

DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

Esercizi divisi per tipologia e difficoltà.

-
- indice dispari, radice e un numero
 - il caso del minore, radice contro radice
 - il caso del maggiore, due radicali, sistemi, riepilogo
 - i casi con un sistema vuoto, doppi elevamenti, dimostrazioni

L'incognita sta **sotto** la radice, e per toglierla di lì bisogna elevare. Elevare a esponente **pari** conserva il verso solo se i due membri sono già dello stesso segno — e qui non lo si controlla alla fine con una verifica, come nelle equazioni: si controlla **prima**, e diventa una riga del sistema. Da qui tutto il resto. Con l'indice **dispari** non serve niente: si eleva e si risolve. Con il **minore** serve un sistema di tre righe: $A \geq 0$, $B > 0$, $A < B^2$. Con il **maggiore** servono due sistemi e la risposta è la loro **unione**: dove $B < 0$ la disequazione è già vera, dove $B \geq 0$ si eleva. Due cose da tenere in mente sempre. Se a secondo membro c'è un **numero**, guarda il suo segno prima di fare qualunque conto: metà di questi esercizi si chiudono in una riga. E la risposta può essere fatta di **due pezzi**, con estremi **irrazionali** da tenere esatti. I procedimenti dei primi due esercizi di ogni blocco e di tutti quelli segnati ■■■■ stanno nel file delle soluzioni.

1. Condizioni di esistenza, e che cosa cambia con le disequazioni

Teoria: par. 2

■□□□ **Scrivi le condizioni di esistenza. Guarda prima l'indice: se è dispari non c'è niente da imporre.**

- | | |
|---|--|
| 1. $\sqrt{x-3}$ [$x \geq 3$] | 8. $\sqrt{x^2-6x+9}$ [nessuna: il radicando è $(x-3)^2$, mai negativo] |
| 2. $\sqrt{2x+10}$ [$x \geq -5$] | 9. $\sqrt[4]{3-2x}$ [$x \leq \frac{3}{2}$] |
| 3. $\sqrt{5-x}$ [$x \leq 5$] | 10. $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ [$x > 1$: a denominatore la radice non può valere zero] |
| 4. $\sqrt[3]{x-3}$ [nessuna: l'indice è dispari] | 11. $\sqrt{-x^2-1}$ [nessuna x : il radicando è sempre negativo, e l'espressione non esiste mai] |
| 5. $\sqrt{x^2-9}$ [$x \leq -3 \vee x \geq 3$] | 12. $\sqrt[5]{x^2-1}$ [nessuna: indice dispari] |
| 6. $\sqrt{9-x^2}$ [$-3 \leq x \leq 3$] | |
| 7. $\sqrt{x^2+4}$ [nessuna: x^2+4 è positivo per ogni x] | |

■■□□ **Rispondi senza risolvere: sono domande sul metodo, non conti.**

13. Perché in $\sqrt{A(x)} < B(x)$ si deve imporre $B(x) > 0$? [perché a sinistra c'è una radice, che non è mai negativa: se $B(x)$ fosse negativo o nullo la disuguaglianza sarebbe falsa comunque, e non ci sarebbe niente da elevare.]
14. Perché in $\sqrt{A(x)} > B(x)$ i sistemi diventano **due**? [perché dove $B(x) < 0$ la disequazione è già vera — basta che la radice esista — e dove $B(x) \geq 0$ si può elevare. Sono due situazioni diverse, e le soluzioni sono l'**unione** delle due.]
15. Perché nel caso $\sqrt{A} > B$ con $B \geq 0$ non serve scrivere $A \geq 0$? [perché la riga $A > B^2$ la contiene già: se A è maggiore di un quadrato, è positivo.]
16. Perché nel caso $\sqrt{A} < B$ la C.E. invece serve? [perché lì la riga è $A < B^2$, che non dice niente sul segno di A : A potrebbe essere negativo e la radice non esistere.]
17. Con l'indice dispari quante condizioni servono? [nessuna. La funzione $y \mapsto y^n$ con n dispari è crescente su tutto $\mathbb{R}$: elevare conserva il verso e non aggiunge niente.]

18. $\sqrt{A(x)} > -5$: che cosa si risolve? [solo la C.E. $A(x) \geq 0$. Una radice, dove esiste, è sempre maggiore di un numero negativo.]
19. $\sqrt{A(x)} < -5$: e qui? [niente: $S = \emptyset$. Una radice non è mai minore di un numero negativo.]
20. $\sqrt{A(x)} \geq 0$: quali sono le soluzioni? [tutte quelle in cui la radice esiste, cioè $A(x) \geq 0$. La disuguaglianza è vera per definizione dove ha senso.]
21. $\sqrt{A(x)} < \sqrt{B(x)}$: basta imporre $A(x) \geq 0$? [sì. Se $A \geq 0$ e $A < B$, allora anche $B > 0$: imporre $B \geq 0$ non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente.]
22. Elevare al quadrato i due membri di una disequazione conserva sempre il verso? [no: solo se i due membri sono entrambi non negativi. Da $-5 < 3$ elevando verrebbe $25 < 9$, che è falso.]

2. Indice dispari: si eleva e basta

Teoria: par. 3

■□□□ L'indice è dispari: nessuna C.E., nessuna concordanza. Si eleva e si risolve la disequazione che resta.

- | | |
|---|---|
| 23. $\sqrt[3]{6-x+x^3} \leq x$ [$x \geq 6$] | 41. $\sqrt[5]{x+3} \geq 1$ [$x \geq -2$] |
| 24. $\sqrt[3]{4-x+x^3} > x$ [$x < 4$] | 42. $\sqrt[3]{-x+4} > 0$ [$x < 4$] |
| 25. $\sqrt[3]{-2+x+x^3} < x$ [$x < 2$] | 43. $\sqrt[7]{x+5} \leq -3$ [$x \leq -2192$] |
| 26. $\sqrt[3]{9-3x+x^3} \geq x$ [$x \leq 3$] | 44. $\sqrt[3]{3-x+x^3} \leq x$ [$x \geq 3$] |
| 27. $\sqrt[3]{1-2x+x^3} < x$ [$x > \frac{1}{2}$] | 45. $\sqrt[3]{-2x} < -2$ [$x > 4$] |
| 28. $\sqrt[3]{-8+2x+x^3} > x$ [$x > 4$] | 46. $\sqrt[5]{x+3} > 2$ [$x > 29$] |
| 29. $\sqrt[3]{x-1} \leq 2$ [$x \leq 9$] | 47. $\sqrt[3]{-10+5x+x^3} > x$ [$x > 2$] |
| 30. $\sqrt[3]{x+4} > -3$ [$x > -31$] | 48. $\sqrt[3]{x-1} \geq 1$ [$x \geq 2$] |
| 31. $\sqrt[3]{2x} < 3$ [$x < \frac{27}{2}$] | 49. $\sqrt[7]{2x-2} < 2$ [$x < 65$] |
| 32. $\sqrt[3]{x} \geq -2$ [$x \geq -8$] | 50. $\sqrt[3]{3x-1} \leq -3$ [$x \leq -\frac{26}{3}$] |
| 33. $\sqrt[3]{x+5} > 1$ [$x > -4$] | 51. $\sqrt[5]{-x+4} \geq -1$ [$x \leq 5$] |
| 34. $\sqrt[3]{3x-2} \leq -1$ [$x \leq \frac{1}{3}$] | 52. $\sqrt[3]{2x+2} > 2$ [$x > 3$] |
| 35. $\sqrt[5]{x+2} < 2$ [$x < 30$] | 53. $\sqrt[7]{-2x} \leq 3$ [$x \geq -\frac{2187}{2}$] |
| 36. $\sqrt[5]{2x+3} \geq -1$ [$x \geq -2$] | 54. $\sqrt[3]{4x+1} < 2$ [$x < \frac{7}{4}$] |
| 37. $\sqrt[3]{-x+3} < 2$ [$x > -5$] | 55. $\sqrt[5]{x-1} > 0$ [$x > 1$] |
| 38. $\sqrt[3]{-2x+1} > -1$ [$x < 1$] | 56. $\sqrt[3]{x+3} \geq -1$ [$x \geq -4$] |
| 39. $\sqrt[3]{6-x+x^3} < x$ [$x > 6$] | 57. $\sqrt[7]{3x-1} < -2$ [$x < -\frac{127}{3}$] |
| 40. $\sqrt[3]{2x-2} \leq 3$ [$x \leq \frac{29}{2}$] | 58. $\sqrt[3]{x+5} \leq 3$ [$x \leq 22$] |

59. $\sqrt[5]{2x+2} \geq 1 \quad [x \geq -\frac{1}{2}]$

61. $\sqrt[7]{4x+1} \leq -3 \quad [x \leq -547]$

60. $\sqrt[3]{x+3} > 0 \quad [x > -3]$

62. $\sqrt[3]{2x-2} < -2 \quad [x < -3]$

■ ■ ■ ■ Ancora indice dispari, con indici e radicandi più vari. La risposta può contenere numeri negativi senza nessun problema.

63. $\sqrt[3]{-x+4} \geq 1 \quad [x \leq 3]$

69. $\sqrt[3]{3x-1} < 2 \quad [x < 3]$

64. $\sqrt[7]{x+5} < 2 \quad [x < 123]$

70. $\sqrt[5]{-x+4} > 0 \quad [x < 4]$

65. $\sqrt[3]{-2x} \leq -3 \quad [x \geq \frac{27}{2}]$

71. $\sqrt[3]{2x+2} \geq -1 \quad [x \geq -\frac{3}{2}]$

66. $\sqrt[5]{x+3} \geq -1 \quad [x \geq -4]$

72. $\sqrt[7]{-2x} < -2 \quad [x > 64]$

67. $\sqrt[3]{x-1} > 2 \quad [x > 9]$

73. $\sqrt[3]{4x+1} \leq 3 \quad [x \leq \frac{13}{2}]$

68. $\sqrt[7]{2x-2} \leq 3 \quad [x \leq \frac{2189}{2}]$

74. $\sqrt[5]{x-1} \geq 1 \quad [x \geq 2]$

3. Radice e un numero

Teoria: par. 4

■ ■ ■ ■ Guarda il segno del numero prima di fare conti: con il minore e un numero negativo non c'è niente da risolvere; con il maggiore e un numero negativo basta la C.E.

