

SOLUZIONI: DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni soluzione dice prima *che cosa autorizza* l'elevamento, poi scrive il sistema (o i due sistemi) per intero, e finisce con il **controllo**: un numero dentro la risposta e uno fuori, sostituiti nella disequazione di partenza.

1. Condizioni di esistenza, e che cosa cambia con le disequazioni

Esercizio 1.

$$\rightarrow \sqrt{x-3}$$

$$\rightarrow x \geq 3 \text{ (le C.E. si leggono dall'indice della radice: pari vuole il radicando non negativo, dispari non vuole niente)}$$

Esercizio 2.

$$\rightarrow \sqrt{2x+10}$$

$$\rightarrow x \geq -5 \text{ (le C.E. si leggono dall'indice della radice: pari vuole il radicando non negativo, dispari non vuole niente)}$$

Esercizio 13.

$$\rightarrow \text{Perché in } \sqrt{A(x)} < B(x) \text{ si deve imporre } B(x) > 0?$$

$\rightarrow$ perché a sinistra c'è una radice, che non è mai negativa: se $B(x)$ fosse negativo o nullo la disuguaglianza sarebbe falsa comunque, e non ci sarebbe niente da elevare. (è una domanda sul METODO: si risponde ragionando su che cosa fa l'elevamento, senza calcolare)

Esercizio 14.

$$\rightarrow \text{Perché in } \sqrt{A(x)} > B(x) \text{ i sistemi diventano due?}$$

$\rightarrow$ perché dove $B(x) < 0$ la disequazione è già vera — basta che la radice esista — e dove $B(x) \geq 0$ si può elevare. Sono due situazioni diverse, e le soluzioni sono l'**unione** delle due. (è una domanda sul METODO: si risponde ragionando su che cosa fa l'elevamento, senza calcolare)

2. Indice dispari: si eleva e basta

Esercizio 23.

$$\rightarrow \sqrt[3]{6-x+x^3} \leq x$$

→ Indice **dispari**: si eleva al cubo senza condizioni. (con l'indice dispari elevare è un'equivalenza)

→ Al cubo i termini in x^3 si **cancellano**, e resta una disequazione di primo grado. (è il motivo per cui questo esercizio si può fare: se non si cancellassero resterebbe una disequazione di terzo grado)

→ $x \geq 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [6, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 24.

$$\rightarrow \sqrt[3]{4 - x + x^3} > x$$

→ Indice **dispari**: si eleva al cubo senza condizioni. (con l'indice dispari elevare è un'equivalenza)

→ Al cubo i termini in x^3 si **cancellano**, e resta una disequazione di primo grado. (è il motivo per cui questo esercizio si può fare: se non si cancellassero resterebbe una disequazione di terzo grado)

→ $x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 4)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 4$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 63.

$$\rightarrow \sqrt[3]{-x + 4} \geq 1$$

→ L'indice è **dispari** ($n = 3$): nessuna C.E. e nessuna concordanza. (la funzione $y \mapsto y^3$ è crescente su tutto $\mathbb{R}$: elevare conserva il verso qualunque sia il segno dei due membri, e non aggiunge né toglie soluzioni)

→ Elevo alla 3-esima e risolvo la disequazione che resta. (è un passaggio di equivalenza: quello che esce è già la risposta)

→ $x \leq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 3]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 4$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 64.

$$\rightarrow \sqrt[7]{x + 5} < 2$$

→ L'indice è **dispari** ($n = 7$): nessuna C.E. e nessuna concordanza. (la funzione $y \mapsto y^7$ è crescente su tutto $\mathbb{R}$: elevare conserva il verso qualunque sia il segno dei due membri, e non aggiunge né toglie soluzioni)

→ Elevo alla 7-esima e risolvo la disequazione che resta. (è un passaggio di equivalenza: quello che esce è già la risposta)

→ $x < 123$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 123)$)

→ Controllo: con $x = 101$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 123$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

3. Radice e un numero

Esercizio 75.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 4} < 3$$

→ C.E.: $x^2 - 4 \geq 0$. (il radicando di una radice di indice pari non può essere negativo)

→ I due membri sono tutti e due non negativi: elevo, e il radicando si confronta con 3^2 . (elevare conserva il verso solo se i due membri sono già dello stesso segno, e qui lo sono: la radice è ≥ 0 e 3 pure)

$$\rightarrow -\sqrt{13} < x \leq -2 \vee 2 \leq x < \sqrt{13} \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = (-\sqrt{13}, -2] \cup [2, \sqrt{13}))$$

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 76.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 2x - 3} < -2$$

→ A destra c'è -2 , e a sinistra una radice quadrata. (una radice non è mai negativa: non può essere minore di un numero negativo o nullo. Non si eleva niente)

$$\rightarrow S = \emptyset \text{ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)}$$

Esercizio 185.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 2} \geq 0$$

→ C.E.: $x^2 - 2 \geq 0$. (il radicando di una radice di indice pari non può essere negativo)

→ I due membri sono tutti e due non negativi: elevo, e il radicando si confronta con 0^2 . (elevare conserva il verso solo se i due membri sono già dello stesso segno, e qui lo sono: la radice è ≥ 0 e 0 pure)

$$\rightarrow x \leq -\sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{2} \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty))$$

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 186.

$$\rightarrow \sqrt{x-5} < 3$$

→ C.E.: $x - 5 \geq 0$. (il radicando di una radice di indice pari non può essere negativo)

→ I due membri sono tutti e due non negativi: elevo, e il radicando si confronta con 3^2 . (elevare conserva il verso solo se i due membri sono già dello stesso segno, e qui lo sono: la radice è ≥ 0 e 3 pure)

→ $5 \leq x < 14$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [5, 14)$)

→ Controllo: con $x = 5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

4. Radice minore di un'espressione: il sistema

Esercizio 229.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 2x - 15} < x - 1$$

→ Caso del **minore**: un solo sistema, di tre righe. (servono tre cose insieme: che la radice esista, che il secondo membro sia positivo (una radice non è mai negativa, quindi non può essere minore di una quantità negativa), e solo allora si può elevare)

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 15 \geq 0 \\ x - 1 > 0 \\ 4x - 16 < 0 \end{cases}$$

→ La terza riga è $A(x) - [B(x)]^2 < 0$: il quadrato si sviluppa e resta una disequazione intera. (è qui che la radice sparisce; le prime due righe servono a poterlo fare)

→ Intersecando le tre righe:

→ $3 \leq x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [3, 4)$)

→ Controllo: con $x = 3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 230.

$$\rightarrow \sqrt{2x-3} < x$$

→ **Caso del minore: un solo sistema, di tre righe.** (servono tre cose insieme: che la radice esista, che il secondo membro sia positivo (una radice non è mai negativa, quindi non può essere minore di una quantità negativa), e solo allora si può elevare)

$$\begin{cases} 2x - 3 \geq 0 \\ x > 0 \\ -x^2 + 2x - 3 < 0 \end{cases}$$

→ La terza riga è $A(x) - [B(x)]^2 < 0$: il quadrato si sviluppa e resta una disequazione intera. (è qui che la radice sparisce; le prime due righe servono a poterlo fare)

→ Intersecando le tre righe:

$$\rightarrow x \geq \frac{3}{2} \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[\frac{3}{2}, +\infty\right))$$

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 309.

$$\rightarrow \sqrt{x} \leq -x + 1$$

→ **Caso del minore: un solo sistema, di tre righe.** (servono tre cose insieme: che la radice esista, che il secondo membro sia positivo (una radice non è mai negativa, quindi non può essere minore di una quantità negativa), e solo allora si può elevare)

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ -x + 1 \geq 0 \\ -x^2 + 3x - 1 \leq 0 \end{cases}$$

