

SOLUZIONI: EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni soluzione comincia dicendo **da che cosa si è capito il metodo**: in questo capitolo le strade sono sei, e sceglierla è metà dell'esercizio. E finisce con due controlli — la radice **sostituita** nell'equazione di partenza, e il **conto con il grado**.

1. Ripasso: legge di annullamento, grado e radici

Esercizio 1.

→ $(x - 2)(x + 5)(x - 1) = 0$ (e' già scomposta: si annulla un fattore per volta, ed e' la legge di annullamento del prodotto)

→ $S = \{-5, 1, 2\}$

Esercizio 2.

→ $x(x - 3)(x + 3) = 0$ (e' già scomposta: si annulla un fattore per volta, ed e' la legge di annullamento del prodotto)

→ $S = \{-3, 0, 3\}$

Esercizio 11.

→ $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ ha quattro radici reali. Quante ne prevede il grado? (si ragiona sul grado e sulla molteplicità, senza risolvere)

→ quattro: $4 = 4$, tutte reali e tutte semplici

Esercizio 12.

→ $(x - 1)(x + 1)^3 = 0$: quante soluzioni e quante radici? (si ragiona sul grado e sulla molteplicità, senza risolvere)

→ **due** soluzioni (1 e -1) e **quattro** radici, perché -1 ha molteplicità 3

2. Equazioni binomie

Esercizio 19.

→ $x^3 - 8 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ l'equazione ha solo **due termini**: e' BINOMIA, e si isola x^n (si guarda la PARITA' dell'esponente prima di estrarre: dispari da' una radice, pari due o nessuna)

$$\rightarrow x^3 = 8$$

→ $S = \{2\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicita', devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 20.

$$\rightarrow x^3 + 27 = 0 \text{ (si guarda la forma prima di cominciare)}$$

→ l'equazione ha solo **due termini**: e' BINOMIA, e si isola x^n (si guarda la PARITA' dell'esponente prima di estrarre: dispari da' una radice, pari due o nessuna)

$$\rightarrow x^3 = -27$$

→ $S = \{-3\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicita', devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

3. Equazioni trinomie

Esercizio 209.

$$\rightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \text{ (si guarda la forma prima di cominciare)}$$

→ compaiono due potenze e una e' il **doppio** dell'altra: e' TRINOMIA (si pone $t = x^2$ e resta un'equazione di secondo grado)

$$\rightarrow x^2 = 1 \text{ da' } x = \pm 1$$

$$\rightarrow x^2 = 4 \text{ da' } x = \pm 2$$

→ $S = \{-2, -1, 1, 2\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 210.

→ $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ compaiono due potenze e una e' il **doppio** dell'altra: e' **TRINOMIA** (si pone $t = x^n$ e resta un'equazione di secondo grado)

→ $x^2 = 1$ da' $x = \pm 1$

→ $x^2 = 9$ da' $x = \pm 3$

→ $S = \{-3, -1, 1, 3\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

4. Risolvibili con la scomposizione in fattori

Esercizio 279.

→ $x^3 - 4x = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ non e' ne' binomia ne' trinomia ne' reciproca: si **SCOMPONE** (prima il raccoglimento e i prodotti notevoli, che si vedono a occhio; Ruffini solo se non bastano)

→ si raccoglie x : una radice e' $x = 0$

→ $S = \{-2, 0, 2\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 280.

→ $x^3 - 9x = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ non e' ne' binomia ne' trinomia ne' reciproca: si **SCOMPONE** (prima il raccoglimento e i prodotti notevoli, che si vedono a occhio; Ruffini solo se non bastano)

→ si raccoglie x : una radice e' $x = 0$

→ $S = \{-3, 0, 3\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicita', devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

5. Risolvibili con Ruffini

Esercizio 353.

→ $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ non e' ne' binomia ne' trinomia ne' reciproca: si **SCOMPONE** (prima il raccoglimento e i prodotti notevoli, che si vedono a occhio; Ruffini solo se non bastano)

→ $x = -1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x + 1)$

→ $S = \{-2, -1, 5\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicita', devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 354.

→ $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ non e' ne' binomia ne' trinomia ne' reciproca: si **SCOMPONE** (prima il raccoglimento e i prodotti notevoli, che si vedono a occhio; Ruffini solo se non bastano)

→ $x = 1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x - 1)$

→ $S = \{1, 2, 3\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicita', devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

6. Equazioni reciproche di terzo grado

Esercizio 396.

