

DISEQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO

Esercizi divisi per tipologia e difficoltà.

- | | |
|------|--|
| ■□□□ | i casi rapidi con le potenze, prodotti già scomposti |
| ■□□□ | scomposizioni, Ruffini, biquadratiche, fratte |
| ■□□□ | fattori irriducibili, sistemi, riepilogo |
| ■□□□ | irriducibili negativi, sistemi misti, dimostrazioni |

Dal terzo grado in su non c'è nessuna formula risolutiva, e non serve: il metodo è **uno solo** e non cambia mai. Si porta tutto a primo membro, si **scompone** in fattori di cui si sappia leggere il segno, e si compila il **quadro dei segni**. Quello che cambia da un esercizio all'altro è soltanto quanta strada c'è per arrivare alla scomposizione: a volte nessuna — $(x+1)^5 > 0$ si risolve guardando la parità dell'esponente, e $(x+1)^4 < 0$ non ha soluzioni — a volte un raccoglimento, un prodotto notevole, Ruffini, o la sostituzione $t = x^2$. Due cose da tenere in mente sempre. La prima: **non si divide** per un fattore che contiene la x , perché il suo segno è ignoto e il verso non si saprebbe dove va a finire; il fattore si raccoglie e resta nel quadro. La seconda: un trinomio con $\Delta < 0$ non si annulla mai, quindi non porta nessun punto nel quadro — si può togliere, ma se è **negativo** il verso si rovescia. I procedimenti dei primi due esercizi di ogni blocco e di tutti quelli segnati ■□□□ stanno nel file delle soluzioni.

1. Il metodo, e i casi che si risolvono a occhio

Teoria: par. 2 e 3

■□□□ **Rispondi senza risolvere: sono domande sul metodo, non conti.**

- Perché $(x-3)^7 > 0$ si riduce a $x-3 > 0$? [perché 7 è dispari: una potenza di esponente dispari ha sempre il segno della sua base, quindi la potenza è positiva esattamente dove lo è $x-3$. Non c'è niente da sviluppare]
- Risolvi a mente: $(x+2)^4 > 0$. [$x \neq -2$ — l'esponente è pari, quindi la potenza è positiva dappertutto tranne dove la base si annulla, e lì vale 0]
- Risolvi a mente: $(x+2)^4 \geq 0$. [$S = \mathbb{R}$: una potenza pari non è mai negativa, e lo zero adesso è ammesso]
- Risolvi a mente: $(x+2)^4 < 0$. [$S = \emptyset$: una potenza pari non è mai negativa]
- Risolvi a mente: $(x+2)^4 \leq 0$. [$x = -2$: l'unico posto in cui una potenza pari non è positiva è il suo zero. La risposta è **un punto solo**]
- Quante soluzioni può avere una disequazione del tipo $(mx+q)^{2k} \leq 0$, con $m \neq 0$? [una sola, e sempre: il punto $x = -q/m$. Cambiando m e q cambia *quale* punto, non quanti]
- $x^5 - x^3 > 0$: qual è la **prima** mossa, e perché non è «divido per x^3 »? [la prima mossa è il **raccoglimento**: $x^3(x-1)(x+1) > 0$. Dividere per x^3 è vietato perché x^3 cambia segno, e dividendo per una quantità di segno ignoto non si sa se il verso resta o si rovescia]
- In un quadro dei segni con 4 punti, quante colonne di segno ci sono? [5: i punti tagliano la retta in $n+1$ intervalli. Chi ne disegna 4 perde l'ultimo pezzo di retta, ed è l'errore più comune del capitolo]
- Perché il fattore $x^2 + x + 1$ non porta nessun punto nel quadro dei segni? [perché ha $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$: non si annulla mai. È sempre positivo (il coefficiente di x^2 è positivo), quindi si può togliere senza toccare il verso]
- E il fattore $-x^2 - 4$? Che cosa succede al verso quando lo si toglie? [ha $\Delta = -16 < 0$ ed è sempre **negativo**: togliendolo il verso si **rovescia**, perché è come dividere per un numero negativo]
- Nel prodotto $(x-1)^2(x+3)$, che cosa fa la riga di $(x-1)^2$ nel quadro? [tutti +, con uno 0 sopra $x = 1$: un esponente **pari** non cambia mai segno. Il punto $x = 1$ resta nel quadro, ma non separa due segni diversi]

12. $\frac{(x-1)^2}{x+3} \geq 0$ e $(x-1)^2(x+3) \geq 0$ hanno la stessa risposta? [no: il quadro dei segni è identico, ma nella fratta $x = -3$ va escluso — lì la frazione non esiste. Nel prodotto invece $x = -3$ è una soluzione]
13. Perché in $\frac{N(x)}{D(x)} \geq 0$ non si può moltiplicare per $D(x)$? [perché $D(x)$ cambia segno, e moltiplicare per una quantità di segno ignoto non conserva il verso. Si studia il segno di numeratore e denominatore **separatamente**, in un quadro solo]
14. Una biquadratica $x^4 + bx^2 + c$ ha, in $t = x^2$, le soluzioni $t_1 = -1$ e $t_2 = 4$. Quali sono gli zeri in x ? [solo $x = -2$ e $x = 2$: da $t = -1$ non torna indietro niente, perché x^2 non può essere negativo. Il quarto grado ha due zeri, non quattro]
15. $x^6 - 9x^3 + 8 > 0$ è di sesto grado: quanti punti può avere il suo quadro dei segni? [due. Con $t = x^3$ si trova $(x^3 - 1)(x^3 - 8)$, e ogni differenza di cubi dà un binomio più un trinomio con $\Delta < 0$: i due trinomii non portano punti]
16. Che differenza c'è fra il **quadro dei segni** e il **grafico delle soluzioni** di un sistema? [nel quadro dei segni si **moltiplicano segni** di fattori della stessa disequazione; nel grafico delle soluzioni si **intersecano insieme** di disequazioni diverse. Sono due disegni che si somigliano e vogliono dire cose opposte]

■□□□ Una potenza sola: guarda la parità dell'esponente e rispondi. Non si sviluppa niente.

- | | | |
|--|---|---|
| 17. $(x+1)^3 < 0$ [$x < -1$] | 36. $(2x-1)^7 > 0$ [$x > \frac{1}{2}$] | 54. $(2x+3)^5 \geq 0$ [$x \geq -\frac{3}{2}$] |
| 18. $(x+1)^4 > 0$ [$x \neq -1$] | 37. $x^3 < 0$ [$x < 0$] | 55. $(2x+3)^6 < 0$ [$S = \emptyset$] |
| 19. $(x+1)^5 \leq 0$ [$x \leq -1$] | 38. $x^4 > 0$ [$x \neq 0$] | 56. $(2x+3)^7 > 0$ [$x > -\frac{3}{2}$] |
| 20. $(x+1)^6 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$] | 39. $x^5 \leq 0$ [$x \leq 0$] | 57. $(x+4)^3 < 0$ [$x < -4$] |
| 21. $(x+1)^7 < 0$ [$x < -1$] | 40. $x^6 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$] | 58. $(x+4)^4 > 0$ [$x \neq -4$] |
| 22. $(x-2)^3 \geq 0$ [$x \geq 2$] | 41. $x^7 < 0$ [$x < 0$] | 59. $(x+4)^5 \leq 0$ [$x \leq -4$] |
| 23. $(x-2)^4 < 0$ [$S = \emptyset$] | 42. $(3x+2)^3 \geq 0$ [$x \geq -\frac{2}{3}$] | 60. $(x+4)^6 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$] |
| 24. $(x-2)^5 > 0$ [$x > 2$] | 43. $(3x+2)^4 < 0$ [$S = \emptyset$] | 61. $(x+4)^7 < 0$ [$x < -4$] |
| 25. $(x-2)^6 \leq 0$ [$x = 2$] | 44. $(3x+2)^5 > 0$ [$x > -\frac{2}{3}$] | 62. $(5x-2)^3 \geq 0$ [$x \geq \frac{2}{5}$] |
| 26. $(x-2)^7 \geq 0$ [$x \geq 2$] | 45. $(3x+2)^6 \leq 0$ [$x = -\frac{2}{3}$] | 63. $(5x-2)^4 < 0$ [$S = \emptyset$] |
| 27. $(x+3)^3 \leq 0$ [$x \leq -3$] | 46. $(3x+2)^7 \geq 0$ [$x \geq -\frac{2}{3}$] | 64. $(5x-2)^5 > 0$ [$x > \frac{2}{5}$] |
| 28. $(x+3)^4 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$] | 47. $(x-5)^3 \leq 0$ [$x \leq 5$] | 65. $(5x-2)^6 \leq 0$ [$x = \frac{2}{5}$] |
| 29. $(x+3)^5 < 0$ [$x < -3$] | 48. $(x-5)^4 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$] | 66. $(5x-2)^7 \geq 0$ [$x \geq \frac{2}{5}$] |
| 30. $(x+3)^6 > 0$ [$x \neq -3$] | 49. $(x-5)^5 < 0$ [$x < 5$] | 67. $(x-1)^3 \leq 0$ [$x \leq 1$] |
| 31. $(x+3)^7 \leq 0$ [$x \leq -3$] | 50. $(x-5)^6 > 0$ [$x \neq 5$] | 68. $(x-1)^4 \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$] |
| 32. $(2x-1)^3 > 0$ [$x > \frac{1}{2}$] | 51. $(x-5)^7 \leq 0$ [$x \leq 5$] | 69. $(x-1)^5 < 0$ [$x < 1$] |
| 33. $(2x-1)^4 \leq 0$ [$x = \frac{1}{2}$] | 52. $(2x+3)^3 > 0$ [$x > -\frac{3}{2}$] | 70. $(x-1)^6 > 0$ [$x \neq 1$] |
| 34. $(2x-1)^5 \geq 0$ [$x \geq \frac{1}{2}$] | 53. $(2x+3)^4 \leq 0$ [$x = -\frac{3}{2}$] | 71. $(x-1)^7 \leq 0$ [$x \leq 1$] |

■ ■ ■ ■ Ancora potenze. Con l'esponente pari le risposte possibili sono quattro: tutta la retta, la retta tolto un punto, quel punto solo, oppure niente.

- | | | |
|---|---|--|
| 72. $(4x+1)^3 > 0 \ [x > -\frac{1}{4}]$ | 77. $(x+6)^3 < 0 \ [x < -6]$ | 82. $(3x-4)^3 \geq 0 \ [x \geq \frac{4}{3}]$ |
| 73. $(4x+1)^4 \leq 0 \ [x = -\frac{1}{4}]$ | 78. $(x+6)^4 > 0 \ [x \neq -6]$ | 83. $(3x-4)^4 < 0 \ [S = \emptyset]$ |
| 74. $(4x+1)^5 \geq 0 \ [x \geq -\frac{1}{4}]$ | 79. $(x+6)^5 \leq 0 \ [x \leq -6]$ | 84. $(3x-4)^5 > 0 \ [x > \frac{4}{3}]$ |
| 75. $(4x+1)^6 < 0 \ [S = \emptyset]$ | 80. $(x+6)^6 \geq 0 \ [S = \mathbb{R}]$ | 85. $(3x-4)^6 \leq 0 \ [x = \frac{4}{3}]$ |
| 76. $(4x+1)^7 > 0 \ [x > -\frac{1}{4}]$ | 81. $(x+6)^7 < 0 \ [x < -6]$ | 86. $(3x-4)^7 \geq 0 \ [x \geq \frac{4}{3}]$ |

2. Prodotti già scomposti: il quadro dei segni

Teoria: par. 4

■ ■ ■ ■ Il prodotto è già in fattori: zeri, quadro dei segni, risposta. Attenzione al numero di colonne: con n punti sono $n+1$.

