

SOLUZIONI: DISEQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni soluzione dice prima *quale* scomposizione si usa e *perché* quella, poi disegna il quadro dei segni per intero, e finisce con il **controllo**: un numero dentro la risposta e uno fuori, sostituiti nel testo di partenza — non nella forma scomposta, che se fosse sbagliata confermerebbe l'errore invece di scoprirlo.

1. Il metodo, e i casi che si risolvono a occhio

Esercizio 1.

→ Perché $(x - 3)^7 > 0$ si riduce a $x - 3 > 0$?

→ perché 7 è **dispari**: una potenza di esponente dispari ha sempre il segno della sua base, quindi la potenza è positiva esattamente dove lo è $x - 3$. Non c'è niente da sviluppare (è una domanda sul METODO: si risponde guardando la struttura — parità dell'esponente, discriminante, presenza di un denominatore — senza fare conti)

Esercizio 2.

→ Risolvi a mente: $(x + 2)^4 > 0$.

→ $x \neq -2$ — l'esponente è pari, quindi la potenza è positiva dappertutto tranne dove la base si annulla, e lì vale 0 (è una domanda sul METODO: si risponde guardando la struttura — parità dell'esponente, discriminante, presenza di un denominatore — senza fare conti)

Esercizio 17.

→ $(x + 1)^3 < 0$

→ L'esponente 3 è **dispari**: la potenza ha lo stesso segno della base $x + 1$. (una potenza dispari conserva il segno: $(-3)^5 < 0$ e $3^5 > 0$. Quindi la disequazione equivale a quella di primo grado sulla base, e non c'è niente da sviluppare)

→ $x + 1 < 0$ (scompare l'esponente, resta la base con lo stesso verso)

→ $x < -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -1)$)

→ **Controllo**: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 18.

$$\rightarrow (x+1)^4 > 0$$

$\rightarrow$ L'esponente 4 è **pari**: la potenza è ≥ 0 per ogni x , e vale 0 solo dove si annulla la base $x+1$. (una potenza pari non è mai negativa. Le risposte possibili sono quattro sole, e si leggono senza fare conti: tutto, tutto tranne un punto, quel punto solo, oppure niente)

$\rightarrow$ Lo zero della base è $x = -1$. (è l'unico punto in cui la potenza non è positiva)

$\rightarrow x \neq -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 72.

$$\rightarrow (4x+1)^3 > 0$$

$\rightarrow$ L'esponente 3 è **dispari**: la potenza ha lo stesso segno della base $4x+1$. (una potenza dispari conserva il segno: $(-3)^5 < 0$ e $3^5 > 0$. Quindi la disequazione equivale a quella di primo grado sulla base, e non c'è niente da sviluppare)

$\rightarrow 4x+1 > 0$ (sparisce l'esponente, resta la base con lo stesso verso)

$\rightarrow x > -\frac{1}{4}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(-\frac{1}{4}, +\infty\right)$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 73.

$$\rightarrow (4x+1)^4 \leq 0$$

$\rightarrow$ L'esponente 4 è **pari**: la potenza è ≥ 0 per ogni x , e vale 0 solo dove si annulla la base $4x+1$. (una potenza pari non è mai negativa. Le risposte possibili sono quattro sole, e si leggono senza fare conti: tutto, tutto tranne un punto, quel punto solo, oppure niente)

$\rightarrow$ Lo zero della base è $x = -\frac{1}{4}$. (è l'unico punto in cui la potenza non è positiva)

$\rightarrow x = -\frac{1}{4}$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = -\frac{1}{4}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

2. Prodotti già scomposti: il quadro dei segni

Esercizio 87.

$$\rightarrow (x+5)^2 (x+2) > 0$$

→ Il prodotto è già scomposto: si passa direttamente al quadro. (portare tutto a primo membro e scomporre sono i due passaggi che qui qualcuno ha già fatto; il metodo comincia da qui)

→ Zeri, in ordine: $x = -5$, $x = -2$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-5		-2	
$(x+5)^2$	+	0	+	+
$(x+2)$	-		-	0
prodotto	-	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x > -2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 88.

$$\rightarrow x(x-7)(x+1) < 0$$

→ Il prodotto è già scomposto: si passa direttamente al quadro. (portare tutto a primo membro e scomporre sono i due passaggi che qui qualcuno ha già fatto; il metodo comincia da qui)

→ Zeri, in ordine: $x = -1$, $x = 0$, $x = 7$. Il quadro avrà 4 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-1		0	7	
x	-		-	0	+
$(x-7)$	-		-		-
$(x+1)$	-	0	+	+	+
prodotto	-	0	+	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -1 \vee 0 < x < 7$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -1) \cup (0, 7)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 137.

$$\rightarrow (x+5)^2(x-1) > 0$$

→ Il prodotto è già scomposto: si passa direttamente al quadro. (portare tutto a primo membro e scomporre sono i due passaggi che qui qualcuno ha già fatto; il metodo comincia da qui)

→ Zeri, in ordine: $x = -5$, $x = 1$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-5	1
$(x+5)^2$	+ 0 +	+
$(x-1)$	-	- 0 +
prodotto	- 0 -	0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x > 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (1, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 138.

$$\rightarrow (x-5)(2x-8)(x+7) \geq 0$$

→ Il prodotto è già scomposto: si passa direttamente al quadro. (portare tutto a primo membro e scomporre sono i due passaggi che qui qualcuno ha già fatto; il metodo comincia da qui)

→ Zeri, in ordine: $x = -7$, $x = 4$, $x = 5$. Il quadro avrà 4 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-7	4	5
$(x-5)$	-	-	- 0 +
$(2x-8)$	-	- 0 +	+
$(x+7)$	- 0 +	+	+
prodotto	- 0 +	0 -	0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-7 \leq x \leq 4 \vee x \geq 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-7, 4] \cup [5, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -8$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

3. Scomporre: raccoglimento e prodotti notevoli

Esercizio 165.

$$\rightarrow x^3 - x < 0$$

→ Tutti i termini hanno la x in comune: si raccoglie. (il raccoglimento totale è sempre la PRIMA cosa da provare, perché non costa niente e abbassa il grado)

→ **Attenzione: non si divide per x .** (dividere per x significherebbe dividere per una quantità di segno ignoto, e allora non si saprebbe se il verso resta o si rovescia. Il fattore raccolto resta nel quadro, con la sua riga)

→ $x(x-1)(x+1) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$. Il quadro avrà 4 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-1	0	1	
x	-	-	0	+
$(x-1)$	-	-	-	0
$(x+1)$	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -1 \vee 0 < x < 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -1) \cup (0, 1)$)

→ **Controllo:** con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 166.

$$\rightarrow x^4 - x^2 \leq 0$$

→ Tutti i termini hanno la x in comune: si raccoglie. (il raccoglimento totale è sempre la PRIMA cosa da provare, perché non costa niente e abbassa il grado)

→ **Attenzione: non si divide per x .** (dividere per x significherebbe dividere per una quantità di segno ignoto, e allora non si saprebbe se il verso resta o si rovescia. Il fattore raccolto resta nel quadro, con la sua riga)

→ $x^2(x-1)(x+1) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$. Il quadro avrà 4 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-1	0	1	
x^2	+	+	0	+
$(x-1)$	-	-	-	0
$(x+1)$	-	0	+	+
prodotto	+	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-1 \leq x \leq 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-1, 1]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 205.

→ $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 \leq 0$

→ È il **cubo di un binomio**: $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$. (i quattro termini con i coefficienti 1, 3, 3, 1 e i segni alternati sono la firma del cubo; riconoscerla evita Ruffini)

→ $(x - 3)^3 \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = 3$. Il quadro avrà **2 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	3		
$(x - 3)^3$	-	0	+
prodotto	-	0	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \leq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 3]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 206.

→ $x^3 - 27 \geq 0$

→ È una **somma (o differenza) di cubi**: $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$. (sono due termini soli, tutti e due cubi perfetti: la scomposizione è immediata e non serve Ruffini)

→ Il trinomio che resta ha $\Delta = -3b^2 < 0$: è **irriducibile e sempre positivo**. (il suo discriminante è negativo per costruzione, qualunque sia $b \neq 0$: quindi non si annulla mai e non porta nessun punto nel quadro)

→ $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = 3$. Il quadro avrà **2 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	3		
$(x - 3)$	-	0	+
$(x^2 + 3x + 9)$	+		+
prodotto	-	0	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \geq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

4. Quando non si vede niente: Ruffini

Esercizio 229.

→ $x^3 - 7x + 6 < 0$

→ Non c'è nessun raccoglimento e nessun prodotto notevole: si cerca una radice con **Ruffini**. (è la strada generale, e si prova solo dopo le altre due perché costa di più)

→ Le radici razionali vanno cercate fra le frazioni $\frac{p}{q}$ con p divisore del termine noto 6 e q divisore del coefficiente direttivo. (è il teorema delle radici razionali: se una radice razionale c'è, sta in quella lista — e la lista è finita)

→ Trovata una radice r , si divide per $(x - r)$ e il grado scende di uno; si ripete finché restano fattori di primo o secondo grado. (la divisione è esatta proprio perché r è una radice: è il teorema del resto)

→ $(x - 1)(x - 2)(x + 3) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -3, x = 1, x = 2$. Il quadro avrà 4 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-3		1	2	
$(x - 1)$	-		-	0	+
$(x - 2)$	-		-		0
$(x + 3)$	-	0	+		+
prodotto	-	0	+	0	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -3 \vee 1 < x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3) \cup (1, 2)$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 230.

$$\rightarrow 2x^3 + x^2 - 13x + 6 > 0$$

→ Non c'è nessun raccoglimento e nessun prodotto notevole: si cerca una radice con **Ruffini**. (è la strada generale, e si prova solo dopo le altre due perché costa di più)

→ Le radici razionali vanno cercate fra le frazioni $\frac{p}{q}$ con p divisore del termine noto 6 e q divisore del coefficiente direttivo. (è il teorema delle radici razionali: se una radice razionale c'è, sta in quella lista — e la lista è finita)

→ Trovata una radice r , si divide per $(x - r)$ e il grado scende di uno; si ripete finché restano fattori di primo o secondo grado. (la divisione è esatta proprio perché r è una radice: è il teorema del resto)

→ $(2x - 1)(x - 2)(x + 3) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -3$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 2$. Il quadro avrà 4 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-3	$\frac{1}{2}$	2	
$(2x - 1)$	-	-	0	+
$(x - 2)$	-	-	-	0
$(x + 3)$	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-3 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \left(-3, \frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 255.

$$\rightarrow x^3 - 4x^2 - 11x + 30 \geq 0$$

→ Non c'è nessun raccoglimento e nessun prodotto notevole: si cerca una radice con **Ruffini**. (è la strada generale, e si prova solo dopo le altre due perché costa di più)

→ Le radici razionali vanno cercate fra le frazioni $\frac{p}{q}$ con p divisore del termine noto 30 e q divisore del coefficiente direttivo. (è il teorema delle radici razionali: se una radice razionale c'è, sta in quella lista — e la lista è finita)

→ Trovata una radice r , si divide per $(x - r)$ e il grado scende di uno; si ripete finché restano fattori di primo o secondo grado. (la divisione è esatta proprio perché r è una radice: è il teorema del resto)

→ $(x - 2)(x - 5)(x + 3) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -3$, $x = 2$, $x = 5$. Il quadro avrà **4** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-3	2	5	
$(x-2)$	-	-	0	+
$(x-5)$	-	-	-	0
$(x+3)$	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-3 \leq x \leq 2 \vee x \geq 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-3, 2] \cup [5, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 256.

