y = x + 1 \\ xy = 156 \end{cases}$ dà $x^2 + x - 156 = 0$, con $x = 12$ e $x = -13$; con $x \in \mathbb{N}$ resta **12 e 13**.

Esercizio 648.

→ La somma di due numeri è 9 e la somma dei loro reciproci è $\frac{9}{20}$. Quali sono? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non è un sistema)

→ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{s}{p}$ dà $\frac{9}{p} = \frac{9}{20}$, quindi $p = 20$; $t^2 - 9t + 20 = 0$ dà **4 e 5**. C.E.: nessuno dei due è nullo ✓.

Esercizio 649.

→ Un triangolo rettangolo ha i cateti la cui somma è 17 cm e l'ipotenusa di 13 cm. Quanto misurano i cateti? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non è un sistema)

→ $\begin{cases} x + y = 17 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{cases} : 169 = 289 - 2p$ dà $p = 60$, e $t^2 - 17t + 60 = 0$ dà **5 cm e 12 cm**.

Esercizio 650.

→ Due quadrati hanno la somma dei perimetri di 40 cm e la somma delle aree di 58 cm². Quanto misurano i lati? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non è un sistema)

→ $\begin{cases} 4x + 4y = 40 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{cases}$, cioè $s = 10$ e $58 = 100 - 2p$ da cui $p = 21$: $t^2 - 10t + 21 = 0$ dà **3 cm e 7 cm**.

Esercizio 651.

→ In una frazione il numeratore supera di 3 il denominatore, e il prodotto dei due è 54. Qual è la frazione? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non è un sistema)

→ $\begin{cases} x = y + 3 \\ xy = 54 \end{cases}$ dà $y^2 + 3y - 54 = 0$, con $y = 6$ e $y = -9$; con una frazione positiva resta $\frac{9}{6}$, cioè $\frac{3}{2}$.

Esercizio 652.

→ Un capitale è diviso in due parti la cui somma è 7000 euro e il cui prodotto è 12 000 000. Quanto vale ciascuna? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non è un sistema)

→ $t^2 - 7000t + 12000000 = 0$ ha $\Delta = 49 \cdot 10^6 - 48 \cdot 10^6 = 10^6$, quindi $t = \frac{7000 \pm 1000}{2}$: **3000 e 4000 euro**.

Esercizio 653.

→ Un rettangolo ha il perimetro di 20 cm. Per quali dimensioni l'area vale 24 cm²? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

$$\rightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 24 \end{cases} \quad \text{dà } t^2 - 10t + 24 = 0 \text{ e } \mathbf{4 \text{ cm e } 6 \text{ cm.}}$$

Esercizio 654.

→ Due numeri hanno prodotto -24 e somma -2. Quali sono? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ $t^2 + 2t - 24 = 0$ dà $\mathbf{-6 \text{ e } 4}$. Il prodotto negativo diceva già che sono discordi.

Esercizio 655.

→ Il perimetro di un rettangolo è 26 cm e la diagonale $\sqrt{97}$ cm. Quanto misurano i lati? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ $s = 13$ e $x^2 + y^2 = 97$: $97 = 169 - 2p$ dà $p = 36$, e $t^2 - 13t + 36 = 0$ dà $\mathbf{4 \text{ cm e } 9 \text{ cm.}}$

Esercizio 656.

→ Un numero di due cifre è tale che il prodotto delle cifre è 12 e la loro somma è 7. Qual è il numero? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ $t^2 - 7t + 12 = 0$ dà 3 e 4: le cifre sono 3 e 4, quindi il numero è $\mathbf{34}$ oppure $\mathbf{43}$ — il sistema non distingue quale cifra sia la decina.

Esercizio 657.

→ La somma di due numeri è 6 e la somma dei loro cubi è 72. Quali sono? (problema: due incognite, le condizioni subito, e due relazioni dal testo — se ne trovi una sola non e' un sistema)

→ da $x^3 + y^3 = s^3 - 3ps$: $72 = 216 - 18p$, quindi $p = 8$; $t^2 - 6t + 8 = 0$ dà $\mathbf{2 \text{ e } 4}$.

12. Parametrici, vero o falso, errori, a ritroso, dimostrazioni**Esercizio 658.**

→ Per quale valore di k la retta $y = x + k$ è tangente alla parabola $y = x^2$? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che e' una disequazione di secondo grado)

→ la risolvente è $x^2 - x - k = 0$ con $\Delta = 1 + 4k$: tangente quando $\Delta = 0$, cioè $k = -\frac{1}{4}$.