75. $\sqrt{x^2-4} < 3 \quad [-\sqrt{13} < x \leq -2 \vee 2 \leq x < \sqrt{13}]$

89. $\sqrt{x-2} < 0 \quad [S = \emptyset]$

76. $\sqrt{x^2+2x-3} < -2 \quad [S = \emptyset]$

90. $\sqrt{x^2+1} < 3 \quad [-2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2}]$

77. $\sqrt{x^2+6x} > -3 \quad [x \leq -6 \vee x \geq 0]$

91. $\sqrt{x-1} < 0 \quad [S = \emptyset]$

78. $\sqrt{x^2-1} > 2 \quad [x < -\sqrt{5} \vee x > \sqrt{5}]$

92. $\sqrt{5x-1} \leq -1 \quad [S = \emptyset]$

79. $\sqrt{x^2+6x} \geq 0 \quad [x \leq -6 \vee x \geq 0]$

93. $\sqrt{x^2+2x-3} \geq 6 \quad [x \leq -1-2\sqrt{10} \vee x \geq -1+2\sqrt{10}]$

80. $\sqrt{x-5} < 2 \quad [5 \leq x < 9]$

94. $\sqrt{x^2+2x+1} < 8 \quad [-9 < x < 7]$

81. $\sqrt{2x+1} > 3 \quad [x > 4]$

95. $\sqrt{x^2-25} > 0 \quad [x < -5 \vee x > 5]$

82. $\sqrt{x+3} > 0 \quad [x > -3]$

96. $\sqrt{x+2} \leq 3 \quad [-2 \leq x \leq 7]$

83. $\sqrt{x^2-9} \leq 4 \quad [-5 \leq x \leq -3 \vee 3 \leq x \leq 5]$

97. $\sqrt{-x+6} \geq -1 \quad [x \leq 6]$

84. $\sqrt{-x+6} \geq 1 \quad [x \leq 5]$

98. $\sqrt{-2x+8} < 6 \quad [-14 < x \leq 4]$

85. $\sqrt{x^2-4x} \leq 0 \quad [x = 0 \vee x = 4]$

99. $\sqrt{x^2-1} > 8 \quad [x < -\sqrt{65} \vee x > \sqrt{65}]$

86. $\sqrt{3x-6} < -1 \quad [S = \emptyset]$

100. $\sqrt{x^2-16} \leq 0 \quad [x = -4 \vee x = 4]$

87. $\sqrt{x^2-16} < 5 \quad [-\sqrt{41} < x \leq -4 \vee 4 \leq x < \sqrt{41}]$

101. $\sqrt{x^2-2} \geq 3 \quad [x \leq -\sqrt{11} \vee x \geq \sqrt{11}]$

88. $\sqrt{x^2+2x+1} \geq 2 \quad [x \leq -3 \vee x \geq 1]$

102. $\sqrt{x-5} < -1 \quad [S = \emptyset]$

103. $\sqrt{x} > 6$ [$x > 36$]
104. $\sqrt{x^2 - 4} \leq 8$ [$-2\sqrt{17} \leq x \leq -2 \vee 2 \leq x \leq 2\sqrt{17}$]
105. $\sqrt{x^2 - 9} \geq 0$ [$x \leq -3 \vee x \geq 3$]
106. $\sqrt{x^2 - x - 6} < 3$ [$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{61}}{2} < x \leq -2 \vee 3 \leq x < \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{61}}{2}$]
107. $\sqrt{2x - 3} > -1$ [$x \geq \frac{3}{2}$]
108. $\sqrt{x + 4} \leq 6$ [$-4 \leq x \leq 32$]
109. $\sqrt{x + 7} \geq 8$ [$x \geq 57$]
110. $\sqrt{x^2 + 6x} < 0$ [$S = \emptyset$]
111. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} > 3$ [$x < 1 - \sqrt{13} \vee x > 1 + \sqrt{13}$]
112. $\sqrt{x^2 + 8x} \leq -1$ [$S = \emptyset$]
113. $\sqrt{3x - 6} \geq 6$ [$x \geq 14$]
114. $\sqrt{4x - 3} < 8$ [$\frac{3}{4} \leq x < \frac{67}{4}$]
115. $\sqrt{3x + 1} > 0$ [$x > -\frac{1}{3}$]
116. $\sqrt{x^2 - 4x} \leq 3$ [$2 - \sqrt{13} \leq x \leq 0 \vee 4 \leq x \leq 2 + \sqrt{13}$]
117. $\sqrt{x^2 + 4x} \geq -1$ [$x \leq -4 \vee x \geq 0$]
118. $\sqrt{x - 1} < 6$ [$1 \leq x < 37$]
119. $\sqrt{2x + 1} > 8$ [$x > \frac{63}{2}$]
120. $\sqrt{5x - 1} \leq 0$ [$x = \frac{1}{5}$]
121. $\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 3$ [$x \leq -1 - \sqrt{13} \vee x \geq -1 + \sqrt{13}$]
122. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} < -1$ [$S = \emptyset$]
123. $\sqrt{x^2 - 25} > 6$ [$x < -\sqrt{61} \vee x > \sqrt{61}$]
124. $\sqrt{x + 2} \leq 8$ [$-2 \leq x \leq 62$]
125. $\sqrt{-x + 6} \geq 0$ [$x \leq 6$]
126. $\sqrt{-2x + 8} < 3$ [$-\frac{1}{2} < x \leq 4$]
127. $\sqrt{x^2 - 1} > -1$ [$x \leq -1 \vee x \geq 1$]
128. $\sqrt{x^2 - 16} \leq 6$ [$-2\sqrt{13} \leq x \leq -4 \vee 4 \leq x \leq 2\sqrt{13}$]
129. $\sqrt{x^2 - 2} \geq 8$ [$x \leq -\sqrt{66} \vee x \geq \sqrt{66}$]
130. $\sqrt{x - 5} < 0$ [$S = \emptyset$]
131. $\sqrt{x} > 3$ [$x > 9$]
132. $\sqrt{x^2 - 4} \leq -1$ [$S = \emptyset$]
133. $\sqrt{x^2 - 9} \geq 6$ [$x \leq -3\sqrt{5} \vee x \geq 3\sqrt{5}$]
134. $\sqrt{x^2 - x - 6} < 8$ [$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{281}}{2} < x \leq -2 \vee 3 \leq x < \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{281}}{2}$]
135. $\sqrt{2x - 3} > 0$ [$x > \frac{3}{2}$]
136. $\sqrt{x + 4} \leq 3$ [$-4 \leq x \leq 5$]
137. $\sqrt{x + 7} \geq -1$ [$x \geq -7$]
138. $\sqrt{x^2 + 6x} < 6$ [$-3 - 3\sqrt{5} < x \leq -6 \vee 0 \leq x < -3 + 3\sqrt{5}$]
139. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} > 8$ [$x < 1 - 2\sqrt{17} \vee x > 1 + 2\sqrt{17}$]
140. $\sqrt{x^2 + 8x} \leq 0$ [$x = -8 \vee x = 0$]
141. $\sqrt{3x - 6} \geq 3$ [$x \geq 5$]
142. $\sqrt{4x - 3} < -1$ [$S = \emptyset$]
143. $\sqrt{3x + 1} > 6$ [$x > \frac{35}{3}$]
144. $\sqrt{x^2 - 4x} \leq 8$ [$2 - 2\sqrt{17} \leq x \leq 0 \vee 4 \leq x \leq 2 + 2\sqrt{17}$]
145. $\sqrt{x^2 + 4x} \geq 0$ [$x \leq -4 \vee x \geq 0$]
146. $\sqrt{x - 1} < 3$ [$1 \leq x < 10$]
147. $\sqrt{2x + 1} > -1$ [$x \geq -\frac{1}{2}$]
148. $\sqrt{5x - 1} \leq 6$ [$\frac{1}{5} \leq x \leq \frac{37}{5}$]
149. $\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 8$ [$x \leq -1 - 2\sqrt{17} \vee x \geq -1 + 2\sqrt{17}$]
150. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} < 0$ [$S = \emptyset$]
151. $\sqrt{x^2 - 25} > 3$ [$x < -\sqrt{34} \vee x > \sqrt{34}$]
152. $\sqrt{x + 2} \leq -1$ [$S = \emptyset$]
153. $\sqrt{-x + 6} \geq 6$ [$x \leq -30$]
154. $\sqrt{-2x + 8} < 8$ [$-28 < x \leq 4$]
155. $\sqrt{x^2 - 1} > 0$ [$x < -1 \vee x > 1$]
156. $\sqrt{x^2 - 16} \leq 3$ [$-5 \leq x \leq -4 \vee 4 \leq x \leq 5$]
157. $\sqrt{x^2 - 2} \geq -1$ [$x \leq -\sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{2}$]
158. $\sqrt{x - 5} < 6$ [$5 \leq x < 41$]

159. $\sqrt{x} > 8$ [$x > 64$]
 160. $\sqrt{x^2 - 4} \leq 0$ [$x = -2 \vee x = 2$]
 161. $\sqrt{x^2 - 9} \geq 3$ [$x \leq -3\sqrt{2} \vee x \geq 3\sqrt{2}$]
 162. $\sqrt{x^2 - x - 6} < -1$ [$S = \emptyset$]
 163. $\sqrt{2x - 3} > 6$ [$x > \frac{39}{2}$]
 164. $\sqrt{x + 4} \leq 8$ [$-4 \leq x \leq 60$]
 165. $\sqrt{x + 7} \geq 0$ [$x \geq -7$]
 166. $\sqrt{x^2 + 6x} < 3$ [$-3 - 3\sqrt{2} < x \leq -6 \vee 0 \leq x < -3 + 3\sqrt{2}$]
 167. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} > -1$ [$x \leq -1 \vee x \geq 3$]
 168. $\sqrt{x^2 + 8x} \leq 6$ [$-4 - 2\sqrt{13} \leq x \leq -8 \vee 0 \leq x \leq -4 + 2\sqrt{13}$]
 169. $\sqrt{3x - 6} \geq 8$ [$x \geq \frac{70}{3}$]
 170. $\sqrt{4x - 3} < 0$ [$S = \emptyset$]
 171. $\sqrt{3x + 1} > 3$ [$x > \frac{8}{3}$]
 172. $\sqrt{x^2 - 4x} \leq -1$ [$S = \emptyset$]
 173. $\sqrt{x^2 + 4x} \geq 6$ [$x \leq -2 - 2\sqrt{10} \vee x \geq -2 + 2\sqrt{10}$]
 174. $\sqrt{x - 1} < 8$ [$1 \leq x < 65$]
 175. $\sqrt{2x + 1} > 0$ [$x > -\frac{1}{2}$]
 176. $\sqrt{5x - 1} \leq 3$ [$\frac{1}{5} \leq x \leq 2$]
 177. $\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq -1$ [$x \leq -3 \vee x \geq 1$]
 178. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} < 6$ [$-7 < x < 5$]
 179. $\sqrt{x^2 - 25} > 8$ [$x < -\sqrt{89} \vee x > \sqrt{89}$]
 180. $\sqrt{x + 2} \leq 0$ [$x = -2$]
 181. $\sqrt{-x + 6} \geq 3$ [$x \leq -3$]
 182. $\sqrt{-2x + 8} < -1$ [$S = \emptyset$]
 183. $\sqrt{x^2 - 1} > 6$ [$x < -\sqrt{37} \vee x > \sqrt{37}$]
 184. $\sqrt{x^2 - 16} \leq 8$ [$-4\sqrt{5} \leq x \leq -4 \vee 4 \leq x \leq 4\sqrt{5}$]

■ ■ ■ Ancora radice e numero, con radicandi di secondo grado: qui la C.E. da sola può già spezzare la risposta in due pezzi.