→ La terza riga è $A(x) - [B(x)]^2 \leq 0$: il quadrato si sviluppa e resta una disequazione intera. (è qui che la radice sparisce; le prime due righe servono a poterlo fare)

→ Intersecando le tre righe:

$$\rightarrow 0 \leq x \leq \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[0, \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right])$$

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 310.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 4} < -2x + 3$$

→ **Caso del minore: un solo sistema, di tre righe.** (servono tre cose insieme: che la radice esista, che il secondo membro sia positivo (una radice non è mai negativa, quindi non può essere minore di una quantità negativa), e solo allora si può elevare)

$$\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ -2x + 3 > 0 \\ -3x^2 + 12x - 13 < 0 \end{cases}$$

→ La terza riga è $A(x) - [B(x)]^2 < 0$: il quadrato si sviluppa e resta una disequazione intera. (è qui che la radice sparisce; le prime due righe servono a poterlo fare)

→ Intersecando le tre righe:

→ $x \leq -2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -2]$)

→ **Controllo:** con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

5. Radice maggiore di un'espressione: l'unione di due sistemi

Esercizio 354.

$$\rightarrow \sqrt{x-1} > x-3$$

→ **Caso del maggiore: due sistemi, e la risposta è la loro unione.** (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ -x^2 + 7x - 10 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ **Primo sistema:** $1 \leq x < 3$. **Secondo sistema:** $3 \leq x < 5$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $1 \leq x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [1, 5)$)

→ **Controllo:** con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 355.

$$\rightarrow \sqrt{x+2} > x$$

→ **Caso del maggiore:** due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2 + x + 2 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ **Primo sistema:** $-2 \leq x < 0$. **Secondo sistema:** $0 \leq x < 2$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $-2 \leq x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-2, 2)$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 394.

$$\rightarrow \sqrt{x-5} > x-6$$

→ **Caso del maggiore:** due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x-6 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x-6 \geq 0 \\ -x^2 + 13x - 41 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ **Primo sistema:** $5 \leq x < 6$. **Secondo sistema:** $6 \leq x < \frac{13}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $5 \leq x < \frac{13}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[5, \frac{13}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$)

→ **Controllo:** con $x = 5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 395.

$$\rightarrow \sqrt{-x+6} > -2x+3$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} -x+6 \geq 0 \\ -2x+3 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} -2x+3 \geq 0 \\ -4x^2+11x-3 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $\frac{3}{2} < x \leq 6$. Secondo sistema: $\frac{11}{8} - \frac{\sqrt{73}}{8} < x \leq \frac{3}{2}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

$$\rightarrow \frac{11}{8} - \frac{\sqrt{73}}{8} < x \leq 6 \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left(\frac{11}{8} - \frac{\sqrt{73}}{8}, 6 \right])$$

→ Controllo: con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 396.

$$\rightarrow \sqrt{5x-1} \geq 4x-1$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} 5x-1 \geq 0 \\ 4x-1 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} 4x-1 \geq 0 \\ -16x^2+13x-2 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $\frac{1}{5} \leq x < \frac{1}{4}$. Secondo sistema: $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{13}{32} + \frac{\sqrt{41}}{32}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

$$\rightarrow \frac{1}{5} \leq x \leq \frac{13}{32} + \frac{\sqrt{41}}{32} \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[\frac{1}{5}, \frac{13}{32} + \frac{\sqrt{41}}{32} \right])$$

→ Controllo: con $x = \frac{1}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 397.

$$\rightarrow \sqrt{3x+1} > 5x-2$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ 5x-2 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} 5x-2 \geq 0 \\ -25x^2+23x-3 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{5}$. Secondo sistema: $\frac{2}{5} \leq x < \frac{23}{50} + \frac{\sqrt{229}}{50}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

$$\rightarrow -\frac{1}{3} \leq x < \frac{23}{50} + \frac{\sqrt{229}}{50} \quad (\text{la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[-\frac{1}{3}, \frac{23}{50} + \frac{\sqrt{229}}{50} \right))$$

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 398.

$$\rightarrow \sqrt{x^2+6x} > x-3$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2+6x \geq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 12x-9 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq -6 \vee 0 \leq x < 3$. Secondo sistema: $x \geq 3$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

$$\rightarrow x \leq -6 \vee x \geq 0 \quad (\text{la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = (-\infty, -6] \cup [0, +\infty))$$

→ Controllo: con $x = -6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 399.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 9} \geq -x + 2$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ -x + 2 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} -x + 2 \geq 0 \\ 4x - 13 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \geq 3$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ **$x \geq 3$** (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 400.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 16} > 3x - 2$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 16 \geq 0 \\ 3x - 2 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} 3x - 2 \geq 0 \\ -8x^2 + 12x - 20 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq -4$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ **$x \leq -4$** (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -4]$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 401.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 25} > x + 4$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 25 \geq 0 \\ x + 4 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ -8x - 41 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. **non si scrive**. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq -5$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ **$x \leq -5$** (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -5]$)

→ Controllo: con $x = -5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 402.

$$\rightarrow \sqrt{x - 1} \geq x + 5$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x + 5 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x + 5 \geq 0 \\ -x^2 - 9x - 26 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. **non si scrive**. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $S = \emptyset$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ **$S = \emptyset$** (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 403.

$$\rightarrow \sqrt{3x-6} > -3x+2$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} 3x-6 \geq 0 \\ -3x+2 < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} -3x+2 \geq 0 \\ -9x^2+15x-10 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \geq 2$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \geq 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [2, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 404.

$$\rightarrow \sqrt{x+4} > x$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2+x+4 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $-4 \leq x < 0$. Secondo sistema: $0 \leq x < \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $-4 \leq x < \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[-4, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}\right)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 405.

$$\rightarrow \sqrt{x} \geq 2x - 1$$

→ **Caso del maggiore:** due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x - 1 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ -4x^2 + 5x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $0 \leq x < \frac{1}{2}$. Secondo sistema: $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $0 \leq x \leq 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 1]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 406.

$$\rightarrow \sqrt{-2x + 8} > x - 5$$

→ **Caso del maggiore:** due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} -2x + 8 \geq 0 \\ x - 5 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x - 5 \geq 0 \\ -x^2 + 8x - 17 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq 4$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \leq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 4]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 5$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 407.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 2x - 3} > 2x - 3$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ 2x - 3 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} 2x - 3 \geq 0 \\ -3x^2 + 14x - 12 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq -3 \vee 1 \leq x < \frac{3}{2}$. Secondo sistema: $\frac{3}{2} \leq x < \frac{7}{3} + \frac{\sqrt{13}}{3}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \leq -3 \vee 1 \leq x < \frac{7}{3} + \frac{\sqrt{13}}{3}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3] \cup \left[1, \frac{7}{3} + \frac{\sqrt{13}}{3}\right)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 408.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 4x} \geq x - 7$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 4x \geq 0 \\ x - 7 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x - 7 \geq 0 \\ 10x - 49 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq 0 \vee 4 \leq x < 7$. Secondo sistema: $x \geq 7$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \leq 0 \vee x \geq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 409.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} > x - 8$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x - 8 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x - 8 \geq 0 \\ 14x - 67 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq -1 \vee 3 \leq x < 8$. Secondo sistema: $x \geq 8$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \leq -1 \vee x \geq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 410.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - x - 6} > x - 9$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0 \\ x - 9 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x - 9 \geq 0 \\ 17x - 87 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq -2 \vee 3 \leq x < 9$. Secondo sistema: $x \geq 9$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \leq -2 \vee x \geq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 411.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 2} \geq x + 1$$

→ **Caso del maggiore:** due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 2 \geq 0 \\ x + 1 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ -2x - 3 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq -\sqrt{2}$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \leq -\sqrt{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -\sqrt{2}]$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 412.

