

EQUAZIONI IRRAZIONALI

03 - ALGEBRA2

L'incognita sotto la radice: come toglierla di lì
senza portarsi dietro soluzioni che non c'erano

Prof. A. Perna

IllogicoMatematico

Indice

1	Cosa serve prima di partire	3
2	Che cos'è un'equazione irrazionale	3
3	Indice dispari: si eleva e basta	4
4	Indice pari: il sistema	5
5	Radice uguale a un numero	7
6	Il metodo della verifica	8
7	Due radicali dello stesso indice	9
8	Somma di radici uguale a zero	10
9	Due radici e altri termini: il doppio elevamento	11
10	Equazioni irrazionali fratte	12
11	Problemi	13
12	Quale strada, e quando	14

1 Cosa serve prima di partire

Cosa devi già sapere

Tutto quello che serve sta qui sotto.

1. Radice n -esima. $\sqrt[n]{a}$ è il numero che elevato alla n dà a . Con n **pari** il radicando deve essere ≥ 0 e il risultato è ≥ 0 : $\sqrt{9} = 3$, non ± 3 . Con n **dispari** non c'è nessuna condizione: $\sqrt[3]{-8} = -2$.

2. La radice di un quadrato.

$$\sqrt{a^2} = |a| \quad \text{e non} \quad \sqrt{a^2} = a$$

Con $a = -3$: $\sqrt{9} = 3 = |-3|$. È la regola da cui nasce tutto il capitolo.

3. Equazione di secondo grado. $ax^2 + bx + c = 0$ ha soluzioni $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, e quante ne ha lo dice il segno di $\Delta = b^2 - 4ac$.

4. Prodotti notevoli. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, e in particolare $(\sqrt{A})^2 = A$ dove la radice esiste.

5. C.E. di una frazione: il denominatore non può valere zero.

6. Disequazione di primo grado: serve a scrivere le condizioni, non a risolvere l'equazione. $2x - 1 \geq 0$ dà $x \geq \frac{1}{2}$.

7. Principi di equivalenza. Sommare la stessa quantità ai due membri, o moltiplicarli per un numero diverso da zero, non cambia le soluzioni. **Elevare a potenza non è fra questi**, ed è il motivo per cui esiste questo capitolo.

2 Che cos'è un'equazione irrazionale

Un'equazione è **irrazionale** quando l'incognita compare **sotto il segno di radice**.

$$\sqrt{x+3} = 5 \quad \sqrt{2x^2 + x + 4} = 2x - 1 \quad \sqrt[3]{4+x-x^3} = -x$$

Non lo è $\sqrt{2}x = 6$: lì la radice c'è, ma l'incognita sta fuori, e quella si risolve come sempre.

Per risolverla bisogna togliere la radice, e l'unico modo è **elevare a potenza**. Il problema è tutto qui: elevare *non* è un principio di equivalenza.

Esempio Svolto 2.1: Come nasce una soluzione che non c'era:

$$\sqrt{x} = -2$$

A sinistra c'è una radice quadrata, che non è **mai** negativa; a destra c'è -2 . Nessun numero può renderla vera: $S = \emptyset$.

Adesso eleviamo al quadrato tutti e due i membri:

$$x = 4$$

Questa equazione una soluzione ce l'ha. Ma $x = 4$ nell'equazione di partenza dà $\sqrt{4} = 2 \neq -2$.

Il valore 4 non è una soluzione: è una *soluzione estranea*. L'ha aggiunta l'elevamento, non c'era prima.

Controllo. È l'elevamento a perdere l'informazione sul segno: 2 e -2 hanno lo stesso quadrato, quindi dopo aver elevato non si distingue più «la radice vale 2» da «la radice vale -2 ».

Formula 2.1: Le condizioni di esistenza: Prima di qualunque conto si guarda l'indice:

- indice **pari**: il radicando deve essere ≥ 0 ;
- indice **dispari**: nessuna condizione, mai.

Se la radice sta a **denominatore**, la condizione diventa **stretta**: il radicando deve essere > 0 , perché il denominatore non può valere zero.

Elevare può aggiungere, non togliere

Elevare al quadrato non fa mai *perdere* soluzioni: se due numeri sono uguali, i loro quadrati lo sono. Può solo **aggiungerne**.