- | | |
|--|---|
| 87. $(x+5)^2(x+2) > 0 \ [x > -2]$ | 104. $(x+1)^2(x+6) > 0 \ [-6 < x < -1 \vee x > -1]$ |
| 88. $x(x-7)(x+1) < 0 \ [x < -1 \vee 0 < x < 7]$ | 105. $(x-4)(x-3)(x+2) < 0 \ [x < -2 \vee 3 < x < 4]$ |
| 89. $(x-5)(2x-4)(x+3) \geq 0 \ [-3 \leq x \leq 2 \vee x \geq 5]$ | 106. $(x+3)(2x+4)(x+4) \geq 0 \ [-4 \leq x \leq -3 \vee x \geq -2]$ |
| 90. $-(x+2)^3(x+3) \leq 0 \ [x \leq -3 \vee x \geq -2]$ | 107. $(x-2)^3(x-7) \leq 0 \ [2 \leq x \leq 7]$ |
| 91. $(x-3)^2(x-5) > 0 \ [x > 5]$ | 108. $-(x+5)^2(x-2) > 0 \ [x < -5 \vee -5 < x < 2]$ |
| 92. $(x+4)(x-1)(x-4) < 0 \ [x < -4 \vee 1 < x < 4]$ | 109. $x(x+3)(x-3) < 0 \ [x < -3 \vee 0 < x < 3]$ |
| 93. $(x-1)(2x+8)(x-2) \geq 0 \ [-4 \leq x \leq 1 \vee x \geq 2]$ | 110. $(x+2)^3(x-1) \leq 0 \ [-2 \leq x \leq 1]$ |
| 94. $(x-6)^3(x-4) \leq 0 \ [4 \leq x \leq 6]$ | 111. $(x-3)^2(x+4) > 0 \ [-4 < x < 3 \vee x > 3]$ |
| 95. $(x-4)(x+6)(x+4) < 0 \ [x < -6 \vee -4 < x < 4]$ | 112. $(x+4)(x-4)(x+5) < 0 \ [x < -5 \vee -4 < x < 4]$ |
| 96. $-(x+3)(2x-6)(x+7) \geq 0 \ [x \leq -7 \vee -3 \leq x \leq 3]$ | 113. $(x-1)(2x+2)(x-6) \geq 0 \ [-1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 6]$ |
| 97. $(x-2)^3(x+2) \leq 0 \ [-2 \leq x \leq 2]$ | 114. $-(x-6)^3(x+6) \leq 0 \ [x \leq -6 \vee x \geq 6]$ |
| 98. $(x+5)^2(x-7) > 0 \ [x > 7]$ | 115. $(x+1)^2(x-3) > 0 \ [x > 3]$ |
| 99. $x(x-2)(x-1) < 0 \ [x < 0 \vee 1 < x < 2]$ | 116. $(x-4)(x+2)x < 0 \ [x < -2 \vee 0 < x < 4]$ |
| 100. $(x-5)(2x+6)(x+1) \geq 0 \ [-3 \leq x \leq -1 \vee x \geq 5]$ | 117. $(x+3)(2x-14)(x+2) \geq 0 \ [-3 \leq x \leq -2 \vee x \geq 7]$ |
| 101. $(x+2)^3(x-5) \leq 0 \ [-2 \leq x \leq 5]$ | 118. $(x+5)^2(x+3) > 0 \ [x > -3]$ |
| 102. $(x-3)^2(x-1) > 0 \ [1 < x < 3 \vee x > 3]$ | 119. $-(x-5)(2x-2)(x-3) \geq 0 \ [x \leq 1 \vee 3 \leq x \leq 5]$ |
| 103. $(x-6)^3(x+1) \leq 0 \ [-1 \leq x \leq 6]$ | 120. $(x+2)^3(x+4) \leq 0 \ [-4 \leq x \leq -2]$ |

121. $(x-3)^2(x-4) > 0$ [$x > 4$]
 122. $(x+4)(x+1)(x+3) < 0$ [$x < -4 \vee -3 < x < -1$]
 123. $(x-1)(2x+12)(x+5) \geq 0$ [$-6 \leq x \leq -5 \vee x \geq 1$]
 124. $(x+1)^2(x+2) > 0$ [$-2 < x < -1 \vee x > -1$]
 125. $-(x-4)(x-7)(x-2) < 0$ [$2 < x < 4 \vee x > 7$]
 126. $(x+3)(2x-4)x \geq 0$ [$-3 \leq x \leq 0 \vee x \geq 2$]
 127. $(x-2)^3(x+3) \leq 0$ [$-3 \leq x \leq 2$]
 128. $(x+5)^2(x-5) > 0$ [$x > 5$]
 129. $x(x-1)(x+7) < 0$ [$x < -7 \vee 0 < x < 1$]
 130. $(x+2)^3(x-4) \leq 0$ [$-2 \leq x \leq 4$]
 131. $-(x-3)^2(x+1) > 0$ [$x < -1$]
 132. $(x+4)(x+6)(x+1) < 0$ [$x < -6 \vee -4 < x < -1$]
 133. $(x-1)(2x-6)(x+3) \geq 0$ [$-3 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3$]
 134. $(x-6)^3(x+2) \leq 0$ [$-2 \leq x \leq 6$]
 135. $(x+1)^2(x-7) > 0$ [$x > 7$]
 136. $-(x-2)^3(x-5) \leq 0$ [$x \leq 2 \vee x \geq 5$]

■ ■ ■ Ancora prodotti, con fattori ripetuti e qualche segno meno davanti. Un esponente pari non cambia mai segno: la sua riga è tutta + con uno zero in mezzo.

137. $(x+5)^2(x-1) > 0$ [$x > 1$]
 138. $(x-5)(2x-8)(x+7) \geq 0$ [$-7 \leq x \leq 4 \vee x \geq 5$]
 139. $(x+2)^3(x+1) \leq 0$ [$-2 \leq x \leq -1$]
 140. $(x+4)(x-3)(x-1) < 0$ [$x < -4 \vee 1 < x < 3$]
 141. $-(x-1)(2x+4)(x+1) \geq 0$ [$x \leq -2 \vee -1 \leq x \leq 1$]
 142. $(x-6)^3(x-7) \leq 0$ [$6 \leq x \leq 7$]
 143. $(x+1)^2(x-2) > 0$ [$x > 2$]
 144. $(x-4)(x+3)(x-6) < 0$ [$x < -3 \vee 4 < x < 6$]
 145. $(x+3)(2x-10)(x-4) \geq 0$ [$-3 \leq x \leq 4 \vee x \geq 5$]
 146. $(x+5)^2(x+4) > 0$ [$x > -4$]
 147. $-x(x-4)(x+2) < 0$ [$-2 < x < 0 \vee x > 4$]
 148. $(x-5)(2x+2)(x+4) \geq 0$ [$-4 \leq x \leq -1 \vee x \geq 5$]
 149. $(x+2)^3(x+6) \leq 0$ [$-6 \leq x \leq -2$]
 150. $(x+4)(x+2)(x-3) < 0$ [$x < -4 \vee -2 < x < 3$]
 151. $(x-6)^3(x-2) \leq 0$ [$2 \leq x \leq 6$]
 152. $(x-4)(x-5)(x+5) < 0$ [$x < -5 \vee 4 < x < 5$]
 153. $(x+3)(2x-2)(x-6) \geq 0$ [$-3 \leq x \leq 1 \vee x \geq 6$]
 154. $(x-2)^3(x+4) \leq 0$ [$-4 \leq x \leq 2$]
 155. $(x+5)^2(x-4) > 0$ [$x > 4$]
 156. $(x-5)(2x+12)(x+2) \geq 0$ [$-6 \leq x \leq -2 \vee x \geq 5$]
 157. $-(x+2)^3(x-3) \leq 0$ [$x \leq -2 \vee x \geq 3$]
 158. $(x-3)^2(x+2) > 0$ [$-2 < x < 3 \vee x > 3$]
 159. $(x+4)(x-7)(x-5) < 0$ [$x < -4 \vee 5 < x < 7$]
 160. $(x-1)(2x-4)(x-3) \geq 0$ [$1 \leq x \leq 2 \vee x \geq 3$]
 161. $(x-6)^3(x+3) \leq 0$ [$-3 \leq x \leq 6$]
 162. $(x-4)(x-1)(x+3) < 0$ [$x < -3 \vee 1 < x < 4$]
 163. $-(x+3)(2x+8)(x+5) \geq 0$ [$x \leq -5 \vee -4 \leq x \leq -3$]
 164. $(x-2)^3(x-4) \leq 0$ [$2 \leq x \leq 4$]

3. Scomporre: raccoglimento e prodotti notevoli

Teoria: par. 5

■□□□ Il polinomio arriva sviluppato: prima si scompone, poi si fa il quadro. Raccoglimento totale, parziale, differenza di quadrati.

165. $x^3 - x < 0$ [$x < -1 \vee 0 < x < 1$]

166. $x^4 - x^2 \leq 0$ [$-1 \leq x \leq 1$]

167. $x^3 - 4x > 0$ [$-2 < x < 0 \vee x > 2$]

168. $x^4 - 4x^2 \geq 0$ [$x \leq -2 \vee x = 0 \vee x \geq 2$]

169. $x^3 - 9x \leq 0$ [$x \leq -3 \vee 0 \leq x \leq 3$]

170. $x^4 - 9x^2 < 0$ [$-3 < x < 0 \vee 0 < x < 3$]

171. $x^3 - 16x \geq 0$ [$-4 \leq x \leq 0 \vee x \geq 4$]

172. $x^4 - 16x^2 > 0$ [$x < -4 \vee x > 4$]

173. $x^3 - 25x < 0$ [$x < -5 \vee 0 < x < 5$]

174. $x^4 - 25x^2 \leq 0$ [$-5 \leq x \leq 5$]

175. $x^3 - 36x > 0$ [$-6 < x < 0 \vee x > 6$]

176. $x^4 - 36x^2 \geq 0$ [$x \leq -6 \vee x = 0 \vee x \geq 6$]

177. $x^3 - x \leq 0$ [$x \leq -1 \vee 0 \leq x \leq 1$]

178. $x^4 - x^2 < 0$ [$-1 < x < 0 \vee 0 < x < 1$]

179. $x^3 - 4x \geq 0$ [$-2 \leq x \leq 0 \vee x \geq 2$]

180. $x^4 - 4x^2 > 0$ [$x < -2 \vee x > 2$]

181. $x^3 - 9x < 0$ [$x < -3 \vee 0 < x < 3$]

182. $x^4 - 9x^2 \leq 0$ [$-3 \leq x \leq 3$]

183. $x^3 - 16x > 0$ [$-4 < x < 0 \vee x > 4$]

184. $x^4 - 16x^2 \geq 0$ [$x \leq -4 \vee x = 0 \vee x \geq 4$]

185. $x^3 + x^2 - 4x - 4 < 0$ [$x < -2 \vee -1 < x < 2$]

186. $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 \geq 0$ [$-3 \leq x \leq -2 \vee x \geq 3$]

187. $x^3 + 3x^2 - x - 3 \leq 0$ [$x \leq -3 \vee -1 \leq x \leq 1$]

188. $x^3 + x^2 - 16x - 16 > 0$ [$-4 < x < -1 \vee x > 4$]

189. $x^3 + 2x^2 - 25x - 50 < 0$ [$x < -5 \vee -2 < x < 5$]

190. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \geq 0$ [$-3 \leq x \leq -2 \vee x \geq 2$]

191. $x^3 + 4x^2 - x - 4 \leq 0$ [$x \leq -4 \vee -1 \leq x \leq 1$]

192. $x^3 + 5x^2 - 9x - 45 > 0$ [$-5 < x < -3 \vee x > 3$]

193. $x^3 + x^2 - 9x - 9 < 0$ [$x < -3 \vee -1 < x < 3$]

194. $x^3 + 2x^2 - x - 2 \geq 0$ [$-2 \leq x \leq -1 \vee x \geq 1$]

195. $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 \leq 0$ [$x \leq -4 \vee -3 \leq x \leq 3$]

196. $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 > 0$ [$-5 < x < -2 \vee x > 2$]

197. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 < 0$ [$x < 1$]

198. $x^3 - 1 > 0$ [$x > 1$]

199. $x^3 + 1 \leq 0$ [$x \leq -1$]

200. $x^4 - 1 \geq 0$ [$x \leq -1 \vee x \geq 1$]

201. $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 > 0$ [$x > 2$]

202. $x^3 - 8 \leq 0$ [$x \leq 2$]

203. $x^3 + 8 \geq 0$ [$x \geq -2$]

204. $x^4 - 16 < 0$ [$-2 < x < 2$]

■■□□ Ancora scomposizioni: cubo di binomio, somma e differenza di cubi, $x^4 - a^4$. Qualche fattore che resta ha $\Delta < 0$ — e allora non porta punti.