185. $\sqrt{x^2 - 2} \geq 0$ [$x \leq -\sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{2}$]
 186. $\sqrt{x - 5} < 3$ [$5 \leq x < 14$]
 187. $\sqrt{x} > -1$ [$x \geq 0$]
 188. $\sqrt{x^2 - 4} \leq 6$ [$-2\sqrt{10} \leq x \leq -2 \vee 2 \leq x \leq 2\sqrt{10}$]
 189. $\sqrt{x^2 - 9} \geq 8$ [$x \leq -\sqrt{73} \vee x \geq \sqrt{73}$]
 190. $\sqrt{x^2 - x - 6} < 0$ [$S = \emptyset$]
 191. $\sqrt{2x - 3} > 3$ [$x > 6$]
 192. $\sqrt{x + 4} \leq -1$ [$S = \emptyset$]
 193. $\sqrt{x + 7} \geq 6$ [$x \geq 29$]
 194. $\sqrt{x^2 + 6x} < 8$ [$-3 - \sqrt{73} < x \leq -6 \vee 0 \leq x < -3 + \sqrt{73}$]
 195. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} > 0$ [$x < -1 \vee x > 3$]
 196. $\sqrt{x^2 + 8x} \leq 3$ [$-9 \leq x \leq -8 \vee 0 \leq x \leq 1$]
 197. $\sqrt{3x - 6} \geq -1$ [$x \geq 2$]
 198. $\sqrt{4x - 3} < 6$ [$\frac{3}{4} \leq x < \frac{39}{4}$]
 199. $\sqrt{3x + 1} > 8$ [$x > 21$]
 200. $\sqrt{x^2 + 4x} \geq 3$ [$x \leq -2 - \sqrt{13} \vee x \geq -2 + \sqrt{13}$]
 201. $\sqrt{x - 1} < -1$ [$S = \emptyset$]
 202. $\sqrt{2x + 1} > 6$ [$x > \frac{35}{2}$]
 203. $\sqrt{5x - 1} \leq 8$ [$\frac{1}{5} \leq x \leq 13$]
 204. $\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$ [$x \leq -3 \vee x \geq 1$]
 205. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} < 3$ [$-4 < x < 2$]
 206. $\sqrt{x^2 - 25} > -1$ [$x \leq -5 \vee x \geq 5$]
 207. $\sqrt{x + 2} \leq 6$ [$-2 \leq x \leq 34$]
 208. $\sqrt{-x + 6} \geq 8$ [$x \leq -58$]
 209. $\sqrt{-2x + 8} < 0$ [$S = \emptyset$]

210. $\sqrt{x^2 - 1} > 3$ [$x < -\sqrt{10} \vee x > \sqrt{10}$]
 211. $\sqrt{x^2 - 16} \leq -1$ [$S = \emptyset$]
 212. $\sqrt{x^2 - 2} \geq 6$ [$x \leq -\sqrt{38} \vee x \geq \sqrt{38}$]
 213. $\sqrt{x - 5} < 8$ [$5 \leq x < 69$]
 214. $\sqrt{x} > 0$ [$x > 0$]
 215. $\sqrt{x^2 - 4} \leq 3$ [$-\sqrt{13} \leq x \leq -2 \vee 2 \leq x \leq \sqrt{13}$]
 216. $\sqrt{x^2 - 9} \geq -1$ [$x \leq -3 \vee x \geq 3$]
 217. $\sqrt{x^2 - x - 6} < 6$ [$-6 < x \leq -2 \vee 3 \leq x < 7$]
 218. $\sqrt{2x - 3} > 8$ [$x > \frac{67}{2}$]
 219. $\sqrt{x + 4} \leq 0$ [$x = -4$]
 220. $\sqrt{x + 7} \geq 3$ [$x \geq 2$]
 221. $\sqrt{x^2 + 6x} < -1$ [$S = \emptyset$]
 222. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} > 6$ [$x < 1 - 2\sqrt{10} \vee x > 1 + 2\sqrt{10}$]
 223. $\sqrt{x^2 + 8x} \leq 8$ [$-4 - 4\sqrt{5} \leq x \leq -8 \vee 0 \leq x \leq -4 + 4\sqrt{5}$]
 224. $\sqrt{3x - 6} \geq 0$ [$x \geq 2$]
 225. $\sqrt{4x - 3} < 3$ [$\frac{3}{4} \leq x < 3$]
 226. $\sqrt{3x + 1} > -1$ [$x \geq -\frac{1}{3}$]
 227. $\sqrt{x^2 - 4x} \leq 6$ [$2 - 2\sqrt{10} \leq x \leq 0 \vee 4 \leq x \leq 2 + 2\sqrt{10}$]
 228. $\sqrt{x^2 + 4x} \geq 8$ [$x \leq -2 - 2\sqrt{17} \vee x \geq -2 + 2\sqrt{17}$]

4. Radice minore di un'espressione: il sistema

Teoria: par. 5

■ ■ ■ ■ Caso del minore: *un sistema di tre righe — la C.E., la positività del secondo membro, e la disequazione elevata.*

229. $\sqrt{x^2 + 2x - 15} < x - 1$ [$3 \leq x < 4$]
 230. $\sqrt{2x - 3} < x$ [$x \geq \frac{3}{2}$]
 231. $\sqrt{x^2 - 4} < x - 1$ [$2 \leq x < \frac{5}{2}$]
 232. $\sqrt{x + 6} < x$ [$x > 3$]
 233. $\sqrt{x^2 - 1} \leq x + 1$ [$x = -1 \vee x \geq 1$]
 234. $\sqrt{x - 1} < x - 1$ [$x > 2$]
 235. $\sqrt{x^2 - x - 6} < x - 1$ [$3 \leq x < 7$]
 236. $\sqrt{3x + 1} \leq x + 1$ [$-\frac{1}{3} \leq x \leq 0 \vee x \geq 1$]
 237. $\sqrt{x^2 - 9} < x - 3$ [$S = \emptyset$]
 238. $\sqrt{x + 4} < x - 2$ [$x > 5$]
 239. $\sqrt{x^2 + 4x} < x + 1$ [$0 \leq x < \frac{1}{2}$]
 240. $\sqrt{2x + 5} \leq x + 1$ [$x \geq 2$]
 241. $\sqrt{x - 1} \leq x - 1$ [$x = 1 \vee x \geq 2$]
 242. $\sqrt{2x + 1} < x - 2$ [$x > 3 + \sqrt{6}$]
 243. $\sqrt{5x - 1} < -x + 2$ [$\frac{1}{5} \leq x < \frac{9}{2} - \frac{\sqrt{61}}{2}$]
 244. $\sqrt{x^2 + 2x - 3} \leq x - 5$ [$S = \emptyset$]
 245. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} < x + 3$ [$x > -2$]
 246. $\sqrt{x^2 - 25} < -x + 1$ [$x \leq -5$]
 247. $\sqrt{x + 2} \leq -2x + 3$ [$-2 \leq x \leq \frac{13}{8} - \frac{\sqrt{57}}{8}$]
 248. $\sqrt{-x + 6} < x + 5$ [$-\frac{11}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2} < x \leq 6$]
 249. $\sqrt{-2x + 8} < x - 8$ [$S = \emptyset$]
 250. $\sqrt{x^2 - 1} \leq x + 6$ [$-\frac{37}{12} \leq x \leq -1 \vee x \geq 1$]
 251. $\sqrt{x^2 - 16} < 3x - 4$ [$x \geq 4$]
 252. $\sqrt{x^2 - 2} < x - 3$ [$S = \emptyset$]
 253. $\sqrt{x - 5} \leq 2x - 1$ [$x \geq 5$]
 254. $\sqrt{x} < x + 2$ [$x \geq 0$]
 255. $\sqrt{x^2 - 4} < -x + 4$ [$x \leq -2 \vee 2 \leq x < \frac{5}{2}$]
 256. $\sqrt{x^2 - 9} \leq x - 6$ [$S = \emptyset$]

257. $\sqrt{x^2 - x - 6} < x + 4 \left[-\frac{22}{9} < x \leq -2 \vee x \geq 3 \right]$

258. $\sqrt{2x - 3} < x - 7 \left[x > 8 + 2\sqrt{3} \right]$

259. $\sqrt{x + 4} \leq -x + 6 \left[-4 \leq x \leq \frac{13}{2} - \frac{\sqrt{41}}{2} \right]$

260. $\sqrt{x + 7} < 2x - 7 \left[x > \frac{21}{4} \right]$

261. $\sqrt{x^2 + 6x} < 5x - 2 \left[x > \frac{13}{24} + \frac{\sqrt{73}}{24} \right]$

262. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq x \left[x \geq 3 \right]$

263. $\sqrt{x^2 + 8x} < x + 1 \left[0 \leq x < \frac{1}{6} \right]$

264. $\sqrt{3x - 6} < x - 4 \left[x > \frac{11}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2} \right]$

265. $\sqrt{4x - 3} \leq 2x + 1 \left[x \geq \frac{3}{4} \right]$

266. $\sqrt{3x + 1} < 3x - 2 \left[x > \frac{5}{6} + \frac{\sqrt{13}}{6} \right]$

267. $\sqrt{x^2 - 4x} < 2x - 3 \left[x \geq 4 \right]$

268. $\sqrt{x^2 + 4x} \leq 3x + 1 \left[x \geq 0 \right]$

269. $\sqrt{x - 1} < 2x + 5 \left[x \geq 1 \right]$

270. $\sqrt{2x + 1} < 4x - 1 \left[x > \frac{5}{8} \right]$

271. $\sqrt{5x - 1} \leq -3x + 2 \left[\frac{1}{5} \leq x \leq \frac{17}{18} - \frac{\sqrt{109}}{18} \right]$

272. $\sqrt{x^2 + 2x - 3} < x - 9 \left[S = \emptyset \right]$

273. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} < x - 1 \left[S = \emptyset \right]$

274. $\sqrt{x^2 - 25} \leq x - 2 \left[5 \leq x \leq \frac{29}{4} \right]$

275. $\sqrt{x + 2} < -x + 2 \left[-2 \leq x < \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} \right]$

276. $\sqrt{-x + 6} < x - 5 \left[\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} < x \leq 6 \right]$

277. $\sqrt{-2x + 8} \leq x + 3 \left[-4 + \sqrt{15} \leq x \leq 4 \right]$

278. $\sqrt{x^2 - 1} < -x + 1 \left[x \leq -1 \right]$

279. $\sqrt{x^2 - 16} < -2x + 3 \left[x \leq -4 \right]$

280. $\sqrt{x^2 - 2} \leq x + 5 \left[-\frac{27}{10} \leq x \leq -\sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{2} \right]$

281. $\sqrt{x - 5} < x - 8 \left[x > \frac{17}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} \right]$

282. $\sqrt{x} < x + 6 \left[x \geq 0 \right]$

283. $\sqrt{x^2 - 4} \leq 3x - 4 \left[x \geq 2 \right]$

284. $\sqrt{x^2 - x - 6} < 2x - 1 \left[x \geq 3 \right]$

285. $\sqrt{2x - 3} \leq x + 2 \left[x \geq \frac{3}{2} \right]$

286. $\sqrt{x + 4} < -x + 4 \left[-4 \leq x < \frac{9}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2} \right]$

287. $\sqrt{x + 7} < x - 6 \left[x > \frac{13}{2} + \frac{\sqrt{53}}{2} \right]$

288. $\sqrt{x^2 + 6x} \leq x + 4 \left[x \geq 0 \right]$

289. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} < x - 7 \left[S = \emptyset \right]$

290. $\sqrt{x^2 + 8x} < -x + 6 \left[x \leq -8 \vee 0 \leq x < \frac{9}{5} \right]$