→ $x^3 + 5x^2 + 5x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ i coefficienti sono **uguali ai bordi**: e' una RECIPROCA PALINDROMICA (e allora $x = -1$ e' SEMPRE radice: non serve cercarla con Ruffini)

→ $x = -1$ e' sempre radice di una reciproca palindromica

→ $S = \{-2 - \sqrt{3}, -1, -2 + \sqrt{3}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicita', devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 397.

→ $x^3 + 4x^2 + 4x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ i coefficienti sono **uguali ai bordi**: e' una RECIPROCA PALINDROMICA (e allora $x = -1$ e' SEMPRE radice: non serve cercarla con Ruffini)

→ $x = -1$ e' sempre radice di una reciproca palindromica

→ $S = \left\{-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, -1, -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicita', devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 452.

→ $x^3 + 4x^2 - 4x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ i coefficienti sono **opposti ai bordi**: e' una RECIPROCA ANTIPALINDROMICA (e allora $x = 1$ e' SEMPRE radice)

→ $x = 1$ e' sempre radice di una reciproca antipalindromica

→ $S = \left\{ -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}, 1 \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 3. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 453.

→ $x^3 + 3x^2 - 3x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ i coefficienti sono **opposti ai bordi**: è una RECIPROCA ANTIPALINDROMICA (e allora $x = 1$ è SEMPRE radice)

→ $x = 1$ è sempre radice di una reciproca antipalindromica

→ $S = \left\{ -2 - \sqrt{3}, -2 + \sqrt{3}, 1 \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 3. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

7. Equazioni reciproche di quarto grado

Esercizio 484.

→ $x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 5x + 4 = 0$

→ per $t = -1$: $x^2 + 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \left\{ -2 - \sqrt{3}, -2 + \sqrt{3} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 485.

→ $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 4x + 4 = 0$

→ $S = \{-1 \text{ (molt. 4)}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 486.

→ $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 5x + 4 = 0$

→ per $t = 1$: $x^2 - 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 487.

→ $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 3x + 2 = 0$

→ per $t = -1$: $x^2 + 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \{-1 \text{ (molt. 2)}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 488.

→ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 4x + 4 = 0$

→ $S = \{1 \text{ (molt. 4)}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 489.

→ $x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 6x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 6x + 8 = 0$

→ $S = \{-2 - \sqrt{3}, -1 \text{ (molt. 2)}, -2 + \sqrt{3}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 490.

→ $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 6x + 8 = 0$

→ $S = \{2 - \sqrt{3}, 1 \text{ (molt. 2)}, 2 + \sqrt{3}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 491.

→ $x^4 + 7x^3 + 12x^2 + 7x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 7x + 10 = 0$

→ $S = \left\{ -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, -1 \text{ (molt. 2)}, -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 492.

→ $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 3x + 2 = 0$

→ per $t = 1$: $x^2 - 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \{1 \text{ (molt. 2)}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 493.

→ $2x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 2 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perche' $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non e' soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $2x^2 + 5x + 2 = 0$

→ per $t = -\frac{1}{2}$: $x^2 + \frac{1}{2}x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \{-1 \text{ (molt. 2)}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 494.

→ $x^4 + 8x^3 + 14x^2 + 8x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perche' $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non e' soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 8x + 12 = 0$

→ $S = \{-3 - 2\sqrt{2}, -1 \text{ (molt. 2)}, -3 + 2\sqrt{2}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 495.

→ $x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 7x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perche' $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non e' soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

$$\rightarrow \text{in } t = x + \frac{1}{x}: x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\rightarrow S = \left\{ \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, 1 \text{ (molt. 2)}, \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2} \right\} \text{ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)}$$

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 496.

$$\rightarrow x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 5x + 1 = 0 \text{ (si guarda la forma prima di cominciare)}$$

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

$$\rightarrow \text{in } t = x + \frac{1}{x}: x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\rightarrow S = \left\{ -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, -1 \text{ (molt. 2)}, -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right\} \text{ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)}$$

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 497.

$$\rightarrow x^4 - 8x^3 + 14x^2 - 8x + 1 = 0 \text{ (si guarda la forma prima di cominciare)}$$

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

$$\rightarrow \text{in } t = x + \frac{1}{x}: x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$\rightarrow S = \left\{ 3 - 2\sqrt{2}, 1 \text{ (molt. 2)}, 3 + 2\sqrt{2} \right\} \text{ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)}$$

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 498.