$$\rightarrow \sqrt{x+2} > x+2$$

→ **Caso del maggiore:** due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+2 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ -x^2 - 3x - 2 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $S = \emptyset$. Secondo sistema: $-2 < x < -1$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $-2 < x < -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, -1)$)

→ Controllo: con $x = -\frac{3}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 413.

$$\rightarrow \sqrt{2x+1} > x+3$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x+3 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ -x^2-4x-8 > 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $S = \emptyset$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

6. Radice contro radice

Esercizio 414.

$$\rightarrow \sqrt{3x-2} < \sqrt{x+6}$$

→ Due radici dello stesso indice: si confrontano i **radicandi**, ma prima devono esistere. (elevare al quadrato due quantità non negative conserva il verso: è il caso più comodo del capitolo)

→ Basta imporre la C.E. del radicando di sinistra: $3x-2 \geq 0$. (l'altra viene da sé: con il minore, da $A \geq 0$ e $A < B$ segue $B > 0$; con il maggiore, da $B \geq 0$ e $A > B$ segue $A > 0$. Scriverla non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente)

$$\rightarrow \frac{2}{3} \leq x < 4 \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[\frac{2}{3}, 4\right))$$

→ Controllo: con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 415.

$$\rightarrow \sqrt{x^2-1} > \sqrt{x+5}$$

→ Due radici dello stesso indice: si confrontano i **radicandi**, ma prima devono esistere. (elevare al quadrato due quantità non negative conserva il verso: è il caso più comodo del capitolo)

→ Basta imporre la C.E. del radicando di destra: $x+5 \geq 0$. (l'altra viene da sé: con il minore, da $A \geq 0$ e $A < B$ segue $B > 0$; con il maggiore, da $B \geq 0$ e $A > B$ segue $A > 0$. Scriverla non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente)

$$\rightarrow -5 \leq x < -2 \vee x > 3 \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = [-5, -2) \cup (3, +\infty))$$

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -6$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 439.

$$\rightarrow \sqrt{x+7} > \sqrt{x^2+6x}$$

→ Due radici dello stesso indice: si confrontano i **radicandi**, ma prima devono esistere. (elevare al quadrato due quantità non negative conserva il verso: è il caso più comodo del capitolo)

→ Basta imporre la C.E. del radicando di destra: $x^2 + 6x \geq 0$. (l'altra viene da sé: con il minore, da $A \geq 0$ e $A < B$ segue $B > 0$; con il maggiore, da $B \geq 0$ e $A > B$ segue $A > 0$. Scriverla non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente)

$$\rightarrow -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{53}}{2} < x \leq -6 \vee 0 \leq x < -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{53}}{2} \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left(-\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{53}}{2}, -6\right] \cup \left[0, -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{53}}{2}\right) \text{)}$$

→ Controllo: con $x = -6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -7$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 440.

$$\rightarrow \sqrt{x^2-4} \leq \sqrt{x^2-2x-3}$$

→ Due radici dello stesso indice: si confrontano i **radicandi**, ma prima devono esistere. (elevare al quadrato due quantità non negative conserva il verso: è il caso più comodo del capitolo)

→ Basta imporre la C.E. del radicando di sinistra: $x^2 - 4 \geq 0$. (l'altra viene da sé: con il minore, da $A \geq 0$ e $A < B$ segue $B > 0$; con il maggiore, da $B \geq 0$ e $A > B$ segue $A > 0$. Scriverla non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente)

$$\rightarrow x \leq -2 \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = (-\infty, -2])$$

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

7. Due o più radicali

Esercizio 454.

$$\rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} < 1$$

→ C.E.: $x - 1 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} > 1$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $x > 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (2, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 455.

$$\rightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{x} > 1$$

→ C.E.: $x \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} < 2$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $0 \leq x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 4)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 468.

$$\rightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{x} > 5$$

→ C.E.: $x \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} < -9/5$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 469.

$$\rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{x+1} \leq 1$$

→ C.E.: $x+1 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} > 2$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $x \geq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 470.

$$\rightarrow \sqrt{x+9} - \sqrt{x} \geq 2$$

→ C.E.: $x \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} < 5/4$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

$$\rightarrow 0 \leq x \leq \frac{25}{16} \quad (\text{la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[0, \frac{25}{16}\right])$$

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 471.

$$\rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{x} < 3$$

→ C.E.: $x \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} > -4/3$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $x \geq 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 472.

$$\rightarrow \sqrt{x+12} - \sqrt{x} > 2$$

→ C.E.: $x \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} < 2$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $0 \leq x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 4)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 473.

$$\rightarrow \sqrt{x+10} - \sqrt{x+1} \leq 1$$

$\rightarrow$ C.E.: $x+1 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

$\rightarrow$ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

$\rightarrow$ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} > 4$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

$\rightarrow$ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

$\rightarrow x \geq 15$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [15, +\infty)$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = 15$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 474.

$$\rightarrow \sqrt{x+15} - \sqrt{x-2} \geq 1$$

$\rightarrow$ C.E.: $x-2 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

$\rightarrow$ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

$\rightarrow$ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} < 8$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

$\rightarrow$ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

$\rightarrow 2 \leq x \leq 66$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [2, 66]$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 475.

$$\rightarrow \sqrt{x+11} - \sqrt{x+5} < 1$$

→ C.E.: $x + 5 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} > 5/2$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $x > \frac{5}{4}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(\frac{5}{4}, +\infty\right)$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 476.

→ $\sqrt{x+13} - \sqrt{x+8} > 3$

→ C.E.: $x + 8 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} < -2/3$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 477.

→ $\sqrt{x+16} - \sqrt{x-1} \leq 2$

→ C.E.: $x - 1 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} > 13/4$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $x \geq \frac{185}{16}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[\frac{185}{16}, +\infty \right)$)

→ Controllo: con $x = 12$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 478.

→ $\sqrt{x+20} - \sqrt{x+2} \geq 1$

→ C.E.: $x+2 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} < 17/2$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $-2 \leq x \leq \frac{281}{4}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[-2, \frac{281}{4} \right]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 479.

→ $\sqrt{x+14} - \sqrt{x-3} < 4$

→ C.E.: $x-3 \geq 0$. (servono non negativi tutti e due i radicandi; la condizione più stretta è quella del radicando più piccolo)

→ Porto una radice a destra, così tutti e due i membri sono **non negativi**, e elevo. (elevare una differenza di radici non si può: il primo membro potrebbe essere negativo. Spostando, a sinistra resta una radice e a destra una somma di quantità non negative)

→ Dopo il primo elevamento resta un doppio prodotto con dentro una radice: la isolo e trovo $\sqrt{\cdot} > 1/8$. (il verso si rovescia rispetto a quello di partenza, perché la radice è passata dall'altra parte)

→ Elevo la seconda volta e interseco con la C.E. (senza la C.E. la risposta conterrebbe valori in cui una delle due radici non esiste)

→ $x > \frac{193}{64}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(\frac{193}{64}, +\infty\right)$)

→ Controllo: con $x = 4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

8. Sistemi di disequazioni irrazionali

Esercizio 480.

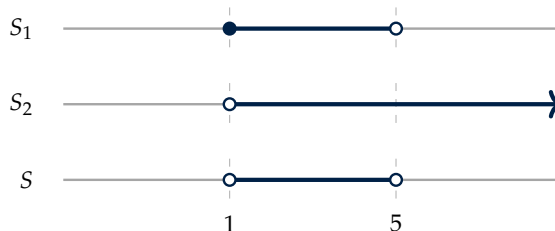
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} < 2 \\ \sqrt{x-1} > 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x-1} < 2 \rightarrow S_1: 1 \leq x < 5$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x-1} > 0 \rightarrow S_2: x > 1$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $1 < x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (1, 5)$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 481.