→ $2x^3 - 6x^2 - 26x + 30 < 0$

→ Non c'è nessun raccoglimento e nessun prodotto notevole: si cerca una radice con **Ruffini**. (è la strada generale, e si prova solo dopo le altre due perché costa di più)

→ Le radici razionali vanno cercate fra le frazioni $\frac{p}{q}$ con p divisore del termine noto 30 e q divisore del coefficiente direttivo. (è il teorema delle radici razionali: se una radice razionale c'è, sta in quella lista — e la lista è finita)

→ Trovata una radice r , si divide per $(x - r)$ e il grado scende di uno; si ripete finché restano fattori di primo o secondo grado. (la divisione è esatta proprio perché r è una radice: è il teorema del resto)

→ $(2x - 2)(x - 5)(x + 3) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -3$, $x = 1$, $x = 5$. Il quadro avrà **4** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-3	1	5	
$(2x-2)$	-	-	0	+
$(x-5)$	-	-	-	0
$(x+3)$	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -3 \vee 1 < x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3) \cup (1, 5)$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

5. Biquadratiche e trinomie: la sostituzione

Esercizio 281.

$$\rightarrow x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0$$

→ È una **biquadratica**: compaiono solo x^4 , x^2 e il termine noto. Si pone $t = x^2$. (la sostituzione trasforma un quarto grado in un secondo grado, che si sa risolvere)

→ In t le radici sono $t = 1$ e $t = 4$, cioè $(x^2 - 1)(x^2 - 4)$. (si torna subito alla x : la sostituzione è un attrezzo, non la risposta)

→ $(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -2$, $x = -1$, $x = 1$, $x = 2$. Il quadro avrà 5 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 4 punti la retta è divisa in 5 pezzi, e chi ne disegna 4 perde l'ultimo)

	-2		-1		1		2	
$(x-1)$	-		-		-	0	+	+
$(x+1)$	-		-	0	+		+	+
$(x-2)$	-		-		-		-	0
$(x+2)$	-	0	+		+		+	+
prodotto	+	0	-	0	+	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

$$\rightarrow -2 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 2 \text{ (la risposta si dà in tutte e due le forme: } S = [-2, -1] \cup [1, 2])$$

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 282.

$$\rightarrow x^4 - 13x^2 + 36 > 0$$

→ È una **biquadratica**: compaiono solo x^4 , x^2 e il termine noto. Si pone $t = x^2$. (la sostituzione trasforma un quarto grado in un secondo grado, che si sa risolvere)

→ In t le radici sono $t = 4$ e $t = 9$, cioè $(x^2 - 4)(x^2 - 9)$. (si torna subito alla x : la sostituzione è un attrezzo, non la risposta)

→ $(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -3$, $x = -2$, $x = 2$, $x = 3$. Il quadro avrà 5 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 4 punti la retta è divisa in 5 pezzi, e chi ne disegna 4 perde l'ultimo)

	-3	-2	2	3
$(x-2)$	-	-	- 0	+ +
$(x+2)$	-	- 0	+ +	+ +
$(x-3)$	-	-	- -	0 +
$(x+3)$	- 0	+ +	+ +	+ +
prodotto	+ 0	- 0	+ 0	- 0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -3 \vee -2 < x < 2 \vee x > 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3) \cup (-2, 2) \cup (3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 341.

→ $x^6 - 1 \geq 0$

→ È una **trinomia**: compaiono solo x^6 , x^3 e il termine noto. Si pone $t = x^3$. (stessa idea della biquadratica, un piano più in alto: $x^6 = (x^3)^2$)

→ In t le radici sono $t = 1$ e $t = -1$: resta $(x^3 - 1)(x^3 + 1)$. (e qui, a differenza della biquadratica, anche una t negativa torna indietro: il cubo assume tutti i valori reali)

→ Ogni somma o differenza di cubi si spezza: $x^3 \mp c^3 = (x \mp c)(x^2 \pm cx + c^2)$, e il trinomio ha $\Delta = -3c^2 < 0$. (i due trinomi sono irriducibili e positivi: si tolgono tutti e due, e di un sesto grado restano due punti soli)

→ $(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -1$, $x = 1$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-1	1			
$(x-1)$	-	-	0	+	
(x^2+x+1)	+	+		+	
$(x+1)$	-	0	+	+	
(x^2-x+1)	+	+		+	
prodotto	+	0	-	0	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \leq -1 \vee x \geq 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 342.

$$\rightarrow x^6 - 7x^3 - 8 < 0$$

$\rightarrow$ È una **trinomia**: compaiono solo x^6 , x^3 e il termine noto. Si pone $t = x^3$. (stessa idea della biquadratica, un piano più in alto: $x^6 = (x^3)^2$)

$\rightarrow$ In t le radici sono $t = 8$ e $t = -1$: resta $(x^3 - 8)(x^3 + 1)$. (e qui, a differenza della biquadratica, anche una t negativa torna indietro: il cubo assume tutti i valori reali)

$\rightarrow$ Ogni somma o differenza di cubi si spezza: $x^3 \mp c^3 = (x \mp c)(x^2 \pm cx + c^2)$, e il trinomio ha $\Delta = -3c^2 < 0$. (i due trinomi sono irriducibili e positivi: si tolgono tutti e due, e di un sesto grado restano due punti soli)

$\rightarrow (x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 1)(x^2 - x + 1) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

$\rightarrow$ Zeri, in ordine: $x = -1$, $x = 2$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-1	2	
$(x - 2)$	-	-	0 +
$(x^2 + 2x + 4)$	+	+	+
$(x + 1)$	-	0	+ +
$(x^2 - x + 1)$	+	+	+
prodotto	+	0	- 0 +

$\rightarrow$ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

$\rightarrow -1 < x < 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-1, 2)$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

6. I fattori che non si annullano mai**Esercizio 358.**

$$\rightarrow x^3 + 5x^2 + 5x + 4 < 0$$

$\rightarrow$ Il fattore $(x^2 + x + 1)$ ha $\Delta = -3 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

$\rightarrow$ È sempre **positivo**, quindi si toglie. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

$\rightarrow (x + 4)(x^2 + x + 1) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

$\rightarrow$ Zeri, in ordine: $x = -4$. Il quadro avrà 2 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	-4		
$(x+4)$	-	0	+
(x^2+x+1)	+		+
prodotto	-	0	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -4)$)

→ Controllo: con $x = -5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 359.

→ $x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 9x + 4 > 0$

→ Il fattore $(x^2 + x + 1)$ ha $\Delta = -3 < 0$: **non si annulla mai**. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **positivo**, quindi si toglie. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x+4)(x+1)(x^2+x+1) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -4$, $x = -1$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-4		-1	
$(x+4)$	-	0	+	+
$(x+1)$	-		-	0
(x^2+x+1)	+		+	+
prodotto	+	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -4 \vee x > -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -4) \cup (-1, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 392.

→ $2x^4 - 16x^3 + 41x^2 - 45x + 36 \leq 0$

→ Il fattore $(2x^2 - 2x + 3)$ ha $\Delta = -20 < 0$: **non si annulla mai**. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **positivo**, quindi si toglie. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-3)(x-4)(2x^2-2x+3) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 3$, $x = 4$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	3		4	
$(x-3)$	-	0	+	+
$(x-4)$	-		-	0
$(2x^2-2x+3)$	+		+	+
prodotto	+	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $3 \leq x \leq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [3, 4]$)

→ Controllo: con $x = 3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 393.

→ $(x-3)^2(2x^2-2x+3) \geq 0$

→ Il fattore $(2x^2-2x+3)$ ha $\Delta = -20 < 0$: **non si annulla mai**. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **positivo**, quindi si toglie. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-3)^2(2x^2-2x+3) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 3$. Il quadro avrà **2 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punto la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	3	
$(x-3)^2$	+	0
$(2x^2-2x+3)$	+	+
prodotto	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $S = \mathbb{R}$ (la disequazione è verificata da ogni numero reale)

Esercizio 394.

$$\rightarrow -x^3 - 4x^2 - x - 4 < 0$$

$\rightarrow$ Il fattore $(-x^2 - 1)$ ha $\Delta = -4 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

$\rightarrow$ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

$\rightarrow (x + 4)(-x^2 - 1) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

$\rightarrow$ Zeri, in ordine: $x = -4$. Il quadro avrà **2** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	-4		
$(x + 4)$	-	0	+
$(-x^2 - 1)$	-		-
prodotto	+	0	-

$\rightarrow$ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

$\rightarrow x > -4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-4, +\infty)$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 395.

$$\rightarrow -x^4 - 5x^3 - 5x^2 - 5x - 4 > 0$$

$\rightarrow$ Il fattore $(-x^2 - 1)$ ha $\Delta = -4 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

$\rightarrow$ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

$\rightarrow (x + 4)(x + 1)(-x^2 - 1) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

$\rightarrow$ Zeri, in ordine: $x = -4$, $x = -1$. Il quadro avrà **3** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-4		-1	
$(x + 4)$	-	0	+	+
$(x + 1)$	-		-	0
$(-x^2 - 1)$	-		-	-
prodotto	-	0	+	0

$\rightarrow$ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

$\rightarrow -4 < x < -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-4, -1)$)

→ **Controllo:** con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 396.

$$\rightarrow (x+4)^2(-x^2-1) \leq 0$$

→ Il fattore $(-x^2-1)$ ha $\Delta = -4 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x+4)^2(-x^2-1) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = -4$. Il quadro avrà **2 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	-4		
$(x+4)^2$	+	0	+
$(-x^2-1)$	-		-
prodotto	-	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $S = \mathbb{R}$ (la disequazione è verificata da ogni numero reale)

Esercizio 397.

$$\rightarrow -x^3 + 2x^2 - 3x + 2 \geq 0$$

→ Il fattore $(-x^2+x-2)$ ha $\Delta = -7 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-1)(-x^2+x-2) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = 1$. Il quadro avrà **2 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	1		
$(x-1)$	-	0	+
$(-x^2+x-2)$	-		-
prodotto	+	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \leq 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 1]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 398.