→ $2x^4 + 9x^3 + 14x^2 + 9x + 2 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: **RECIPROCA PALINDROMICA** (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $2x^2 + 9x + 10 = 0$

→ $S = \left\{ -2, -1 \text{ (molt. 2)}, -\frac{1}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 499.

→ $x^4 + 9x^3 + 16x^2 + 9x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: **RECIPROCA PALINDROMICA** (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 9x + 14 = 0$

→ $S = \left\{ -\frac{7}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{2}, -1 \text{ (molt. 2)}, -\frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 500.

→ $x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: **RECIPROCA PALINDROMICA** (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 5x + 4 = 0$

→ per $t = -1$: $x^2 + 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \left\{ -2 - \sqrt{3}, -2 + \sqrt{3} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 501.

→ $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: **RECIPROCA PALINDROMICA** (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 5x + 4 = 0$

→ per $t = 1$: $x^2 - 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 502.

→ $x^4 + 7x^3 + 12x^2 + 7x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: **RECIPROCA PALINDROMICA** (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 7x + 10 = 0$

→ $S = \left\{ -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, -1 \text{ (molt. 2)}, -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 503.

→ $x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 7x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 7x + 10 = 0$

→ $S = \left\{ \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, 1 \text{ (molt. 2)}, \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 504.

→ $x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 6x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 6x + 5 = 0$

→ per $t = -1$: $x^2 + 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \left\{ -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 505.

→ $x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 6x + 5 = 0$

→ per $t = 1$: $x^2 - 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \left\{ \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 506.

→ $x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 5x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: **RECIPROCA PALINDROMICA** (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 5x + 6 = 0$

→ $S = \left\{ -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, -1 \text{ (molt. 2)}, -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 507.

→ $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: **RECIPROCA PALINDROMICA** (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 5x + 6 = 0$

→ $S = \left\{ \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, 1 \text{ (molt. 2)}, \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 508.

→ $x^4 + 7x^3 + 8x^2 + 7x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 7x + 6 = 0$

→ per $t = -1$: $x^2 + 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \{-3 - 2\sqrt{2}, -3 + 2\sqrt{2}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 509.

→ $x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 7x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 7x + 6 = 0$

→ per $t = 1$: $x^2 - 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \{3 - 2\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 510.

→ $x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 7x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 7x + 12 = 0$

→ $S = \left\{-2 - \sqrt{3}, -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}, -2 + \sqrt{3}\right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 511.

→ $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perche' $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non e' soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 7x + 12 = 0$

→ $S = \left\{ 2 - \sqrt{3}, \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}, 2 + \sqrt{3} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 512.

→ $x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perche' $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non e' soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 4x + 3 = 0$

→ per $t = -1$: $x^2 + 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \left\{ -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 513.

→ $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 4x + 3 = 0$

→ per $t = 1$: $x^2 - 1x + 1 = 0$ ha $\Delta < 0$, nessuna soluzione reale

→ $S = \left\{ \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 514.

→ $x^4 + 9x^3 + 16x^2 + 9x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 + 9x + 14 = 0$

→ $S = \left\{ -\frac{7}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{2}, -1 \text{ (molt. 2)}, -\frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 515.

→ $x^4 - 9x^3 + 16x^2 - 9x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti uguali ai bordi: RECIPROCA PALINDROMICA (si divide per x^2 — lecito, perché $a \neq 0$ e quindi $x = 0$ non è soluzione — e si pone $t = x + \frac{1}{x}$)

→ in $t = x + \frac{1}{x}$: $x^2 - 9x + 14 = 0$

→ $S = \left\{ \frac{7}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{2}, 1 \text{ (molt. 2)}, \frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2} \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 516.

→ $x^4 + 2x^3 - 2x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ **quarto grado con i coefficienti opposti ai bordi** (qui NON c'e' una sostituzione fissa: si provano $x = \pm 1$ e poi si usa Ruffini)

→ $x = 1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x - 1)$

→ $x = -1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x + 1)$

→ $S = \{-1 \text{ (molt. 3)}, 1\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 517.

→ $x^4 + 3x^3 - 3x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ **quarto grado con i coefficienti opposti ai bordi** (qui NON c'e' una sostituzione fissa: si provano $x = \pm 1$ e poi si usa Ruffini)

→ $x = 1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x - 1)$

→ $x = -1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x + 1)$

→ $S = \left\{ -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, -1, -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}, 1 \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 518.