La conseguenza pratica è precisa: alla fine si **scarta**, non si cerca. Se dopo l'elevamento trovi due valori, le soluzioni vere sono un sottoinsieme di quei due — non ce ne sono altre nascoste altrove.

3 Indice dispari: si eleva e basta

Con l'indice dispari il problema non esiste. La funzione $y \mapsto y^3$ (o y^5 , o y^7) è **crescente su tutto** $\mathbb{R}$: a valori diversi corrispondono cubi diversi, e nessuna soluzione si aggiunge.

Formula 3.1: Indice dispari: Per n dispari:

$$\sqrt[n]{A(x)} = B(x) \iff A(x) = [B(x)]^n$$

È un'equivalenza in tutti e due i versi: niente C.E., niente concordanza, niente da scartare.

Esempio Svolto 3.1: Una radice cubica:

$$\sqrt[3]{4+x-x^3} = -x$$

1. L'indice è dispari: si eleva al cubo senza condizioni.

$$4+x-x^3 = -x^3$$

2. I termini $-x^3$ si **cancellano**, e resta un'equazione di primo grado:

$$4+x=0 \implies x = -4$$

Controllo. Con $x = -4$: il radicando vale $4 - 4 + 64 = 64$, e $\sqrt[3]{64} = 4$; il secondo membro vale $-(-4) = 4 \checkmark$.

Perché il cubo si cancella, e perché è voluto

Se i termini in x^3 non si cancellassero resterebbe un'equazione di terzo grado, che è un altro capitolo. Gli esercizi di questo paragrafo sono costruiti perché si cancellino: è il modo di far esercitare *la regola dell'indice dispari* senza chiedere altro.

Se in un compito i cubi non si cancellano, o c'è un errore di conto, o l'esercizio chiede una scomposizione (regola di Ruffini) prima di arrivare in fondo.

4 Indice pari: il sistema

Con l'indice pari servono due cose: che la radice **esista** e che i due membri siano **concordi**. Il secondo membro non può essere negativo, perché una radice di indice pari non lo è mai.

Formula 4.1: L'equivalenza fondamentale: Per n pari:

$$\sqrt[n]{A(x)} = B(x) \iff \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) = [B(x)]^n \end{cases}$$

La condizione $A(x) \geq 0$ **non si scrive**: la seconda riga la contiene già. Se $A = B^n$ con n pari, allora A è una potenza pari, e una potenza pari non è mai negativa.

Metodo 4.1: Come si risolve, con il sistema:

1. guarda l'**indice**: se è dispari, eleva e hai finito;
2. se è pari, scrivi la **concordanza** $B(x) \geq 0$ e risolvi: è un intervallo, e va tenuto da parte;

3. **eleva** e risolvi l'equazione che esce: quelli che trovi sono **candidati**;
4. tieni i candidati che stanno nell'intervallo, **scarta** gli altri dicendo perché;
5. **sostituisci** le soluzioni nell'equazione di partenza.

Esempio Svolto 4.1: Il classico, con una soluzione estranea:

$$\sqrt{2x^2 + x + 4} = 2x - 1$$

1. **Concordanza.** A destra c'è un'espressione con la x :

$$2x - 1 \geq 0 \implies x \geq \frac{1}{2}$$

2. **Elevamento.**

$$2x^2 + x + 4 = (2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \implies x = 3 \vee x = -\frac{1}{2}$$

3. **I candidati sono due, le soluzioni no.** Il valore $-\frac{1}{2}$ non soddisfa $x \geq \frac{1}{2}$: è **estraneo** e si scarta.

$$x = 3$$

Controllo. Con $x = 3$: a sinistra $\sqrt{18 + 3 + 4} = \sqrt{25} = 5$, a destra $6 - 1 = 5 \checkmark$. Con $x = -\frac{1}{2}$: a sinistra $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 4} = 2$, a destra -2 : **diversi**, e infatti quel valore era estraneo.

Esempio Svolto 4.2: Quando i candidati sopravvivono tutti e due:

$$\sqrt{8x + 1} = x + 2$$

1. **Concordanza:** $x + 2 \geq 0$, cioè $x \geq -2$.

2. **Elevamento:** $8x + 1 = x^2 + 4x + 4$, cioè $x^2 - 4x + 3 = 0$, che dà $x = 1$ e $x = 3$.