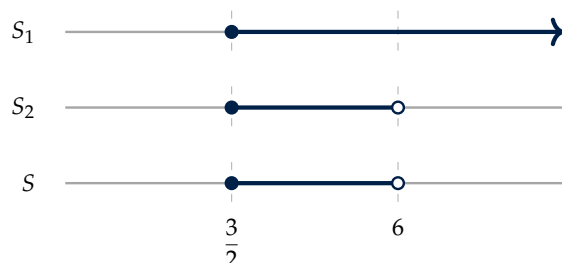
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-3} < x \\ \sqrt{2x-3} < 3 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{2x-3} < x \rightarrow S_1: x \geq \frac{3}{2}$ (caso del minore: un sistema di tre righe)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{2x-3} < 3 \rightarrow S_2: \frac{3}{2} \leq x < 6$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $\frac{3}{2} \leq x < 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[\frac{3}{2}, 6\right)$)

→ **Controllo:** con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 506.

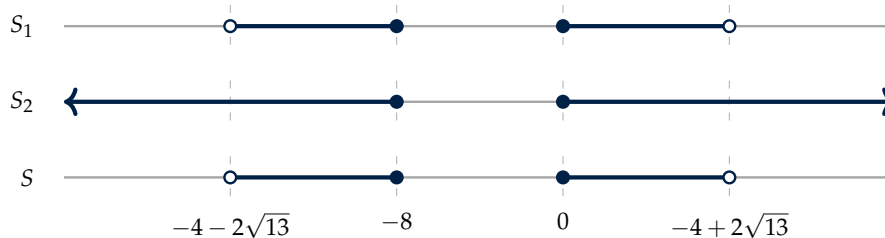
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+8x} < 6 \\ \sqrt{x^2+8x} \geq -3 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x^2+8x} < 6 \rightarrow S_1: -4 - 2\sqrt{13} < x \leq -8 \vee 0 \leq x < -4 + 2\sqrt{13}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x^2+8x} \geq -3 \rightarrow S_2: x \leq -8 \vee x \geq 0$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $-4 - 2\sqrt{13} < x \leq -8 \vee 0 \leq x < -4 + 2\sqrt{13}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(-4 - 2\sqrt{13}, -8\right] \cup \left[0, -4 + 2\sqrt{13}\right)$)

→ Controllo: con $x = -8$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -12$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 507.

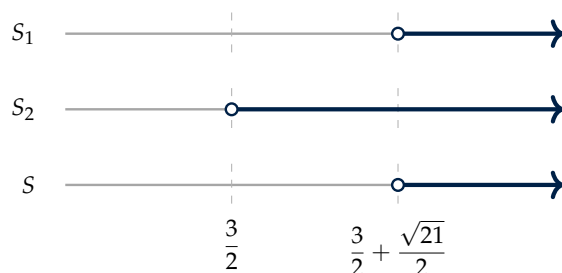
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-3} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{2x-3} > 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{2x-3} < \sqrt{x^2-x-6} \rightarrow S_1: x > \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}$ (due radici dello stesso indice: si confrontano i radicandi, con la C.E. di uno solo)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{2x-3} > 0 \rightarrow S_2: x > \frac{3}{2}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x > \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}, +\infty \right)$)

→ Controllo: con $x = 4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 508.

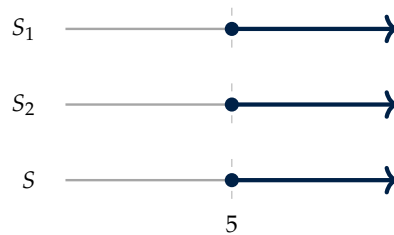
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-5} < 2x-1 \\ \sqrt{x-5} \geq -2 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x-5} < 2x-1 \rightarrow S_1: x \geq 5$ (caso del minore: un sistema di tre righe)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x-5} \geq -2 \rightarrow S_2: x \geq 5$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x \geq 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [5, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 509.

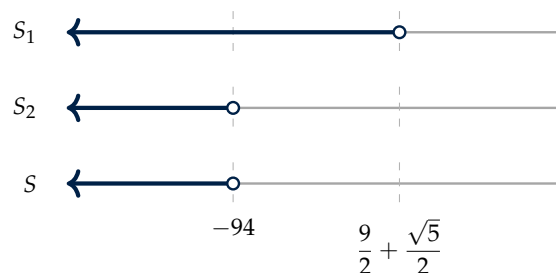
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{-x+6} > x-5 \\ \sqrt{-x+6} > 10 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{-x+6} > x-5 \rightarrow S_1: x < \frac{9}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ (caso del maggiore: l'unione di due sistemi)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{-x+6} > 10 \rightarrow S_2: x < -94$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x < -94$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -94)$)

→ Controllo: con $x = -95$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -72$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 510.

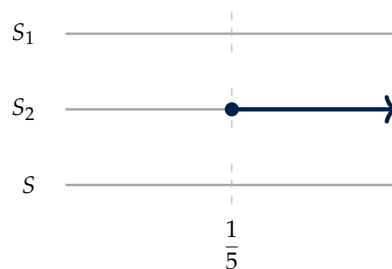
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{5x-1} < -1 \\ \sqrt{5x-1} \geq -1 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{5x-1} < -1 \rightarrow S_1: S = \emptyset$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{5x-1} \geq -1 \rightarrow S_2: x \geq \frac{1}{5}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 511.

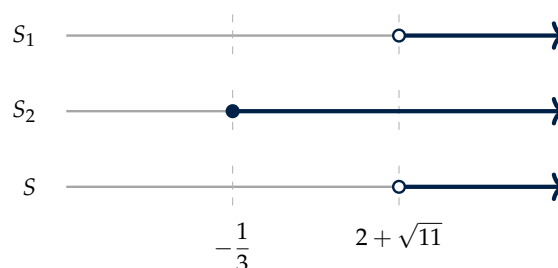
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{3x+1} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{3x+1} > -5 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{3x+1} < \sqrt{x^2-x-6} \rightarrow S_1: x > 2 + \sqrt{11}$ (due radici dello stesso indice: si confrontano i radicandi, con la C.E. di uno solo)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{3x+1} > -5 \rightarrow S_2: x \geq -\frac{1}{3}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x > 2 + \sqrt{11}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (2 + \sqrt{11}, +\infty)$)

→ **Controllo:** con $x = 6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 512.

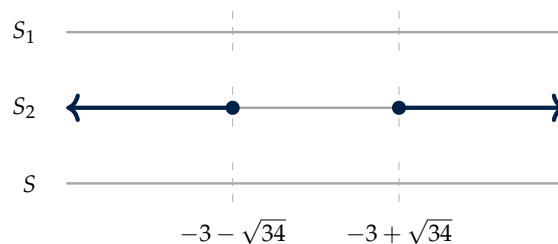
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} < x - 8 \\ \sqrt{x^2 + 6x} \geq 5 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x^2 + 6x} < x - 8 \rightarrow S_1: S = \emptyset$ (caso del minore: un sistema di tre righe)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x^2 + 6x} \geq 5 \rightarrow S_2: x \leq -3 - \sqrt{34} \vee x \geq -3 + \sqrt{34}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 513.