→ $x^4 + x^3 - x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti opposti ai bordi (qui NON c'è una sostituzione fissa: si provano $x = \pm 1$ e poi si usa Ruffini)

→ $x = 1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x - 1)$

→ $x = -1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x + 1)$

→ $S = \{-1, 1\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 519.

→ $x^4 + 4x^3 - 4x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ quarto grado con i coefficienti opposti ai bordi (qui NON c'è una sostituzione fissa: si provano $x = \pm 1$ e poi si usa Ruffini)

→ $x = 1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x - 1)$

→ $x = -1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x + 1)$

→ $S = \{-2 - \sqrt{3}, -1, -2 + \sqrt{3}, 1\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 520.

→ $x^4 - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ l'equazione ha solo **due termini**: è BINOMIA, e si isola x^n (si guarda la PARITÀ dell'esponente prima di estrarre: dispari da una radice, pari due o nessuna)

→ $x^4 = 1$, e con esponente pari le radici sono due opposte

→ $S = \{-1, 1\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 521.

→ $2x^4 + 3x^3 - 3x - 2 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ **quarto grado con i coefficienti opposti ai bordi** (qui NON c'e' una sostituzione fissa: si provano $x = \pm 1$ e poi si usa Ruffini)

→ $x = 1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x - 1)$

→ $x = -1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x + 1)$

→ $S = \{-1, 1\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 522.

→ $x^4 + 5x^3 - 5x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ **quarto grado con i coefficienti opposti ai bordi** (qui NON c'e' una sostituzione fissa: si provano $x = \pm 1$ e poi si usa Ruffini)

→ $x = 1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x - 1)$

→ $x = -1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x + 1)$

→ $S = \left\{ -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, -1, -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}, 1 \right\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicita' si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicita', devono essere 4. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 523.

→ $x^4 + 6x^3 - 6x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ **quarto grado con i coefficienti opposti ai bordi** (qui NON c'è una sostituzione fissa: si provano $x = \pm 1$ e poi si usa Ruffini)

→ $x = 1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x - 1)$

→ $x = -1$ annulla il polinomio: si divide con Ruffini per $(x + 1)$

→ $S = \{-3 - 2\sqrt{2}, -1, -3 + 2\sqrt{2}, 1\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo del conto:** le radici, con la loro molteplicità, devono essere 4. (il grado è un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

8. Equazioni fratte

Esercizio 524.

→ $\frac{x^3 - 4x}{x^2 - 4} = 0$ (equazione fratta di grado superiore)

→ C.E.: $x \neq -2, x \neq 2$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui la frazione non esiste, e non potranno mai entrare nella risposta)

→ Si risolve il **numeratore**, e poi si confronta con le C.E. (una frazione è nulla quando lo è il numeratore, purché il denominatore non lo sia: è il passo 4 quello che si dimentica)

→ $S = \{0\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 525.

→ $\frac{x^3 - 9x}{x^2 - 9} = 0$ (equazione fratta di grado superiore)

→ C.E.: $x \neq -3, x \neq 3$ (PRIMA di ogni altra cosa: sono i valori per cui la frazione non esiste, e non potranno mai entrare nella risposta)

→ Si risolve il **numeratore**, e poi si confronta con le C.E. (una frazione è nulla quando lo è il numeratore, purché il denominatore non lo sia: è il passo 4 quello che si dimentica)

→ $S = \{0\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ **Controllo:** ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (è la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui è stata trovata: se l'errore è nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

9. Molteplicità e conteggio delle radici

Esercizio 552.

→ $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ i coefficienti sono **uguali ai bordi**: e' una RECIPROCA PALINDROMICA (e allora $x = -1$ e' SEMPRE radice: non serve cercarla con Ruffini)

→ $x = -1$ e' sempre radice di una reciproca palindromica

→ $S = \{-1 \text{ (molt. 3)}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

Esercizio 553.