3. Tutti e due stanno in $x \geq -2$:

$$x = 1 \vee x = 3$$

Controllo. $x = 1$: $\sqrt{9} = 3$ e $1 + 2 = 3 \checkmark$. $x = 3$: $\sqrt{25} = 5$ e $3 + 2 = 5 \checkmark$.

Non è un caso da guardare con sospetto: la concordanza si scrive sempre, e a volte non scarta niente.

Le due soluzioni della risolvente non sono due soluzioni

Dopo l'elevamento esce un'equazione di secondo grado, e viene naturale dare per buone le sue due radici. Sono **candidati**: quante ne restano lo decide la concordanza, e possono restarne due, una o **nessuna**.

In $\sqrt{-12x + 61} = x - 8$ la concordanza è $x \geq 8$. Elevando:

$$-12x + 61 = x^2 - 16x + 64 \implies x^2 - 4x + 3 = 0 \implies x = 1 \vee x = 3$$

Nessuno dei due arriva a 8: sono **tutti e due estranei**, e $S = \emptyset$.

La verifica lo conferma: con $x = 1$ viene $\sqrt{49} = 7$ contro -7 , e con $x = 3$ viene $\sqrt{25} = 5$ contro -5 . I due membri hanno lo stesso valore assoluto e segno opposto — è la firma della soluzione estranea.

5 Radice uguale a un numero

È il caso più frequente, e si risolve guardando prima il **segno** del numero.

Formula 5.1: La regola rapida:

$$\sqrt{A(x)} = k \implies \begin{cases} A(x) = k^2 & \text{se } k \geq 0 \\ S = \emptyset & \text{se } k < 0 \end{cases}$$

Con $k \geq 0$ la concordanza è verificata da sola, e la C.E. pure: il radicando diventa k^2 , che non è mai negativo. Non c'è niente da scartare.

Esempio Svolto 5.1: I tre casi, uno accanto all'altro: A. $\sqrt{x+3} = -2$. Il secondo membro è negativo: nessun valore può renderla vera.

$$S = \emptyset$$

Non si eleva: elevare produrrebbe $x = 1$, che è estraneo al cento per cento.

B. $\sqrt{x+1} = 4$. Il secondo membro è positivo, si eleva:

$$x + 1 = 16 \implies x = 15$$

Controllo: $\sqrt{16} = 4 \checkmark$.

C. $\sqrt{2x-1} = x$. Qui a destra c'è la x : non è più questo caso, serve la concordanza $x \geq 0$. Elevando: $2x - 1 = x^2$, cioè $(x - 1)^2 = 0$ e $x = 1$, accettabile.

$$x = 1$$

Il caso $k = 0$

$\sqrt{A(x)} = 0$ vale dove il radicando si annulla, e basta: elevare dà $A(x) = 0$, e la concordanza $0 \geq 0$ è verificata. È l'unico caso in cui il valore della radice sta sul confine.

6 Il metodo della verifica

C'è una seconda strada, e porta allo stesso posto: invece di imporre le condizioni *prima*, si elevano subito i due membri e si controllano i candidati *dopo*.

Metodo 6.1: Come si risolve, con la verifica:

1. **eleva** senza scrivere condizioni;
2. risolvi l'equazione che esce: sono **candidati**;
3. **sostituisci ogni candidato** nell'equazione **di partenza**;
4. tieni quelli che la rendono vera, butta gli altri.

Esempio Svolto 6.1: Lo stesso esercizio, con l'altra strada:

$$\sqrt{2x^2 + x + 4} = 2x - 1$$

1. **Elevo subito:** $2x^2 + x + 4 = 4x^2 - 4x + 1$, cioè $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

2. **Candidati:** $x = 3$ e $x = -\frac{1}{2}$.

3. **Verifica**, nell'equazione di partenza:

- $x = 3$: $\sqrt{25} = 5$ e $2 \cdot 3 - 1 = 5$. **Vera.**
- $x = -\frac{1}{2}$: $\sqrt{2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 4} = \sqrt{4} = 2$ e $2 \cdot (-\frac{1}{2}) - 1 = -2$. **Falsa.**

$$x = 3$$

Stessa risposta del paragrafo 4, per un'altra strada.