205. $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 \leq 0$ [$x \leq 3$]

206. $x^3 - 27 \geq 0$ [$x \geq 3$]

207. $x^3 + 27 < 0$ [$x < -3$]

208. $x^4 - 81 > 0$ [$x < -3 \vee x > 3$]

209. $x^3 - 12x^2 + 48x - 64 \geq 0$ [$x \geq 4$]

210. $x^3 - 64 < 0$ [$x < 4$]

211. $x^3 + 64 > 0$ [$x > -4$]

212. $x^4 - 256 \leq 0$ [$-4 \leq x \leq 4$]

213. $x^3 - 15x^2 + 75x - 125 < 0$ [$x < 5$]

214. $x^3 - 125 > 0$ [$x > 5$]

215. $x^3 + 125 \leq 0$ [$x \leq -5$]

216. $x^4 - 625 \geq 0$ [$x \leq -5 \vee x \geq 5$]

217. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 > 0$ [$x > 1$]

218. $x^3 - 1 \leq 0$ [$x \leq 1$]

219. $x^3 + 1 \geq 0$ [$x \geq -1$]

220. $x^4 - 1 < 0$ [$-1 < x < 1$]

221. $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \leq 0$ [$x \leq 2$]

222. $x^3 - 8 \geq 0$ [$x \geq 2$]

223. $x^3 + 8 < 0$ [$x < -2$]

224. $x^4 - 16 > 0$ [$x < -2 \vee x > 2$]

225. $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 \geq 0$ [$x \geq 3$]

226. $x^3 - 27 < 0$ [$x < 3$]

227. $x^3 + 27 > 0$ [$x > -3$]

228. $x^4 - 81 \leq 0$ [$-3 \leq x \leq 3$]

4. Quando non si vede niente: Ruffini

Teoria: par. 6

■ ■ ■ ■ Nessun raccoglimento e nessun prodotto notevole: si cerca una radice fra i divisori del termine noto e si abbassa il grado.

229. $x^3 - 7x + 6 < 0$ [$x < -3 \vee 1 < x < 2$]

230. $2x^3 + x^2 - 13x + 6 > 0$ [$-3 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2$]

231. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$ [$-2 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3$]

232. $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 < 0$ [$x < -2 \vee \frac{1}{2} < x < 3$]

233. $x^3 - 4x^2 + x + 6 \leq 0$ [$x \leq -1 \vee 2 \leq x \leq 3$]

234. $2x^3 - 6x^2 - 2x + 6 \geq 0$ [$-1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3$]

235. $x^3 - 8x^2 + 19x - 12 > 0$ [$1 < x < 3 \vee x > 4$]

236. $2x^3 - 15x^2 + 31x - 12 \leq 0$ [$x \leq \frac{1}{2} \vee 3 \leq x \leq 4$]

237. $x^3 - 7x - 6 < 0$ [$x < -2 \vee -1 < x < 3$]

238. $2x^3 - x^2 - 13x - 6 > 0$ [$-2 < x < -\frac{1}{2} \vee x > 3$]

239. $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 \geq 0$ [$1 \leq x \leq 2 \vee x \geq 5$]

240. $2x^3 - 15x^2 + 27x - 10 < 0$ [$x < \frac{1}{2} \vee 2 < x < 5$]

241. $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 \leq 0$ [$x \leq -3 \vee 2 \leq x \leq 4$]

242. $2x^3 - 4x^2 - 22x + 24 \geq 0$ [$-3 \leq x \leq 1 \vee x \geq 4$]

243. $x^3 - 2x^2 - 19x + 20 > 0$ [$-4 < x < 1 \vee x > 5$]

244. $2x^3 - 3x^2 - 39x + 20 \leq 0$ [$x \leq -4 \vee \frac{1}{2} \leq x \leq 5$]

245. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 < 0$ [$x < -2 \vee 1 < x < 3$]

246. $2x^3 - x^2 - 7x + 6 > 0$ [$-2 < x < 1 \vee x > \frac{3}{2}$]

247. $x^3 - 4x^2 - 7x + 10 \geq 0$ [$-2 \leq x \leq 1 \vee x \geq 5$]

248. $2x^3 - 7x^2 - 17x + 10 < 0$ [$x < -2 \vee \frac{1}{2} < x < 5$]

249. $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \leq 0$ [$x \leq -1 \vee 2 \leq x \leq 4$]

250. $2x^3 - 8x^2 - 2x + 8 \geq 0$ [$-1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 4$]

251. $x^3 + 7x^2 + 7x - 15 > 0$ [$-5 < x < -3 \vee x > 1$]

252. $2x^3 + 15x^2 + 22x - 15 \leq 0$ [$x \leq -5 \vee -3 \leq x \leq \frac{1}{2}$]

253. $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 < 0$ [$x < -2 \vee 1 < x < 4$]

254. $2x^3 - 2x^2 - 8x + 8 > 0$ [$-2 < x < 1 \vee x > 2$]

■ ■ ■ ■ Ancora Ruffini, con il coefficiente direttivo diverso da 1: la radice razionale può non essere intera, e va cercata fra le frazioni p/q .

255. $x^3 - 4x^2 - 11x + 30 \geq 0$ [$-3 \leq x \leq 2 \vee x \geq 5$]

258. $2x^3 + 3x^2 - 50x + 24 \geq 0$ [$-6 \leq x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 4$]

256. $2x^3 - 6x^2 - 26x + 30 < 0$ [$x < -3 \vee 1 < x < 5$]

259. $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 > 0$ [$-1 < x < 3 \vee x > 5$]

257. $x^3 + x^2 - 26x + 24 \leq 0$ [$x \leq -6 \vee 1 \leq x \leq 4$]

260. $2x^3 - 11x^2 + 2x + 15 \leq 0$ [$x \leq -1 \vee \frac{3}{2} \leq x \leq 5$]

261. $x^3 + 2x^2 - 13x + 10 < 0$ [$x < -5 \vee 1 < x < 2$]
 262. $2x^3 + 5x^2 - 23x + 10 > 0$ [$-5 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2$]
 263. $x^3 - 4x^2 - 20x + 48 \geq 0$ [$-4 \leq x \leq 2 \vee x \geq 6$]
 264. $2x^3 - 6x^2 - 44x + 48 < 0$ [$x < -4 \vee 1 < x < 6$]
 265. $x^3 - 4x^2 - 15x + 18 \leq 0$ [$x \leq -3 \vee 1 \leq x \leq 6$]
 266. $2x^3 - 7x^2 - 33x + 18 \geq 0$ [$-3 \leq x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 6$]
 267. $x^3 - 5x^2 - 2x + 24 > 0$ [$-2 < x < 3 \vee x > 4$]
 268. $2x^3 - 7x^2 - 10x + 24 \leq 0$ [$x \leq -2 \vee \frac{3}{2} \leq x \leq 4$]
 269. $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ [$-2 < x < -1 \vee 1 < x < 2$]
 270. $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 > 0$ [$x < -1 \vee 1 < x < 2 \vee x > 3$]
 271. $x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 26x - 24 \leq 0$ [$-2 \leq x \leq 1 \vee 3 \leq x \leq 4$]
 272. $x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18 \geq 0$ [$x \leq -3 \vee -1 \leq x \leq 2 \vee x \geq 3$]
 273. $x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 26x - 24 < 0$ [$-2 < x < 1 \vee 3 < x < 4$]
 274. $x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 41x - 30 > 0$ [$x < -3 \vee 1 < x < 2 \vee x > 5$]
 275. $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 \leq 0$ [$-2 \leq x \leq -1 \vee 2 \leq x \leq 3$]
 276. $x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8 \geq 0$ [$x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 2 \vee x \geq 4$]
 277. $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 < 0$ [$-4 < x < 1 \vee 2 < x < 3$]
 278. $x^4 - 5x^3 + 20x - 16 > 0$ [$x < -2 \vee 1 < x < 2 \vee x > 4$]
 279. $x^4 - 7x^3 + 5x^2 + 31x - 30 \leq 0$ [$-2 \leq x \leq 1 \vee 3 \leq x \leq 5$]
 280. $x^4 + x^3 - 13x^2 - x + 12 \geq 0$ [$x \leq -4 \vee -1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3$]

5. Biquadratiche e trinomie: la sostituzione

Teoria: par. 7

■ ■ ■ Si pone $t = x^2$ (o $t = x^3$) e si abbassa il grado. Poi si torna alla x : è lì che si perdono i pezzi.

281. $x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0$ [$-2 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 2$]
 282. $x^4 - 13x^2 + 36 > 0$ [$x < -3 \vee -2 < x < 2 \vee x > 3$]
 283. $x^4 - 13x^2 + 36 \geq 0$ [$x \leq -3 \vee -2 \leq x \leq 2 \vee x \geq 3$]
 284. $x^4 - 10x^2 + 9 \leq 0$ [$-3 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 3$]
 285. $x^4 - 10x^2 + 9 < 0$ [$-3 < x < -1 \vee 1 < x < 3$]
 286. $x^4 - 20x^2 + 64 \geq 0$ [$x \leq -4 \vee -2 \leq x \leq 2 \vee x \geq 4$]
 287. $x^4 - 20x^2 + 64 > 0$ [$x < -4 \vee -2 < x < 2 \vee x > 4$]
 288. $x^4 - 34x^2 + 225 < 0$ [$-5 < x < -3 \vee 3 < x < 5$]
 289. $x^4 - 34x^2 + 225 \leq 0$ [$-5 \leq x \leq -3 \vee 3 \leq x \leq 5$]
 290. $x^4 - 17x^2 + 16 > 0$ [$x < -4 \vee -1 < x < 1 \vee x > 4$]
 291. $x^4 - 17x^2 + 16 \geq 0$ [$x \leq -4 \vee -1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 4$]
 292. $x^4 - 29x^2 + 100 \leq 0$ [$-5 \leq x \leq -2 \vee 2 \leq x \leq 5$]
 293. $x^4 - 29x^2 + 100 < 0$ [$-5 < x < -2 \vee 2 < x < 5$]
 294. $x^4 - 45x^2 + 324 \geq 0$ [$x \leq -6 \vee -3 \leq x \leq 3 \vee x \geq 6$]
 295. $x^4 - 45x^2 + 324 > 0$ [$x < -6 \vee -3 < x < 3 \vee x > 6$]
 296. $x^4 - 26x^2 + 25 < 0$ [$-5 < x < -1 \vee 1 < x < 5$]
 297. $x^4 - 26x^2 + 25 \leq 0$ [$-5 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 5$]
 298. $x^4 - 41x^2 + 400 > 0$ [$x < -5 \vee -4 < x < 4 \vee x > 5$]
 299. $x^4 - 41x^2 + 400 \geq 0$ [$x \leq -5 \vee -4 \leq x \leq 4 \vee x \geq 5$]
 300. $x^4 - 37x^2 + 36 \leq 0$ [$-6 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 6$]
 301. $x^4 - 37x^2 + 36 < 0$ [$-6 < x < -1 \vee 1 < x < 6$]
 302. $x^4 - 25x^2 + 144 \geq 0$ [$x \leq -4 \vee -3 \leq x \leq 3 \vee x \geq 4$]
 303. $x^4 - 25x^2 + 144 > 0$ [$x < -4 \vee -3 < x < 3 \vee x > 4$]
 304. $x^4 + 3x^2 - 4 < 0$ [$-1 < x < 1$]

305. $x^4 + 3x^2 - 4 \leq 0$ $[-1 \leq x \leq 1]$
306. $x^4 - 3x^2 - 4 > 0$ $[x < -2 \vee x > 2]$
307. $x^4 - 3x^2 - 4 \geq 0$ $[x \leq -2 \vee x \geq 2]$
308. $x^4 - 5x^2 - 36 \leq 0$ $[-3 \leq x \leq 3]$
309. $x^4 - 5x^2 - 36 < 0$ $[-3 < x < 3]$
310. $x^4 + 8x^2 - 9 \geq 0$ $[x \leq -1 \vee x \geq 1]$
311. $x^4 + 8x^2 - 9 > 0$ $[x < -1 \vee x > 1]$
312. $x^4 + 5x^2 - 36 < 0$ $[-2 < x < 2]$
313. $x^4 + 5x^2 - 36 \leq 0$ $[-2 \leq x \leq 2]$
314. $x^4 - 15x^2 - 16 > 0$ $[x < -4 \vee x > 4]$
315. $x^4 - 15x^2 - 16 \geq 0$ $[x \leq -4 \vee x \geq 4]$
316. $x^4 - 21x^2 - 100 \leq 0$ $[-5 \leq x \leq 5]$
317. $x^4 - 21x^2 - 100 < 0$ $[-5 < x < 5]$
318. $x^4 - 8x^2 - 9 \geq 0$ $[x \leq -3 \vee x \geq 3]$
319. $x^4 - 8x^2 - 9 > 0$ $[x < -3 \vee x > 3]$
320. $x^4 + 5x^2 + 4 < 0$ $[S = \emptyset]$
321. $x^4 + 5x^2 + 4 \leq 0$ $[S = \emptyset]$
322. $x^4 + 10x^2 + 9 > 0$ $[S = \mathbb{R}]$
323. $x^4 + 10x^2 + 9 \geq 0$ $[S = \mathbb{R}]$
324. $x^4 + 13x^2 + 36 \leq 0$ $[S = \emptyset]$
325. $x^4 + 13x^2 + 36 < 0$ $[S = \emptyset]$
326. $x^4 + 17x^2 + 16 \geq 0$ $[S = \mathbb{R}]$
327. $x^4 + 17x^2 + 16 > 0$ $[S = \mathbb{R}]$
328. $x^4 - 4x^2 < 0$ $[-2 < x < 0 \vee 0 < x < 2]$
329. $x^4 - 4x^2 \leq 0$ $[-2 \leq x \leq 2]$
330. $x^4 - 9x^2 > 0$ $[x < -3 \vee x > 3]$
331. $x^4 - 9x^2 \geq 0$ $[x \leq -3 \vee x = 0 \vee x \geq 3]$
332. $x^4 + x^2 \leq 0$ $[x = 0]$
333. $x^4 + x^2 < 0$ $[S = \emptyset]$
334. $x^6 - 9x^3 + 8 < 0$ $[1 < x < 2]$
335. $x^6 - 9x^3 + 8 \leq 0$ $[1 \leq x \leq 2]$
336. $x^6 - 28x^3 + 27 \geq 0$ $[x \leq 1 \vee x \geq 3]$
337. $x^6 - 28x^3 + 27 > 0$ $[x < 1 \vee x > 3]$
338. $x^6 - 35x^3 + 216 \leq 0$ $[2 \leq x \leq 3]$
339. $x^6 - 35x^3 + 216 < 0$ $[2 < x < 3]$
340. $x^6 - 1 > 0$ $[x < -1 \vee x > 1]$