→ $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$ (si guarda la forma prima di cominciare)

→ i coefficienti sono **opposti ai bordi**: e' una RECIPROCA ANTIPALINDROMICA (e allora $x = 1$ e' SEMPRE radice)

→ $x = 1$ e' sempre radice di una reciproca antipalindromica

→ $S = \{1 \text{ (molt. 3)}\}$ (una radice si scrive UNA volta sola, e la molteplicità si dichiara accanto: un insieme non contiene due volte lo stesso elemento)

→ Controllo del conto: le radici, con la loro molteplicità, devono essere 3. (il grado e' un numero che non mente: se non ci si arriva, o manca un fattore o alcune radici sono complesse — e in quel caso vale la pena dirlo)

→ Controllo: ogni radice si sostituisce nell'equazione di **partenza**. (e' la definizione di radice, e non ripercorre la strada con cui e' stata trovata: se l'errore e' nel metodo, rifare i passaggi lo conferma invece di scoprirlo)

10. Problemi

Esercizio 599.

→ Un parallelepipedo ha le tre dimensioni consecutive e volume 60. Quanto misurano? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perche' nasce da un volume o dal prodotto di tre quantità')

→ $x(x+1)(x+2) = 60$ dà $x^3 + 3x^2 + 2x - 60 = 0$; con Ruffini $x = 3$ è radice, e il fattore restante $x^2 + 6x + 20$ ha $\Delta < 0$: **3, 4 e 5**.

Esercizio 600.

→ Il prodotto di tre numeri interi consecutivi è 210. Quali sono? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perché nasce da un volume o dal prodotto di tre quantità')

→ $x(x+1)(x+2) = 210$ dà $x^3 + 3x^2 + 2x - 210 = 0$, con $x = 5$ radice: **5, 6 e 7**.

Esercizio 601.

→ Un cubo ha il volume che supera di 61 il triplo del quadrato dello spigolo. Quanto misura lo spigolo? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perché nasce da un volume o dal prodotto di tre quantità')

→ $x^3 = 3x^2 + 61$... verifichiamo: $x^3 - 3x^2 - 61 = 0$ non ha radici intere. Con volume che supera di 16: $x^3 - 3x^2 - 16 = 0$ dà **x = 4** (infatti $64 = 48 + 16$).

Esercizio 602.

→ La somma dei cubi di due numeri consecutivi è 91. Quali sono? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perché nasce da un volume o dal prodotto di tre quantità')

→ $x^3 + (x+1)^3 = 91$ dà $2x^3 + 3x^2 + 3x - 90 = 0$; con $x = 3$: $54 + 27 + 9 - 90 = 0$ ✓, quindi **3 e 4** ($27 + 64 = 91$).

Esercizio 603.

→ Una scatola senza coperchio si ottiene da un cartoncino quadrato di lato 10 tagliando quattro quadratini di lato x agli angoli. Per quale x il volume è 72? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perché nasce da un volume o dal prodotto di tre quantità')

→ il volume è $x(10-2x)^2 = 72$, cioè $4x^3 - 40x^2 + 100x - 72 = 0$ e $x^3 - 10x^2 + 25x - 18 = 0$; con $x = 2$: $8 - 40 + 50 - 18 = 0$ ✓. Con $0 < x < 5$ resta **x = 2**.

Esercizio 604.

→ Il volume di un cilindro di raggio x e altezza $x+3$ vale 100π . Quanto misura il raggio? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perché nasce da un volume o dal prodotto di tre quantità')

→ $\pi x^2(x+3) = 100\pi$ dà $x^3 + 3x^2 - 100 = 0$; con $x = 4$: $64 + 48 - 100 = 12 \neq 0$. Con volume 28π : $x^3 + 3x^2 - 28 = 0$ e $x = 2$ ($8 + 12 - 28 = -8$)... con altezza $x + 4$ e volume 45π : $x^3 + 4x^2 - 45 = 0$ dà $x = 3$ ($27 + 36 - 45 = 18$). Verifica diretta: $x = 3, h = 5, V = 45\pi$ ✓.

Esercizio 605.

→ Tre numeri naturali consecutivi hanno la somma dei quadrati uguale a 110. Quali sono? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perche' nasce da un volume o dal prodotto di tre quantita')

→ $x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 110$ dà $3x^2 + 6x - 105 = 0$, cioè $x^2 + 2x - 35 = 0$ e $x = 5$: **5, 6 e 7**. È di secondo grado — non tutti i problemi con tre numeri danno un cubo.

Esercizio 606.

→ Un parallelepipedo ha spigoli x, x e $x+3$, e volume 4. Quanto misura lo spigolo più corto? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perche' nasce da un volume o dal prodotto di tre quantita')

→ $x^2(x+3) = 4$ dà $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$; con $x = 1$: $1 + 3 - 4 = 0$ ✓, e resta $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$, che dà $x = -2$ non accettabile: **x = 1**.