291. $\sqrt{3x - 6} \leq 2x - 7 \left[x \geq 5 \right]$

292. $\sqrt{4x - 3} < 5x - 2 \left[x \geq \frac{3}{4} \right]$

293. $\sqrt{3x + 1} < x \left[x > \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} \right]$

294. $\sqrt{x^2 - 4x} \leq x + 1 \left[-\frac{1}{6} \leq x \leq 0 \vee x \geq 4 \right]$

295. $\sqrt{x^2 + 4x} < x - 4 \left[S = \emptyset \right]$

296. $\sqrt{x - 1} < 2x + 1 \left[x \geq 1 \right]$

297. $\sqrt{2x + 1} \leq 3x - 2 \left[x \geq \frac{7}{9} + \frac{\sqrt{22}}{9} \right]$

298. $\sqrt{5x - 1} < 2x - 3 \left[x > \frac{17}{8} + \frac{\sqrt{129}}{8} \right]$

299. $\sqrt{x^2 + 2x - 3} < 3x + 1 \left[x \geq 1 \right]$

300. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} \leq 2x + 5 \left[x \geq -2 \right]$

301. $\sqrt{x^2 - 25} < 4x - 1 \left[x \geq 5 \right]$

302. $\sqrt{x + 2} < -3x + 2 \left[-2 \leq x < \frac{13}{18} - \frac{\sqrt{97}}{18} \right]$

303. $\sqrt{-x + 6} \leq x - 9 \left[S = \emptyset \right]$

304. $\sqrt{-2x + 8} < x - 1 \left[\sqrt{7} < x \leq 4 \right]$

305. $\sqrt{x^2 - 1} < x - 2 \left[S = \emptyset \right]$

306. $\sqrt{x^2 - 16} \leq -x + 2 \left[x \leq -4 \right]$

307. $\sqrt{x^2 - 2} < x - 5 \left[S = \emptyset \right]$

308. $\sqrt{x - 5} < x + 3 \left[x \geq 5 \right]$

■ ■ ■ ■ Ancora il caso del minore, con radicandi di secondo grado. Attenzione: la terza riga da sola non

garantisce l'esistenza della radice, e la C.E. serve davvero.

$$309. \sqrt{x} \leq -x + 1 \left[0 \leq x \leq \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \right]$$

$$310. \sqrt{x^2 - 4} < -2x + 3 \quad [x \leq -2]$$

$$311. \sqrt{x^2 - 9} < x + 5 \left[-\frac{17}{5} < x \leq -3 \vee x \geq 3 \right]$$

$$312. \sqrt{x^2 - x - 6} \leq x - 8 \quad [S = \emptyset]$$

$$313. \sqrt{2x - 3} < x + 6 \quad \left[x \geq \frac{3}{2} \right]$$

$$314. \sqrt{x + 4} < 3x - 4 \quad \left[x > \frac{25}{18} + \frac{\sqrt{193}}{18} \right]$$

$$315. \sqrt{x + 7} \leq x - 3 \quad \left[x \geq \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{41}}{2} \right]$$

$$316. \sqrt{x^2 + 6x} < 2x - 1 \quad \left[x > \frac{5}{3} + \frac{\sqrt{22}}{3} \right]$$

$$317. \sqrt{x^2 - 2x - 3} < x + 2 \quad \left[-\frac{7}{6} < x \leq -1 \vee x \geq 3 \right]$$

$$318. \sqrt{x^2 + 8x} \leq -x + 4 \quad [x \leq -8 \vee 0 \leq x \leq 1]$$

$$319. \sqrt{3x - 6} < x - 6 \quad \left[x > \frac{15}{2} + \frac{\sqrt{57}}{2} \right]$$

$$320. \sqrt{4x - 3} < x + 4 \quad \left[x \geq \frac{3}{4} \right]$$

$$321. \sqrt{3x + 1} \leq x - 7 \quad \left[x \geq \frac{17}{2} + \frac{\sqrt{97}}{2} \right]$$

$$322. \sqrt{x^2 - 4x} < -x + 6 \quad [x \leq 0 \vee 4 \leq x < \frac{9}{2}]$$

$$323. \sqrt{x^2 + 4x} < 2x - 7 \quad \left[x > \frac{16}{3} + \frac{\sqrt{109}}{3} \right]$$

$$324. \sqrt{x - 1} \leq 5x - 2 \quad [x \geq 1]$$

$$325. \sqrt{2x + 1} < x \quad [x > 1 + \sqrt{2}]$$

$$326. \sqrt{5x - 1} < x + 1 \quad \left[\frac{1}{5} \leq x < 1 \vee x > 2 \right]$$

$$327. \sqrt{x^2 + 2x - 3} \leq x - 4 \quad [S = \emptyset]$$

$$328. \sqrt{x^2 + 2x + 1} < 2x + 1 \quad [x > 0]$$

$$329. \sqrt{x^2 - 25} < 3x - 2 \quad [x \geq 5]$$

$$330. \sqrt{x + 2} \leq 2x - 3 \quad \left[x \geq \frac{13}{8} + \frac{\sqrt{57}}{8} \right]$$

$$331. \sqrt{-x + 6} < 3x + 1 \quad \left[-\frac{7}{18} + \frac{\sqrt{229}}{18} < x \leq 6 \right]$$

$$332. \sqrt{-2x + 8} < 2x + 5 \quad \left[-\frac{11}{4} + \frac{\sqrt{53}}{4} < x \leq 4 \right]$$

$$333. \sqrt{x^2 - 1} \leq 4x - 1 \quad [x \geq 1]$$

$$334. \sqrt{x^2 - 16} < -3x + 2 \quad [x \leq -4]$$

$$335. \sqrt{x^2 - 2} < x - 9 \quad [S = \emptyset]$$

$$336. \sqrt{x - 5} \leq x - 1 \quad [x \geq 5]$$

$$337. \sqrt{x} < x - 2 \quad [x > 4]$$

$$338. \sqrt{x^2 - 4} < -x + 2 \quad [x \leq -2]$$

$$339. \sqrt{x^2 - 9} \leq x - 5 \quad [S = \emptyset]$$

$$340. \sqrt{x^2 - x - 6} < x + 3 \quad \left[-\frac{15}{7} < x \leq -2 \vee x \geq 3 \right]$$

$$341. \sqrt{2x - 3} < -x + 1 \quad [S = \emptyset]$$

$$342. \sqrt{x + 4} \leq -2x + 3 \quad \left[-4 \leq x \leq \frac{13}{8} - \frac{\sqrt{89}}{8} \right]$$

$$343. \sqrt{x + 7} < x + 5 \quad [x > -3]$$

$$344. \sqrt{x^2 + 6x} < x - 8 \quad [S = \emptyset]$$

$$345. \sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq x + 6 \quad \left[-\frac{39}{14} \leq x \leq -1 \vee x \geq 3 \right]$$

$$346. \sqrt{x^2 + 8x} < 3x - 4 \quad [x > 2 + \sqrt{2}]$$

$$347. \sqrt{3x - 6} < x - 3 \quad \left[x > \frac{9}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2} \right]$$

$$348. \sqrt{4x - 3} \leq 2x - 1 \quad \left[x \geq \frac{3}{4} \right]$$

$$349. \sqrt{3x + 1} < x + 2 \quad \left[x \geq -\frac{1}{3} \right]$$

$$350. \sqrt{x^2 - 4x} < -x + 4 \quad [x \leq 0]$$

$$351. \sqrt{x^2 + 4x} \leq x - 6 \quad [S = \emptyset]$$

$$352. \sqrt{x - 1} < x + 4 \quad [x \geq 1]$$

$$353. \sqrt{2x + 1} < x - 7 \quad [x > 12]$$

5. Radice maggiore di un'espressione: l'unione di due sistemi

Teoria: par. 6

■■■□ Caso del maggiore: due sistemi, e la risposta è la loro unione. Dove il secondo membro è negativo la disequazione è già vera.

354. $\sqrt{x-1} > x-3$ [$1 \leq x < 5$]

355. $\sqrt{x+2} > x$ [$-2 \leq x < 2$]

356. $\sqrt{x^2+x-2} \geq -x+2$ [$x \geq \frac{6}{5}$]

357. $\sqrt{x^2-4} > x-1$ [$x \leq -2 \vee x > \frac{5}{2}$]

358. $\sqrt{x+3} > x-1$ [$-3 \leq x < \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}$]

359. $\sqrt{x^2-9} > x-1$ [$x \leq -3 \vee x > 5$]

360. $\sqrt{2x+1} \geq x-2$ [$-\frac{1}{2} \leq x \leq 3 + \sqrt{6}$]

361. $\sqrt{x^2-2x-3} > x-3$ [$x \leq -1 \vee x > 3$]

362. $\sqrt{x+5} > x+1$ [$-5 \leq x < -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}$]

363. $\sqrt{x^2-1} \geq x-2$ [$x \leq -1 \vee x \geq 1$]

364. $\sqrt{3x-2} > x-2$ [$\frac{2}{3} \leq x < 6$]

365. $\sqrt{x^2+2x} > x+1$ [$x \leq -2$]

366. $\sqrt{x-5} \geq x-3$ [$S = \emptyset$]

367. $\sqrt{-x+6} > -x+2$ [$\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} < x \leq 6$]

368. $\sqrt{5x-1} > 3x-2$ [$\frac{1}{5} \leq x < \frac{17}{18} + \frac{\sqrt{109}}{18}$]

369. $\sqrt{3x+1} \geq x+4$ [$S = \emptyset$]

370. $\sqrt{x^2+6x} > x+5$ [$x \leq -6$]

371. $\sqrt{x^2-9} > -3x+2$ [$x \geq 3$]

372. $\sqrt{x^2-16} \geq x$ [$x \leq -4$]

373. $\sqrt{x^2-25} > 2x-1$ [$x \leq -5$]

374. $\sqrt{x-1} > x-5$ [$1 \leq x < \frac{11}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}$]

375. $\sqrt{3x-6} \geq 2x-3$ [$S = \emptyset$]

376. $\sqrt{x+4} > x-7$ [$-4 \leq x < \frac{15}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2}$]

377. $\sqrt{x} > x-8$ [$0 \leq x < \frac{17}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}$]

378. $\sqrt{-2x+8} \geq x-9$ [$x \leq 4$]

379. $\sqrt{x^2+2x-3} > x+1$ [$x \leq -3$]

380. $\sqrt{x^2-4x} > x+2$ [$x < -\frac{1}{2}$]

381. $\sqrt{x^2-2x-3} \geq x+3$ [$x \leq -\frac{3}{2}$]

382. $\sqrt{x^2-x-6} > 3x+1$ [$x \leq -2$]

383. $\sqrt{x^2-2} > -x+6$ [$x > \frac{19}{6}$]

384. $\sqrt{x+2} \geq x+6$ [$S = \emptyset$]

385. $\sqrt{2x+1} > x-1$ [$-\frac{1}{2} \leq x < 4$]

386. $\sqrt{4x-3} > x-4$ [$\frac{3}{4} \leq x < 6 + \sqrt{17}$]

387. $\sqrt{x+7} \geq -x+4$ [$x \geq \frac{9}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{2}$]

388. $\sqrt{x^2-4} > -x+1$ [$x \geq 2$]

389. $\sqrt{x^2-1} > 2x+5$ [$x < -\frac{10}{3} + \frac{\sqrt{22}}{3}$]

390. $\sqrt{x^2+2x+1} \geq 2x-7$ [$x \leq 8$]

391. $\sqrt{x^2+4x} > 3x-4$ [$x \leq -4 \vee 0 \leq x < \frac{7}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4}$]

392. $\sqrt{x^2+8x} > x-2$ [$x \leq -8 \vee x \geq 0$]

393. $\sqrt{2x-3} \geq 2x+1$ [$S = \emptyset$]

■■■■ Ancora il caso del maggiore. Qui uno dei due sistemi è spesso vuoto, e riconoscerlo prima di risolverlo fa risparmiare metà del lavoro.