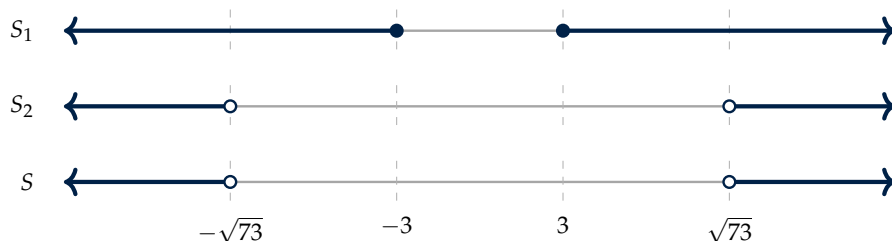
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 9} > x - 9 \\ \sqrt{x^2 - 9} > 8 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x^2 - 9} > x - 9 \rightarrow S_1: x \leq -3 \vee x \geq 3$ (caso del maggiore: l'unione di due sistemi)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x^2 - 9} > 8 \rightarrow S_2: x < -\sqrt{73} \vee x > \sqrt{73}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x < -\sqrt{73} \vee x > \sqrt{73}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -\sqrt{73}) \cup (\sqrt{73}, +\infty)$)

→ **Controllo:** con $x = -9$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 514.

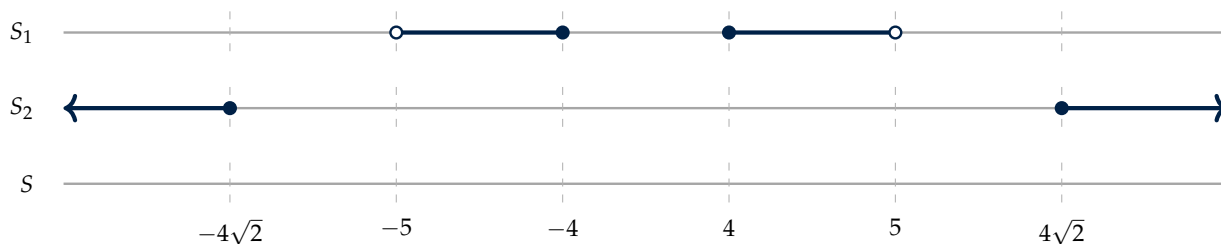
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 16} < 3 \\ \sqrt{x^2 - 16} \geq 4 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x^2 - 16} < 3 \rightarrow S_1: -5 < x \leq -4 \vee 4 \leq x < 5$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x^2 - 16} \geq 4 \rightarrow S_2: x \leq -4\sqrt{2} \vee x \geq 4\sqrt{2}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 515.

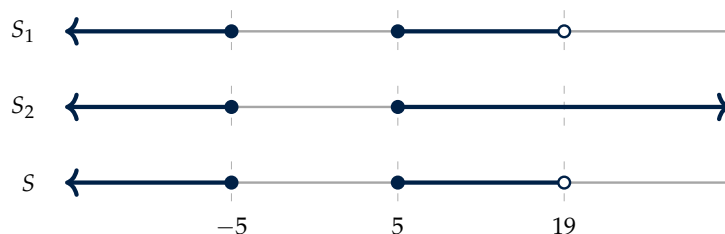
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 25} < \sqrt{x^2 - x - 6} \\ \sqrt{x^2 - 25} > -4 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x^2 - 25} < \sqrt{x^2 - x - 6} \rightarrow S_1: x \leq -5 \vee 5 \leq x < 19$ (due radici dello stesso indice: si confrontano i radicandi, con la C.E. di uno solo)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x^2 - 25} > -4 \rightarrow S_2: x \leq -5 \vee x \geq 5$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x \leq -5 \vee 5 \leq x < 19$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -5] \cup [5, 19)$)

→ **Controllo:** con $x = -5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 516.

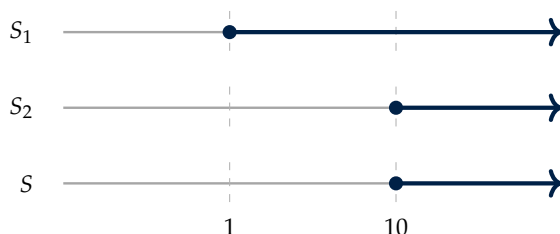
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} < x+3 \\ \sqrt{x-1} \geq 3 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x-1} < x+3 \rightarrow S_1: x \geq 1$ (caso del minore: un sistema di tre righe)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x-1} \geq 3 \rightarrow S_2: x \geq 10$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x \geq 10$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [10, +\infty)$)

→ **Controllo:** con $x = 10$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 517.

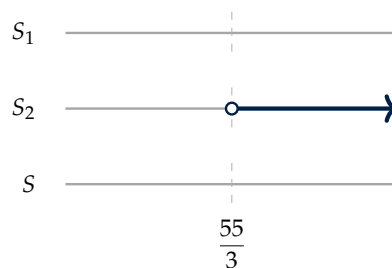
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{3x-6} > 3x+1 \\ \sqrt{3x-6} > 7 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{3x-6} > 3x+1 \rightarrow S_1: S = \emptyset$ (caso del maggiore: l'unione di due sistemi)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{3x-6} > 7 \rightarrow S_2: x > \frac{55}{3}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 518.

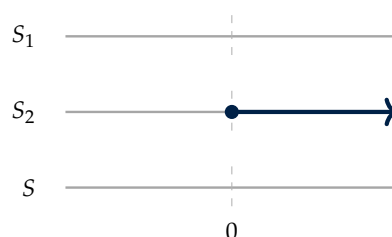
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+4} < 0 \\ \sqrt{x+4} \geq 2 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x+4} < 0 \rightarrow S_1: S = \emptyset$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x+4} \geq 2 \rightarrow S_2: x \geq 0$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 519.

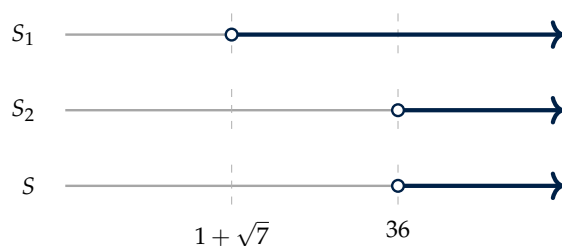
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} < \sqrt{x^2 - x - 6} \\ \sqrt{x} > 6 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x} < \sqrt{x^2 - x - 6} \rightarrow S_1: x > 1 + \sqrt{7}$ (due radici dello stesso indice: si confrontano i radicandi, con la C.E. di uno solo)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x} > 6 \rightarrow S_2: x > 36$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x > 36$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (36, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 37$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 14$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 520.

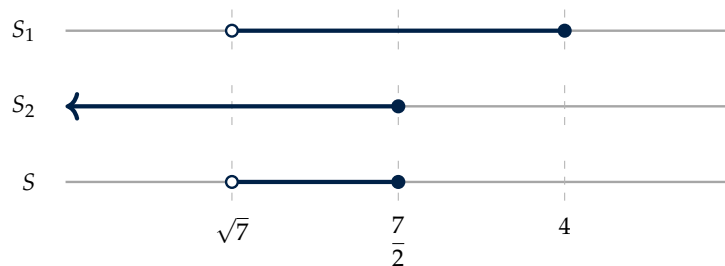
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{-2x + 8} < x - 1 \\ \sqrt{-2x + 8} \geq 1 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{-2x + 8} < x - 1 \rightarrow S_1: \sqrt{7} < x \leq 4$ (caso del minore: un sistema di tre righe)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{-2x + 8} \geq 1 \rightarrow S_2: x \leq \frac{7}{2}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $\sqrt{7} < x \leq \frac{7}{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(\sqrt{7}, \frac{7}{2}\right]$)

→ **Controllo:** con $x = 3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 521.

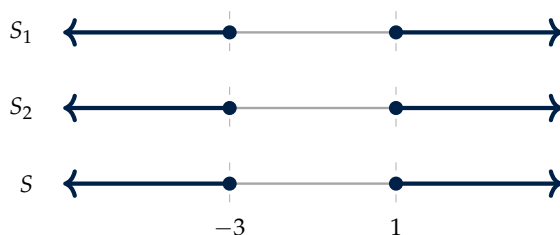
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x - 3} > x - 4 \\ \sqrt{x^2 + 2x - 3} > -3 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x^2 + 2x - 3} > x - 4 \rightarrow S_1: x \leq -3 \vee x \geq 1$ (caso del maggiore: l'unione di due sistemi)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x^2 + 2x - 3} > -3 \rightarrow S_2: x \leq -3 \vee x \geq 1$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x \leq -3 \vee x \geq 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$)

→ **Controllo:** con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 522.