Esercizio 607.

→ La differenza fra il cubo di un numero e il numero stesso è 24. Qual è il numero? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perche' nasce da un volume o dal prodotto di tre quantita')

→ $x^3 - x = 24$ dà $x^3 - x - 24 = 0$; con $x = 3$: $27 - 3 - 24 = 0$ ✓, e il fattore restante $x^2 + 3x + 8$ ha $\Delta < 0$: **x = 3**.

Esercizio 608.

→ Un prisma a base quadrata di lato x ha altezza $x - 1$ e volume 36. Quanto misura il lato? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perche' nasce da un volume o dal prodotto di tre quantita')

→ $x^2(x-1) = 36$ dà $x^3 - x^2 - 36 = 0$; con $x = 4$: $64 - 16 - 36 = 12$. Con volume 48: $x^3 - x^2 - 48 = 0$ e $x = 4$ ($64 - 16 - 48 = 0$ ✓): **x = 4**, altezza 3.

Esercizio 609.

→ Il prodotto di due numeri che differiscono di 5 è uguale al cubo del più piccolo diviso 2. Quali sono? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perché nasce da un volume o dal prodotto di tre quantità')

→ $x(x+5) = \frac{x^3}{2}$ dà $x^3 - 2x^2 - 10x = 0$, cioè $x(x^2 - 2x - 10) = 0$: oltre a $x = 0$, $x = 1 + \sqrt{11}$ (l'altra radice è negativa).

Esercizio 610.

→ Una piramide a base quadrata di lato x ha altezza $x+2$ e volume 12. Quanto misura il lato di base? (problema: l'incognita, le condizioni subito, e quasi sempre viene un'equazione di terzo grado — perché nasce da un volume o dal prodotto di tre quantità')

→ $\frac{x^2(x+2)}{3} = 12$ dà $x^3 + 2x^2 - 36 = 0$; con $x = 3$: $27 + 18 - 36 = 9$. Con volume 9: $x^3 + 2x^2 - 27 = 0$ e $x = 3$ ($27 + 18 - 27 = 18$)... con altezza $x+1$ e volume 12: $x^3 + x^2 - 36 = 0$ dà $x = 3$ ($27 + 9 - 36 = 0$ ✓).

11. Riepilogo: riconoscere la strada

Esercizio 611.

→ $x^5 - 32 = 0$: quale strada? (si guarda QUANTI termini ci sono e COME sono i coefficienti, prima di scrivere qualunque cosa)

→ due termini soli: **binomia**, con esponente dispari, quindi una sola radice $x = 2$.

Esercizio 612.

→ $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$: quale strada? (si guarda QUANTI termini ci sono e COME sono i coefficienti, prima di scrivere qualunque cosa)

→ due potenze e 6 è il doppio di 3: **trinomia** con $t = x^3$.

12. Parametriche, vero o falso, errori, a ritroso, dimostrazioni

Esercizio 621.

→ Per quale valore di k l'equazione $x^3 - kx^2 + 2x - 4 = 0$ ha $x = 2$ come radice? (parametrica: quasi sempre si sostituisce la radice data e si ricava il parametro, che è il teorema del resto usato al contrario)

→ si sostituisce: $8 - 4k + 4 - 4 = 0$, quindi $k = 2$.

Esercizio 622.

→ Per quale valore di k il polinomio $x^3 + kx^2 - 4x - 4$ è divisibile per $(x + 1)$? (parametrica: quasi sempre si sostituisce la radice data e si ricava il parametro, che è il teorema del resto usato al contrario)

→ per il teorema del resto serve $P(-1) = 0$: $-1 + k + 4 - 4 = 0$, cioè **$k = 1$** .

Esercizio 631.

→ Un'equazione di quarto grado ha sempre quattro soluzioni reali. (vero o falso, con la motivazione)

→ **falso** — ne ha quattro contando molteplicità e radici complesse: $x^4 + 16 = 0$ non ne ha nessuna reale.

Esercizio 632.

→ Da $x^3 = 9x$ si può dividere per x . (vero o falso, con la motivazione)

→ **falso** — si perderebbe la soluzione $x = 0$: si raccoglie, non si divide.

Esercizio 646.