394. $\sqrt{x-5} > x-6$ [$5 \leq x < \frac{13}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$]

395. $\sqrt{-x+6} > -2x+3$ [$\frac{11}{8} - \frac{\sqrt{73}}{8} < x \leq 6$]

396. $\sqrt{5x-1} \geq 4x-1$ [$\frac{1}{5} \leq x \leq \frac{13}{32} + \frac{\sqrt{41}}{32}$]

397. $\sqrt{3x+1} > 5x-2$ [$-\frac{1}{3} \leq x < \frac{23}{50} + \frac{\sqrt{229}}{50}$]

398. $\sqrt{x^2+6x} > x-3$ [$x \leq -6 \vee x \geq 0$]

399. $\sqrt{x^2-9} \geq -x+2$ [$x \geq 3$]

400. $\sqrt{x^2-16} > 3x-2$ [$x \leq -4$]

401. $\sqrt{x^2-25} > x+4$ [$x \leq -5$]

402. $\sqrt{x-1} \geq x+5$ [$S = \emptyset$]

403. $\sqrt{3x-6} > -3x+2$ [$x \geq 2$]

404. $\sqrt{x+4} > x \left[-4 \leq x < \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} \right]$

405. $\sqrt{x} \geq 2x - 1 \left[0 \leq x \leq 1 \right]$

406. $\sqrt{-2x+8} > x - 5 \left[x \leq 4 \right]$

407. $\sqrt{x^2+2x-3} > 2x - 3 \left[x \leq -3 \vee 1 \leq x < \frac{7}{3} + \frac{\sqrt{13}}{3} \right]$

408. $\sqrt{x^2-4x} \geq x - 7 \left[x \leq 0 \vee x \geq 4 \right]$

409. $\sqrt{x^2-2x-3} > x - 8 \left[x \leq -1 \vee x \geq 3 \right]$

410. $\sqrt{x^2-x-6} > x - 9 \left[x \leq -2 \vee x \geq 3 \right]$

411. $\sqrt{x^2-2} \geq x + 1 \left[x \leq -\sqrt{2} \right]$

412. $\sqrt{x+2} > x + 2 \left[-2 < x < -1 \right]$

413. $\sqrt{2x+1} > x + 3 \left[S = \emptyset \right]$

6. Radice contro radice

Teoria: par. 7

■ ■ ■ ■ Due radici dello stesso indice: si confrontano i radicandi. La C.E. si impone a uno solo dei due, e quale dipende dal verso.

414. $\sqrt{3x-2} < \sqrt{x+6} \left[\frac{2}{3} \leq x < 4 \right]$

415. $\sqrt{x^2-1} > \sqrt{x+5} \left[-5 \leq x < -2 \vee x > 3 \right]$

416. $\sqrt{2x+1} < \sqrt{x+4} \left[-\frac{1}{2} \leq x < 3 \right]$

417. $\sqrt{x-3} \geq \sqrt{2x-8} \left[4 \leq x \leq 5 \right]$

418. $\sqrt{x^2} < \sqrt{x+2} \left[-1 < x < 2 \right]$

419. $\sqrt{5x-1} \leq \sqrt{2x+8} \left[\frac{1}{5} \leq x \leq 3 \right]$

420. $\sqrt{x^2-4} > \sqrt{x+2} \left[x > 3 \right]$

421. $\sqrt{x+7} < \sqrt{3x+1} \left[x > 3 \right]$

422. $\sqrt{4x-3} \geq \sqrt{x+6} \left[x \geq 3 \right]$

423. $\sqrt{x^2+2x} < \sqrt{x} \left[S = \emptyset \right]$

424. $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2x-4} \left[x \geq 5 \right]$

425. $\sqrt{x^2-9} > \sqrt{x+3} \left[x > 4 \right]$

426. $\sqrt{x-1} < \sqrt{-x+6} \left[1 \leq x < \frac{7}{2} \right]$

427. $\sqrt{3x-6} > \sqrt{-2x+8} \left[\frac{14}{5} < x \leq 4 \right]$

428. $\sqrt{x+4} \leq \sqrt{x^2-1} \left[-4 \leq x \leq \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2} \vee x \geq \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2} \right]$

429. $\sqrt{x} \geq \sqrt{x^2-16} \left[4 \leq x \leq \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{65}}{2} \right]$

430. $\sqrt{-2x+8} < \sqrt{x^2-2} \left[x < -1 - \sqrt{11} \vee -1 + \sqrt{11} < x \leq 4 \right]$

431. $\sqrt{x^2+2x-3} > \sqrt{x-5} \left[x \geq 5 \right]$

432. $\sqrt{x^2-4x} \leq \sqrt{x} \left[x = 0 \vee 4 \leq x \leq 5 \right]$

433. $\sqrt{x^2-2x-3} \geq \sqrt{x^2-4} \left[x \leq -2 \right]$

434. $\sqrt{x^2-x-6} < \sqrt{x^2-9} \left[x > 3 \right]$

435. $\sqrt{x^2-2} > \sqrt{x^2-x-6} \left[-4 < x \leq -2 \vee x \geq 3 \right]$

436. $\sqrt{x+2} \leq \sqrt{2x-3} \left[x \geq 5 \right]$

437. $\sqrt{2x+1} \geq \sqrt{x+4} \left[x \geq 3 \right]$

438. $\sqrt{4x-3} < \sqrt{x+7} \left[\frac{3}{4} \leq x < \frac{10}{3} \right]$

■ ■ ■ ■ Ancora radice contro radice, con radicandi di secondo grado.

439. $\sqrt{x+7} > \sqrt{x^2+6x} \left[-\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{53}}{2} < x \leq -6 \vee 0 \leq x < -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{53}}{2} \right]$

440. $\sqrt{x^2-4} \leq \sqrt{x^2-2x-3} \left[x \leq -2 \right]$

441. $\sqrt{x^2-1} \geq \sqrt{x^2+8x} \left[x \leq -8 \right]$

442. $\sqrt{x^2+2x+1} < \sqrt{3x-6} \left[S = \emptyset \right]$

443. $\sqrt{x^2+4x} > \sqrt{4x-3} \left[x \geq \frac{3}{4} \right]$

$$444. \sqrt{x^2 + 8x} \leq \sqrt{3x + 1} \left[0 \leq x \leq -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{29}}{2} \right]$$

$$445. \sqrt{2x - 3} \geq \sqrt{x^2 - 4x} \left[4 \leq x \leq 3 + \sqrt{6} \right]$$

$$446. \sqrt{x - 5} < \sqrt{x^2 + 4x} \left[x \geq 5 \right]$$

$$447. \sqrt{-x + 6} > \sqrt{x - 1} \left[1 \leq x < \frac{7}{2} \right]$$

$$448. \sqrt{5x - 1} \leq \sqrt{2x + 1} \left[\frac{1}{5} \leq x \leq \frac{2}{3} \right]$$

$$449. \sqrt{3x + 1} \geq \sqrt{5x - 1} \left[\frac{1}{5} \leq x \leq 1 \right]$$

$$450. \sqrt{x^2 + 6x} < \sqrt{x^2 + 2x - 3} \left[x \leq -6 \right]$$

$$451. \sqrt{x^2 - 9} > \sqrt{x^2 + 2x + 1} \left[x < -5 \right]$$

$$452. \sqrt{x^2 - 16} \leq \sqrt{x^2 - 25} \left[S = \emptyset \right]$$

$$453. \sqrt{x^2 - 25} \geq \sqrt{x + 2} \left[x \geq \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{109}}{2} \right]$$

7. Due o più radicali

Teoria: par. 8

■■■□ Si isola una radice, si eleva, si isola quella che resta e si eleva di nuovo. Il verso può rovesciarsi: guarda da che parte è finita la radice.

$$454. \sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 1} < 1 \left[x > 2 \right]$$

$$455. \sqrt{x + 5} - \sqrt{x} > 1 \left[0 \leq x < 4 \right]$$

$$456. \sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 1} < 1 \left[x > \frac{13}{4} \right]$$

$$457. \sqrt{x + 8} - \sqrt{x} > 2 \left[0 \leq x < 1 \right]$$

$$458. \sqrt{x + 4} - \sqrt{x} \leq 1 \left[x \geq \frac{9}{4} \right]$$

$$459. \sqrt{x + 7} - \sqrt{x + 2} \geq 1 \left[-2 \leq x \leq 2 \right]$$

$$460. \sqrt{x + 6} - \sqrt{x + 1} < 1 \left[x > 3 \right]$$

$$461. \sqrt{x + 9} - \sqrt{x} > 3 \left[S = \emptyset \right]$$

$$462. \sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 3} < 2 \left[x > 3 \right]$$

$$463. \sqrt{x + 12} - \sqrt{x + 3} > 2 \left[-3 \leq x < -\frac{23}{16} \right]$$

$$464. \sqrt{x + 5} - \sqrt{x} > 3 \left[S = \emptyset \right]$$

$$465. \sqrt{x + 3} - \sqrt{x + 1} \leq 1 \left[x \geq -\frac{3}{4} \right]$$

$$466. \sqrt{x + 8} - \sqrt{x + 3} \geq 1 \left[-3 \leq x \leq 1 \right]$$

$$467. \sqrt{x + 4} - \sqrt{x + 2} < 2 \left[x \geq -2 \right]$$

■■■■ Ancora due radicali. Alla fine si interseca sempre con la C.E.: senza, la risposta contiene valori in cui una delle due radici non esiste.

$$468. \sqrt{x + 7} - \sqrt{x} > 5 \left[S = \emptyset \right]$$

$$469. \sqrt{x + 6} - \sqrt{x + 1} \leq 1 \left[x \geq 3 \right]$$

$$470. \sqrt{x + 9} - \sqrt{x} \geq 2 \left[0 \leq x \leq \frac{25}{16} \right]$$

$$471. \sqrt{x + 1} - \sqrt{x} < 3 \left[x \geq 0 \right]$$

$$472. \sqrt{x+12} - \sqrt{x} > 2 \quad [0 \leq x < 4]$$

$$473. \sqrt{x+10} - \sqrt{x+1} \leq 1 \quad [x \geq 15]$$

$$474. \sqrt{x+15} - \sqrt{x-2} \geq 1 \quad [2 \leq x \leq 66]$$

$$475. \sqrt{x+11} - \sqrt{x+5} < 1 \quad [x > \frac{5}{4}]$$

$$476. \sqrt{x+13} - \sqrt{x+8} > 3 \quad [S = \emptyset]$$

$$477. \sqrt{x+16} - \sqrt{x-1} \leq 2 \quad [x \geq \frac{185}{16}]$$

$$478. \sqrt{x+20} - \sqrt{x+2} \geq 1 \quad [-2 \leq x \leq \frac{281}{4}]$$

$$479. \sqrt{x+14} - \sqrt{x-3} < 4 \quad [x > \frac{193}{64}]$$

8. Sistemi di disequazioni irrazionali

Teoria: par. 9

■ ■ ■ □ Ogni riga si risolve per conto suo, con il metodo che le spetta; poi il grafico delle soluzioni e l'intersezione.