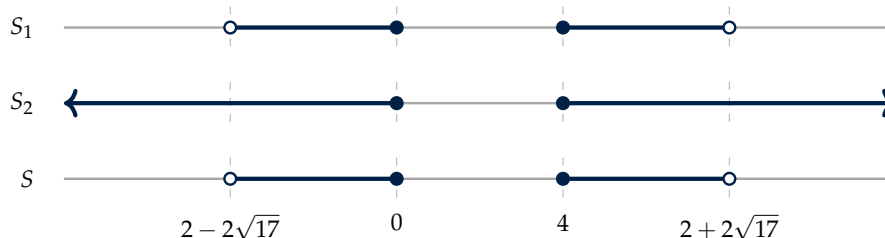
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 4x} < 8 \\ \sqrt{x^2 - 4x} \geq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x^2 - 4x} < 8 \rightarrow S_1: 2 - 2\sqrt{17} < x \leq 0 \vee 4 \leq x < 2 + 2\sqrt{17}$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x^2 - 4x} \geq 0 \rightarrow S_2: x \leq 0 \vee x \geq 4$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $2 - 2\sqrt{17} < x \leq 0 \vee 4 \leq x < 2 + 2\sqrt{17}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (2 - 2\sqrt{17}, 0] \cup [4, 2 + 2\sqrt{17})$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -7$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 523.

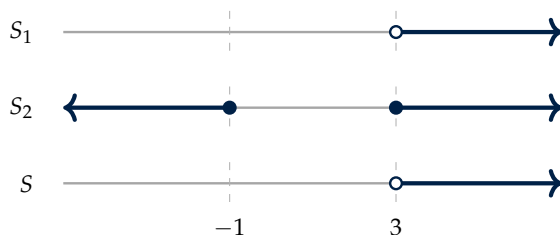
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} < \sqrt{x^2 - x - 6} \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} > -2 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x^2 - 2x - 3} < \sqrt{x^2 - x - 6} \rightarrow S_1: x > 3$ (due radici dello stesso indice: si confrontano i radicandi, con la C.E. di uno solo)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x^2 - 2x - 3} > -2 \rightarrow S_2: x \leq -1 \vee x \geq 3$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x > 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (3, +\infty)$)

→ **Controllo:** con $x = 4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 524.

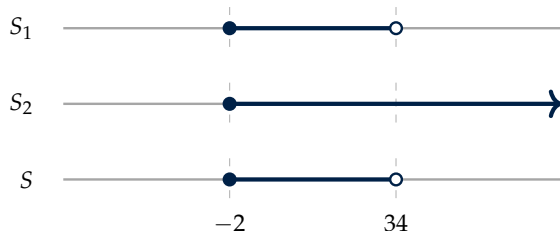
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} < 6 \\ \sqrt{x+2} \geq -5 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{x+2} < 6 \rightarrow S_1: -2 \leq x < 34$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{x+2} \geq -5 \rightarrow S_2: x \geq -2$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $-2 \leq x < 34$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-2, 34)$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 525.

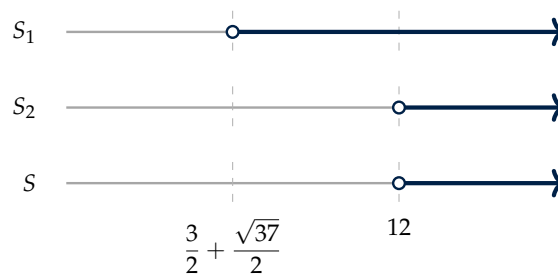
$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+1} < \sqrt{x^2-x-6} \\ \sqrt{2x+1} > 5 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta; solo alla fine si confrontano. (il sistema chiede i valori che vanno bene per tutte le righe insieme: finché le righe non sono risolte non c'è niente da confrontare)

→ **Prima riga.** $\sqrt{2x+1} < \sqrt{x^2-x-6} \rightarrow S_1: x > \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{37}}{2}$ (due radici dello stesso indice: si confrontano i radicandi, con la C.E. di uno solo)

→ **Seconda riga.** $\sqrt{2x+1} > 5 \rightarrow S_2: x > 12$ (a secondo membro c'è un numero: si guarda il suo segno prima di fare qualunque conto)

→ Adesso il **grafico delle soluzioni**: una riga per disequazione, i punti tutti sulla stessa verticale. (è lo stesso strumento dei sistemi di disequazioni di primo grado: quello che cambia è quanto lavoro c'è dentro ogni riga)



→ $x > 12$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (12, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 13$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

9. Disequazioni di riepilogo

Esercizio 526.

→ $\sqrt{2x+1} < 1$

→ C.E.: $2x+1 \geq 0$. (il radicando di una radice di indice pari non può essere negativo)

→ I due membri sono tutti e due non negativi: elevo, e il radicando si confronta con 1^2 . (elevare conserva il verso solo se i due membri sono già dello stesso segno, e qui lo sono: la radice è ≥ 0 e 1 pure)

→ $-\frac{1}{2} \leq x < 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[-\frac{1}{2}, 0\right)$)

→ Controllo: con $x = -\frac{1}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 527.

→ $\sqrt{-2x+8} < 2x+1$

→ Caso del **minore**: un solo sistema, di tre righe. (servono tre cose insieme: che la radice esista, che il secondo membro sia positivo (una radice non è mai negativa, quindi non può essere minore di una quantità negativa), e solo allora si può elevare)

$$\begin{cases} -2x+8 \geq 0 \\ 2x+1 > 0 \\ -4x^2-6x+7 < 0 \end{cases}$$

→ La terza riga è $A(x) - [B(x)]^2 < 0$: il quadrato si sviluppa e resta una disequazione intera. (è qui che la radice sparisce; le prime due righe servono a poterlo fare)

→ Intersecando le tre righe:

→ $-\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{37}}{4} < x \leq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(-\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{37}}{4}, 4\right]$)

→ Controllo: con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 548.

→ $\sqrt{2x+1} \geq x-4$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-4 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ -x^2+10x-15 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $-\frac{1}{2} \leq x < 4$. Secondo sistema: $4 \leq x \leq 5 + \sqrt{10}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $-\frac{1}{2} \leq x \leq 5 + \sqrt{10}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[-\frac{1}{2}, 5 + \sqrt{10}\right]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 549.