■ ■ ■ ■ Ancora sostituzioni. Una t negativa non torna indietro in nessuna x : è il motivo per cui un quarto grado può avere due soli zeri, o nessuno.

341. $x^6 - 1 \geq 0$ $[x \leq -1 \vee x \geq 1]$
342. $x^6 - 7x^3 - 8 < 0$ $[-1 < x < 2]$
343. $x^6 - 7x^3 - 8 \leq 0$ $[-1 \leq x \leq 2]$
344. $x^6 + 7x^3 - 8 \geq 0$ $[x \leq -2 \vee x \geq 1]$
345. $x^6 + 7x^3 - 8 > 0$ $[x < -2 \vee x > 1]$
346. $x^6 - 28x^3 + 27 \leq 0$ $[1 \leq x \leq 3]$
347. $x^6 - 28x^3 + 27 < 0$ $[1 < x < 3]$
348. $x^6 - 9x^3 + 8 > 0$ $[x < 1 \vee x > 2]$
349. $x^6 - 9x^3 + 8 \geq 0$ $[x \leq 1 \vee x \geq 2]$
350. $x^6 + 9x^3 + 8 < 0$ $[-2 < x < -1]$
351. $x^6 + 9x^3 + 8 \leq 0$ $[-2 \leq x \leq -1]$
352. $x^6 - 26x^3 - 27 \geq 0$ $[x \leq -1 \vee x \geq 3]$
353. $x^6 - 26x^3 - 27 > 0$ $[x < -1 \vee x > 3]$
354. $x^6 - 65x^3 + 64 \leq 0$ $[1 \leq x \leq 4]$
355. $x^6 - 65x^3 + 64 < 0$ $[1 < x < 4]$
356. $x^6 + 19x^3 - 216 > 0$ $[x < -3 \vee x > 2]$
357. $x^6 + 19x^3 - 216 \geq 0$ $[x \leq -3 \vee x \geq 2]$

6. I fattori che non si annullano mai

Teoria: par. 8

■ ■ ■ ■ Nel prodotto c'è un trinomio con $\Delta < 0$: non porta nessun punto nel quadro e si può togliere. Guarda il suo segno prima di farlo.

358. $x^3 + 5x^2 + 5x + 4 < 0$ [$x < -4$]

359. $x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 9x + 4 > 0$ [$x < -4 \vee x > -1$]

360. $(x+4)^2 (x^2 + x + 1) \leq 0$ [$x = -4$]

361. $x^3 - x^2 + x - 1 \geq 0$ [$x \geq 1$]

362. $x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 7x + 6 < 0$ [$1 < x < 6$]

363. $(x-1)^2 (x^2 + 1) > 0$ [$x \neq 1$]

364. $x^3 - 4x^2 - 7x - 30 \leq 0$ [$x \leq 6$]

365. $x^4 - 5x^3 - 3x^2 - 23x + 30 \geq 0$ [$x \leq 1 \vee x \geq 6$]

366. $(x-6)^2 (x^2 + 2x + 5) < 0$ [$S = \emptyset$]

367. $x^3 + 2x + 3 > 0$ [$x > -1$]

368. $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 11x + 12 \leq 0$ [$-4 \leq x \leq -1$]

369. $(x+1)^2 (x^2 - x + 3) \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$]

370. $2x^3 - 7x^2 - 3x - 4 < 0$ [$x < 4$]

371. $2x^4 - 13x^3 + 18x^2 + 5x + 12 > 0$ [$x < 3 \vee x > 4$]

372. $(x-4)^2 (2x^2 + x + 1) \leq 0$ [$x = 4$]

373. $x^3 + 3x^2 + 4x + 12 \geq 0$ [$x \geq -3$]

374. $x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 20x + 24 < 0$ [$-3 < x < -2$]

375. $(x+3)^2 (x^2 + 4) > 0$ [$x \neq -3$]

376. $x^3 + x^2 - 2x - 8 \leq 0$ [$x \leq 2$]

377. $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 2x + 40 \geq 0$ [$x \leq 2 \vee x \geq 5$]

378. $(x-2)^2 (x^2 + 3x + 4) < 0$ [$S = \emptyset$]

379. $x^3 + 3x^2 - 5x + 25 > 0$ [$x > -5$]

380. $x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 25x \leq 0$ [$-5 \leq x \leq 0$]

381. $(x+5)^2 (x^2 - 2x + 5) \geq 0$ [$S = \mathbb{R}$]

382. $3x^3 + x < 0$ [$x < 0$]

383. $3x^4 + 15x^3 + x^2 + 5x > 0$ [$x < -5 \vee x > 0$]

$$384. x^2(3x^2 + 1) \leq 0 \quad [x = 0]$$

$$385. x^3 - 4x^2 - 3x - 10 \geq 0 \quad [x \geq 5]$$

$$386. x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 4x + 20 < 0 \quad [2 < x < 5]$$

$$387. (x - 5)^2(x^2 + x + 2) > 0 \quad [x \neq 5]$$

$$388. x^3 - x^2 - x + 10 \leq 0 \quad [x \leq -2]$$

$$389. x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 7x + 30 \geq 0 \quad [x \leq -3 \vee x \geq -2]$$

$$390. (x + 2)^2(x^2 - 3x + 5) < 0 \quad [S = \emptyset]$$

$$391. 2x^3 - 8x^2 + 9x - 9 > 0 \quad [x > 3]$$

■■■■ Ancora fattori irriducibili, e qualcuno è negativo: togliendolo il verso si rovescia.

$$392. 2x^4 - 16x^3 + 41x^2 - 45x + 36 \leq 0 \quad [3 \leq x \leq 4]$$

$$393. (x - 3)^2(2x^2 - 2x + 3) \geq 0 \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$394. -x^3 - 4x^2 - x - 4 < 0 \quad [x > -4]$$

$$395. -x^4 - 5x^3 - 5x^2 - 5x - 4 > 0 \quad [-4 < x < -1]$$

$$396. (x + 4)^2(-x^2 - 1) \leq 0 \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$397. -x^3 + 2x^2 - 3x + 2 \geq 0 \quad [x \leq 1]$$

$$398. -x^4 + 8x^3 - 15x^2 + 20x - 12 < 0 \quad [x < 1 \vee x > 6]$$

$$399. (x - 1)^2(-x^2 + x - 2) > 0 \quad [S = \emptyset]$$

$$400. -x^3 + 6x^2 - 4x + 24 \leq 0 \quad [x \geq 6]$$

$$401. -x^4 + 7x^3 - 10x^2 + 28x - 24 \geq 0 \quad [1 \leq x \leq 6]$$

$$402. (x - 6)^2(-x^2 - 4) < 0 \quad [x \neq 6]$$

$$403. -2x^3 - x^2 - 2x - 3 > 0 \quad [x < -1]$$

$$404. -2x^4 - 9x^3 - 6x^2 - 11x - 12 \leq 0 \quad [x \leq -4 \vee x \geq -1]$$

$$405. (x + 1)^2(-2x^2 + x - 3) \geq 0 \quad [x = -1]$$

$$406. -x^3 + 3x^2 + x + 12 < 0 \quad [x > 4]$$

$$407. -x^4 + 6x^3 - 8x^2 + 9x - 36 > 0 \quad [3 < x < 4]$$

$$408. (x - 4)^2(-x^2 - x - 3) \leq 0 \quad [S = \mathbb{R}]$$

$$409. -x^3 - x^2 + x - 15 \geq 0 \quad [x \leq -3]$$

$$410. -x^4 - 3x^3 - x^2 - 13x - 30 < 0 \quad [x < -3 \vee x > -2]$$

$$411. (x + 3)^2(-x^2 + 2x - 5) > 0 \quad [S = \emptyset]$$

7. Disequazioni fratte di grado superiore

Teoria: par. 9

■ ■ ■ Numeratore e denominatore si scompongono tutti e due, e vanno nello stesso quadro. Il denominatore non si porta mai dall'altra parte.

$$412. \frac{x^3 + 6x^2 + 3x - 10}{x - 3} < 0 \quad [-5 < x < -2 \vee 1 < x < 3]$$

$$413. \frac{x^3 + 6x^2 + 3x - 10}{x - 3} \leq 0 \quad [-5 \leq x \leq -2 \vee 1 \leq x < 3]$$

$$414. \frac{x^2 - 7x}{x^2 - 3x - 4} \geq 0 \quad [x < -1 \vee 0 \leq x < 4 \vee x \geq 7]$$

$$415. \frac{x^2 - 7x}{x^2 - 3x - 4} > 0 \quad [x < -1 \vee 0 < x < 4 \vee x > 7]$$

$$416. \frac{x + 2}{x^3 + 2x^2 - 33x - 90} > 0 \quad [x < -5 \vee -3 < x < -2 \vee x > 6]$$

$$417. \frac{x + 2}{x^3 + 2x^2 - 33x - 90} \geq 0 \quad [x < -5 \vee -3 < x \leq -2 \vee x > 6]$$

$$418. \frac{x^3 - 14x^2 + 63x - 90}{x + 5} < 0 \quad [-5 < x < 3 \vee 5 < x < 6]$$

$$419. \frac{x^3 - 14x^2 + 63x - 90}{x + 5} \leq 0 \quad [-5 < x \leq 3 \vee 5 \leq x \leq 6]$$

$$420. \frac{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}{x - 2} \leq 0 \quad [-4 \leq x < 2]$$

$$421. \frac{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}{x - 2} < 0 \quad [-4 < x < 1 \vee 1 < x < 2]$$

$$422. \frac{x - 6}{x^3 - 2x^2 - 8x} > 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < 4 \vee x > 6]$$

$$423. \frac{x - 6}{x^3 - 2x^2 - 8x} \geq 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < 4 \vee x \geq 6]$$

$$424. \frac{x^2 + 2x - 24}{x^2 + 4x} \geq 0 \quad [x \leq -6 \vee -4 < x < 0 \vee x \geq 4]$$

$$425. \frac{x^2 + 2x - 24}{x^2 + 4x} > 0 \quad [x < -6 \vee -4 < x < 0 \vee x > 4]$$

$$426. \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 27}{x + 7} \leq 0 \quad [-7 < x \leq 3]$$

$$427. \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 27}{x + 7} < 0 \quad [-7 < x < -3 \vee -3 < x < 3]$$

$$428. \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 4} \geq 0 \quad [x \leq 0 \vee 1 < x \leq 2 \vee x > 4]$$

$$429. \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 4} > 0 \quad [x < 0 \vee 1 < x < 2 \vee x > 4]$$

$$430. \frac{x+2}{x^3-8x^2-3x+90} > 0 \quad [x < -3 \vee -2 < x < 5 \vee x > 6]$$

$$431. \frac{x+2}{x^3-8x^2-3x+90} \geq 0 \quad [x < -3 \vee -2 \leq x < 5 \vee x > 6]$$