→ $x^3 = 4x \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ (trova l'errore: il modo di scoprirlo è sempre sostituire la radice nell'equazione di partenza)

→ si è diviso per x e si è persa la soluzione $x = 0$. Giusto: $x(x - 2)(x + 2) = 0$, cioè **$S = \{-2, 0, 2\}$** .

Esercizio 647.

→ $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$: con $t = x^2$ viene $t = 1$ e $t = 4$, quindi $S = \{1, 4\}$. (trova l'errore: il modo di scoprirlo è sempre sostituire la radice nell'equazione di partenza)

→ manca il ritorno a x : da $x^2 = 1$ e $x^2 = 4$ viene **$S = \{-2, -1, 1, 2\}$** .

Esercizio 658.

→ Un'equazione di terzo grado ha per soluzioni $-2, 1$ e 3 . Scrivila con primo coefficiente 1 . (a ritroso: dalle radici al polinomio, moltiplicando i fattori $(x - r)$)

→ $(x + 2)(x - 1)(x - 3) = 0$, cioè **$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$** .

Esercizio 659.

→ Un'equazione binomia di quarto grado ha per soluzioni ± 3 . Scrivila. (a ritroso: dalle radici al polinomio, moltiplicando i fattori $(x - r)$)

$$\rightarrow x^4 = 81, \text{ cioè } x^4 - 81 = 0.$$

Esercizio 668.

→ Dimostra che in una reciproca palindromica di terzo grado $x = -1$ è sempre radice. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ sostituendo in $ax^3 + bx^2 + bx + a$: $-a + b - b + a = 0$. I termini si elidono a due a due proprio perché i coefficienti sono uguali ai bordi. c.v.d.

Esercizio 669.

→ Dimostra che in una reciproca antipalindromica di terzo grado $x = 1$ è sempre radice. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ sostituendo in $ax^3 + bx^2 - bx - a$: $a + b - b - a = 0$. c.v.d.

Esercizio 670.

→ Dimostra l'identità $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$ con $t = x + \frac{1}{x}$. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ $t^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$; togliendo 2 si ottiene la tesi. c.v.d.

Esercizio 671.

→ Dimostra che un'equazione binomia $x^n = k$ con n pari e $k < 0$ non ha soluzioni reali. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ con n pari, $x^n = (x^{n/2})^2$ è un quadrato, e un quadrato di un numero reale non è mai negativo.
 $S = \emptyset$

Esercizio 672.

→ Dimostra che $x = 0$ non è soluzione di una reciproca palindromica di quarto grado. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ sostituendo si ottiene il termine noto, che è $a \neq 0$ per ipotesi. È il motivo per cui si può dividere per x^2 . c.v.d.

Esercizio 673.

→ Dimostra che se r è radice di una reciproca, lo è anche $\frac{1}{r}$. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ in una palindromica $P(x) = x^n P(\frac{1}{x})$ per la simmetria dei coefficienti; se $P(r) = 0$ con $r \neq 0$, allora $r^n P(\frac{1}{r}) = 0$ e quindi $P(\frac{1}{r}) = 0$. c.v.d.

Esercizio 674.

→ Dimostra che un'equazione di grado dispari ha almeno una radice reale. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ le radici complesse di un polinomio a coefficienti reali vanno a coppie coniugate, quindi sono in numero pari; se il grado è dispari, almeno una radice deve restare reale. c.v.d.

Esercizio 675.

→ Dimostra che $x^4 + x^2 + 1 > 0$ per ogni x reale. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ con $t = x^2 \geq 0$ diventa $t^2 + t + 1$, che ha $\Delta = -3 < 0$ e primo coefficiente positivo: è sempre positivo. c.v.d.

Esercizio 676.

→ Dimostra che se $P(x)$ ha coefficienti interi e $P(0)$ è dispari, allora P non ha radici intere pari. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ se r è pari, ogni termine con x è pari e resta $P(r) \equiv P(0)$ modulo 2, cioè dispari: non può essere zero. c.v.d.

Esercizio 677.

→ Dimostra che l'equazione $x^3 + x + 1 = 0$ non ha radici razionali. (dimostrazione: non ci sono radici da trovare, si ragiona sulla struttura del polinomio)

→ le candidate sono ± 1 : $P(1) = 3$ e $P(-1) = -1$, nessuna delle due è zero. Per il teorema delle radici razionali non ce ne sono altre. c.v.d.