→ $-x^4 + 8x^3 - 15x^2 + 20x - 12 < 0$

→ Il fattore $(-x^2 + x - 2)$ ha $\Delta = -7 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x - 1)(x - 6)(-x^2 + x - 2) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 1$, $x = 6$. Il quadro avrà **3** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	1		6	
$(x - 1)$	-	0	+	+
$(x - 6)$	-		-	0
$(-x^2 + x - 2)$	-		-	-
prodotto	-	0	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < 1 \vee x > 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 1) \cup (6, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 399.

→ $(x - 1)^2(-x^2 + x - 2) > 0$

→ Il fattore $(-x^2 + x - 2)$ ha $\Delta = -7 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-1)^2(-x^2+x-2) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 1$. Il quadro avrà 2 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	1		
$(x-1)^2$	+	0	+
$(-x^2+x-2)$	-		-
prodotto	-	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore reale rende vera la disequazione)

Esercizio 400.

→ $-x^3 + 6x^2 - 4x + 24 \leq 0$

→ Il fattore $(-x^2 - 4)$ ha $\Delta = -16 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-6)(-x^2-4) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 6$. Il quadro avrà 2 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	6		
$(x-6)$	-	0	+
$(-x^2-4)$	-		-
prodotto	+	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \geq 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [6, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 401.

→ $-x^4 + 7x^3 - 10x^2 + 28x - 24 \geq 0$

→ Il fattore $(-x^2 - 4)$ ha $\Delta = -16 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-6)(x-1)(-x^2-4) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 1$, $x = 6$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	1	6			
$(x-6)$	-	-	0	+	
$(x-1)$	-	0	+	+	
$(-x^2-4)$	-	-		-	
prodotto	-	0	+	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $1 \leq x \leq 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [1, 6]$)

→ Controllo: con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 402.

→ $(x-6)^2(-x^2-4) < 0$

→ Il fattore $(-x^2-4)$ ha $\Delta = -16 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-6)^2(-x^2-4) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 6$. Il quadro avrà **2 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	6		
$(x-6)^2$	+	0	+
$(-x^2-4)$	-		-
prodotto	-	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \neq 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \mathbb{R} \setminus \{6\}$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 6$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 403.

$$\rightarrow -2x^3 - x^2 - 2x - 3 > 0$$

$\rightarrow$ Il fattore $(-2x^2 + x - 3)$ ha $\Delta = -23 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

$\rightarrow$ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

$\rightarrow (x + 1)(-2x^2 + x - 3) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

$\rightarrow$ Zeri, in ordine: $x = -1$. Il quadro avrà 2 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	-1		
$(x + 1)$	-	0	+
$(-2x^2 + x - 3)$	-		-
prodotto	+	0	-

$\rightarrow$ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

$\rightarrow x < -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -1)$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 404.

$$\rightarrow -2x^4 - 9x^3 - 6x^2 - 11x - 12 \leq 0$$

$\rightarrow$ Il fattore $(-2x^2 + x - 3)$ ha $\Delta = -23 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

$\rightarrow$ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

$\rightarrow (x + 1)(x + 4)(-2x^2 + x - 3) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

$\rightarrow$ Zeri, in ordine: $x = -4$, $x = -1$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-4		-1		
$(x + 1)$	-		-	0	+
$(x + 4)$	-	0	+		+
$(-2x^2 + x - 3)$	-		-		-
prodotto	-	0	+	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \leq -4 \vee x \geq -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -4] \cup [-1, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 405.

→ $(x+1)^2(-2x^2+x-3) \geq 0$

→ Il fattore $(-2x^2+x-3)$ ha $\Delta = -23 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x+1)^2(-2x^2+x-3) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -1$. Il quadro avrà **2** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	-1		
$(x+1)^2$	+	0	+
$(-2x^2+x-3)$	-		-
prodotto	-	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x = -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{-1\}$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 406.

→ $-x^3+3x^2+x+12 < 0$

→ Il fattore $(-x^2-x-3)$ ha $\Delta = -11 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-4)(-x^2-x-3) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 4$. Il quadro avrà **2** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	4			
$(x - 4)$	-	0	+	
$(-x^2 - x - 3)$	-		-	
prodotto	+	0	-	

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x > 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (4, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 407.

→ $-x^4 + 6x^3 - 8x^2 + 9x - 36 > 0$

→ Il fattore $(-x^2 - x - 3)$ ha $\Delta = -11 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x - 4)(x - 3)(-x^2 - x - 3) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 3$, $x = 4$. Il quadro avrà **3** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	3		4		
$(x - 4)$	-	-	0	+	
$(x - 3)$	-	0	+	+	
$(-x^2 - x - 3)$	-		-	-	
prodotto	-	0	+	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $3 < x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (3, 4)$)

→ Controllo: con $x = \frac{7}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 408.

→ $(x - 4)^2(-x^2 - x - 3) \leq 0$

→ Il fattore $(-x^2 - x - 3)$ ha $\Delta = -11 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x - 4)^2 (-x^2 - x - 3) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 4$. Il quadro avrà 2 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punto la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	4		
$(x - 4)^2$	+	0	+
$(-x^2 - x - 3)$	-		-
prodotto	-	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $S = \mathbb{R}$ (la disequazione è verificata da ogni numero reale)

Esercizio 409.

→ $-x^3 - x^2 + x - 15 \geq 0$

→ Il fattore $(-x^2 + 2x - 5)$ ha $\Delta = -16 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x + 3)(-x^2 + 2x - 5) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -3$. Il quadro avrà 2 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punto la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	-3		
$(x + 3)$	-	0	+
$(-x^2 + 2x - 5)$	-		-
prodotto	+	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \leq -3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3]$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 410.

$$\rightarrow -x^4 - 3x^3 - x^2 - 13x - 30 < 0$$

$\rightarrow$ Il fattore $(-x^2 + 2x - 5)$ ha $\Delta = -16 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

$\rightarrow$ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

$\rightarrow (x+3)(x+2)(-x^2+2x-5) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

$\rightarrow$ Zeri, in ordine: $x = -3$, $x = -2$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-3		-2	
$(x+3)$	-	0	+	+
$(x+2)$	-		-	0
$(-x^2+2x-5)$	-		-	-
prodotto	-	0	+	0

$\rightarrow$ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

$\rightarrow x < -3 \vee x > -2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$)

$\rightarrow$ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 411.

$$\rightarrow (x+3)^2(-x^2+2x-5) > 0$$

$\rightarrow$ Il fattore $(-x^2 + 2x - 5)$ ha $\Delta = -16 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

$\rightarrow$ È sempre **negativo**, quindi si toglie **rovesciando il verso**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

$\rightarrow (x+3)^2(-x^2+2x-5) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

$\rightarrow$ Zeri, in ordine: $x = -3$. Il quadro avrà 2 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 1 punti la retta è divisa in 2 pezzi, e chi ne disegna 1 perde l'ultimo)

	-3		
$(x+3)^2$	+	0	+
$(-x^2+2x-5)$	-		-
prodotto	-	0	-

$\rightarrow$ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore reale rende vera la disequazione)

7. Disequazioni fratte di grado superiore

Esercizio 412.

$$\rightarrow \frac{x^3 + 6x^2 + 3x - 10}{x - 3} < 0$$

→ C.E.: $x \neq 3$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore.** (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x+5)(x+2)(x-1)}{(x-3)} < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -5, x = -2, x = 1, x = 3$. Il quadro avrà 5 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 4 punti la retta è divisa in 5 pezzi, e chi ne disegna 4 perde l'ultimo)

	-5	-2	1	3
$(x+5)$	-	0	+	+
$(x+2)$	-	-	0	+
$(x-1)$	-	-	-	0
$(x-3)$ (den.)	-	-	-	-
prodotto	+	0	-	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-5 < x < -2 \vee 1 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, -2) \cup (1, 3)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 413.

$$\rightarrow \frac{x^3 + 6x^2 + 3x - 10}{x - 3} \leq 0$$

→ C.E.: $x \neq 3$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore.** (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x+5)(x+2)(x-1)}{(x-3)} \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -5$, $x = -2$, $x = 1$, $x = 3$. Il quadro avrà **5** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 4 punti la retta è divisa in 5 pezzi, e chi ne disegna 4 perde l'ultimo)

	-5	-2	1	3
$(x+5)$	-	0	+	+
$(x+2)$	-	-	0	+
$(x-1)$	-	-	-	0
$(x-3)$ (den.)	-	-	-	-
prodotto	+	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri del **numeratore** entrano, quelli del denominatore no — con qualunque verso. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-5 \leq x \leq -2 \vee 1 \leq x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-5, -2] \cup [1, 3)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -6$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 482.

$$\rightarrow \frac{(x-3)(x^2+3x+4)}{(x+5)} \leq 0$$

→ C.E.: $x \neq -5$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore.** (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x-3)(x^2+3x+4)}{(x+5)} \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -5$, $x = 3$. Il quadro avrà **3** colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-5	3
$(x-3)$	-	-
(x^2+3x+4)	+	+
$(x+5)$ (den.)	-	0
prodotto	+	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri del **numeratore** entrano, quelli del denominatore no — con qualunque verso. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-5 < x \leq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, 3]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 483.

$$\rightarrow \frac{(x-3)}{(x+5)(x^2+3x+4)} \geq 0$$

→ C.E.: $x \neq -5$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore.** (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x-3)}{(x+5)(x^2+3x+4)} \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -5$, $x = 3$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-5	3	
$(x-3)$	-	-	0 +
$(x+5)$ (den.)	-	0	+ +
(x^2+3x+4) (den.)	+	+	+ +
prodotto	+	+	- 0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri del **numeratore** entrano, quelli del denominatore no — con qualunque verso. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -5 \vee x \geq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -5) \cup [3, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

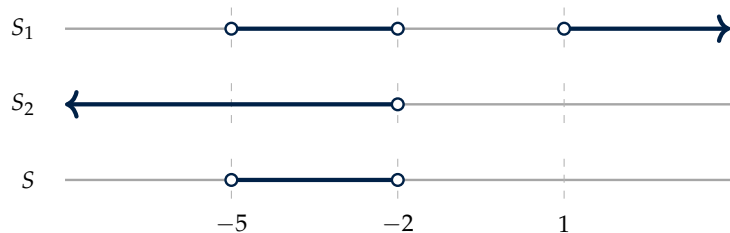
8. Sistemi di disequazioni di grado superiore**Esercizio 508.**