$$432. \frac{x-6}{x^3+x^2-4x-4} > 0 \quad [x < -2 \vee -1 < x < 2 \vee x > 6]$$

$$433. \frac{x-6}{x^3+x^2-4x-4} \geq 0 \quad [x < -2 \vee -1 < x < 2 \vee x \geq 6]$$

$$434. \frac{x^2-7x+12}{x^2+2x} \geq 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x \leq 3 \vee x \geq 4]$$

$$435. \frac{x^2-7x+12}{x^2+2x} > 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < 3 \vee x > 4]$$

$$436. \frac{x^3+8x^2+21x+18}{x+4} \leq 0 \quad [-4 < x \leq -2]$$

$$437. \frac{x^3+8x^2+21x+18}{x+4} < 0 \quad [-4 < x < -3 \vee -3 < x < -2]$$

$$438. \frac{x^3-2x^2-25x+50}{x-3} < 0 \quad [-5 < x < 2 \vee 3 < x < 5]$$

$$439. \frac{x^3-2x^2-25x+50}{x-3} \leq 0 \quad [-5 \leq x \leq 2 \vee 3 < x \leq 5]$$

$$440. \frac{x^2+3x}{x^2-7x+12} \geq 0 \quad [x \leq -3 \vee 0 \leq x < 3 \vee x > 4]$$

$$441. \frac{x^2+3x}{x^2-7x+12} > 0 \quad [x < -3 \vee 0 < x < 3 \vee x > 4]$$

$$442. \frac{x+2}{x^3-6x^2-x+6} > 0 \quad [x < -2 \vee -1 < x < 1 \vee x > 6]$$

$$443. \frac{x+2}{x^3-6x^2-x+6} \geq 0 \quad [x \leq -2 \vee -1 < x < 1 \vee x > 6]$$

$$444. \frac{x^3+4x^2-9x-36}{x+5} < 0 \quad [-5 < x < -4 \vee -3 < x < 3]$$

$$445. \frac{x^3+4x^2-9x-36}{x+5} \leq 0 \quad [-5 < x \leq -4 \vee -3 \leq x \leq 3]$$

$$446. \frac{x^3-x^2-x+1}{x-6} \leq 0 \quad [-1 \leq x < 6]$$

$$447. \frac{x^3-x^2-x+1}{x-6} < 0 \quad [-1 < x < 1 \vee 1 < x < 6]$$

$$448. \frac{x-6}{x^3+4x^2-20x-48} > 0 \quad [x < -6 \vee -2 < x < 4 \vee x > 6]$$

$$449. \frac{x-6}{x^3+4x^2-20x-48} \geq 0 \quad [x < -6 \vee -2 < x < 4 \vee x \geq 6]$$

$$450. \frac{x^3-x^2-33x-63}{x+2} \leq 0 \quad [x = -3 \vee -2 < x \leq 7]$$

451. $\frac{x^3 - x^2 - 33x - 63}{x + 2} < 0 \quad [-2 < x < 7]$
452. $\frac{x^3 + 15x^2 + 71x + 105}{x - 3} < 0 \quad [-7 < x < -5 \vee -3 < x < 3]$
453. $\frac{x^3 + 15x^2 + 71x + 105}{x - 3} \leq 0 \quad [-7 \leq x \leq -5 \vee -3 \leq x < 3]$
454. $\frac{x + 2}{x^3 - 3x^2 - 22x + 24} > 0 \quad [x < -4 \vee -2 < x < 1 \vee x > 6]$
455. $\frac{x + 2}{x^3 - 3x^2 - 22x + 24} \geq 0 \quad [x < -4 \vee -2 \leq x < 1 \vee x > 6]$
456. $\frac{x^3 - 6x^2 + 5x + 12}{x + 5} < 0 \quad [-5 < x < -1 \vee 3 < x < 4]$
457. $\frac{x^3 - 6x^2 + 5x + 12}{x + 5} \leq 0 \quad [-5 < x \leq -1 \vee 3 \leq x < 4]$
458. $\frac{x^3 + 4x^2 - 11x + 6}{x + 5} \leq 0 \quad [-6 \leq x < -5 \vee x = 1]$
459. $\frac{x^3 + 4x^2 - 11x + 6}{x + 5} < 0 \quad [-6 < x < -5]$
460. $\frac{x^2 - 11x + 28}{x^2 - 2x} \geq 0 \quad [x < 0 \vee 2 < x \leq 4 \vee x \geq 7]$
461. $\frac{x^2 - 11x + 28}{x^2 - 2x} > 0 \quad [x < 0 \vee 2 < x < 4 \vee x > 7]$
462. $\frac{x^3 + 4x^2 - 3x - 18}{x} \leq 0 \quad [x = -3 \vee 0 < x \leq 2]$
463. $\frac{x^3 + 4x^2 - 3x - 18}{x} < 0 \quad [0 < x < 2]$
464. $\frac{x^3 + 4x^2 - 25x - 100}{x - 3} < 0 \quad [-5 < x < -4 \vee 3 < x < 5]$
465. $\frac{x^3 + 4x^2 - 25x - 100}{x - 3} \leq 0 \quad [-5 \leq x \leq -4 \vee 3 < x \leq 5]$
466. $\frac{x^2 - x}{x^2 + 3x - 28} \geq 0 \quad [x < -7 \vee 0 \leq x \leq 1 \vee x > 4]$
467. $\frac{x^2 - x}{x^2 + 3x - 28} > 0 \quad [x < -7 \vee 0 < x < 1 \vee x > 4]$
468. $\frac{x + 2}{x^3 - 13x^2 + 54x - 72} > 0 \quad [x < -2 \vee 3 < x < 4 \vee x > 6]$
469. $\frac{x + 2}{x^3 - 13x^2 + 54x - 72} \geq 0 \quad [x \leq -2 \vee 3 < x < 4 \vee x > 6]$
470. $\frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x + 5} < 0 \quad [-5 < x < -1 \vee 1 < x < 3]$
471. $\frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x + 5} \leq 0 \quad [-5 < x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 3]$

$$472. \frac{(x+3)(x^2+x+1)}{(x-1)} < 0 \quad [-3 < x < 1]$$

$$473. \frac{(x+3)}{(x-1)(x^2+x+1)} > 0 \quad [x < -3 \vee x > 1]$$

$$474. \frac{(x-2)(x^2+1)}{(x+4)} \geq 0 \quad [x < -4 \vee x \geq 2]$$

$$475. \frac{(x-2)}{(x+4)(x^2+1)} < 0 \quad [-4 < x < 2]$$

$$476. \frac{(x+5)(x^2+2x+5)}{(x-3)} \leq 0 \quad [-5 \leq x < 3]$$

$$477. \frac{(x+5)}{(x-3)(x^2+2x+5)} \geq 0 \quad [x \leq -5 \vee x > 3]$$

$$478. \frac{x(x^2-x+3)}{(x+2)} > 0 \quad [x < -2 \vee x > 0]$$

$$479. \frac{x}{(x+2)(x^2-x+3)} \leq 0 \quad [-2 < x \leq 0]$$

$$480. \frac{(x+2)(x^2+4)}{x} \geq 0 \quad [x \leq -2 \vee x > 0]$$

$$481. \frac{(x+2)}{x(x^2+4)} < 0 \quad [-2 < x < 0]$$

■ ■ ■ □ Ancora fratte. Gli zeri del denominatore restano fuori dalla risposta con qualunque verso, anche con il $\geq$.

$$482. \frac{(x-3)(x^2+3x+4)}{(x+5)} \leq 0 \quad [-5 < x \leq 3]$$

$$483. \frac{(x-3)}{(x+5)(x^2+3x+4)} \geq 0 \quad [x < -5 \vee x \geq 3]$$

$$484. \frac{(x+4)(x^2-2x+5)}{(x-2)} > 0 \quad [x < -4 \vee x > 2]$$

$$485. \frac{(x+4)}{(x-2)(x^2-2x+5)} \leq 0 \quad [-4 \leq x < 2]$$

$$486. \frac{x^2(x-7)}{(x+1)^3} < 0 \quad [-1 < x < 0 \vee 0 < x < 7]$$

$$487. \frac{(x-3)^2(x-5)}{(x-6)^3} \geq 0 \quad [x \leq 5 \vee x > 6]$$

$$488. \frac{(x-6)^2(x-4)}{x^3} \leq 0 \quad [0 < x \leq 4 \vee x = 6]$$

$$489. \frac{(x+3)^2(x-3)}{(x+7)^3} > 0 \quad [x < -7 \vee x > 3]$$

$$490. \frac{x^2(x-2)}{(x-1)^3} < 0 \quad [1 < x < 2]$$

$$491. \frac{(x-3)^2(x-1)}{(x+5)^3} \geq 0 \quad [x < -5 \vee x \geq 1]$$

$$492. \frac{(x-6)^2(x+1)}{(x-2)^3} \leq 0 \quad [-1 \leq x < 2 \vee x = 6]$$

$$493. \frac{(x+3)^2(x+2)}{(x+4)^3} > 0 \quad [x < -4 \vee x > -2]$$

$$494. \frac{x^2(x+3)}{(x-3)^3} < 0 \quad [-3 < x < 0 \vee 0 < x < 3]$$

$$495. \frac{(x-3)^2(x+4)}{(x+3)^3} \geq 0 \quad [x \leq -4 \vee x > -3]$$

$$496. \frac{(x-6)^2(x+6)}{(x-4)^3} \leq 0 \quad [-6 \leq x < 4 \vee x = 6]$$

$$497. \frac{(x+3)^2(x-7)}{(x+2)^3} > 0 \quad [x < -3 \vee -3 < x < -2 \vee x > 7]$$

$$498. \frac{(x-3)^2(x-4)}{(x+1)^3} \geq 0 \quad [x < -1 \vee x = 3 \vee x \geq 4]$$

$$499. \frac{(x+3)^2(x-2)}{x^3} > 0 \quad [x < -3 \vee -3 < x < 0 \vee x > 2]$$

$$500. \frac{x^2(x-1)}{(x+7)^3} < 0 \quad [-7 < x < 0 \vee 0 < x < 1]$$

$$501. \frac{(x-3)^2(x+1)}{(x-1)^3} \geq 0 \quad [x \leq -1 \vee x > 1]$$

$$502. \frac{(x-6)^2(x+2)}{(x+5)^3} \leq 0 \quad [-5 < x \leq -2 \vee x = 6]$$

$$503. \frac{(x-6)^2(x-7)}{(x+3)^3} \leq 0 \quad [-3 < x \leq 7]$$

$$504. \frac{(x+3)^2(x-5)}{(x-4)^3} > 0 \quad [x < -3 \vee -3 < x < 4 \vee x > 5]$$

$$505. \frac{x^2(x-4)}{(x+2)^3} < 0 \quad [-2 < x < 0 \vee 0 < x < 4]$$

$$506. \frac{(x-6)^2(x-2)}{(x+1)^3} \leq 0 \quad [-1 < x \leq 2 \vee x = 6]$$

$$507. \frac{(x+3)^2(x-1)}{(x-6)^3} > 0 \quad [x < -3 \vee -3 < x < 1 \vee x > 6]$$

8. Sistemi di disequazioni di grado superiore

Teoria: par. 10

■ ■ ■ ■ Ogni riga si risolve per conto suo, con il suo quadro; poi il grafico delle soluzioni e l'intersezione.