$$480. \begin{cases} \sqrt{x-1} < 2 \\ \sqrt{x-1} > 0 \end{cases} \quad [1 < x < 5]$$

$$481. \begin{cases} \sqrt{2x-3} < x \\ \sqrt{2x-3} < 3 \end{cases} \quad [\frac{3}{2} \leq x < 6]$$

$$482. \begin{cases} \sqrt{x+2} > x \\ \sqrt{x+2} > 1 \end{cases} \quad [-1 < x < 2]$$

$$483. \begin{cases} \sqrt{3x-2} < \sqrt{x+6} \\ \sqrt{3x-2} > 1 \end{cases} \quad [1 < x < 4]$$

$$484. \begin{cases} \sqrt[3]{x-1} \leq 2 \\ \sqrt{x+5} > 2 \end{cases} \quad [-1 < x \leq 9]$$

$$485. \begin{cases} \sqrt{x^2-4} < 3 \\ \sqrt{x^2-4} > 0 \end{cases} \quad [-\sqrt{13} < x < -2 \vee 2 < x < \sqrt{13}]$$

$$486. \begin{cases} \sqrt{x+6} < x \\ \sqrt{x+6} \leq 4 \end{cases} \quad [3 < x \leq 10]$$

$$487. \begin{cases} \sqrt{x-1} > x-3 \\ \sqrt{x-1} \geq 1 \end{cases} \quad [2 \leq x < 5]$$

$$488. \begin{cases} \sqrt{x-1} < x-1 \\ \sqrt{x-1} \geq 2 \end{cases} \quad [x \geq 5]$$

$$489. \begin{cases} \sqrt{3x-6} > x-4 \\ \sqrt{3x-6} > 6 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$490. \begin{cases} \sqrt{x+4} < -1 \\ \sqrt{x+4} \geq 1 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$491. \begin{cases} \sqrt{x} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{x} > -3 \end{cases} \quad [x > 1 + \sqrt{7}]$$

$$492. \begin{cases} \sqrt{-2x+8} < 2x+5 \\ \sqrt{-2x+8} \geq 0 \end{cases} \quad \left[-\frac{11}{4} + \frac{\sqrt{53}}{4} < x \leq 4\right]$$

$$493. \begin{cases} \sqrt{x^2+2x-3} > 2x-7 \\ \sqrt{x^2+2x-3} > -2 \end{cases} \quad \left[x \leq -3 \vee 1 \leq x < 5 + \frac{\sqrt{69}}{3}\right]$$

$$494. \begin{cases} \sqrt{x^2-4x} < 3 \\ \sqrt{x^2-4x} \geq 10 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$495. \begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{x^2-2x-3} > -1 \end{cases} \quad [x > 3]$$

$$496. \begin{cases} \sqrt{x^2-x-6} < 2x+1 \\ \sqrt{x^2-x-6} \geq -5 \end{cases} \quad [x \geq 3]$$

$$497. \begin{cases} \sqrt{x^2-2} > x-6 \\ \sqrt{x^2-2} > 5 \end{cases} \quad [x < -3\sqrt{3} \vee x > 3\sqrt{3}]$$

$$498. \begin{cases} \sqrt{x+2} < 0 \\ \sqrt{x+2} \geq 8 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$499. \begin{cases} \sqrt{2x+1} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{2x+1} > 4 \end{cases} \quad \left[x > \frac{15}{2}\right]$$

$$500. \begin{cases} \sqrt{4x-3} < 5x-2 \\ \sqrt{4x-3} \geq -4 \end{cases} \quad \left[x \geq \frac{3}{4}\right]$$

$$501. \begin{cases} \sqrt{x+7} > x-3 \\ \sqrt{x+7} > 3 \end{cases} \quad \left[2 < x < \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{41}}{2}\right]$$

$$502. \begin{cases} \sqrt{x^2-4} < 8 \\ \sqrt{x^2-4} \geq 7 \end{cases} \quad [-2\sqrt{17} < x \leq -\sqrt{53} \vee \sqrt{53} \leq x < 2\sqrt{17}]$$

$$503. \begin{cases} \sqrt{x^2-1} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{x^2-1} > 2 \end{cases} \quad [x < -5]$$

$$504. \begin{cases} \sqrt{x^2+2x+1} < x+4 \\ \sqrt{x^2+2x+1} \geq 6 \end{cases} \quad [x \geq 5]$$

$$505. \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4x} > x + 5 \\ \sqrt{x^2 + 4x} > 1 \end{cases} \quad [x < -2 - \sqrt{5}]$$

■ ■ ■ ■ Ancora sistemi, con righe di tipo diverso nella stessa graffa: una col minore, una col maggiore, una con il numero.

$$506. \begin{cases} \sqrt{x^2 + 8x} < 6 \\ \sqrt{x^2 + 8x} \geq -3 \end{cases} \quad [-4 - 2\sqrt{13} < x \leq -8 \vee 0 \leq x < -4 + 2\sqrt{13}]$$

$$507. \begin{cases} \sqrt{2x-3} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{2x-3} > 0 \end{cases} \quad [x > \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}]$$

$$508. \begin{cases} \sqrt{x-5} < 2x-1 \\ \sqrt{x-5} \geq -2 \end{cases} \quad [x \geq 5]$$

$$509. \begin{cases} \sqrt{-x+6} > x-5 \\ \sqrt{-x+6} > 10 \end{cases} \quad [x < -94]$$

$$510. \begin{cases} \sqrt{5x-1} < -1 \\ \sqrt{5x-1} \geq -1 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$511. \begin{cases} \sqrt{3x+1} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{3x+1} > -5 \end{cases} \quad [x > 2 + \sqrt{11}]$$

$$512. \begin{cases} \sqrt{x^2+6x} < x-8 \\ \sqrt{x^2+6x} \geq 5 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$513. \begin{cases} \sqrt{x^2-9} > x-9 \\ \sqrt{x^2-9} > 8 \end{cases} \quad [x < -\sqrt{73} \vee x > \sqrt{73}]$$

$$514. \begin{cases} \sqrt{x^2-16} < 3 \\ \sqrt{x^2-16} \geq 4 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$515. \begin{cases} \sqrt{x^2-25} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{x^2-25} > -4 \end{cases} \quad [x \leq -5 \vee 5 \leq x < 19]$$

$$516. \begin{cases} \sqrt{x-1} < x+3 \\ \sqrt{x-1} \geq 3 \end{cases} \quad [x \geq 10]$$

$$517. \begin{cases} \sqrt{3x-6} > 3x+1 \\ \sqrt{3x-6} > 7 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$518. \begin{cases} \sqrt{x+4} < 0 \\ \sqrt{x+4} \geq 2 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$519. \begin{cases} \sqrt{x} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{x} > 6 \end{cases} \quad [x > 36]$$

$$520. \begin{cases} \sqrt{-2x+8} < x-1 \\ \sqrt{-2x+8} \geq 1 \end{cases} \quad [\sqrt{7} < x \leq \frac{7}{2}]$$

$$521. \begin{cases} \sqrt{x^2+2x-3} > x-4 \\ \sqrt{x^2+2x-3} > -3 \end{cases} \quad [x \leq -3 \vee x \geq 1]$$

$$522. \begin{cases} \sqrt{x^2-4x} < 8 \\ \sqrt{x^2-4x} \geq 0 \end{cases} \quad [2-2\sqrt{17} < x \leq 0 \vee 4 \leq x < 2+2\sqrt{17}]$$

$$523. \begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{x^2-2x-3} > -2 \end{cases} \quad [x > 3]$$

$$524. \begin{cases} \sqrt{x+2} < 6 \\ \sqrt{x+2} \geq -5 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 34]$$

$$525. \begin{cases} \sqrt{2x+1} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{2x+1} > 5 \end{cases} \quad [x > 12]$$

9. Disequazioni di riepilogo

Teoria: par. 11

■■■□ Riepilogo: qui la consegna non dice che tipo è. La prima mossa si sceglie guardando la disequazione — indice, verso, e che cosa c'è a secondo membro.

$$526. \sqrt{2x+1} < 1 \quad [-\frac{1}{2} \leq x < 0]$$

$$527. \sqrt{-2x+8} < 2x+1 \quad [-\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{37}}{4} < x \leq 4]$$

$$528. \sqrt{x^2-9} \geq 3x-2 \quad [x \leq -3]$$

$$529. \sqrt{x^2+8x} > \sqrt{x^2-1} \quad [x \geq 1]$$

$$530. \sqrt{x+5} - \sqrt{x} < 1 \quad [x > 4]$$

$$531. \sqrt{x^2+8x} < -3x+2 \quad [x \leq -8 \vee 0 \leq x < \frac{5}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4}]$$

$$532. \sqrt{2x+1} \geq x-9 \quad [-\frac{1}{2} \leq x \leq 10+2\sqrt{5}]$$

$$533. \sqrt{-2x+8} \geq \sqrt{x^2-9} \quad [-1-3\sqrt{2} \leq x \leq -3 \vee 3 \leq x \leq -1+3\sqrt{2}]$$

$$534. \sqrt[3]{x} \geq 1 \quad [x \geq 1]$$

$$535. \sqrt{x+7} - \sqrt{x+2} \leq 1 \quad [x \geq 2]$$

$$536. \sqrt{2x+1} < -2 \quad [S = \emptyset]$$

$$537. \sqrt{-2x+8} < x+3 \quad [-4+\sqrt{15} < x \leq 4]$$

$$538. \sqrt{x^2-9} \geq -x+1 \quad [x \geq 3]$$

$$539. \sqrt{x^2+8x} > \sqrt{x^2-2x-3} \quad [x \geq 3]$$

$$540. \sqrt{x^2-9} \leq 7 \quad [-\sqrt{58} \leq x \leq -3 \vee 3 \leq x \leq \sqrt{58}]$$

$$541. \sqrt{2x+1} \geq x-3 \quad [-\frac{1}{2} \leq x \leq 4+2\sqrt{2}]$$

$$542. \sqrt{-2x+8} \geq \sqrt{x^2+4x} \quad [-3-\sqrt{17} \leq x \leq -4 \vee 0 \leq x \leq -3+\sqrt{17}]$$

$$543. \sqrt{2x+1} < -5 \quad [S = \emptyset]$$

$$544. \sqrt{-2x+8} < x+4 \quad [-5+\sqrt{17} < x \leq 4]$$

$$545. \sqrt{x^2-9} \geq x-7 \quad [x \leq -3 \vee x \geq 3]$$

$$546. \sqrt{x^2+8x} > \sqrt{x^2-25} \quad [x \geq 5]$$

$$547. \sqrt{x^2-9} \leq 1 \quad [-\sqrt{10} \leq x \leq -3 \vee 3 \leq x \leq \sqrt{10}]$$

■ ■ ■ ■ Ancora riepilogo, con i casi che si riconoscono a occhio mescolati a quelli che vogliono il sistema intero.