$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 6x^2 + 3x - 10 > 0 \\ (x+2)^3 < 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 6x^2 + 3x - 10 > 0$ si ottiene $-5 < x < -2 \vee x > 1$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+2)^3 < 0$ si ottiene $x < -2$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-5 < x < -2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, -2)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

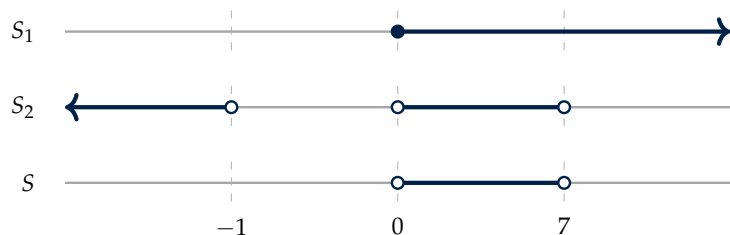
Esercizio 509.

$$\rightarrow \begin{cases} x(x-7)^2 \geq 0 \\ x^3 - 6x^2 - 7x < 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x(x-7)^2 \geq 0$ si ottiene $x \geq 0$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $x^3 - 6x^2 - 7x < 0$ si ottiene $x < -1 \vee 0 < x < 7$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $0 < x < 7$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (0, 7)$)

→ Controllo: con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

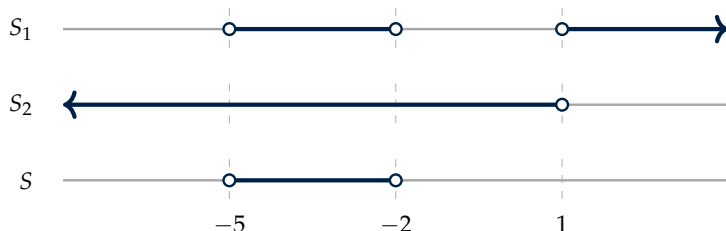
Esercizio 558.

$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 6x^2 + 3x - 10 > 0 \\ (x-1)^3 < 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 6x^2 + 3x - 10 > 0$ si ottiene $-5 < x < -2 \vee x > 1$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x-1)^3 < 0$ si ottiene $x < 1$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-5 < x < -2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, -2)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

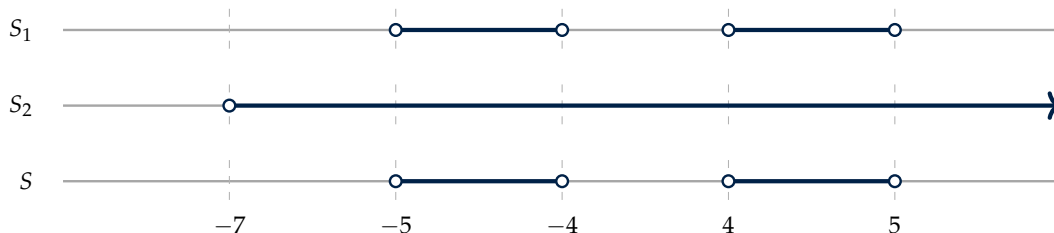
Esercizio 559.

$$\rightarrow \begin{cases} x^4 - 41x^2 + 400 < 0 \\ (x+7)^5 > 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^4 - 41x^2 + 400 < 0$ si ottiene $-5 < x < -4 \vee 4 < x < 5$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+7)^5 > 0$ si ottiene $x > -7$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-5 < x < -4 \vee 4 < x < 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, -4) \cup (4, 5)$)

→ **Controllo:** con $x = -\frac{9}{2}$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

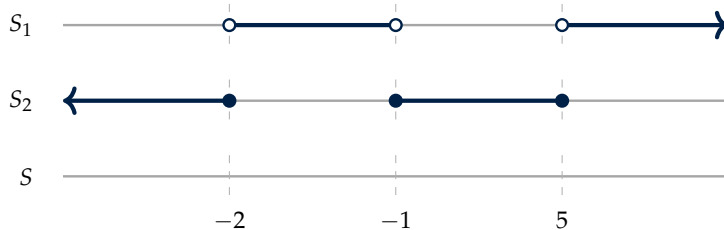
Esercizio 560.

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 5} > 0 \\ x^3 - 2x^2 - 13x - 10 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $\frac{x^2 + 3x + 2}{x - 5} > 0$ si ottiene $-2 < x < -1 \vee x > 5$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 \leq 0$ si ottiene $x \leq -2 \vee -1 \leq x \leq 5$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore reale rende vera la disequazione)

Esercizio 561.

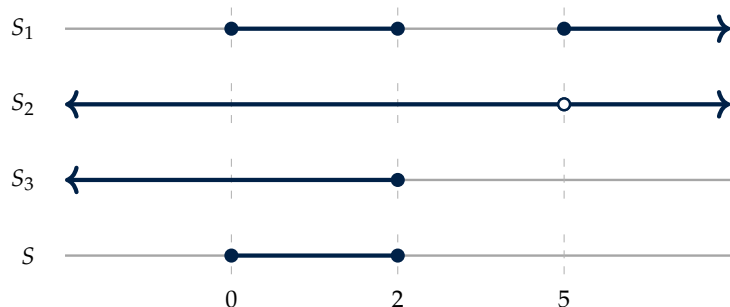
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 7x^2 + 10x \geq 0 \\ (x - 5)^4 > 0 \\ (x - 2)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 7x^2 + 10x \geq 0$ si ottiene $0 \leq x \leq 2 \vee x \geq 5$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 5)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 5$.

→ S_3 : da $(x - 2)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 2$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $0 \leq x \leq 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 2]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 562.

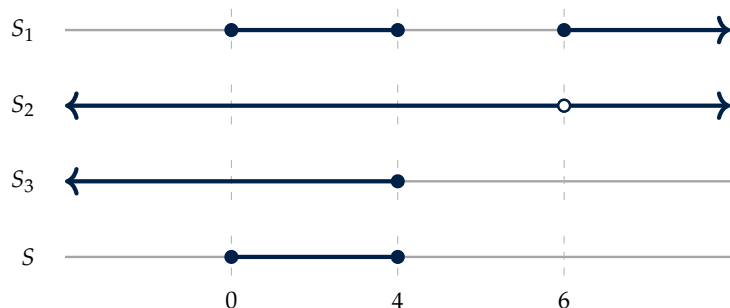
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 10x^2 + 24x \geq 0 \\ (x - 6)^4 > 0 \\ (x - 4)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere **INSIEME**: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 10x^2 + 24x \geq 0$ si ottiene $0 \leq x \leq 4 \vee x \geq 6$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 6)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 6$.

→ S_3 : da $(x - 4)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 4$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $0 \leq x \leq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 4]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 563.

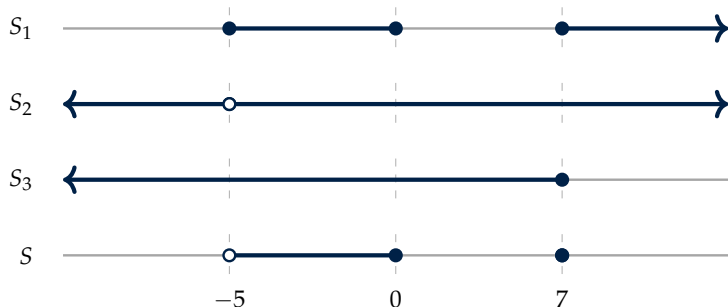
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 35x \geq 0 \\ (x+5)^4 > 0 \\ (x-7)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 2x^2 - 35x \geq 0$ si ottiene $-5 \leq x \leq 0 \vee x \geq 7$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+5)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -5$.

→ S_3 : da $(x-7)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 7$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-5 < x \leq 0 \vee x = 7$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, 0] \cup \{7\}$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 564.

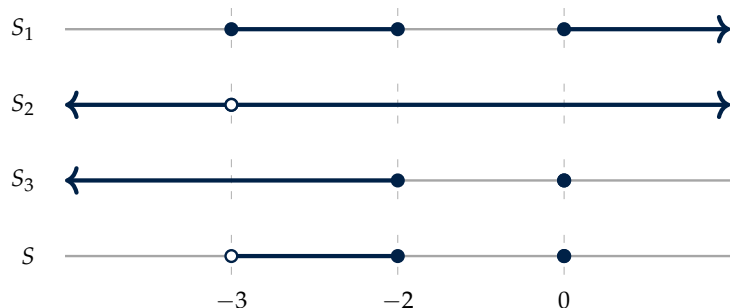
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 5x^2 + 6x \geq 0 \\ (x+3)^4 > 0 \\ (x+2)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 5x^2 + 6x \geq 0$ si ottiene $-3 \leq x \leq -2 \vee x \geq 0$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+3)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -3$.

→ S_3 : da $(x+2)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -2 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-3 < x \leq -2 \vee x = 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-3, -2] \cup \{0\}$)

→ **Controllo**: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 565.

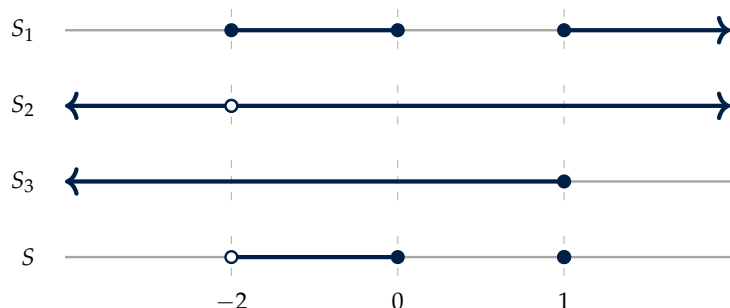
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + x^2 - 2x \geq 0 \\ (x+2)^4 > 0 \\ (x-1)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere **INSIEME**: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + x^2 - 2x \geq 0$ si ottiene $-2 \leq x \leq 0 \vee x \geq 1$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+2)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -2$.

→ S_3 : da $(x-1)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 1$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-2 < x \leq 0 \vee x = 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, 0] \cup \{1\}$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 566.