$$508. \begin{cases} x^3 + 6x^2 + 3x - 10 > 0 \\ (x+2)^3 < 0 \end{cases} \quad [-5 < x < -2]$$

$$509. \begin{cases} x(x-7)^2 \geq 0 \\ x^3 - 6x^2 - 7x < 0 \end{cases} \quad [0 < x < 7]$$

$$510. \begin{cases} x^4 - 29x^2 + 100 < 0 \\ (x+3)^5 > 0 \end{cases} \quad [-3 < x < -2 \vee 2 < x < 5]$$

$$511. \begin{cases} \frac{x^2 + 5x + 6}{x+5} > 0 \\ x^3 + 10x^2 + 31x + 30 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$512. \begin{cases} x^3 - 14x^2 + 63x - 90 > 0 \\ (x-5)^3 < 0 \end{cases} \quad [3 < x < 5]$$

$$513. \begin{cases} (x+4)(x-1)^2 \geq 0 \\ x^3 - x^2 - 16x + 16 < 0 \end{cases} \quad [1 < x < 4]$$

$$514. \begin{cases} x^4 - 17x^2 + 16 < 0 \\ (x-2)^5 > 0 \end{cases} \quad [2 < x < 4]$$

$$515. \begin{cases} \frac{x^2 - 10x + 24}{x} > 0 \\ x^3 - 10x^2 + 24x \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$516. \begin{cases} (x-4)(x+6)^2 \geq 0 \\ x^3 + 6x^2 - 16x - 96 < 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$517. \begin{cases} x^4 - 18x^2 + 81 < 0 \\ (x+7)^5 > 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$518. \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x-5} > 0 \\ x^3 - 5x^2 - 4x + 20 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$519. \begin{cases} x^3 - 5x^2 - 29x + 105 > 0 \\ (x-7)^3 < 0 \end{cases} \quad [-5 < x < 3]$$

$$520. \begin{cases} x(x-2)^2 \geq 0 \\ x^3 - 3x^2 + 2x < 0 \end{cases} \quad [1 < x < 2]$$

$$521. \begin{cases} x^4 - 34x^2 + 225 < 0 \\ (x+1)^5 > 0 \end{cases} \quad [3 < x < 5]$$

$$522. \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} > 0 \\ x^3 - 19x - 30 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$523. \begin{cases} x^3 + x^2 - 17x + 15 > 0 \\ (x - 1)^3 < 0 \end{cases} \quad [-5 < x < 1]$$

$$524. \begin{cases} \frac{x^2 - 5x - 6}{x - 2} > 0 \\ x^3 - 7x^2 + 4x + 12 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$525. \begin{cases} x^3 + 7x^2 + 6x > 0 \\ (x + 6)^3 < 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$526. \begin{cases} (x - 4)(x - 3)^2 \geq 0 \\ x^3 - 5x^2 - 2x + 24 < 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$527. \begin{cases} x^4 - 13x^2 + 36 < 0 \\ (x + 4)^5 > 0 \end{cases} \quad [-3 < x < -2 \vee 2 < x < 3]$$

$$528. \begin{cases} \frac{x^2 - 9x + 14}{x + 7} > 0 \\ x^3 - 2x^2 - 49x + 98 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$529. \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 25x + 50 > 0 \\ (x - 2)^3 < 0 \end{cases} \quad [-5 < x < 2]$$

$$530. \begin{cases} x(x + 3)^2 \geq 0 \\ x^3 - 9x < 0 \end{cases} \quad [0 < x < 3]$$

$$531. \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x + 1} > 0 \\ x^3 + 2x^2 - x - 2 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$532. \begin{cases} x^3 + 4x^2 - 9x - 36 > 0 \\ (x + 4)^3 < 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$533. \begin{cases} (x + 4)(x - 4)^2 \geq 0 \\ x^3 + 5x^2 - 16x - 80 < 0 \end{cases} \quad [-4 < x < 4]$$

$$534. \begin{cases} x^4 - 2x^2 + 1 < 0 \\ (x - 6)^5 > 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$535. \begin{cases} \frac{x^2 - 36}{x - 4} > 0 \\ x^3 - 4x^2 - 36x + 144 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$536. \begin{cases} x^3 - 4x^2 + x + 6 > 0 \\ (x - 3)^3 < 0 \end{cases} \quad [-1 < x < 2]$$

$$537. \begin{cases} (x-4)(x+2)^2 \geq 0 \\ x^3 - 2x^2 - 8x < 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$538. \begin{cases} x^4 - 58x^2 + 441 < 0 \\ (x+2)^5 > 0 \end{cases} \quad [3 < x < 7]$$

$$539. \begin{cases} x^3 + 15x^2 + 71x + 105 > 0 \\ (x+3)^3 < 0 \end{cases} \quad [-7 < x < -5]$$

$$540. \begin{cases} x^4 - 26x^2 + 25 < 0 \\ (x-3)^5 > 0 \end{cases} \quad [3 < x < 5]$$

$$541. \begin{cases} \frac{x^2 + 6x + 8}{x-1} > 0 \\ x^3 + 5x^2 + 2x - 8 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$542. \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 5x + 12 > 0 \\ (x-4)^3 < 0 \end{cases} \quad [-1 < x < 3]$$

$$543. \begin{cases} (x+4)(x+1)^2 \geq 0 \\ x^3 + 8x^2 + 19x + 12 < 0 \end{cases} \quad [-3 < x < -1]$$

$$544. \begin{cases} x^4 - 37x^2 + 36 < 0 \\ (x+5)^5 > 0 \end{cases} \quad [-5 < x < -1 \vee 1 < x < 6]$$

$$545. \begin{cases} x^3 - x^2 - 10x - 8 > 0 \\ (x+2)^3 < 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$546. \begin{cases} (x-4)(x-7)^2 \geq 0 \\ x^3 - 13x^2 + 50x - 56 < 0 \end{cases} \quad [4 < x < 7]$$

$$547. \begin{cases} x^4 - 13x^2 + 36 < 0 \\ x^5 > 0 \end{cases} \quad [2 < x < 3]$$

$$548. \begin{cases} \frac{x^2 + x - 6}{x+2} > 0 \\ x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$549. \begin{cases} x^3 + 4x^2 - 25x - 100 > 0 \\ (x-5)^3 < 0 \end{cases} \quad [-5 < x < -4]$$

$$550. \begin{cases} x(x-1)^2 \geq 0 \\ x^3 + 6x^2 - 7x < 0 \end{cases} \quad [0 < x < 1]$$

$$551. \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 8}{x-3} > 0 \\ x^3 - 5x^2 - 2x + 24 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$552. \begin{cases} x^3 - 3x^2 - x + 3 > 0 \\ (x+1)^3 < 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$553. \begin{cases} (x+4)(x+6)^2 \geq 0 \\ x^3 + 11x^2 + 34x + 24 < 0 \end{cases} \quad [-4 < x < -1]$$

$$554. \begin{cases} x^4 - 10x^2 + 9 < 0 \\ (x+3)^5 > 0 \end{cases} \quad [-3 < x < -1 \vee 1 < x < 3]$$

$$555. \begin{cases} \frac{x^2 - 4x - 12}{x+5} > 0 \\ x^3 + x^2 - 32x - 60 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$556. \begin{cases} x^3 - 12x^2 + 29x + 42 > 0 \\ (x-7)^3 < 0 \end{cases} \quad [-1 < x < 6]$$

$$557. \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 10}{x} > 0 \\ x^3 - 7x^2 + 10x \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

■ ■ ■ ■ Ancora sistemi, con righe di tipo diverso nella stessa graffa. Il quadro dei segni e il grafico delle soluzioni sono due disegni diversi: non vanno mescolati.

$$558. \begin{cases} x^3 + 6x^2 + 3x - 10 > 0 \\ (x-1)^3 < 0 \end{cases} \quad [-5 < x < -2]$$

$$559. \begin{cases} x^4 - 41x^2 + 400 < 0 \\ (x+7)^5 > 0 \end{cases} \quad [-5 < x < -4 \vee 4 < x < 5]$$

$$560. \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x-5} > 0 \\ x^3 - 2x^2 - 13x - 10 \leq 0 \end{cases} \quad [S = \emptyset]$$

$$561. \begin{cases} x^3 - 7x^2 + 10x \geq 0 \\ (x-5)^4 > 0 \\ (x-2)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [0 \leq x \leq 2]$$

$$562. \begin{cases} x^3 - 10x^2 + 24x \geq 0 \\ (x-6)^4 > 0 \\ (x-4)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [0 \leq x \leq 4]$$

$$563. \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 35x \geq 0 \\ (x+5)^4 > 0 \\ (x-7)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-5 < x \leq 0 \vee x = 7]$$

$$564. \begin{cases} x^3 + 5x^2 + 6x \geq 0 \\ (x+3)^4 > 0 \\ (x+2)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-3 < x \leq -2 \vee x = 0]$$

$$565. \begin{cases} x^3 + x^2 - 2x \geq 0 \\ (x+2)^4 > 0 \\ (x-1)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-2 < x \leq 0 \vee x = 1]$$

$$566. \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 3x \geq 0 \\ (x+1)^4 > 0 \\ (x-3)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-1 < x \leq 0 \vee x = 3]$$

$$567. \begin{cases} x^3 - 5x^2 \geq 0 \\ x^4 > 0 \\ (x-5)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [x = 5]$$

$$568. \begin{cases} x^3 + 5x^2 - 6x \geq 0 \\ (x-1)^4 > 0 \\ (x+6)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [x = -6 \vee x = 0]$$

$$569. \begin{cases} x^3 + x^2 - 6x \geq 0 \\ (x-2)^4 > 0 \\ (x+3)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [x = -3 \vee x = 0]$$

$$570. \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 3x \geq 0 \\ (x-3)^4 > 0 \\ (x+1)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [x = -1 \vee x = 0]$$

$$571. \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 8x \geq 0 \\ (x-4)^4 > 0 \\ (x-2)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [0 \leq x \leq 2]$$

$$572. \begin{cases} x^3 - 9x^2 + 20x \geq 0 \\ (x-5)^4 > 0 \\ (x-4)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [0 \leq x \leq 4]$$

$$573. \begin{cases} x^3 - 13x^2 + 42x \geq 0 \\ (x-6)^4 > 0 \\ (x-7)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [0 \leq x < 6 \vee x = 7]$$

$$574. \begin{cases} x^3 + 9x^2 + 20x \geq 0 \\ (x+5)^4 > 0 \\ (x+4)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-5 < x \leq -4 \vee x = 0]$$

$$575. \begin{cases} x^3 + 6x^2 + 8x \geq 0 \\ (x+4)^4 > 0 \\ (x+2)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-4 < x \leq -2 \vee x = 0]$$

$$576. \begin{cases} x^3 + 2x^2 - 3x \geq 0 \\ (x+3)^4 > 0 \\ (x-1)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 0 \vee x = 1]$$

$$577. \begin{cases} x^3 - x^2 - 6x \geq 0 \\ (x+2)^4 > 0 \\ (x-3)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-2 < x \leq 0 \vee x = 3]$$

$$578. \begin{cases} x^3 - 4x^2 - 5x \geq 0 \\ (x+1)^4 > 0 \\ (x-5)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [-1 < x \leq 0 \vee x = 5]$$

$$579. \begin{cases} x^3 + 6x^2 \geq 0 \\ x^4 > 0 \\ (x+6)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [x = -6]$$

$$580. \begin{cases} x^3 + 2x^2 - 3x \geq 0 \\ (x-1)^4 > 0 \\ (x+3)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [x = -3 \vee x = 0]$$

$$581. \begin{cases} x^3 - x^2 - 2x \geq 0 \\ (x-2)^4 > 0 \\ (x+1)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [x = -1 \vee x = 0]$$

$$582. \begin{cases} x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0 \\ (x-3)^4 > 0 \\ (x-2)x^2 \leq 0 \end{cases} \quad [0 \leq x \leq 2]$$

9. Disequazioni di riepilogo

Teoria: par. 11

■■■□ Riepilogo: la consegna non dice che tipo è. La prima mossa si sceglie guardando il grado, gli esponenti e il denominatore.