La verifica si fa nell'equazione di partenza

Sostituire nell'equazione *elevata* non serve a niente: lì dentro anche la soluzione estranea è vera — per costruzione, visto che l'elevamento l'ha creata.

È lo stesso principio di sempre: si controlla sul testo, non sulla riga dopo. Controllare sulla riga dopo conferma l'errore invece di scoprirlo.

Quale delle due strade conviene

Il **sistema** conviene quando la concordanza è facile da risolvere (un binomio di primo grado) e i candidati sono numeri scomodi da sostituire.

La **verifica** conviene quando i candidati sono pochi e comodi, e la concordanza sarebbe una disequazione lunga.

Sono equivalenti: quello che non si può fare è *nessuna delle due*. Elevare, risolvere e scrivere la risposta senza né condizioni né verifica è l'errore che questo capitolo esiste per evitare.

7 Due radicali dello stesso indice

Formula 7.1: Radice uguale a radice: Per n pari:

$$\sqrt[n]{A(x)} = \sqrt[n]{B(x)} \iff \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases}$$

La condizione si impone a **uno solo** dei due radicandi: l'uguaglianza porta l'altro con sé. Per n dispari basta $A(x) = B(x)$.

Esempio Svolto 7.1: Due radici quadrate:

$$\sqrt{3x-2} = \sqrt{x+6}$$

1. C.E. $3x-2 \geq 0$, cioè $x \geq \frac{2}{3}$.

2. Due radici dello stesso indice sono uguali se lo sono i radicandi:

$$3x-2 = x+6 \implies 2x = 8 \implies x = 4$$

3. Il valore 4 soddisfa la condizione:

$$x = 4$$

Controllo. $\sqrt{12-2} = \sqrt{10}$ e $\sqrt{4+6} = \sqrt{10} \checkmark$.

Esempio Svolto 7.2: Quando il candidato non è accettabile:

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{3x+10}$$

Uguagliando i radicandi: $x+2 = 3x+10$, cioè $x = -4$.

Ma con $x = -4$ il primo radicando vale -2 : **negativo**. Lì le due radici non esistono nei numeri reali, e due cose che non esistono non sono uguali.

$$S = \emptyset$$

Controllo. È il motivo per cui la C.E. va scritta: senza, si scriverebbe $x = -4$ e sarebbe sbagliato.

8 Somma di radici uguale a zero

Formula 8.1: Somma nulla:

$$\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = 0 \iff \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

Due quantità mai negative danno somma zero solo se sono **nulle tutte e due**. Non si eleva: si risolve il sistema.

Esempio Svolto 8.1: Con e senza soluzione: A. $\sqrt{x-3} + \sqrt{2x-6} = 0$.

$$\begin{cases} x-3=0 \\ 2x-6=0 \end{cases} \implies \begin{cases} x=3 \\ x=3 \end{cases} \implies x=3$$

Controllo: $\sqrt{0} + \sqrt{0} = 0 \checkmark$.

B. $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 0$.

$$\begin{cases} x=1 \\ x=-4 \end{cases}$$

I due radicandi si annullano in punti **diversi**: non esiste nessuna x che li annulli insieme.

$$S = \emptyset$$

Perché non conviene elevare

Elevare si potrebbe: si isola una radice, si eleva, si isola quella che resta, si eleva di nuovo. Dieci righe di conti per arrivare allo stesso posto, con due giri di candidati da scartare.

Leggere che cosa vuol dire «somma di due quantità non negative uguale a zero» costa due righe. È lo stesso risparmio della regola rapida del paragrafo 5: guardare prima di calcolare.

9 Due radici e altri termini: il doppio elevamento

Quando le radici sono due e non sono sole, elevare una volta non basta: resta un **doppio prodotto** con dentro una radice.

Metodo 9.1: Il doppio elevamento:

1. scrivi le C.E. di tutti i radicandi;
2. **isola** una radice a un membro, da sola;
3. **eleva**: le radici diventano una sola;
4. **isola** la radice che resta, ancora da sola;
5. **eleva** la seconda volta e risolvi;
6. **verifica** nell'equazione di partenza.