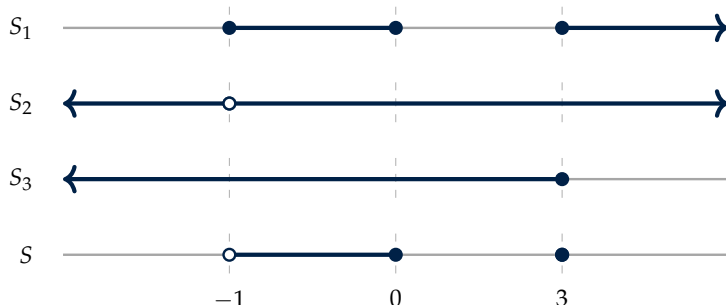
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 3x \geq 0 \\ (x+1)^4 > 0 \\ (x-3)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 2x^2 - 3x \geq 0$ si ottiene $-1 \leq x \leq 0 \vee x \geq 3$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+1)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -1$.

→ S_3 : da $(x-3)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 3$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-1 < x \leq 0 \vee x = 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-1, 0] \cup \{3\}$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 567.

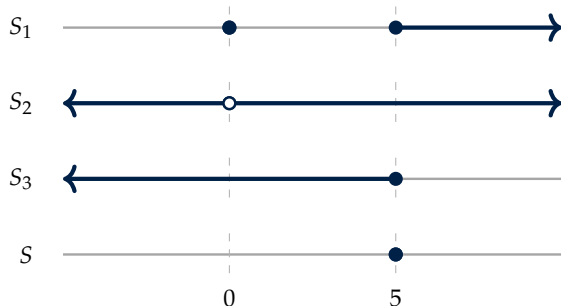
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 5x^2 \geq 0 \\ x^4 > 0 \\ (x - 5)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 5x^2 \geq 0$ si ottiene $x = 0 \vee x \geq 5$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $x^4 > 0$ si ottiene $x \neq 0$.

→ S_3 : da $(x - 5)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 5$.



→ Servono i punti coperti da **tutte** le righe. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $x = 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{5\}$)

→ Controllo: con $x = 5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 568.

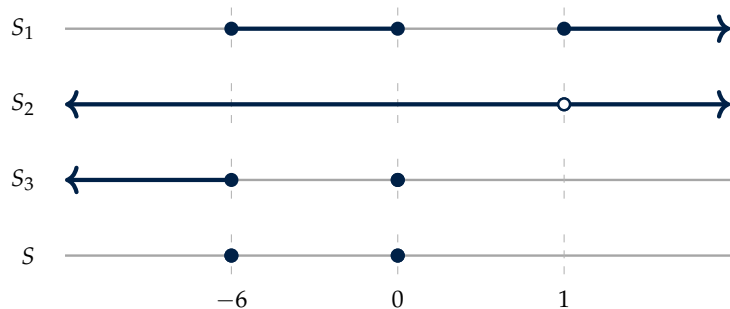
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 5x^2 - 6x \geq 0 \\ (x - 1)^4 > 0 \\ (x + 6)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 5x^2 - 6x \geq 0$ si ottiene $-6 \leq x \leq 0 \vee x \geq 1$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 1)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 1$.

→ S_3 : da $(x + 6)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -6 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte** le righe. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $x = -6 \vee x = 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{-6\} \cup \{0\}$)

→ **Controllo:** con $x = -6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -7$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 569.

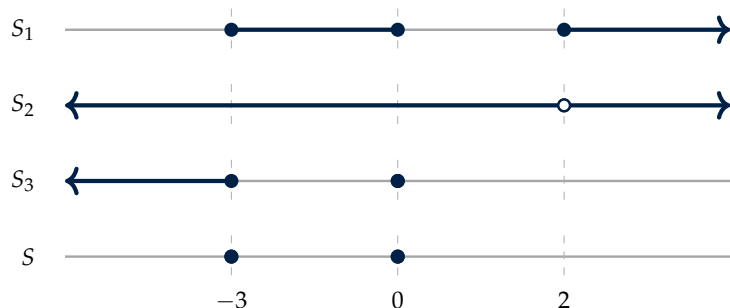
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + x^2 - 6x \geq 0 \\ (x - 2)^4 > 0 \\ (x + 3)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + x^2 - 6x \geq 0$ si ottiene $-3 \leq x \leq 0 \vee x \geq 2$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 2)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 2$.

→ S_3 : da $(x + 3)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -3 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte** le righe. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $x = -3 \vee x = 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{-3\} \cup \{0\}$)

→ **Controllo:** con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 570.

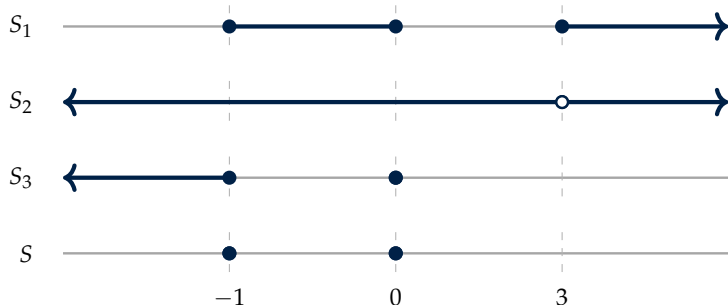
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 3x \geq 0 \\ (x-3)^4 > 0 \\ (x+1)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 2x^2 - 3x \geq 0$ si ottiene $-1 \leq x \leq 0 \vee x \geq 3$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x-3)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 3$.

→ S_3 : da $(x+1)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -1 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $x = -1 \vee x = 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{-1\} \cup \{0\}$)

→ **Controllo:** con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 571.

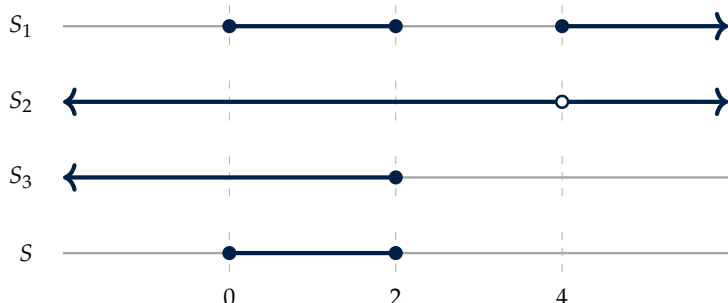
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 8x \geq 0 \\ (x-4)^4 > 0 \\ (x-2)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 6x^2 + 8x \geq 0$ si ottiene $0 \leq x \leq 2 \vee x \geq 4$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 4)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 4$.

→ S_3 : da $(x - 2)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 2$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $0 \leq x \leq 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 2]$)

→ **Controllo**: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 572.

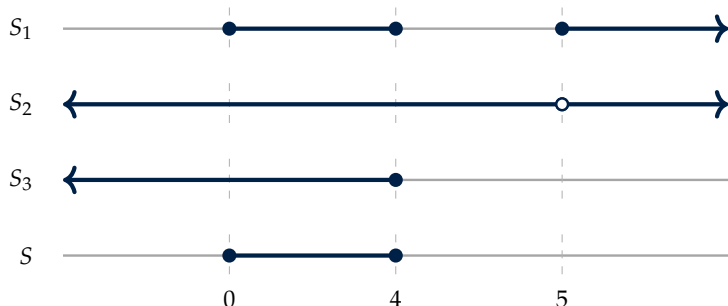
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 9x^2 + 20x \geq 0 \\ (x - 5)^4 > 0 \\ (x - 4)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 9x^2 + 20x \geq 0$ si ottiene $0 \leq x \leq 4 \vee x \geq 5$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 5)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 5$.

→ S_3 : da $(x - 4)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 4$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $0 \leq x \leq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 4]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 573.

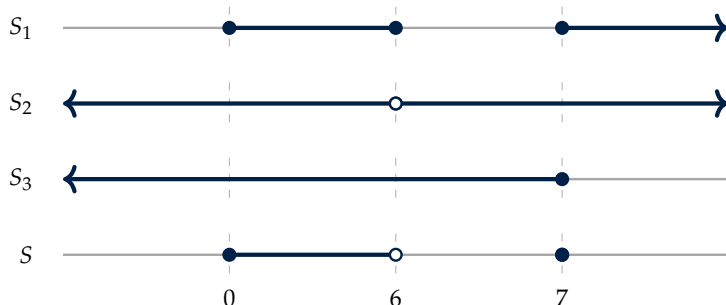
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 13x^2 + 42x \geq 0 \\ (x - 6)^4 > 0 \\ (x - 7)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 13x^2 + 42x \geq 0$ si ottiene $0 \leq x \leq 6 \vee x \geq 7$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 6)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 6$.

→ S_3 : da $(x - 7)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 7$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $0 \leq x < 6 \vee x = 7$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 6) \cup \{7\}$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 574.

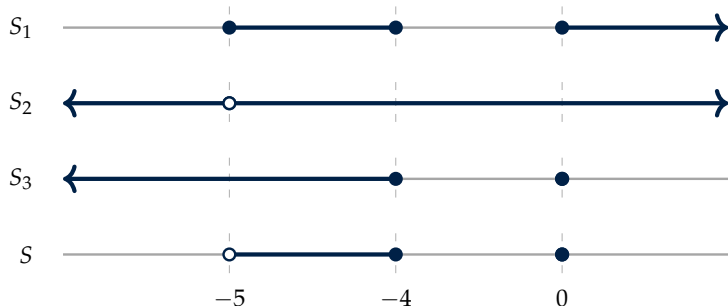
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 9x^2 + 20x \geq 0 \\ (x+5)^4 > 0 \\ (x+4)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 9x^2 + 20x \geq 0$ si ottiene $-5 \leq x \leq -4 \vee x \geq 0$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+5)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -5$.

→ S_3 : da $(x+4)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -4 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte** le righe. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-5 < x \leq -4 \vee x = 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-5, -4] \cup \{0\}$)

→ **Controllo**: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 575.

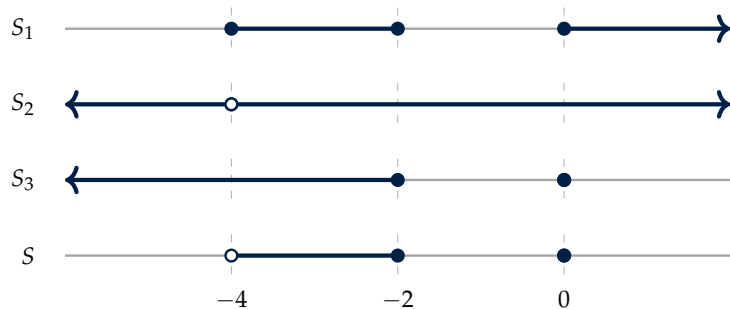
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 6x^2 + 8x \geq 0 \\ (x+4)^4 > 0 \\ (x+2)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 6x^2 + 8x \geq 0$ si ottiene $-4 \leq x \leq -2 \vee x \geq 0$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+4)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -4$.