548. $\sqrt{2x+1} \geq x-4$ $[-\frac{1}{2} \leq x \leq 5 + \sqrt{10}]$

549. $\sqrt{2x+1} < 4$ $[-\frac{1}{2} \leq x < \frac{15}{2}]$

550. $\sqrt{x^2-9} \geq 4x-1$ $[x \leq -3]$

551. $\sqrt{x^2+8x} > \sqrt{2x-3}$ $[x \geq \frac{3}{2}]$

552. $\sqrt{x^2-9} \leq -2$ $[S = \emptyset]$

553. $\sqrt{x^2+8x} < -x+2$ $[x \leq -8 \vee 0 \leq x < \frac{1}{3}]$

554. $\sqrt{2x+1} \geq x-5$ $[-\frac{1}{2} \leq x \leq 6 + 2\sqrt{3}]$

555. $\sqrt{-2x+8} \geq \sqrt{3x-6}$ $[2 \leq x \leq \frac{14}{5}]$

556. $\sqrt{2x+1} < 7$ $[-\frac{1}{2} \leq x < 24]$

557. $\sqrt{x^2-9} \geq x+6$ $[x \leq -\frac{15}{4}]$

558. $\sqrt{x^2+8x} > \sqrt{2x+1}$ $[x > -3 + \sqrt{10}]$

559. $\sqrt{x^2-9} \leq -5$ $[S = \emptyset]$

560. $\sqrt{x^2+8x} < -x+4$ $[x \leq -8 \vee 0 \leq x < 1]$

561. $\sqrt{2x+1} \geq x-6$ $[-\frac{1}{2} \leq x \leq 7 + \sqrt{14}]$

562. $\sqrt{-2x+8} \geq \sqrt{-x+6}$ $[x \leq 2]$

563. $\sqrt{x^2-9} \geq x$ $[x \leq -3]$

10. Problemi

Teoria: par. 10

■ ■ ■ ■ Problemi. Scrivi l'incognita e che cosa rappresenta, poi la disequazione. Alla fine torna al testo: i valori che il problema non ammette si scartano dicendolo.

564. Per quali numeri la radice quadrata del numero diminuito di 2 è minore di 3? $[\sqrt{x-2} < 3$ con $x-2 \geq 0$: elevando, $x-2 < 9$, quindi $2 \leq x < 11$. L'estremo sinistro viene dalla C.E., non dai conti.]

565. Il lato di un quadrato di area A vale $\sqrt{A}$. Per quali aree il lato è minore di 7 cm? $[\sqrt{A} < 7$ con $A \geq 0$: $0 \leq A < 49$ cm². L'area negativa non esiste, e la C.E. lo dice da sola.]

566. La velocità di un corpo che cade da un'altezza h è $v = \sqrt{20h}$ m/s. Da quali altezze arriva a terra a più di 20 m/s? $[\sqrt{20h} > 20$ con $h \geq 0$: elevando, $20h > 400$, quindi $h > 20$ metri.]

567. Per quali numeri la radice quadrata del numero è maggiore di 4? $[\sqrt{x} > 4$: il secondo membro è positivo, si eleva e viene $x > 16$.]

568. Il periodo di un pendolo di lunghezza L metri è $T = 2\sqrt{L}$ secondi. Per quali lunghezze il periodo sta sotto i 6 secondi? [$2\sqrt{L} < 6$, cioè $\sqrt{L} < 3$ con $L \geq 0$: $0 \leq L < 9$ metri.]
569. Per quali valori esiste $\sqrt{x^2 - 16}$ e vale meno di 3? [$\sqrt{x^2 - 16} < 3$: C.E. $x \leq -4 \vee x \geq 4$; elevando, $x^2 < 25$, cioè $-5 < x < 5$. Intersecando: $-5 < x \leq -4 \vee 4 \leq x < 5$.]
570. Un tecnico misura una resistenza con $R = \sqrt{P}$, dove P è la potenza in watt. Per quali potenze la resistenza supera 5 ohm? [$\sqrt{P} > 5$ con $P \geq 0$: $P > 25$ watt.]
571. Per quali numeri la radice cubica del numero aumentato di 1 è minore di 2? [$\sqrt[3]{x+1} < 2$: l'indice è dispari, si eleva senza condizioni e viene $x+1 < 8$, cioè $x < 7$.]
572. Il raggio di un cerchio di area A soddisfa $r = \sqrt{A/\pi}$. Per quali aree il raggio sta fra 2 e 3 (estremi esclusi)? [$2 < \sqrt{A/\pi} < 3$ si spezza in due: $A/\pi > 4$ e $A/\pi < 9$, quindi $4\pi < A < 9\pi$.]
573. Per quali valori di x l'espressione $\sqrt{x-1} - 3$ è negativa? [$\sqrt{x-1} < 3$ con $x \geq 1$: elevando, $x-1 < 9$, quindi $1 \leq x < 10$.]
574. La diagonale di un quadrato di lato l è $d = l\sqrt{2}$. Per quali lati la diagonale sta sotto i 10 cm? [$l\sqrt{2} < 10$ con $l > 0$: $0 < l < 5\sqrt{2}$ cm. Qui la radice non contiene l'incognita: non è una disequazione irrazionale.]
575. Per quali numeri la radice quadrata del doppio del numero è maggiore del numero stesso? [$\sqrt{2x} > x$: caso del maggiore. Unione di $\{2x \geq 0, x < 0\}$ (vuoto) e $\{x \geq 0, 2x > x^2\}$, che dà $0 \leq x < 2$.]

■ ■ ■ ■ Problemi in cui la C.E. decide un pezzo della risposta.

576. Per quali valori di x il triangolo rettangolo di cateti 3 e x ha l'ipotenusa minore di 5? [$\sqrt{9+x^2} < 5$ con $x > 0$: il radicando è sempre positivo e il secondo membro pure, quindi si eleva: $9+x^2 < 25$, cioè $x^2 < 16$. Con $x > 0$: $0 < x < 4$.]
577. Per quali x la media geometrica fra x e $x+3$, cioè $\sqrt{x(x+3)}$, è minore di $x+1$? [caso del minore: $\{x^2+3x \geq 0, x+1 > 0, x^2+3x < x^2+2x+1\}$. La terza dà $x < 1$; con le prime due resta $0 \leq x < 1$.]
578. Per quali valori il perimetro $2(\sqrt{x}+4)$ di un rettangolo di lati $\sqrt{x}$ e 4 supera 14? [$2\sqrt{x}+8 > 14$, cioè $\sqrt{x} > 3$ con $x \geq 0$: $x > 9$.]
579. Il tempo di caduta da un'altezza h è $t = \sqrt{h/5}$ secondi. Per quali altezze il tempo sta fra 2 e 4 secondi, estremi compresi? [$\begin{cases} \sqrt{h/5} \geq 2 \\ \sqrt{h/5} \leq 4 \end{cases}$ dà $h/5 \geq 4$ e $h/5 \leq 16$, quindi $20 \leq h \leq 80$ metri.]
580. Per quali valori di x vale $\sqrt{x+3} > x+1$? [unione di $\{x+3 \geq 0, x+1 < 0\}$, cioè $-3 \leq x < -1$, e di $\{x+1 \geq 0, x+3 > (x+1)^2\}$, cioè $-1 \leq x < 1$. In tutto $-3 \leq x < 1$.]
581. Un serbatoio contiene $\sqrt{t+4}$ litri dopo t minuti. Dopo quanto tempo ne contiene più di 3? [$\sqrt{t+4} > 3$ con $t \geq 0$: elevando, $t+4 > 9$, quindi $t > 5$ minuti.]

■ ■ ■ ■ Problemi con due radici o con la radice a denominatore.

582. Per quali valori di x la differenza $\sqrt{x+5} - \sqrt{x}$ resta sotto 1? [C.E. $x \geq 0$. Isolando ed elevando due volte si arriva a $\sqrt{x} > 2$, quindi $x > 4$.]
583. Per quali x esistono tutte e due le radici $\sqrt{x-1}$ e $\sqrt{5-x}$ e la prima supera la seconda? [C.E.: $1 \leq x \leq 5$. Poi $\sqrt{x-1} > \sqrt{5-x}$ dà $x-1 > 5-x$, cioè $x > 3$. In tutto $3 < x \leq 5$.]

584. Per quali valori l'espressione $\frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$ esiste ed è minore di 1? [C.E. stretta: $x^2 - 4 > 0$, cioè $x < -2 \vee x > 2$. Poi $\frac{1}{\sqrt{x^2-4}} < 1$ dà $\sqrt{x^2-4} > 1$, quindi $x^2 > 5$: $x < -\sqrt{5} \vee x > \sqrt{5}$.]
585. Per quali x vale contemporaneamente $\sqrt{x+2} < 3$ e $\sqrt{x+2} > 1$? [è un sistema: la prima dà $-2 \leq x < 7$, la seconda $x > -1$. L'intersezione è $-1 < x < 7$.]

11. Parametriche, vero o falso, errori, a ritroso, dimostrazioni

Teoria: par. 12

■□□□ **Vero o falso? Motiva sempre: il giudizio da solo non vale niente.**

586. $\sqrt{A(x)} < B(x)$ si risolve con un sistema di tre righe. [vero — sì: $A \geq 0$ perché la radice esista, $B > 0$ perché una radice non è mai negativa, e $A < B^2$.]
587. $\sqrt{A(x)} > B(x)$ si risolve con un sistema di tre righe. [falso — no: si risolve con l'unione di due sistemi, perché dove $B < 0$ la disequazione è già vera e dove $B \geq 0$ si eleva.]
588. Elevare al quadrato i due membri di una disequazione conserva sempre il verso. [falso — solo se i due membri sono entrambi non negativi: da $-5 < 3$ elevando verrebbe $25 < 9$.]
589. $\sqrt{A(x)} > -2$ ha per soluzioni tutte le x per cui la radice esiste. [vero — sì: dove esiste, una radice è ≥ 0 , e quindi maggiore di un numero negativo. Si risolve solo la C.E.]
590. $\sqrt{A(x)} < -2$ può avere soluzioni. [falso — mai: una radice non è negativa. $S = \emptyset$ senza calcoli.]
591. Nel caso $\sqrt{A} > B$ con $B \geq 0$ bisogna imporre anche $A \geq 0$. [falso — no: la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo. Scriverla è una disequazione in più da risolvere per niente.]
592. Con l'indice dispari le disequazioni irrazionali non hanno condizioni di esistenza. [vero — sì, e nemmeno di concordanza: $y \mapsto y^n$ con n dispari è crescente su tutto $\mathbb{R}$, quindi elevare è un'equivalenza.]
593. La soluzione di una disequazione irrazionale è sempre un intervallo. [falso — no: può essere l'unione di due intervalli, per esempio da $\sqrt{x^2-4} < 3$ viene $-\sqrt{13} < x \leq -2 \vee 2 \leq x < \sqrt{13}$.]
594. $\sqrt{A} < \sqrt{B}$ equivale a $A < B$. [falso — manca una condizione: serve anche $A \geq 0$, altrimenti la prima radice non esiste. Non serve invece imporre $B \geq 0$, che segue.]
595. Gli estremi della risposta possono essere numeri irrazionali. [vero — sì, e vanno tenuti esatti: $\sqrt{13}$, non 3,605. Un estremo arrotondato non permette più di dire da che parte sta un numero vicino al confine.]
596. In $\sqrt{A(x)} \geq 0$ le soluzioni sono tutti i numeri reali. [falso — solo quelli in cui la radice esiste: le soluzioni sono $A(x) \geq 0$.]
597. Un sistema di disequazioni irrazionali si risolve riga per riga e poi si interseca. [vero — sì, come tutti i sistemi di disequazioni: ogni riga si risolve fino in fondo con il suo metodo, e alla fine si incrociano gli insiemi sul grafico.]