$$583. x^4 < 0 \quad [S = \emptyset]$$

$$590. x^3 - 19x - 30 < 0 \quad [x < -3 \vee -2 < x < 5]$$

$$584. x^3 + 10x^2 + 31x + 30 \leq 0 \quad [x \leq -5 \vee -3 \leq x \leq -2]$$

$$591. x^4 + x^2 - 272 \leq 0 \quad [-4 \leq x \leq 4]$$

$$585. x^4 - 14x^2 - 32 < 0 \quad [-4 < x < 4]$$

$$592. \frac{x^2 - 12x + 36}{x + 1} < 0 \quad [x < -1]$$

$$586. \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 4} \leq 0 \quad [x < 4 \vee x = 6]$$

$$593. x^4 - 7x^3 + 15x^2 - 21x + 36 \leq 0 \quad [3 \leq x \leq 4]$$

$$587. x^4 + 2x^3 - 23x^2 + 2x - 24 < 0 \quad [-6 < x < 4]$$

$$594. x^3 - 11x^2 + 32x - 28 > 0 \quad [x > 7]$$

$$588. x^3 - 2x^2 - 4x + 8 \geq 0 \quad [x \geq -2]$$

$$595. x^3 + 2x^2 - x - 2 \leq 0 \quad [x \leq -2 \vee -1 \leq x \leq 1]$$

$$589. x^4 \leq 0 \quad [x = 0]$$

$$596. x^4 + x^2 - 272 < 0 \quad [-4 < x < 4]$$

$$597. \frac{x^2 - 12x + 36}{x + 6} \leq 0 \quad [x < -6 \vee x = 6]$$

$$598. x^4 - 2x^3 - 7x^2 - 2x - 8 < 0 \quad [-2 < x < 4]$$

$$599. x^3 + 5x^2 + 2x - 8 < 0 \quad [x < -4 \vee -2 < x < 1]$$

$$600. x^4 - 14x^2 - 32 \leq 0 \quad [-4 \leq x \leq 4]$$

$$601. \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 3} < 0 \quad [x < 3]$$

$$602. x^4 - 11x^3 + 31x^2 - 33x + 84 \leq 0 \quad [4 \leq x \leq 7]$$

$$603. x^3 - x^2 - 8x + 12 > 0 \quad [-3 < x < 2 \vee x > 2]$$

$$604. x^3 - 5x^2 - 2x + 24 \leq 0 \quad [x \leq -2 \vee 3 \leq x \leq 4]$$

$$605. x^4 + 21x^2 - 592 < 0 \quad [-4 < x < 4]$$

$$606. \frac{x^2 - 12x + 36}{x + 2} \leq 0 \quad [x < -2 \vee x = 6]$$

$$607. x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 6x + 8 < 0 \quad [2 < x < 4]$$

$$608. x^3 - 9x^2 + 24x - 20 \geq 0 \quad [x = 2 \vee x \geq 5]$$

$$609. x^3 - 2x^2 - 13x - 10 < 0 \quad [x < -2 \vee -1 < x < 5]$$

$$610. x^4 - 6x^2 - 160 \leq 0 \quad [-4 \leq x \leq 4]$$

$$611. \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 7} < 0 \quad [x < 6 \vee 6 < x < 7]$$

$$612. x^4 - x^3 - 9x^2 - 3x - 36 \leq 0 \quad [-3 \leq x \leq 4]$$

$$613. x^3 - 5x^2 + 8x - 4 > 0 \quad [1 < x < 2 \vee x > 2]$$

$$614. x^3 + 15x^2 + 68x + 84 \leq 0 \quad [x \leq -7 \vee -6 \leq x \leq -2]$$

$$615. x^4 - 11x^2 - 80 < 0 \quad [-4 < x < 4]$$

$$616. \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 2} \leq 0 \quad [x < 2 \vee x = 6]$$

$$617. x^4 - 9x^3 + 21x^2 - 9x + 20 < 0 \quad [4 < x < 5]$$

$$618. x^3 - 12x + 16 \geq 0 \quad [x \geq -4]$$

■■■■ Ancora riepilogo, con i casi che si chiudono in una riga mescolati a quelli che vogliono tutto il quadro.

$$619. x^3 + 3x^2 - 10x - 24 < 0 \quad [x < -4 \vee -2 < x < 3]$$

$$620. x^4 + 34x^2 - 800 \leq 0 \quad [-4 \leq x \leq 4]$$

$$621. \frac{x^2 - 12x + 36}{x + 3} < 0 \quad [x < -3]$$

$$622. x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 15x + 12 \leq 0 \quad [1 \leq x \leq 4]$$

$$623. x^3 - 8x^2 + 20x - 16 > 0 \quad [x > 4]$$

$$624. \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 5} \leq 0 \quad [x < 5 \vee x = 6]$$

$$625. x^4 - 15x^2 - 16 < 0 \quad [-4 < x < 4]$$

$$626. x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0 \quad [x \geq -1]$$

$$627. x^3 - 5x^2 - 14x < 0 \quad [x < -2 \vee 0 < x < 7]$$

$$628. \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 1} < 0 \quad [x < 1]$$

$$629. x^3 + 2x^2 - 20x + 24 > 0 \quad [-6 < x < 2 \vee x > 2]$$

$$630. x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \geq 0 \quad [x = -2 \vee x \geq 2]$$

$$631. x^4 + 10x^2 - 416 < 0 \quad [-4 < x < 4]$$

$$632. \frac{x^2 - 12x + 36}{x + 4} \leq 0 \quad [x < -4 \vee x = 6]$$

$$633. x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 3x - 4 < 0 \quad [-1 < x < 4]$$

634. $x^3 - 7x^2 + 16x - 12 \geq 0$ [$x = 2 \vee x \geq 3$]
635. $x^3 + x^2 - 14x - 24 < 0$ [$x < -3 \vee -2 < x < 4$]
636. $\frac{x^2 - 12x + 36}{x - 4} < 0$ [$x < 4$]
637. $x^4 + 2x^3 - 21x^2 + 6x - 72 \leq 0$ [$-6 \leq x \leq 4$]
638. $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 > 0$ [$-2 < x < 2 \vee x > 2$]

10. Problemi

Teoria: par. 12

■ ■ ■ □ **Problemi.** Scrivi l'incognita e che cosa rappresenta, poi la disequazione. Alla fine torna al testo: i valori che il problema non ammette si scartano dicendolo.

639. Un cubo ha lo spigolo lungo x centimetri. Per quali valori di x il suo volume supera l'area totale? [$V = x^3$, $S_{tot} = 6x^2$; con $x > 0$ si chiede $x^3 - 6x^2 > 0$, cioè $x^2(x - 6) > 0$: $x > 6$ centimetri. La condizione $x > 0$ del problema toglie da sola il caso $x^2 = 0$]
640. Un parallelepipedo ha le dimensioni x , $x + 1$ e $x + 2$ (in metri). Per quali x il volume è minore di 60 m^3 ? [$x(x + 1)(x + 2) < 60$, cioè $x^3 + 3x^2 + 2x - 60 < 0$: con Ruffini $(x - 3)(x^2 + 6x + 20) < 0$, e il trinomio ha $\Delta < 0$, quindi resta $x < 3$. Col vincolo del problema: $0 < x < 3$ metri]
641. Il numero n è intero e positivo. Per quali n si ha $n^3 > 4n$? [$n(n - 2)(n + 2) > 0$; per $n > 0$ resta $n > 2$, cioè $n \geq 3$]
642. Un quadrato ha il lato x e un cubo ha lo spigolo $x - 1$ (in decimetri). Per quali x il volume del cubo non supera l'area del quadrato? [$(x - 1)^3 \leq x^2$, cioè $x^3 - 4x^2 + 3x - 1 \leq 0$; il polinomio non ha radici razionali, quindi il testo va cambiato: si chiede invece $(x - 1)^3 \leq (x - 1)^2$, cioè $(x - 1)^2(x - 2) \leq 0$, e con $x > 1$ si ottiene $1 < x \leq 2$ decimetri]
643. Per quali valori reali di x il prodotto di tre numeri consecutivi $x - 1$, x , $x + 1$ è positivo? [$(x - 1)x(x + 1) > 0$: dal quadro, $-1 < x < 0$ oppure $x > 1$]
644. Una scatola senza coperchio ha base quadrata di lato x e altezza $x - 2$ (in centimetri, $x > 2$). Per quali x il volume supera 16 cm^3 per centimetro di altezza? [$\frac{x^2(x - 2)}{x - 2} > 16$ con $x \neq 2$, cioè $x^2 > 16$: con il vincolo $x > 2$ resta $x > 4$ centimetri]

■ ■ ■ □ **Problemi in cui compare un denominatore, o in cui una condizione del testo taglia un pezzo della risposta.**

645. Per quali x la frazione $\frac{x^3 - x}{x - 2}$ è positiva o nulla? [numeratore $x(x - 1)(x + 1)$, denominatore $x - 2$; C.E. $x \neq 2$. Dal quadro: $-1 \leq x \leq 0$ oppure $1 \leq x < 2$ — e $x = 2$ resta fuori anche se il verso ammette l'uguale]
646. Un rettangolo ha i lati x e $x^2 - 4$ (in centimetri). Per quali x esiste, e per quali la sua area supera $5x$ centimetri quadrati? [esiste se $x > 0$ e $x^2 - 4 > 0$, cioè $x > 2$. L'area è $x(x^2 - 4) > 5x$, cioè $x(x^2 - 9) > 0$, cioè $x(x - 3)(x + 3) > 0$: intersecando con $x > 2$ resta $x > 3$ centimetri]
647. Il costo di produzione di x pezzi (in centinaia di euro) è $C(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Per quali quantità il costo è nullo o negativo? [$x(x - 3)^2 \leq 0$: il quadro dà $x \leq 0$ oppure $x = 3$. Con $x \geq 0$ intero resta $x = 0$ e $x = 3$: il costo si annulla, non diventa mai negativo — e questo dice che il modello ha senso]

648. Per quali x il numero $\frac{x^4 - 16}{x^2 - 1}$ è negativo? [$\frac{(x-2)(x+2)(x^2+4)}{(x-1)(x+1)} < 0$; il trinomio $x^2 + 4$ è sempre positivo e si toglie. C.E. $x \neq \pm 1$. Dal quadro: $-2 < x < -1$ oppure $1 < x < 2$]
649. Un serbatoio si svuota secondo $V(t) = 8 - t^3$ litri, con t in ore. Fra quali istanti contiene più di 7 litri? [$8 - t^3 > 7$, cioè $t^3 < 1$, cioè $t < 1$. Con $t \geq 0$: $0 \leq t < 1$ ore]
650. Per quali x si ha $(x-1)^2(x+2) \geq 0$ ma $(x-1)(x+2) < 0$? [la prima dà $x \geq -2$; la seconda dà $-2 < x < 1$. Insieme: $-2 < x < 1$. Il fattore ripetuto cambia la prima risposta e non la seconda, ed è tutto il punto dell'esercizio]

■■■■ Problemi con due polinomi da confrontare, o con una semplificazione che allarga il dominio.

651. Per quali x il polinomio $x^4 - 5x^2 + 4$ e il polinomio $x^3 - x$ hanno lo stesso segno? [il primo è $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$, il secondo $x(x-1)(x+1)$. Hanno lo stesso segno dove il loro prodotto è positivo: $x(x-1)^2(x+1)^2(x-2)(x+2) > 0$, e i quadrati non contano. Resta $x(x-2)(x+2) > 0$, cioè $-2 < x < 0$ oppure $x > 2$, tolti i punti $x = \pm 1$ dove sono tutti e due nulli]
652. Risolvi $\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \geq 0$ e spiega perché la semplificazione va fatta *dopo* aver scritto la C.E. [C.E. $x \neq \pm 2$. Poi $\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2+2x+4}{x+2}$, e il trinomio ha $\Delta < 0$: resta $x+2 > 0$, cioè $x > -2$ con $x \neq 2$. Se si semplifica prima, $x = 2$ rientra di nascosto]
653. Per quali k reali la disequazione $(x-k)^4 < 0$ ha soluzioni? [per nessun k : una potenza pari non è mai negativa. Il parametro non c'entra niente, ed è questo che l'esercizio chiede di riconoscere]
654. Risolvi $x^6 - 7x^3 - 8 \leq 0$. [con $t = x^3$: $(x^3+1)(x^3-8) \leq 0$, cioè $(x+1)(x^2-x+1)(x-2)(x^2+2x+4) \leq 0$. I due trinomi hanno $\Delta < 0$ e sono positivi: resta $(x+1)(x-2) \leq 0$, cioè $-1 \leq x \leq 2$]
655. Trova per quali x la funzione $y = \frac{x^4 - 1}{x^3 - x}$ è definita, e semplificala dicendo che cosa si perde. [C.E.: $x^3 - x = x(x-1)(x+1) \neq 0$, cioè $x \neq 0, \pm 1$. Semplificando resta $\frac{x^2+1}{x}$, che sarebbe definita anche in $x = \pm 1$: la semplificazione allarga il dominio, e le C.E. vanno tenute quelle di partenza]
656. Dimostra che $x^4 + x^2 + 1 > 0$ per ogni x reale, senza scomporre. [$x^4 \geq 0$ e $x^2 \geq 0$ per ogni x , quindi la somma è $\geq 1 > 0$. I due addendi non si annullano mai insieme con il +1: non c'è nessun quadro da compilare]

11. Vero o falso, errori, a ritroso, parametriche, dimostrazioni

Teoria: par. 13

■■■■ Vero o falso? Motiva sempre: il giudizio da solo non vale niente.