→ S_3 : da $(x+2)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -2 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte** le righe. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-4 < x \leq -2 \vee x = 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-4, -2] \cup \{0\}$)

→ **Controllo:** con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 576.

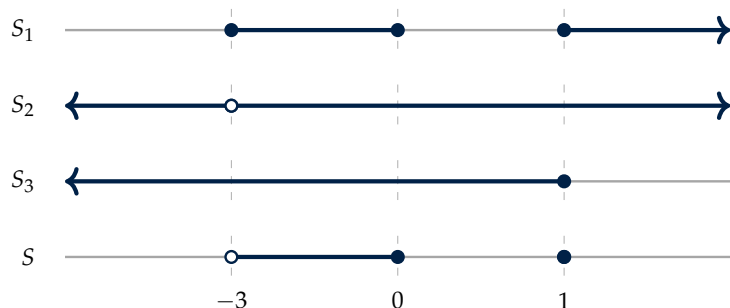
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 2x^2 - 3x \geq 0 \\ (x + 3)^4 > 0 \\ (x - 1)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 2x^2 - 3x \geq 0$ si ottiene $-3 \leq x \leq 0 \vee x \geq 1$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x + 3)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -3$.

→ S_3 : da $(x - 1)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 1$.



→ Servono i punti coperti da **tutte** le righe. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-3 < x \leq 0 \vee x = 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-3, 0] \cup \{1\}$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 577.

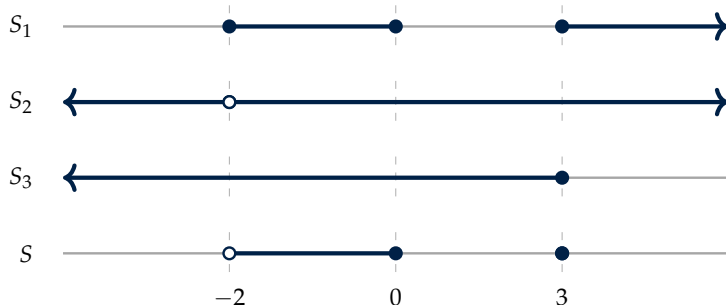
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - x^2 - 6x \geq 0 \\ (x+2)^4 > 0 \\ (x-3)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - x^2 - 6x \geq 0$ si ottiene $-2 \leq x \leq 0 \vee x \geq 3$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+2)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -2$.

→ S_3 : da $(x-3)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 3$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-2 < x \leq 0 \vee x = 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, 0] \cup \{3\}$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 578.

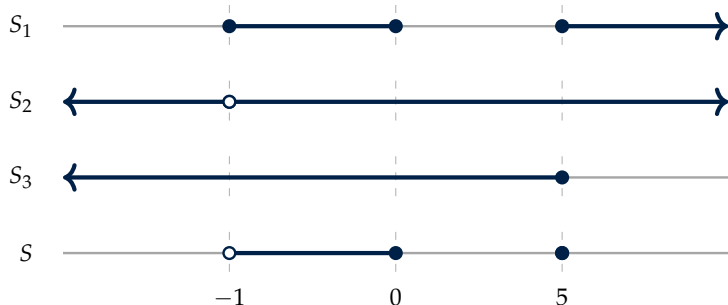
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 4x^2 - 5x \geq 0 \\ (x+1)^4 > 0 \\ (x-5)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 4x^2 - 5x \geq 0$ si ottiene $-1 \leq x \leq 0 \vee x \geq 5$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x+1)^4 > 0$ si ottiene $x \neq -1$.

→ S_3 : da $(x-5)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 5$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $-1 < x \leq 0 \vee x = 5$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-1, 0] \cup \{5\}$)

→ **Controllo**: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 579.

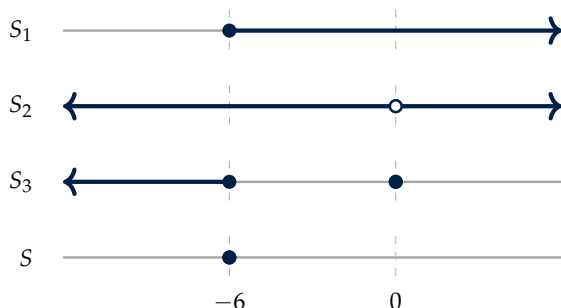
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 6x^2 \geq 0 \\ x^4 > 0 \\ (x+6)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere **INSIEME**: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 6x^2 \geq 0$ si ottiene $x \geq -6$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $x^4 > 0$ si ottiene $x \neq 0$.

→ S_3 : da $(x+6)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -6 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $x = -6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{-6\}$)

→ Controllo: con $x = -6$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -7$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 580.

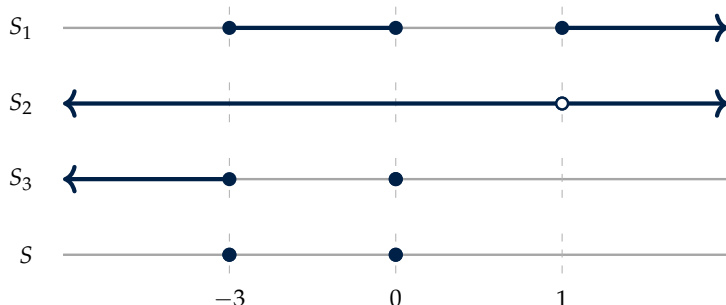
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 + 2x^2 - 3x \geq 0 \\ (x-1)^4 > 0 \\ (x+3)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 + 2x^2 - 3x \geq 0$ si ottiene $-3 \leq x \leq 0 \vee x \geq 1$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x-1)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 1$.

→ S_3 : da $(x+3)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -3 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $x = -3 \vee x = 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{-3\} \cup \{0\}$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 581.

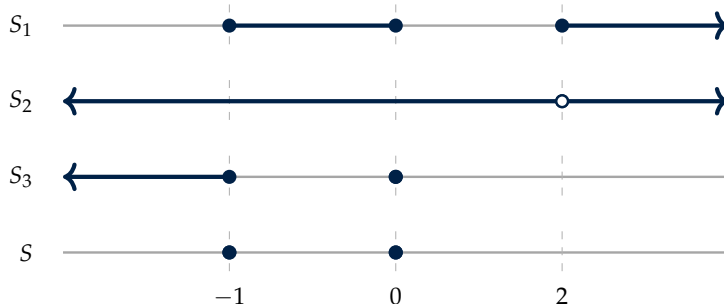
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - x^2 - 2x \geq 0 \\ (x - 2)^4 > 0 \\ (x + 1)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - x^2 - 2x \geq 0$ si ottiene $-1 \leq x \leq 0 \vee x \geq 2$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 2)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 2$.

→ S_3 : da $(x + 1)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq -1 \vee x = 0$.



→ Servono i punti coperti da **tutte** le righe. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $x = -1 \vee x = 0$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{-1\} \cup \{0\}$)

→ Controllo: con $x = -1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 582.

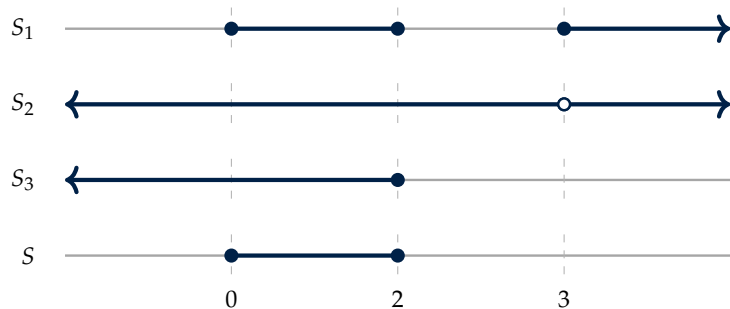
$$\rightarrow \begin{cases} x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0 \\ (x - 3)^4 > 0 \\ (x - 2)x^2 \leq 0 \end{cases}$$

→ Ogni riga si risolve **per conto suo**, con il metodo che le spetta. (il sistema chiede che le disequazioni siano vere INSIEME: prima si trova l'insieme di ciascuna, poi si interseca)

→ S_1 : da $x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0$ si ottiene $0 \leq x \leq 2 \vee x \geq 3$. (si numerano nell'ordine in cui stanno nella graffa, così il grafico si legge dall'alto)

→ S_2 : da $(x - 3)^4 > 0$ si ottiene $x \neq 3$.

→ S_3 : da $(x - 2)x^2 \leq 0$ si ottiene $x \leq 2$.



→ Servono i punti coperti da **tutte le righe**. (nel grafico delle soluzioni si intersecano insiemi di disequazioni diverse; nel quadro dei segni si moltiplicano segni della stessa disequazione. I due disegni si somigliano e vogliono dire cose opposte)

→ $0 \leq x \leq 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [0, 2]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

9. Disequazioni di riepilogo

Esercizio 583.

→ $x^4 < 0$

→ L'esponente 4 è **pari**: la potenza è ≥ 0 per ogni x , e vale 0 solo dove si annulla la base x . (una potenza pari non è mai negativa. Le risposte possibili sono quattro sole, e si leggono senza fare conti: tutto, tutto tranne un punto, quel punto solo, oppure niente)

→ Lo zero della base è $x = 0$. (è l'unico punto in cui la potenza non è positiva)

→ $S = \emptyset$ (nessun valore reale rende vera la disequazione)

Esercizio 584.

→ $x^3 + 10x^2 + 31x + 30 \leq 0$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x + 2)(x + 3)(x + 5) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -5$, $x = -3$, $x = -2$. Il quadro avrà **4 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-5	-3	-2	
$(x+2)$	-	-	-	0 +
$(x+3)$	-	-	0	+ +
$(x+5)$	-	0	+	+ +
prodotto	-	0	+	0 -

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \leq -5 \vee -3 \leq x \leq -2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -5] \cup [-3, -2]$)

→ Controllo: con $x = -5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 619.

→ $x^3 + 3x^2 - 10x - 24 < 0$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x+2)(x-3)(x+4) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -4$, $x = -2$, $x = 3$. Il quadro avrà 4 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-4	-2	3	
$(x+2)$	-	-	0	+ +
$(x-3)$	-	-	-	0 +
$(x+4)$	-	0	+	+ +
prodotto	-	0	+	0 -

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -4 \vee -2 < x < 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -4) \cup (-2, 3)$)

→ Controllo: con $x = -5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 620.