■■□□ **Trova l'errore. Ogni riga ne contiene uno: di' quale regola è stata violata e correggi.**

598. $\sqrt{x-1} < 3$ diventa $x-1 < 9$, quindi $x < 10$. [manca la C.E.: serve anche $x-1 \geq 0$. La risposta è $1 \leq x < 10$: l'estremo sinistro non viene dai conti, viene dall'esistenza della radice.]
599. $\sqrt{x+2} > x$ si risolve elevando: $x+2 > x^2$, quindi $-1 < x < 2$. [si è elevato senza distinguere il segno del secondo membro. Per $x < 0$ la disequazione è già vera (basta la C.E.), e la risposta è $-2 \leq x < 2$.]

600. $\sqrt{x-3} < -1$ diventa $x-3 < 1$, quindi $x < 4$. [una radice non è mai minore di un numero negativo: $S = \emptyset$, senza elevare.]
601. $\sqrt{x^2-1} > 2$: si scrive $x^2-1 > 4$ e si risponde $x > \sqrt{5}$. [il conto è giusto ma la risposta è metà: $x^2 > 5$ dà $x < -\sqrt{5} \vee x > \sqrt{5}$. Il quadrato non è crescente su tutto $\mathbb{R}$.]
602. $\sqrt{A} < B$ si risolve con l'unione di due sistemi, come il caso del maggiore. [no: con il minore il sistema è uno solo. L'unione serve nel caso del maggiore, dove $B < 0$ rende la disequazione vera senza elevare.]
603. $\sqrt{3-x} \geq 0$ ha per soluzione ogni x , perché una radice non è mai negativa. [vero dove esiste: la risposta è $x \leq 3$. Fuori di lì l'espressione non esiste, e non può essere né maggiore né minore di niente.]
604. $\sqrt{x+1} < \sqrt{2x-3}$ diventa $x+1 < 2x-3$, cioè $x > 4$. [manca la condizione: con il minore si impone che esista il radicando di sinistra, $x+1 \geq 0$. Qui non cambia la risposta ($x > 4$ la contiene), ma va scritta — con altri numeri cambierebbe.]
605. $\sqrt[3]{x-1} > 2$: si impone $x-1 \geq 0$ e si eleva. [l'indice è dispari: nessuna condizione. Si eleva al cubo e viene $x-1 > 8$, cioè $x > 9$.]
606. $\sqrt{x} > x-2$ ha per soluzione $x > 4$, perché elevando viene $x > x^2-4x+4$. [il secondo sistema dà $x^2-5x+4 < 0$, cioè $1 < x < 4$, da mettere con $x \geq 2$: resta $2 \leq x < 4$. Manca poi il primo sistema ($0 \leq x < 2$). La risposta è $0 \leq x < 4$.]
607. $\sqrt{x^2-4} < 3$ dà $-\sqrt{13} < x < \sqrt{13}$. [manca la C.E. $x^2-4 \geq 0$: toglie la parte centrale, e la risposta viene di due pezzi, $-\sqrt{13} < x \leq -2$ e $2 \leq x < \sqrt{13}$.]

■■■□ **A ritroso. Si parte dalla risposta e si costruisce la disequazione.**

608. Scrivi una disequazione irrazionale che abbia per soluzione $x \geq 4$. [per esempio $\sqrt{x-4} \geq 0$: la disuguaglianza è vera dove la radice esiste. una fra infinite]
609. Scrivi una disequazione irrazionale impossibile. [per esempio $\sqrt{x+1} < -2$: una radice non è mai minore di un numero negativo.]
610. Scrivi una disequazione irrazionale la cui soluzione sia l'unione di due intervalli. [per esempio $\sqrt{x^2-1} < 2$: la C.E. spezza in due, e viene $-\sqrt{5} < x \leq -1 \vee 1 \leq x < \sqrt{5}$.]
611. Una disequazione del tipo $\sqrt{A} > B$ ha per soluzione tutta la C.E. Che cosa puoi dire di B ? [che è negativo dove la radice esiste: allora il primo sistema copre tutto e il secondo non aggiunge niente.]
612. Completa: $\sqrt{x-\square} < 4$ ha per soluzione $3 \leq x < 19$. [$\square = 3$: l'estremo sinistro è la C.E., quello destro viene da $x-3 < 16$.]
613. La soluzione di $\sqrt{A(x)} < B(x)$ è vuota pur essendo la C.E. non vuota. Che cosa è successo? [il secondo membro non è mai positivo dove la radice esiste, oppure la terza riga non ha soluzioni in comune con le prime due. Per esempio $\sqrt{x} < -x$ con $x \geq 0$.]
614. Scrivi un sistema di due disequazioni irrazionali con soluzione $1 < x < 4$. [per esempio $\begin{cases} \sqrt{x-1} > 0 \\ \sqrt{x-1} < \sqrt{3} \end{cases}$: la prima toglie l'estremo, la seconda chiude a destra.]
615. Perché non esiste una disequazione irrazionale con soluzione $x \neq 2$? [perché servirebbe un'espressione definita ovunque tranne un punto e sempre vera fuori di lì: con le radici si ottiene togliendo un punto dalla C.E., per esempio con la radice a denominatore, non con una disequazione intera.]
616. Un esercizio ha per risposta $-\sqrt{7} < x < \sqrt{7}$. Da quale disequazione può venire? [per esempio da $\sqrt{x^2+1} < \sqrt{8}$, oppure da $x^2 < 7$: gli estremi irrazionali arrivano dal quadrato, non dalla radice.]

617. Scrivi una disequazione con indice dispari la cui soluzione contenga numeri negativi. [per esempio $\sqrt[3]{x+1} < 0$, che dà $x < -1$: con l'indice dispari il radicando può essere negativo senza problemi.]

■■■□ **Parametriche.** Per quali valori del parametro? Si ragiona sulle condizioni, non sui conti dell'elevamento.

618. Per quali valori di k la disequazione $\sqrt{x-1} < k$ è impossibile? [$k \leq 0$: una radice non è mai minore di un numero negativo, e nemmeno di zero con il verso stretto.]

619. Per quali valori di k la disequazione $\sqrt{x-1} > k$ ha per soluzione tutta la C.E.? [$k < 0$: dove la radice esiste è ≥ 0 , quindi maggiore di qualunque numero negativo.]

620. Per quale k la disequazione $\sqrt{x+k} < 3$ ha per soluzione $-2 \leq x < 7$? [la C.E. dà $x \geq -k$, e l'estremo sinistro è -2 : quindi $k = 2$ (e infatti $x+2 < 9$ dà $x < 7$).]

621. Per quali k la disequazione $\sqrt{x^2-k} > 0$ ha per soluzione $x \neq 0$? [$k = 0$: viene $\sqrt{x^2} > 0$, vera per ogni x tranne $x = 0$.]

622. Per quali k la disequazione $\sqrt{x} < x+k$ è verificata da ogni $x \geq 0$? [serve $x+k > 0$ e $x < (x+k)^2$ per ogni $x \geq 0$. Con $k > 1$ entrambe valgono; il caso limite $k = 1$ lascia fuori $x = 0$ ($0 < 1$ è vera, quindi va bene anche $k = 1$): $k \geq 1$.]

623. Per quale k la disequazione $\sqrt{kx} \geq 0$ ha per soluzione $x \leq 0$? [$k < 0$: la C.E. $kx \geq 0$ con k negativo dà proprio $x \leq 0$.]

624. Per quali k l'insieme delle soluzioni di $\sqrt{x-k} \geq 0$ contiene lo zero? [serve $-k \geq 0$, cioè $k \leq 0$.]

625. Per quali k la disequazione $\sqrt{x^2+k} > x$ è vera per ogni x reale? [con $k > 0$ il radicando è sempre positivo e $x^2+k > x^2$ vale per ogni x ; il caso $x < 0$ è vero da solo. Quindi $k > 0$.]

626. Per quale k la soluzione di $\sqrt{2x-k} < 4$ è $3 \leq x < 11$? [la C.E. $2x-k \geq 0$ dà $x \geq k/2 = 3$, quindi $k = 6$, e infatti $2x-6 < 16$ dà $x < 11$.]

627. Per quali k la disequazione $\sqrt{x} > k-x$ ha per soluzione tutto $x \geq 0$? [serve che il secondo membro sia negativo o che l'elevamento sia sempre vero. Con $k \leq 0$ il secondo membro è ≤ 0 per $x \geq 0$ e la disequazione è vera: $k \leq 0$.]

■■■■ **Dimostra.** Qui non ci sono conti: si ragiona su che cosa fa l'elevamento.

628. Dimostra che se a e b sono non negativi, allora $a < b$ equivale a $a^2 < b^2$. [se $a < b$ con $a, b \geq 0$, moltiplicando per $a \geq 0$ si ha $a^2 \leq ab$ e per $b > 0$ si ha $ab < b^2$: quindi $a^2 < b^2$. Viceversa, se $a^2 < b^2$ allora $(b-a)(b+a) > 0$; essendo $b+a > 0$ segue $b > a$. c.v.d.]

629. Dimostra che $\sqrt{A(x)} < B(x)$ equivale al sistema $\{A \geq 0, B > 0, A < B^2\}$. [se la disequazione vale, il primo membro esiste ($A \geq 0$) ed è ≥ 0 , quindi $B > 0$; essendo i due membri non negativi si può elevare e viene $A < B^2$. Viceversa, dal sistema segue $\sqrt{A} < \sqrt{B^2} = |B| = B$. c.v.d.]

630. Dimostra che $\sqrt{A(x)} > B(x)$ equivale all'unione dei due sistemi $\{A \geq 0, B < 0\}$ e $\{B \geq 0, A > B^2\}$. [dove $B < 0$ basta che la radice esista, perché una quantità ≥ 0 è maggiore di una negativa. Dove $B \geq 0$ i due membri sono non negativi e si può elevare. I due casi coprono tutte le x e non si sovrappongono. c.v.d.]

631. Dimostra che con indice dispari non serve nessuna condizione. [$y \mapsto y^n$ con n dispari è strettamente crescente su tutto $\mathbb{R}$: conserva l'ordine in tutti e due i versi, quindi $a < b \iff a^n < b^n$ senza ipotesi di segno. c.v.d.]

632. Dimostra che nel caso $\sqrt{A} > B$ con $B \geq 0$ la condizione $A \geq 0$ è superflua. [la riga del sistema è $A > B^2$; essendo $B^2 \geq 0$, ne segue $A > 0$. Imporre $A \geq 0$ non toglie e non aggiunge niente. c.v.d.]

- 633.** Dimostra che $\sqrt{A} < \sqrt{B}$ implica $B > 0$. [perché $\sqrt{B} > \sqrt{A} \geq 0$, e una radice è positiva solo se il radicando lo è. Per questo, nel sistema, basta imporre $A \geq 0$. c.v.d.]