Esempio Svolto 9.1: Due radici e un termine noto:

$$\sqrt{x+7} = \sqrt{x} + 1$$

1. C.E. $x+7 \geq 0$ e $x \geq 0$: insieme, $x \geq 0$.
2. **Primo elevamento.** A destra c'è un binomio, e il suo quadrato ha tre termini:

$$x+7 = x + 2\sqrt{x} + 1$$

Le x si semplificano e resta $6 = 2\sqrt{x}$.

3. **Isolo la radice:** $\sqrt{x} = 3$.
4. **Secondo elevamento:** $x = 9$, che rispetta la C.E.

$$x = 9$$

Controllo. $\sqrt{16} = 4$ e $\sqrt{9} + 1 = 4 \checkmark$.

Il quadrato di una somma ha tre termini

$(\sqrt{x} + 1)^2$ non è $x + 1$. È $x + 2\sqrt{x} + 1$, e quel $2\sqrt{x}$ è proprio il motivo per cui serve un secondo elevamento.

Chi lo dimentica ottiene un'equazione più semplice — e sbagliata. Il controllo è immediato: se dopo il primo elevamento non è rimasta nessuna radice, quasi certamente ne è stata persa una per strada.

Quando ci si ferma prima

Se dopo il primo elevamento resta $\sqrt{\cdot} = k$ con k **negativo**, si è già finito: $S = \emptyset$, senza elevare la seconda volta. È la stessa regola del paragrafo 5, applicata più avanti nel conto.

10 Equazioni irrazionali fratte

Quando la radice compare dentro una frazione, le condizioni diventano due cose *diverse*, e servono tutte e due.

Formula 10.1: Le condizioni, quando c'è una frazione:

$$\begin{cases} \text{radicandi di indice pari} \geq 0 \\ \text{denominatori} \neq 0 \end{cases}$$

E se la radice sta **a denominatore**, le due condizioni si fondono in una sola, **stretta**: il radicando deve essere > 0 .

Esempio Svolto 10.1: La radice a denominatore:

$$\frac{1}{\sqrt{x-2}} = \frac{1}{3}$$

1. **C.E.** $x - 2 > 0$, cioè $x > 2$: stretta, perché il denominatore non può annullarsi.
2. Isolo la radice: $\sqrt{x-2} = 3$.
3. Elevo: $x - 2 = 9$, cioè $x = 11$, che rispetta la condizione.

$$x = 11$$

Controllo. $\sqrt{9} = 3$ e $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \checkmark$.

Esempio Svolto 10.2: La radice a numeratore:

$$\frac{\sqrt{x+5}}{x-1} = 0$$

1. **C.E.** $x + 5 \geq 0$ e $x - 1 \neq 0$: quindi $x \geq -5$ con $x \neq 1$.
2. Una frazione vale zero dove si annulla il **numeratore**: $\sqrt{x+5} = 0$, cioè $x = -5$.
3. Lì il denominatore vale $-6 \neq 0$: accettabile.

$$x = -5$$

Controllo. $\frac{0}{-6} = 0 \checkmark$.

Le due condizioni non sono la stessa condizione

Il radicando ≥ 0 dice *dove la radice esiste*; il denominatore $\neq 0$ dice *dove la frazione esiste*. Sono due cose diverse e vanno scritte tutte e due.

Il caso che le mette insieme è la radice a denominatore: lì il radicando deve esistere *e* non annullarsi, e le due condizioni diventano $A(x) > 0$.

11 Problemi

Un'equazione irrazionale nasce ogni volta che una formula contiene una radice: il periodo di un pendolo, la velocità di caduta di un corpo, il lato di un quadrato di area nota, l'ipotenusa di un triangolo rettangolo.

Esempio Svolto 11.1: Il numero e la sua radice: La radice quadrata di un numero è uguale al numero diminuito di 6. Qual è il numero?

1. **L'incognita:** x è il numero.

2. **L'equazione:** $\sqrt{x} = x - 6$.

3. **Concordanza:** $x - 6 \geq 0$, cioè $x \geq 6$.

4. **Elevamento:** $x = x^2 - 12x + 36$, cioè $x^2 - 13x + 36 = 0$, che dà $x = 4$ e $x = 9$.