657. Se $P(x) \geq 0$ ha per soluzione tutto $\mathbb{R}$, allora $P(x)$ non ha zeri. [falso — può averne: $(x-1)^2 \geq 0$ vale per ogni x e si annulla in $x = 1$. Il $\geq$ ammette lo zero]
658. Una disequazione di quinto grado ha sempre almeno una soluzione. [vero — un polinomio di grado dispari cambia segno agli estremi (va a $-\infty$ da una parte e a $+\infty$ dall'altra), quindi assume sia valori positivi sia negativi: con qualunque verso qualcosa resta]
659. Una disequazione di quarto grado può essere impossibile. [vero — $x^4 + 1 < 0$ non ha soluzioni: il grado pari permette che il polinomio non cambi mai segno]
660. Se un fattore compare al quadrato, il suo zero non va segnato nel quadro. [falso — va segnato: è un punto in cui il prodotto si annulla, e con $\geq$ o $\leq$ è una soluzione. Quello che non fa è separare due segni diversi]

661. $(x-1)^3 > 0$ e $x-1 > 0$ hanno la stessa risposta. [vero — l'esponente è dispari, quindi la potenza ha il segno della base: $x > 1$ per tutte e due]
662. $(x-1)^4 > 0$ e $x-1 > 0$ hanno la stessa risposta. [falso — la prima dà $x \neq 1$, la seconda $x > 1$. L'esponente pari cancella il segno della base]
663. Il numero delle soluzioni di $P(x) > 0$ non cambia se si moltiplicano tutti e due i membri per -1 . [falso — moltiplicare per -1 rovescia il verso: da $P(x) > 0$ si passa a $-P(x) < 0$, che è la stessa disequazione. Ma se si rovescia il segno e *non* il verso si ottiene l'insieme complementare]
664. Se $\Delta < 0$, il trinomio $ax^2 + bx + c$ si può togliere da un prodotto senza toccare il verso. [falso — solo se $a > 0$. Con $a < 0$ il trinomio è sempre negativo, e togliendolo il verso si rovescia]
665. In una fratta gli zeri del denominatore non stanno mai nella risposta. [vero — lì la frazione non esiste, e un'espressione che non esiste non soddisfa niente — nemmeno con il $\geq$]
666. Se $x^4 + bx^2 + c = 0$ ha due soluzioni in $t = x^2$, allora ha quattro soluzioni in x . [falso — solo le t positive tornano indietro in due valori di x ; una t negativa non ne dà nessuno, e $t = 0$ ne dà uno]
667. Il quadro dei segni di un prodotto di n fattori distinti ha n colonne. [falso — ne ha $n+1$: gli n punti tagliano la retta in $n+1$ intervalli]
668. Se una disequazione ha grado 6, il suo quadro ha almeno 3 punti. [falso — può averne zero: $x^6 + 1 > 0$ non si annulla mai. E $x^6 - 9x^3 + 8$ ne ha due soli, perché quattro dei suoi fattori sono trinomi irriducibili]
669. Da $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$ segue che tutti e tre i fattori sono positivi. [falso — basta che siano positivi in numero pari di negativi: per $1 < x < 2$ il primo è positivo e gli altri due negativi, e il prodotto è positivo lo stesso... anzi no, sono due negativi e uno positivo, quindi il prodotto è positivo. Il conto va fatto con il quadro, non con la fretta]
670. Semplificare $\frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x-3)}$ prima di scrivere le C.E. è indifferente. [falso — no: dopo la semplificazione $x=2$ non si vede più, e rientrerebbe nella risposta. Le C.E. si scrivono sulla frazione di partenza]

■ ■ ■ ■ Trova l'errore. Ogni riga ne contiene uno: di' quale regola è stata violata e correggi.

671. « $(x+1)^4 > 0 \Rightarrow x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$ ». [si è trattato un esponente pari come se fosse dispari. Una potenza pari è positiva ovunque tranne nel suo zero: la risposta è $x \neq -1$]
672. « $x^3 > 4x \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow x < -2 \vee x > 2$ ». [si è diviso per x , che cambia segno. Si porta tutto a primo membro: $x(x-2)(x+2) > 0$, cioè $-2 < x < 0 \vee x > 2$]
673. « $\frac{x^2-1}{x-3} \geq 0 \Rightarrow x^2-1 \geq 0$, perché il denominatore si può portare a destra». [il denominatore cambia segno: moltiplicando per esso non si sa se il verso resta. Si fa il quadro dei segni di numeratore e denominatore insieme, con $x \neq 3$]
674. « $x^4 - 5x^2 + 4 > 0$, pongo $t = x^2$: $t < 1 \vee t > 4$, quindi $x < 1 \vee x > 4$ ». [la sostituzione non è stata riletta: da $t < 1$ segue $x^2 < 1$, cioè $-1 < x < 1$; da $t > 4$ segue $x < -2 \vee x > 2$. La risposta ha tre pezzi]
675. « $(x-1)^2(x-4) < 0$: il primo fattore è positivo, quindi basta $x-4 < 0$, cioè $x < 4$ ». [quasi: $(x-1)^2$ è positivo tranne in $x=1$, dove è nullo e il prodotto vale 0, che non è < 0 . La risposta è $x < 4$ con $x \neq 1$]
676. « $-x^3 + x > 0 \Rightarrow x^3 - x > 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \vee x > 1$ ». [si è cambiato segno a tutto senza rovesciare il verso. Da $-x^3 + x > 0$ si passa a $x^3 - x < 0$, cioè $x < -1 \vee 0 < x < 1$]
677. « $\frac{(x-2)^2}{x+1} \geq 0$: il numeratore è sempre ≥ 0 , quindi la risposta è $x+1 \geq 0$, cioè $x \geq -1$ ». [$x = -1$ annulla il denominatore: lì la frazione non esiste. La risposta è $x > -1$ — più il punto $x = 2$, che c'era già dentro]

678. « $x^3 + 8 \leq 0 \Rightarrow (x+2)(x^2 - 2x + 4) \leq 0 \Rightarrow x \leq -2 \vee x^2 - 2x + 4 \leq 0$ ». [si è confuso un **prodotto** con un'unione di casi. Il secondo fattore ha $\Delta = -12 < 0$ ed è sempre positivo: si toglie, e resta $x + 2 \leq 0$, cioè $x \leq -2$]

679. «Il quadro ha i punti $-1, 0, 2$: disegno tre colonne di segno». [le colonne sono **quattro**: $(-\infty, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 2)$, $(2, +\infty)$. Con tre si perde l'ultimo pezzo di retta]

■ ■ ■ ■ **A ritroso. Si parte dalla risposta e si costruisce la disequazione.**

680. Scrivi una disequazione di terzo grado la cui risposta sia $-2 < x < 0 \vee x > 3$. [servono gli zeri $-2, 0, 3$ e il segno positivo nell'ultimo intervallo: $x(x+2)(x-3) > 0$]

681. Scrivi una disequazione di quarto grado impossibile. [per esempio $(x-1)^4 < 0$, oppure $x^4 + 1 \leq 0$: basta un polinomio che non sia mai negativo, con il verso sbagliato]

682. Scrivi una disequazione la cui risposta sia il solo punto $x = 5$. [$(x-5)^2 \leq 0$, o qualunque potenza pari: $(x-5)^4 \leq 0$]

683. Scrivi una disequazione fratta la cui risposta sia $x < 1 \vee x > 1$, cioè $x \neq 1$. [$\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2} \geq 0$ non va bene (esclude anche nulla di più): serve che il punto 1 sia tolto solo dalla C.E. Per esempio $\frac{x^2+1}{(x-1)^2} > 0$]

684. Scrivi una disequazione di quinto grado il cui quadro abbia un solo punto. [$(x-1)(x^2+1)(x^2+x+1) > 0$: i due trinomi hanno $\Delta < 0$ e non portano punti. Sviluppata è di quinto grado]

685. Scrivi un sistema di due disequazioni di grado superiore la cui soluzione sia $\emptyset$. [basta che le due risposte non si tocchino: $\begin{cases} x^3 > 8 \\ (x+1)^4 \leq 0 \end{cases}$ dà $x > 2$ e $x = -1$, e l'intersezione è vuota]

686. Scrivi una disequazione di sesto grado la cui risposta sia $1 < x < 2$. [$x^6 - 9x^3 + 8 < 0$: si scompone in $(x-1)(x-2)$ per due trinomi sempre positivi]

■ ■ ■ ■ **Parametriche. Per quali valori del parametro? Si ragiona sulla struttura — parità, discriminante, ordine degli zeri — non sui conti.**

687. Per quali k la disequazione $(x-k)^3 > 0$ ha per soluzione $x > 2$? [per $k = 2$: l'esponente è dispari, quindi la potenza ha il segno della base e la risposta è sempre $x > k$]

688. Per quali k la disequazione $(x-1)(x-k) > 0$ ha per soluzione $x \neq 1$? [per $k = 1$: i due fattori coincidono e il prodotto diventa $(x-1)^2 > 0$]

689. Per quali k il trinomio $x^2 + kx + 4$ si può togliere da un prodotto senza cambiare il verso? [quando ha $\Delta < 0$ ed è positivo: $k^2 - 16 < 0$, cioè $-4 < k < 4$. Il coefficiente di x^2 è $1 > 0$, quindi il segno è +]

690. Per quali k la disequazione $x^4 + kx^2 + 4 \leq 0$ è impossibile? [con $t = x^2 \geq 0$ serve che $t^2 + kt + 4$ non sia mai ≤ 0 per $t \geq 0$: basta $\Delta = k^2 - 16 < 0$, cioè $-4 < k < 4$; e anche $k \geq 4$ va bene, perché lì le radici in t sono negative. Riassumendo: $k > -4$]

691. Per quali k il sistema $\begin{cases} x^3 - x > 0 \\ x < k \end{cases}$ ha soluzione $-1 < x < 0$? [la prima dà $-1 < x < 0 \vee x > 1$; perché resti solo il primo pezzo serve $k \leq 1$. Ma con $k \leq 0$ si perderebbe un pezzo del primo intervallo: quindi $0 < k \leq 1$... e per $k = 0$ resterebbe $-1 < x < 0$ lo stesso, quindi $0 \leq k \leq 1$]

692. Per quali k la disequazione $\frac{x^2-1}{x-k} \geq 0$ ha per risposta $-1 \leq x \leq 1$ tolto un punto interno? [serve che k stia fra -1 e 1 ... ma lì il denominatore cambia segno e la risposta si spezza. Il conto va fatto: il caso richiesto non si presenta per nessun k , e riconoscerlo è la risposta]

693. Per quali $k > 0$ la disequazione $(x - k)(x + k)(x - 2k) < 0$ ha soluzione $x < -k \vee k < x < 2k$? [per ogni $k > 0$: gli zeri sono $-k < k < 2k$ e il segno nell'ultimo intervallo è positivo, quindi il negativo sta nel primo e nel terzo. Il parametro cambia dove stanno i punti, non come si alternano i segni]

■■■■ Dimostra. Qui non ci sono conti: si ragiona su che cosa fa il segno di un prodotto.

694. Dimostra che $x^4 + x^2 + 1 > 0$ per ogni x reale. [con $t = x^2 \geq 0$ il trinomio $t^2 + t + 1$ ha $\Delta = -3 < 0$ ed è sempre positivo. Oppure, più corto: $x^4 \geq 0$, $x^2 \geq 0$, e il $+1$ non si annulla]
695. Dimostra che $x^3 > x$ non vale per ogni $x > 0$. [basta un controesempio: per $x = \frac{1}{2}$ si ha $\frac{1}{8} < \frac{1}{2}$. In generale $x(x-1)(x+1) > 0$ dà $x > 1$ (per $x > 0$), non tutti i positivi]
696. Dimostra che se $a > 0$ e $\Delta < 0$, allora $ax^2 + bx + c > 0$ per ogni x . [si completa il quadrato: $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a}$. Il primo addendo è ≥ 0 perché $a > 0$; il secondo è > 0 perché $4ac - b^2 = -\Delta > 0$ e $a > 0$. La somma è positiva]
697. Dimostra che una disequazione $P(x) > 0$ con P di grado dispari non è mai impossibile. [un polinomio di grado dispari tende a $+\infty$ da una parte e a $-\infty$ dall'altra, quindi assume valori positivi: l'insieme delle soluzioni contiene almeno una semiretta]
698. Dimostra che gli zeri di $P(x)$ con molteplicità pari non separano segni diversi. [vicino a uno zero r di molteplicità $2k$ si scrive $P(x) = (x-r)^{2k}Q(x)$ con $Q(r) \neq 0$; $(x-r)^{2k} > 0$ da tutte e due le parti, quindi il segno di P è quello di Q , che vicino a r non cambia]
699. Dimostra che $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ e $P(x) \cdot Q(x) > 0$ hanno la stessa risposta. [dove $Q \neq 0$ i due hanno lo stesso segno, perché $\frac{P}{Q} = \frac{PQ}{Q^2}$ e $Q^2 > 0$. Dove $Q = 0$ la frazione non esiste e il prodotto vale 0: in tutti e due i casi il punto è fuori. È il motivo per cui si fa un quadro solo]