→ $x^4 + 34x^2 - 800 \leq 0$

→ È una **biquadratica**: compaiono solo x^4 , x^2 e il termine noto. Si pone $t = x^2$. (la sostituzione trasforma un quarto grado in un secondo grado, che si sa risolvere)

→ In t le radici sono $t = 16$ e $t = -50$, cioè $(x^2 - 16)(x^2 + 50)$. (si torna subito alla x : la sostituzione è un attrezzo, non la risposta)

→ Da $t = -50$ non torna indietro nessuna x . (x^2 non può essere negativo: il fattore corrispondente è una somma di quadrati, sempre positiva, e si toglie. È il motivo per cui un quarto grado può avere due soli zeri — o nessuno)

→ $(x - 4)(x + 4)(x^2 + 50) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -4$, $x = 4$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-4	4	
$(x - 4)$	-	-	0 +
$(x + 4)$	-	0	+ +
$(x^2 + 50)$	+	+	+ +
prodotto	+	0	- 0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-4 \leq x \leq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-4, 4]$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 621.

$$\rightarrow \frac{x^2 - 12x + 36}{x + 3} < 0$$

→ C.E.: $x \neq -3$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore**. (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x - 6)^2}{(x + 3)} < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -3$, $x = 6$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-3	6	
$(x - 6)^2$	+	+	0 +
$(x + 3)$ (den.)	-	0	+ +
prodotto	-	0	+ 0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3)$)

→ **Controllo:** con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 622.

→ $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 15x + 12 \leq 0$

→ Il fattore $(x^2 + 3)$ ha $\Delta = -12 < 0$: **non si annulla mai**. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **positivo**, quindi **si toglie**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x - 4)(x - 1)(x^2 + 3) \leq 0$ (la disequazione è ora un **PRODOTTO** di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = 1$, $x = 4$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in **ORDINE** prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	1	4	
$(x - 4)$	-	-	0 +
$(x - 1)$	-	0	+ +
$(x^2 + 3)$	+	+	+ +
prodotto	+	0	- 0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: **gli zeri entrano**. (la disequazione chiede un **SEGNO**, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ **$1 \leq x \leq 4$** (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [1, 4]$)

→ **Controllo:** con $x = 1$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 623.

→ $x^3 - 8x^2 + 20x - 16 > 0$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la **prima mossa**. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x - 2)^2(x - 4) > 0$ (la disequazione è ora un **PRODOTTO** di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = 2$, $x = 4$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in **ORDINE** prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	2		4	
$(x-2)^2$	+	0	+	+
$(x-4)$	-		-	0
prodotto	-	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x > 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (4, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 624.

$$\rightarrow \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 5} \leq 0$$

→ C.E.: $x \neq 5$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore.** (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x-6)^2}{(x-5)} \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 5$, $x = 6$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	5		6	
$(x-6)^2$	+		+	0
$(x-5)$ (den.)	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri del **numeratore** entrano, quelli del denominatore no — con qualunque verso. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < 5 \vee x = 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 5) \cup \{6\}$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 5$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 625.

$$\rightarrow x^4 - 15x^2 - 16 < 0$$

→ Il fattore $(x^2 + 1)$ ha $\Delta = -4 < 0$: **non si annulla mai**. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **positivo**, quindi **si toglie**. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x - 4)(x + 4)(x^2 + 1) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -4$, $x = 4$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-4		4		
$(x-4)$	-	-	0	+	
$(x+4)$	-	0	+	+	
(x^2+1)	+		+	+	
prodotto	+	0	-	0	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-4 < x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-4, 4)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 626.

→ $x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x - 2)^2(x + 1) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -1$, $x = 2$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-1		2		
$(x-2)^2$	+		+	0	+
$(x+1)$	-	0	+		+
prodotto	-	0	+	0	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x \geq -1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-1, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 627.

$$\rightarrow x^3 - 5x^2 - 14x < 0$$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x + 2)(x - 7)x < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -2$, $x = 0$, $x = 7$. Il quadro avrà 4 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-2	0	7	
$(x + 2)$	-	0	+	+
$(x - 7)$	-	-	-	0
x	-	-	0	+
prodotto	-	0	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -2 \vee 0 < x < 7$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -2) \cup (0, 7)$)

→ Controllo: con $x = -3$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 628.

$$\rightarrow \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 1} < 0$$

→ C.E.: $x \neq 1$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore.** (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x - 6)^2}{(x - 1)}$ < 0 (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 1$, $x = 6$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	1	6	
$(x - 6)^2$	+	+	0
$(x - 1)$ (den.)	-	0	+
prodotto	-	#	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < 1$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 1)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 629.

→ $x^3 + 2x^2 - 20x + 24 > 0$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x - 2)^2(x + 6) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -6$, $x = 2$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-6	2
$(x - 2)^2$	+	+
$(x + 6)$	-	+
prodotto	-	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-6 < x < 2 \vee x > 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-6, 2) \cup (2, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -6$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 630.

→ $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \geq 0$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x + 2)^2(x - 2) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -2$, $x = 2$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-2		2	
$(x+2)^2$	+	0	+	+
$(x-2)$	-		-	0
prodotto	-	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x = -2 \vee x \geq 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{-2\} \cup [2, +\infty)$)

→ Controllo: con $x = -2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -3$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 631.

→ $x^4 + 10x^2 - 416 < 0$

→ È una **biquadratica**: compaiono solo x^4 , x^2 e il termine noto. Si pone $t = x^2$. (la sostituzione trasforma un quarto grado in un secondo grado, che si sa risolvere)

→ In t le radici sono $t = 16$ e $t = -26$, cioè $(x^2 - 16)(x^2 + 26)$. (si torna subito alla x : la sostituzione è un attrezzo, non la risposta)

→ Da $t = -26$ non torna indietro nessuna x . (x^2 non può essere negativo: il fattore corrispondente è una somma di quadrati, sempre positiva, e si toglie. È il motivo per cui un quarto grado può avere due soli zeri — o nessuno)

→ $(x - 4)(x + 4)(x^2 + 26) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -4$, $x = 4$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-4		4	
$(x-4)$	-		-	0
$(x+4)$	-	0	+	+
(x^2+26)	+		+	+
prodotto	+	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-4 < x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-4, 4)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 632.

→ $\frac{x^2 - 12x + 36}{x + 4} \leq 0$

→ C.E.: $x \neq -4$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore.** (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x-6)^2}{(x+4)} \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -4$, $x = 6$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-4	6	
$(x-6)^2$	+	+	0
$(x+4)$ (den.)	-	0	+
prodotto	-	+	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri del **numeratore** entrano, quelli del denominatore no — con qualunque verso. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -4 \vee x = 6$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -4) \cup \{6\}$)

→ Controllo: con $x = -5$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 633.

→ $x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 3x - 4 < 0$

→ Il fattore $(x^2 + 1)$ ha $\Delta = -4 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **positivo**, quindi si toglie. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x-4)(x+1)(x^2+1) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = -1$, $x = 4$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-1	4	
$(x-4)$	-	-	0
$(x+1)$	-	0	+
(x^2+1)	+	+	+
prodotto	+	0	-

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-1 < x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-1, 4)$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -1$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 634.

$$\rightarrow x^3 - 7x^2 + 16x - 12 \geq 0$$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x - 2)^2 (x - 3) \geq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = 2$, $x = 3$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	2		3	
$(x - 2)^2$	+	0	+	+
$(x - 3)$	-		-	0
prodotto	-	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x = 2 \vee x \geq 3$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = \{2\} \cup [3, +\infty)$)

→ **Controllo:** con $x = 2$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 0$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 635.

$$\rightarrow x^3 + x^2 - 14x - 24 < 0$$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x + 2)(x + 3)(x - 4) < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = -3$, $x = -2$, $x = 4$. Il quadro avrà **4 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 3 punti la retta è divisa in 4 pezzi, e chi ne disegna 3 perde l'ultimo)

	-3		-2		4	
$(x + 2)$	-		-	0	+	+
$(x + 3)$	-	0	+		+	+
$(x - 4)$	-		-		-	0
prodotto	-	0	+	0	-	0

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < -3 \vee -2 < x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, -3) \cup (-2, 4)$)

→ Controllo: con $x = -4$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 636.

$$\rightarrow \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 4} < 0$$

→ C.E.: $x \neq 4$. (dove il denominatore si annulla la frazione non esiste, e un valore in cui l'espressione non esiste non può essere una soluzione — nemmeno con il verso largo)

→ **Non si moltiplica per il denominatore**. (il denominatore cambia segno: moltiplicando per una quantità di segno ignoto non si saprebbe se il verso resta. Si studia il segno di sopra e di sotto nello STESSO quadro)

→ $\frac{(x-6)^2}{(x-4)} < 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ Zeri, in ordine: $x = 4$, $x = 6$. Il quadro avrà 3 colonne. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	4	6	
$(x-6)^2$	+	+	0
$(x-4)$ (den.)	-	0	+
prodotto	-	+	+

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $x < 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-\infty, 4)$)

→ Controllo: con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = 4$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 637.

$$\rightarrow x^4 + 2x^3 - 21x^2 + 6x - 72 \leq 0$$

→ Il fattore $(x^2 + 3)$ ha $\Delta = -12 < 0$: non si annulla mai. (un trinomio con discriminante negativo ha segno costante, quello del suo coefficiente direttivo)

→ È sempre **positivo**, quindi si toglie. (dividere tutti e due i membri per una quantità di segno costante è lecito; se quella quantità è negativa il verso si rovescia, esattamente come quando si divide per -1)

→ $(x - 4)(x + 6)(x^2 + 3) \leq 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = -6$, $x = 4$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-6		4	
$(x - 4)$	-		-	0 +
$(x + 6)$	-	0	+	+
$(x^2 + 3)$	+		+	+
prodotto	+	0	-	0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **negativa**. Il verso è largo: gli zeri entrano. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-6 \leq x \leq 4$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = [-6, 4]$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -7$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

Esercizio 638.

→ $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 > 0$

→ La consegna non dice che tipo è: si guarda la disequazione e si sceglie la prima mossa. (grado, presenza di un denominatore, esponenti pari o dispari, termini mancanti: sono questi a decidere il metodo, non l'ordine del capitolo)

→ $(x - 2)^2(x + 2) > 0$ (la disequazione è ora un PRODOTTO di fattori di cui si sa leggere il segno: è l'unica forma su cui si può aprire il quadro)

→ **Zeri, in ordine:** $x = -2$, $x = 2$. Il quadro avrà **3 colonne**. (gli zeri si mettono in fila e in ORDINE prima di disegnare: con 2 punti la retta è divisa in 3 pezzi, e chi ne disegna 2 perde l'ultimo)

	-2		2	
$(x - 2)^2$	+		+	0 +
$(x + 2)$	-	0	+	+
prodotto	-	0	+	0 +

→ Servono le colonne in cui la riga finale è **positiva**. Il verso è stretto: gli zeri restano fuori. (la disequazione chiede un SEGNO, non un valore: la risposta si legge dalla riga in fondo)

→ $-2 < x < 2 \vee x > 2$ (la risposta si dà in tutte e due le forme: $S = (-2, 2) \cup (2, +\infty)$)

→ **Controllo:** con $x = 0$ (dentro) la disuguaglianza è **vera**; con $x = -2$ (fuori) è **falsa**. (si sostituisce nel testo DI PARTENZA, non nella forma scomposta: se la scomposizione fosse sbagliata, il controllo fatto su di essa confermerebbe l'errore invece di scoprirlo)

10. Problemi

Esercizio 639.