→ $\sqrt{2x+1} < 4$

→ C.E.: $2x+1 \geq 0$. (il radicando di una radice di indice pari non può essere negativo)

→ I due membri sono tutti e due non negativi: elevo, e il radicando si confronta con 4^2 . (elevare conserva il verso solo se i due membri sono già dello stesso segno, e qui lo sono: la radice è ≥ 0 e 4 pure)

→ $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{15}{2}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[-\frac{1}{2}, \frac{15}{2}\right)$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 550.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 9} \geq 4x - 1$$

→ **Caso del maggiore:** due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ 4x - 1 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} 4x - 1 \geq 0 \\ -15x^2 + 8x - 10 \geq 0 \end{cases}$$

→ **Nel secondo sistema la C.E. non si scrive.** (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ **Primo sistema:** $x \leq -3$. **Secondo sistema:** $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ **$x \leq -3$** (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3]$)

→ **Controllo:** con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 551.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 8x} > \sqrt{2x - 3}$$

→ **Due radici dello stesso indice:** si confrontano i **radicandi**, ma prima devono esistere. (elevare al quadrato due quantità non negative conserva il verso: è il caso più comodo del capitolo)

→ **Basta imporre la C.E. del radicando di destra:** $2x - 3 \geq 0$. (l'altra viene da sé: con il minore, da $A \geq 0$ e $A < B$ segue $B > 0$; con il maggiore, da $B \geq 0$ e $A > B$ segue $A > 0$. Scriverla non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente)

→ **$x \geq \frac{3}{2}$** (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$)

→ **Controllo:** con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 552.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 9} \leq -2$$

→ A destra c'è -2 , e a sinistra una radice quadrata. (una radice non è mai negativa: non può essere minore di un numero negativo o nullo. Non si eleva niente)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 553.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 8x} < -x + 2$$

→ Caso del **minore**: un solo sistema, di tre righe. (servono tre cose insieme: che la radice esista, che il secondo membro sia positivo (una radice non è mai negativa, quindi non può essere minore di una quantità negativa), e solo allora si può elevare)

$$\begin{cases} x^2 + 8x \geq 0 \\ -x + 2 > 0 \\ 12x - 4 < 0 \end{cases}$$

→ La terza riga è $A(x) - [B(x)]^2 < 0$: il quadrato si sviluppa e resta una disequazione intera. (è qui che la radice sparisce; le prime due righe servono a poterlo fare)

→ Intersecando le tre righe:

$$\rightarrow x \leq -8 \vee 0 \leq x < \frac{1}{3} \quad (\text{la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = (-\infty, -8] \cup [0, \frac{1}{3}))$$

→ Controllo: con $x = -8$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 554.

$$\rightarrow \sqrt{2x + 1} \geq x - 5$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ x - 5 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x - 5 \geq 0 \\ -x^2 + 12x - 24 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $-\frac{1}{2} \leq x < 5$. Secondo sistema: $5 \leq x \leq 6 + 2\sqrt{3}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si uniscono — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

$$\rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 6 + 2\sqrt{3} \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[-\frac{1}{2}, 6 + 2\sqrt{3}\right])$$

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 555.

$$\rightarrow \sqrt{-2x+8} \geq \sqrt{3x-6}$$

→ Due radici dello stesso indice: si confrontano i **radicandi**, ma prima devono esistere. (elevare al quadrato due quantità non negative conserva il verso: è il caso più comodo del capitolo)

→ Basta imporre la C.E. del radicando di destra: $3x - 6 \geq 0$. (l'altra viene da sé: con il minore, da $A \geq 0$ e $A < B$ segue $B > 0$; con il maggiore, da $B \geq 0$ e $A > B$ segue $A > 0$. Scriverla non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente)

$$\rightarrow 2 \leq x \leq \frac{14}{5} \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[2, \frac{14}{5}\right])$$

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 556.

$$\rightarrow \sqrt{2x+1} < 7$$

→ C.E.: $2x + 1 \geq 0$. (il radicando di una radice di indice pari non può essere negativo)

→ I due membri sono tutti e due non negativi: elevo, e il radicando si confronta con 7^2 . (elevare conserva il verso solo se i due membri sono già dello stesso segno, e qui lo sono: la radice è ≥ 0 e 7 pure)

$$\rightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 24 \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = \left[-\frac{1}{2}, 24\right])$$

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 557.

$$\rightarrow \sqrt{x^2-9} \geq x+6$$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ x + 6 < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x + 6 \geq 0 \\ -12x - 45 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x < -6$. Secondo sistema: $-6 \leq x \leq -\frac{15}{4}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si uniscono — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \leq -\frac{15}{4}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(-\infty, -\frac{15}{4}\right]$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 558.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 8x} > \sqrt{2x + 1}$$

→ Due radici dello stesso indice: si confrontano i **radicandi**, ma prima devono esistere. (elevare al quadrato due quantità non negative conserva il verso: è il caso più comodo del capitolo)

→ Basta imporre la C.E. del radicando di destra: $2x + 1 \geq 0$. (l'altra viene da sé: con il minore, da $A \geq 0$ e $A < B$ segue $B > 0$; con il maggiore, da $B \geq 0$ e $A > B$ segue $A > 0$. Scriverla non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente)

→ $x > -3 + \sqrt{10}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-3 + \sqrt{10}, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 559.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 9} \leq -5$$

→ A destra c'è -5 , e a sinistra una radice quadrata. (una radice non è mai negativa: non può essere minore di un numero negativo o nullo. Non si eleva niente)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore soddisfa tutte le condizioni insieme)

Esercizio 560.

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 8x} < -x + 4$$

→ Caso del **minore**: un solo sistema, di tre righe. (servono tre cose insieme: che la radice esista, che il secondo membro sia positivo (una radice non è mai negativa, quindi non può essere minore di una quantità negativa), e solo allora si può elevare)

$$\begin{cases} x^2 + 8x \geq 0 \\ -x + 4 > 0 \\ 16x - 16 < 0 \end{cases}$$

→ La terza riga è $A(x) - [B(x)]^2 < 0$: il quadrato si sviluppa e resta una disequazione intera. (è qui che la radice sparisce; le prime due righe servono a poterlo fare)

→ Intersecando le tre righe:

→ $x \leq -8 \vee 0 \leq x < 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -8] \cup [0, 1)$)

→ Controllo: con $x = -8$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 561.

→ $\sqrt{2x+1} \geq x-6$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-6 < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x-6 \geq 0 \\ -x^2+14x-35 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $-\frac{1}{2} \leq x < 6$. Secondo sistema: $6 \leq x \leq 7 + \sqrt{14}$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $-\frac{1}{2} \leq x \leq 7 + \sqrt{14}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left[-\frac{1}{2}, 7 + \sqrt{14}\right]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 562.

→ $\sqrt{-2x+8} \geq \sqrt{-x+6}$

→ Due radici dello stesso indice: si confrontano i **radicandi**, ma prima devono esistere. (elevare al quadrato due quantità non negative conserva il verso: è il caso più comodo del capitolo)

→ Basta imporre la C.E. del radicando di destra: $-x + 6 \geq 0$. (l'altra viene da sé: con il minore, da $A \geq 0$ e $A < B$ segue $B > 0$; con il maggiore, da $B \geq 0$ e $A > B$ segue $A > 0$. Scriverla non è sbagliato, è una disequazione in più da risolvere per niente)

→ $x \leq 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 2]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 3$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 563.

→ $\sqrt{x^2 - 9} \geq x$

→ Caso del **maggiore**: due sistemi, e la risposta è la loro **unione**. (dove il secondo membro è negativo la disuguaglianza è già vera — basta che la radice esista — e lì non c'è niente da elevare; dove è positivo o nullo si eleva. Sono due situazioni diverse e vanno tenute separate)

$$\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ -9 \geq 0 \end{cases}$$

→ Nel secondo sistema la C.E. non si scrive. (la riga $A > B^2$ dice già che A è maggiore di un quadrato, quindi positivo: imporre $A \geq 0$ sarebbe una disequazione in più da risolvere per niente)

→ Primo sistema: $x \leq -3$. Secondo sistema: $S = \emptyset$. (si risolvono separatamente, e alla fine si **uniscono** — non si intersecano: sono due strade per essere soluzione, non due condizioni da rispettare insieme)

→ $x \leq -3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3]$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa** — o non esiste. (si sostituisce nella disequazione di PARTENZA: in quella elevata anche un valore che non rispetta la concordanza risulterebbe buono, e il controllo confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

10. Problemi

Esercizio 564.

→ Per quali numeri la radice quadrata del numero diminuito di 2 è minore di 3?