Esercizio 659.

→ Per quali valori di k la retta $y = k$ interseca la circonferenza $x^2 + y^2 = 9$ in due punti? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ $x^2 = 9 - k^2$ ha due soluzioni se $9 - k^2 > 0$, cioè $-3 < k < 3$.

Esercizio 660.

→ Per quale valore di k il sistema $\begin{cases} y = 2x + k \\ y = x^2 \end{cases}$ non ha soluzioni reali? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ $x^2 - 2x - k = 0$ ha $\frac{\Delta}{4} = 1 + k$: nessuna soluzione se $1 + k < 0$, cioè $k < -1$.

Esercizio 661.

→ Per quali k il sistema $\begin{cases} x + y = k \\ xy = 4 \end{cases}$ ha soluzioni reali? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ $t^2 - kt + 4 = 0$ ha $\Delta = k^2 - 16 \geq 0$, cioè $k \leq -4 \vee k \geq 4$.

Esercizio 662.

→ Per quale valore di k il sistema $\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = k \end{cases}$ ha una sola coppia? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ una sola coppia vuol dire $\Delta = 0$: $36 - 4k = 0$, cioè $k = 9$, e la coppia è $(3; 3)$.

Esercizio 663.

→ Per quali k la retta $y = kx$ incontra la parabola $y = x^2 - 4$ in due punti? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ $x^2 - kx - 4 = 0$ ha $\Delta = k^2 + 16$, sempre positivo: per ogni k . Una retta per l'origine taglia sempre quella parabola.

Esercizio 664.

→ Per quale k la retta $y = 3x + k$ è tangente alla circonferenza $x^2 + y^2 = 10$? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ sostituendo, $10x^2 + 6kx + k^2 - 10 = 0$ con $\frac{\Delta}{4} = 9k^2 - 10(k^2 - 10) = 100 - k^2$: tangente per $k = \pm 10$.

Esercizio 665.

→ Per quali k il sistema $\begin{cases} xy = k \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ ha soluzioni reali? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ $s^2 = 10 + 2k \geq 0$ dà $k \geq -5$; e serve anche $s^2 - 4p = 10 - 2k \geq 0$, cioè $k \leq 5$: $-5 \leq k \leq 5$.

Esercizio 666.

→ Per quale k il sistema $\begin{cases} y = x^2 \\ y = k \end{cases}$ ha una sola soluzione? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ $x^2 = k$ ha una sola soluzione se $k = 0$, e la coppia è $(0;0)$: il vertice della parabola.

Esercizio 667.

→ Per quali k la retta $y = x + k$ incontra la circonferenza $x^2 + y^2 = 8$? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ $2x^2 + 2kx + k^2 - 8 = 0$ ha $\frac{\Delta}{4} = k^2 - 2(k^2 - 8) = 16 - k^2 \geq 0$, cioè $-4 \leq k \leq 4$.

Esercizio 668.

→ Per quale k le due rette $y = kx$ e $y = 2x + 1$ danno un sistema impossibile? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ sono parallele e distinte quando hanno lo stesso coefficiente angolare e diversa intercetta: $k = 2$.

Esercizio 669.

→ Per quali k il sistema $\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = k \end{cases}$ ha soluzioni reali? (parametrico: si scrive il discriminante della risolvente e se ne discute il segno, che è una disequazione di secondo grado)

→ $k = 16 - 2p$ dà $p = \frac{16-k}{2}$, e serve $\Delta = 16 - 4p \geq 0$, cioè $16 - 2(16 - k) \geq 0$: $k \geq 8$. Il minimo $k = 8$ dà la coppia $(2; 2)$.

Esercizio 670.

→ Un sistema di grado 2 può avere tre soluzioni. (vero o falso, con la motivazione)

→ **falso** — il grado è il numero *massimo* di coppie: due, non tre.

Esercizio 671.

→ $(2; 3)$ e $(3; 2)$ sono la stessa soluzione. (vero o falso, con la motivazione)

→ **falso** — l'ordine dentro la coppia conta: sono due soluzioni diverse. Nel *problema* del rettangolo descrivono la stessa figura, ma nel sistema sono due.

Esercizio 685.

→ $\begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 6 \end{cases}$: le soluzioni sono $3, -2, 2, -3$. (trova l'errore: il modo di scoprirlo e' sempre sostituire la coppia nel sistema di partenza)

→ sono numeri sciolti, non coppie. Le soluzioni sono $(3; 2)$ e $(-2; -3)$.

Esercizio 686.