5. Il valore 4 non rispetta $x \geq 6$: è estraneo.

$$x = 9$$

Controllo. $\sqrt{9} = 3$ e $9 - 6 = 3$ ✓. E con 4: $\sqrt{4} = 2$ ma $4 - 6 = -2$: diversi, come doveva essere.

Esempio Svolto 11.2: Un problema di geometria: Un triangolo rettangolo ha un cateto di 6 cm e l'altro di x cm. L'ipotenusa vale $\sqrt{36 + x^2}$. Per quale x l'ipotenusa misura 10 cm?

$$\sqrt{36 + x^2} = 10 \implies 36 + x^2 = 100 \implies x = \pm 8$$

Il secondo membro è positivo, quindi la concordanza è a posto e tutti e due i candidati risolvono l'equazione. Ma il problema chiede una **lunghezza**:

$$x = 8 \text{ cm}$$

Il valore -8 non è una soluzione estranea dell'equazione — la verifica: $\sqrt{36 + 64} = 10$ ✓ — è un valore che il **problema** non ammette. Sono due scarti diversi, e vanno motivati in due modi diversi.

Due scarti diversi, due motivi diversi

Nei problemi si scarta due volte, e per ragioni che non vanno confuse.

La soluzione estranea non risolve l'equazione: si scarta per *matematica*, e si dice quale condizione viola.

Il valore non ammissibile risolve l'equazione ma non ha senso nel problema (una lunghezza negativa, un numero di persone con la virgola): si scarta per *realtà*, e si dice quale.

12 Quale strada, e quando

Formula 12.1: La mappa del capitolo:

Se l'equazione è...	allora...
con indice dispari	eleva e basta: nessuna condizione
$\sqrt[A]{A} = k$ con $k < 0$	$S = \emptyset$, senza fare conti
$\sqrt[A]{A} = k$ con $k \geq 0$	eleva: $A = k^A$, niente da scartare
$\sqrt[A]{A} = B(x)$	sistema $B \geq 0$ e $A = B^A$, oppure verifica finale
$\sqrt[A]{A} = \sqrt[B]{B}$	$A = B$, con $A \geq 0$
$\sqrt[A]{f} + \sqrt[B]{g} = 0$	sistema $f = 0$ e $g = 0$: non si eleva
due radici e altri termini	isola, eleva, isola, eleva: doppio elevamento
con una frazione	radicandi ≥ 0 e denominatori $\neq 0$; a denominatore, radicando > 0

Esempio Svolto 12.1: Quale strada, senza risolvere: Per ciascuna, la prima mossa — e basta quella.

$\sqrt{x-1} = -5$: il secondo membro è negativo. **Impossibile**, e non si eleva.

$\sqrt[3]{2x+1} = -3$: indice **dispari**. Si eleva al cubo, senza condizioni, e la risposta può essere negativa.

$\sqrt{x+4} = x-2$: c'è la x a destra. **Concordanza** $x \geq 2$, poi si eleva.

$\sqrt{x} + \sqrt{x+5} = 5$: due radici e un numero. **Doppio elevamento**, dopo aver isolato.

$\frac{2}{\sqrt{x-1}} = 1$: radice a denominatore. C.E. **stretta** $x > 1$, poi si isola la radice.

Chi sceglie bene la prima mossa ha già fatto metà dell'esercizio; chi la sceglie male fa dieci righe di conti giusti per arrivare a una risposta sbagliata.

Dove si va da qui

Le **disequazioni irrazionali** usano le stesse condizioni, ma i casi diventano di più: con $\sqrt{A} > B$ bisogna distinguere se B è positivo o negativo, e la risposta è l'unione di due sistemi.

Nello **studio di funzione** le C.E. di questo capitolo diventano il *dominio*, e si scrivono esattamente allo stesso modo.

E il ragionamento sulla non-equivalenza dell'elevamento torna identico nelle **equazioni con il valore assoluto** e nelle **esponenziali e logaritmiche**: ogni volta che si applica ai due membri una funzione non iniettiva, bisogna controllare che cosa si è aggiunto.

Indice analitico

concordanza, 5

doppio elevamento, 11
due radicali, 9

equazione irrazionale, 3

indice dispari, 4
irrazionali fratte, 12

metodo della verifica, 8

problemi, 13

regola rapida, 7

sistema di equivalenza, 5
soluzione estranea, 3
somma di radici, 10