→ $\sqrt{x-2} < 3$ con $x-2 \geq 0$: elevando, $x-2 < 9$, quindi $2 \leq x < 11$. L'estremo sinistro viene dalla C.E., non dai conti. (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 565.

→ Il lato di un quadrato di area A vale $\sqrt{A}$. Per quali aree il lato è minore di 7 cm?

→ $\sqrt{A} < 7$ con $A \geq 0$: $0 \leq A < 49$ cm². L'area negativa non esiste, e la C.E. lo dice da sola. (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 576.

→ Per quali valori di x il triangolo rettangolo di cateti 3 e x ha l'ipotenusa minore di 5?

→ $\sqrt{9 + x^2} < 5$ con $x > 0$: il radicando è sempre positivo e il secondo membro pure, quindi si eleva: $9 + x^2 < 25$, cioè $x^2 < 16$. Con $x > 0$: $0 < x < 4$. (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 577.

→ Per quali x la media geometrica fra x e $x + 3$, cioè $\sqrt{x(x + 3)}$, è minore di $x + 1$?

→ caso del minore: $\{x^2 + 3x \geq 0, x + 1 > 0, x^2 + 3x < x^2 + 2x + 1\}$. La terza dà $x < 1$; con le prime due resta $0 \leq x < 1$. (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 582.

→ Per quali valori di x la differenza $\sqrt{x + 5} - \sqrt{x}$ resta sotto 1?

→ C.E. $x \geq 0$. Isolando ed elevando due volte si arriva a $\sqrt{x} > 2$, quindi $x > 4$. (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 583.

→ Per quali x esistono tutte e due le radici $\sqrt{x - 1}$ e $\sqrt{5 - x}$ e la prima supera la seconda?

→ C.E.: $1 \leq x \leq 5$. Poi $\sqrt{x - 1} > \sqrt{5 - x}$ dà $x - 1 > 5 - x$, cioè $x > 3$. In tutto $3 < x \leq 5$. (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 584.

→ Per quali valori l'espressione $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$ esiste ed è minore di 1?

→ C.E. stretta: $x^2 - 4 > 0$, cioè $x < -2 \vee x > 2$. Poi $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} < 1$ dà $\sqrt{x^2 - 4} > 1$, quindi $x^2 > 5$:
 $x < -\sqrt{5} \vee x > \sqrt{5}$. (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 585.

→ Per quali x vale contemporaneamente $\sqrt{x+2} < 3$ e $\sqrt{x+2} > 1$?

→ è un sistema: la prima dà $-2 \leq x < 7$, la seconda $x > -1$. L'intersezione è $-1 < x < 7$. (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

11. Parametriche, vero o falso, errori, a ritroso, dimostrazioni

Esercizio 586.

→ $\sqrt{A(x)} < B(x)$ si risolve con un sistema di tre righe.

→ **vero** — sì: $A \geq 0$ perché la radice esista, $B > 0$ perché una radice non è mai negativa, e $A < B^2$. (in un vero o falso il giudizio da solo non vale niente: quello che si valuta è il motivo)

Esercizio 587.

→ $\sqrt{A(x)} > B(x)$ si risolve con un sistema di tre righe.

→ **falso** — no: si risolve con l'**unione di due sistemi**, perché dove $B < 0$ la disequazione è già vera e dove $B \geq 0$ si eleva. (in un vero o falso il giudizio da solo non vale niente: quello che si valuta è il motivo)

Esercizio 598.

→ $\sqrt{x-1} < 3$ diventa $x - 1 < 9$, quindi $x < 10$.

→ manca la C.E.: serve anche $x - 1 \geq 0$. La risposta è $1 \leq x < 10$: l'estremo sinistro non viene dai conti, viene dall'esistenza della radice. (trovare l'errore vuol dire dire QUALE regola è stata violata, non solo che il risultato non torna)

Esercizio 599.

→ $\sqrt{x+2} > x$ si risolve elevando: $x+2 > x^2$, quindi $-1 < x < 2$.

→ si è elevato senza distinguere il segno del secondo membro. Per $x < 0$ la disequazione è già vera (basta la C.E.), e la risposta è $-2 \leq x < 2$. (trovare l'errore vuol dire dire QUALE regola è stata violata, non solo che il risultato non torna)

Esercizio 608.

→ Scrivi una disequazione irrazionale che abbia per soluzione $x \geq 4$.

→ per esempio $\sqrt{x-4} \geq 0$: la disuguaglianza è vera dove la radice esiste. **una fra infinite** (si parte dalla risposta e si costruisce la disequazione: gli estremi dicono da dove viene ogni pezzo, la C.E. o l'elevamento)

Esercizio 609.

→ Scrivi una disequazione irrazionale impossibile.

→ per esempio $\sqrt{x+1} < -2$: una radice non è mai minore di un numero negativo. (si parte dalla risposta e si costruisce la disequazione: gli estremi dicono da dove viene ogni pezzo, la C.E. o l'elevamento)

Esercizio 618.

→ Per quali valori di k la disequazione $\sqrt{x-1} < k$ è impossibile?

→ **$k \leq 0$** : una radice non è mai minore di un numero negativo, e nemmeno di zero con il verso stretto. (il parametro si ricava dalla condizione che la risposta deve soddisfare)

Esercizio 619.

→ Per quali valori di k la disequazione $\sqrt{x-1} > k$ ha per soluzione tutta la C.E.?

→ **$k < 0$** : dove la radice esiste è ≥ 0 , quindi maggiore di qualunque numero negativo. (il parametro si ricava dalla condizione che la risposta deve soddisfare)

Esercizio 628.

→ Dimostra che se a e b sono non negativi, allora $a < b$ equivale a $a^2 < b^2$.

→ se $a < b$ con $a, b \geq 0$, moltiplicando per $a \geq 0$ si ha $a^2 \leq ab$ e per $b > 0$ si ha $ab < b^2$: quindi $a^2 < b^2$. Viceversa, se $a^2 < b^2$ allora $(b-a)(b+a) > 0$; essendo $b+a > 0$ segue $b > a$. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 629.

→ Dimostra che $\sqrt{A(x)} < B(x)$ equivale al sistema $\{A \geq 0, B > 0, A < B^2\}$.

→ se la disequazione vale, il primo membro esiste ($A \geq 0$) ed è ≥ 0 , quindi $B > 0$; essendo i due membri non negativi si può elevare e viene $A < B^2$. Viceversa, dal sistema segue $\sqrt{A} < \sqrt{B^2} = |B| = B$. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 630.

→ Dimostra che $\sqrt{A(x)} > B(x)$ equivale all'unione dei due sistemi $\{A \geq 0, B < 0\}$ e $\{B \geq 0, A > B^2\}$.

→ dove $B < 0$ basta che la radice esista, perché una quantità ≥ 0 è maggiore di una negativa. Dove $B \geq 0$ i due membri sono non negativi e si può elevare. I due casi coprono tutte le x e non si sovrappongono. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 631.

→ Dimostra che con indice dispari non serve nessuna condizione.

→ $y \mapsto y^n$ con n dispari è strettamente crescente su tutto $\mathbb{R}$: conserva l'ordine in tutti e due i versi, quindi $a < b \iff a^n < b^n$ senza ipotesi di segno. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 632.

→ Dimostra che nel caso $\sqrt{A} > B$ con $B \geq 0$ la condizione $A \geq 0$ è superflua.

→ la riga del sistema è $A > B^2$; essendo $B^2 \geq 0$, ne segue $A > 0$. Imporre $A \geq 0$ non toglie e non aggiunge niente. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 633.

→ Dimostra che $\sqrt{A} < \sqrt{B}$ implica $B > 0$.

→ perché $\sqrt{B} > \sqrt{A} \geq 0$, e una radice è positiva solo se il radicando lo è. Per questo, nel sistema, basta imporre $A \geq 0$. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)