→ $\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$: sommo le due equazioni e ottengo $x + y + x^2 + y^2 = 32$. (trova l'errore: il modo di scoprirlo e' sempre sostituire la coppia nel sistema di partenza)

→ la riduzione non elimina niente qui. Si sostituisce: $y = 7 - x$ dà $(3; 4)$ e $(4; 3)$.

Esercizio 697.

→ Un sistema simmetrico ha per soluzioni $(2; 7)$ e $(7; 2)$. Scrivilo. (a ritroso: si parte dalle coppie e si risale ai coefficienti, di solito con somma e prodotto)

→ somma 9 e prodotto 14: $\begin{cases} x + y = 9 \\ xy = 14 \end{cases}$.

Esercizio 698.

→ Un sistema $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$ ha per soluzioni $(-3; 5)$ e $(5; -3)$. Quali sono s e p ? (a ritroso: si parte dalle coppie e si risale ai coefficienti, di solito con somma e prodotto)

→ $s = 2$ e $p = -15$.

Esercizio 707.

→ Dimostra che in un sistema simmetrico, se $(a; b)$ è soluzione, lo è anche $(b; a)$. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ il sistema è simmetrico, quindi scambiando x con y le equazioni restano le stesse. Se $(a; b)$ le verifica, allora sostituendo b al posto di x e a al posto di y si ottengono le stesse uguaglianze, che sono vere. c.v.d.

Esercizio 708.

→ Dimostra che il sistema $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$ ha soluzioni reali se e solo se $s^2 \geq 4p$. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ le due incognite sono le radici di $t^2 - st + p = 0$, che ha soluzioni reali se e solo se $\Delta = s^2 - 4p \geq 0$. c.v.d.

Esercizio 709.

→ Dimostra che una retta per l'origine incontra la circonferenza $x^2 + y^2 = r^2$ in due punti opposti. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ sostituendo $y = mx$: $x^2(1 + m^2) = r^2$, che dà $x = \pm \frac{r}{\sqrt{1+m^2}}$ — due valori opposti, e le y sono mx , anch'esse opposte. c.v.d.

Esercizio 710.

→ Dimostra che il sistema $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^2 + k \end{cases}$ è impossibile per ogni $k \neq 0$. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ sottraendo si ottiene $0 = k$, falsa per $k \neq 0$. Graficamente sono due parabole identiche traslate in verticale. c.v.d.

Esercizio 711.

→ Dimostra che $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ sviluppando il quadrato: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, e togliendo $2xy$ resta $x^2 + y^2$. È l'identità su cui si regge tutto il metodo dei simmetrici. c.v.d.

Esercizio 712.

→ Dimostra che un sistema fra due circonferenze concentriche di raggio diverso non ha soluzioni. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ sono $x^2 + y^2 = r_1^2$ e $x^2 + y^2 = r_2^2$: sottraendo viene $0 = r_1^2 - r_2^2$, falsa se i raggi sono diversi. $S = \emptyset$

Esercizio 713.

→ Dimostra che il metodo di riduzione non elimina nessuna incognita nel sistema $\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$.
(dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ sommando o sottraendo si ottengono espressioni in cui compaiono sia i termini di primo grado sia quelli di secondo, perché x e x^2 non sono termini simili e non si combinano. Nessuna incognita sparisce. c.v.d.

Esercizio 714.

→ Dimostra che se un sistema simmetrico ha una sola soluzione, questa ha le due coordinate uguali. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ se $(a; b)$ è soluzione lo è anche $(b; a)$; se la soluzione è una sola, le due coppie devono coincidere, cioè $a = b$. c.v.d.

Esercizio 715.

→ Dimostra che la retta $y = 2\sqrt{k}x - k$ è tangente alla parabola $y = x^2$ per ogni $k > 0$. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ la risolvente è $x^2 - 2\sqrt{k}x + k = 0$, con $\Delta = 4k - 4k = 0$: radice doppia, quindi tangenza, per ogni $k > 0$. c.v.d.

Esercizio 716.

→ Dimostra che il sistema $\begin{cases} xy = p \\ x^2 + y^2 = q \end{cases}$ non ha soluzioni reali se $q < 2|p|$. (dimostrazione: non ci sono coppie da trovare, si ragiona sulla struttura del sistema)

→ vale $x^2 + y^2 \geq 2|xy|$, perché $(|x| - |y|)^2 \geq 0$. Quindi serve $q \geq 2|p|$: se $q < 2|p|$ le due condizioni sono incompatibili. $\mathbf{S} = \emptyset$