→ Un cubo ha lo spigolo lungo x centimetri. Per quali valori di x il suo volume supera l'area totale?

→ $V = x^3$, $S_{tot} = 6x^2$; con $x > 0$ si chiede $x^3 - 6x^2 > 0$, cioè $x^2(x - 6) > 0$: $x > 6$ centimetri. La condizione $x > 0$ del problema toglie da sola il caso $x^2 = 0$ (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 640.

→ Un parallelepipedo ha le dimensioni x , $x + 1$ e $x + 2$ (in metri). Per quali x il volume è minore di 60 m^3 ?

→ $x(x + 1)(x + 2) < 60$, cioè $x^3 + 3x^2 + 2x - 60 < 0$: con Ruffini $(x - 3)(x^2 + 6x + 20) < 0$, e il trinomio ha $\Delta < 0$, quindi resta $x < 3$. Col vincolo del problema: $0 < x < 3$ metri (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 645.

→ Per quali x la frazione $\frac{x^3 - x}{x - 2}$ è positiva o nulla?

→ numeratore $x(x - 1)(x + 1)$, denominatore $x - 2$; C.E. $x \neq 2$. Dal quadro: $-1 \leq x \leq 0$ oppure $1 \leq x < 2$ — e $x = 2$ resta fuori anche se il verso ammette l'uguale (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 646.

→ Un rettangolo ha i lati x e $x^2 - 4$ (in centimetri). Per quali x esiste, e per quali la sua area supera $5x$ centimetri quadrati?

→ esiste se $x > 0$ e $x^2 - 4 > 0$, cioè $x > 2$. L'area è $x(x^2 - 4) > 5x$, cioè $x(x^2 - 9) > 0$, cioè $x(x - 3)(x + 3) > 0$: intersecando con $x > 2$ resta $x > 3$ centimetri (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 651.

→ Per quali x il polinomio $x^4 - 5x^2 + 4$ e il polinomio $x^3 - x$ hanno lo stesso segno?

→ il primo è $(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$, il secondo $x(x - 1)(x + 1)$. Hanno lo stesso segno dove il loro **prodotto** è positivo: $x(x - 1)^2(x + 1)^2(x - 2)(x + 2) > 0$, e i quadrati non contano. Resta $x(x - 2)(x + 2) > 0$, cioè $-2 < x < 0$ oppure $x > 2$, tolti i punti $x = \pm 1$ dove sono tutti e due nulli (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 652.

→ Risolvi $\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \geq 0$ e spiega perché la semplificazione va fatta *dopo* aver scritto la C.E.

→ C.E. $x \neq \pm 2$. Poi $\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2+2x+4}{x+2}$, e il trinomio ha $\Delta < 0$: resta $x+2 > 0$, cioè $x > -2$ **con** $x \neq 2$. Se si semplifica prima, $x = 2$ rientra di nascosto (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 653.

→ Per quali k reali la disequazione $(x-k)^4 < 0$ ha soluzioni?

→ per **nessun** k : una potenza pari non è mai negativa. Il parametro non c'entra niente, ed è questo che l'esercizio chiede di riconoscere (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 654.

→ Risolvi $x^6 - 7x^3 - 8 \leq 0$.

→ con $t = x^3$: $(x^3+1)(x^3-8) \leq 0$, cioè $(x+1)(x^2-x+1)(x-2)(x^2+2x+4) \leq 0$. I due trinomi hanno $\Delta < 0$ e sono positivi: resta $(x+1)(x-2) \leq 0$, cioè $-1 \leq x \leq 2$ (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 655.

→ Trova per quali x la funzione $y = \frac{x^4 - 1}{x^3 - x}$ è definita, e semplificala dicendo che cosa si perde.

→ C.E.: $x^3 - x = x(x-1)(x+1) \neq 0$, cioè $x \neq 0, \pm 1$. Semplificando resta $\frac{x^2+1}{x}$, che sarebbe definita anche in $x = \pm 1$: la semplificazione **allarga** il dominio, e le C.E. vanno tenute quelle di partenza (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

Esercizio 656.

→ Dimostra che $x^4 + x^2 + 1 > 0$ per ogni x reale, senza scomporre.

→ $x^4 \geq 0$ e $x^2 \geq 0$ per ogni x , quindi la somma è $\geq 1 > 0$. I due addendi non si annullano mai insieme con il $+1$: non c'è nessun quadro da compilare (in un problema la risposta è la frase che risponde alla domanda, con l'unità di misura e senza i valori che il testo non ammette)

11. Vero o falso, errori, a ritroso, parametriche, dimostrazioni

Esercizio 657.

→ Se $P(x) \geq 0$ ha per soluzione tutto $\mathbb{R}$, allora $P(x)$ non ha zeri.

→ **falso** — può averne: $(x - 1)^2 \geq 0$ vale per ogni x e si annulla in $x = 1$. Il $\geq$ ammette lo zero (in un vero o falso il giudizio da solo non vale niente: quello che si valuta è il motivo)

Esercizio 658.

→ Una disequazione di quinto grado ha sempre almeno una soluzione.

→ **vero** — un polinomio di grado dispari cambia segno agli estremi (va a $-\infty$ da una parte e a $+\infty$ dall'altra), quindi assume sia valori positivi sia negativi: con qualunque verso qualcosa resta (in un vero o falso il giudizio da solo non vale niente: quello che si valuta è il motivo)

Esercizio 671.

→ « $(x + 1)^4 > 0 \Rightarrow x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$ ».

→ si è trattato un esponente **pari** come se fosse dispari. Una potenza pari è positiva ovunque tranne nel suo zero: la risposta è $x \neq -1$ (trovare l'errore vuol dire dire QUALE regola è stata violata, non solo che il risultato non torna)

Esercizio 672.

→ « $x^3 > 4x \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow x < -2 \vee x > 2$ ».

→ si è diviso per x , che **cambia segno**. Si porta tutto a primo membro: $x(x - 2)(x + 2) > 0$, cioè $-2 < x < 0 \vee x > 2$ (trovare l'errore vuol dire dire QUALE regola è stata violata, non solo che il risultato non torna)

Esercizio 680.

→ Scrivi una disequazione di terzo grado la cui risposta sia $-2 < x < 0 \vee x > 3$.

→ servono gli zeri $-2, 0, 3$ e il segno positivo nell'ultimo intervallo: $x(x + 2)(x - 3) > 0$ (si parte dalla risposta e si costruisce la disequazione: gli estremi dicono dove stanno gli zeri, il segno nell'ultimo intervallo dice come orientarli)

Esercizio 681.

→ Scrivi una disequazione di quarto grado impossibile.

→ per esempio $(x-1)^4 < 0$, oppure $x^4 + 1 \leq 0$: basta un polinomio che non sia mai negativo, con il verso sbagliato (si parte dalla risposta e si costruisce la disequazione: gli estremi dicono dove stanno gli zeri, il segno nell'ultimo intervallo dice come orientarli)

Esercizio 687.

→ Per quali k la disequazione $(x-k)^3 > 0$ ha per soluzione $x > 2$?

→ per $k = 2$: l'esponente è dispari, quindi la potenza ha il segno della base e la risposta è sempre $x > k$ (con un parametro si ragiona sulla struttura, non sui conti: che cosa deve essere vero perché la risposta sia quella richiesta)

Esercizio 688.

→ Per quali k la disequazione $(x-1)(x-k) > 0$ ha per soluzione $x \neq 1$?

→ per $k = 1$: i due fattori coincidono e il prodotto diventa $(x-1)^2 > 0$ (con un parametro si ragiona sulla struttura, non sui conti: che cosa deve essere vero perché la risposta sia quella richiesta)

Esercizio 694.

→ Dimostra che $x^4 + x^2 + 1 > 0$ per ogni x reale.

→ con $t = x^2 \geq 0$ il trinomio $t^2 + t + 1$ ha $\Delta = -3 < 0$ ed è sempre positivo. Oppure, più corto: $x^4 \geq 0$, $x^2 \geq 0$, e il $+1$ non si annulla (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 695.

→ Dimostra che $x^3 > x$ non vale per ogni $x > 0$.

→ basta un controesempio: per $x = \frac{1}{2}$ si ha $\frac{1}{8} < \frac{1}{2}$. In generale $x(x-1)(x+1) > 0$ dà $x > 1$ (per $x > 0$), non tutti i positivi (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 696.

→ Dimostra che se $a > 0$ e $\Delta < 0$, allora $ax^2 + bx + c > 0$ per ogni x .

→ si completa il quadrato: $a \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a}$. Il primo addendo è ≥ 0 perché $a > 0$; il secondo è > 0 perché $4ac - b^2 = -\Delta > 0$ e $a > 0$. La somma è positiva (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 697.

→ Dimostra che una disequazione $P(x) > 0$ con P di grado dispari non è mai impossibile.

→ un polinomio di grado dispari tende a $+\infty$ da una parte e a $-\infty$ dall'altra, quindi assume valori positivi: l'insieme delle soluzioni contiene almeno una semiretta (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 698.

→ Dimostra che gli zeri di $P(x)$ con molteplicità **pari** non separano segni diversi.

→ vicino a uno zero r di molteplicità $2k$ si scrive $P(x) = (x - r)^{2k}Q(x)$ con $Q(r) \neq 0$; $(x - r)^{2k} > 0$ da tutte e due le parti, quindi il segno di P è quello di Q , che vicino a r non cambia (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 699.

→ Dimostra che $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ e $P(x) \cdot Q(x) > 0$ hanno la stessa risposta.

→ dove $Q \neq 0$ i due hanno lo stesso segno, perché $\frac{P}{Q} = \frac{PQ}{Q^2}$ e $Q^2 > 0$. Dove $Q = 0$ la frazione non esiste e il prodotto vale 0: in tutti e due i casi il punto è fuori. È il motivo per cui si fa **un** quadro solo (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)
