

SOLUZIONI: I NUMERI RAZIONALI

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**.
Nelle somme di frazioni il passaggio del denominatore comune è sempre scritto: è quello in cui si sbaglia.

1. Frazioni equivalenti, riduzione, confronto

Esercizio 1.

→ Scompongo: cerco il MCD di 84 e 360. (è quello che si semplifica)

→ $\text{MCD}(84, 360) = 12$.

→ $\frac{84}{360} = \frac{7}{30}$ (si divide sopra e sotto per il MCD)

→ Controllo: 7 e 30 sono primi fra loro.

Esercizio 2.

→ Scompongo: cerco il MCD di 12 e 18. (è quello che si semplifica)

→ $\text{MCD}(12, 18) = 6$.

→ $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ (si divide sopra e sotto per il MCD)

→ Controllo: 2 e 3 sono primi fra loro.

Esercizio 26.

→ Denominatore comune: $\text{mcm}(7, 9) = 63$.

→ $\frac{5}{7} = \frac{45}{63}$ e $\frac{7}{9} = \frac{49}{63}$.

→ Con lo stesso denominatore vince il numeratore maggiore: $\frac{5}{7} < \frac{7}{9}$.

→ Controllo col prodotto in croce: $5 \cdot 9 = 45$ e $7 \cdot 7 = 49$. (più rapido, stesso esito)

Esercizio 27.

→ Denominatore comune: $\text{mcm}(4, 7) = 28$.

→ $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ e $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$.

→ Con lo stesso denominatore vince il numeratore maggiore: $\frac{3}{4} > \frac{3}{7}$.

→ Controllo col prodotto in croce: $3 \cdot 7 = 21$ e $3 \cdot 4 = 12$. (più rapido, stesso esito)

Esercizio 41.

→ Denominatore comune a tutte: mcm dei denominatori = 30.

→ Riscrivo: $\frac{15}{30}, \frac{20}{30}, \frac{18}{30}$.

→ Ordino i numeratori e torno alle frazioni di partenza:

→ $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$ (risultato)

Esercizio 42.

→ Denominatore comune a tutte: mcm dei denominatori = 40.

→ Riscrivo: $\frac{30}{40}, \frac{25}{40}, \frac{28}{40}$.

→ Ordino i numeratori e torno alle frazioni di partenza:

→ $\frac{5}{8} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$ (risultato)

2. Somme e sottrazioni di frazioni**Esercizio 46.**

→ $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ (somma algebrica, da sinistra a destra)

→ Risultato: $\frac{3}{5}$

Esercizio 47.

→ $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ (somma algebrica, da sinistra a destra)

→ Risultato: $\frac{5}{7}$

Esercizio 71.

→ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)

→ $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ (somma algebrica, da sinistra a destra)

$$\rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{2}{3}$$

Esercizio 72.

$$\rightarrow \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} + \frac{1}{8} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \frac{3}{4} - \frac{2}{4} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{3}{8}$$

Esercizio 99.

$$\rightarrow \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right] - \frac{1}{6} = \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6} \right] - \frac{1}{6} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6} \right] - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{2}{3}$$

Esercizio 100.

$$\rightarrow 1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right] = 1 - \left[\frac{2}{4} + \frac{1}{4} \right] \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow 1 - \left[\frac{2}{4} + \frac{1}{4} \right] = 1 - \frac{3}{4} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{4}$$

3. Prodotti, quozienti, reciproco

Esercizio 111.

$$\rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{2} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{3}{2}$$

Esercizio 112.

$$\rightarrow \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{2}{3} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{2}{3}$$

Esercizio 136.

$$\rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} : \frac{3}{2} = \frac{3}{2} : \frac{3}{2} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} : \frac{3}{2} = 1$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 1$$

Esercizio 137.

$$\rightarrow \frac{3}{5} : \frac{9}{10} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{2}$$

Esercizio 156.

$$\rightarrow \left[\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right] \cdot \frac{4}{5} = \left[\frac{4}{6} + \frac{1}{6} \right] \cdot \frac{4}{5} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{4}{6} + \frac{1}{6} \right] \cdot \frac{4}{5} = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{2}{3}$$

Esercizio 157.

$$\rightarrow \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right] : \frac{1}{8} = \left[\frac{3}{4} - \frac{2}{4} \right] : \frac{1}{8} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{3}{4} - \frac{2}{4} \right] : \frac{1}{8} = \frac{1}{4} : \frac{1}{8} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4} : \frac{1}{8} = 2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **2**

4. Potenze a esponente intero**Esercizio 166.**

$$\rightarrow 2^{-3} = (1 : 2^3) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 2^3) = (1 : 8) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 8) = \frac{1}{8} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{8}$$

Esercizio 167.

$$\rightarrow 3^{-2} = (1 : 3^2) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 3^2) = (1 : 9) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 9) = \frac{1}{9} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{9}$$

Esercizio 191.

$$\rightarrow 2^3 \cdot 2^{-5} = 8 \cdot 2^{-5} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 8 \cdot 2^{-5} = 8 \cdot (1 : 2^5) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow 8 \cdot (1 : 2^5) = 8 \cdot (1 : 32) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 8 \cdot (1 : 32) = 8 \cdot \frac{1}{32} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 8 \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{4}$$

Esercizio 192.

$$\rightarrow 3^{-2} \cdot 3^4 = (1 : 3^2) \cdot 3^4 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 3^2) \cdot 3^4 = (1 : 9) \cdot 3^4 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 9) \cdot 3^4 = \frac{1}{9} \cdot 3^4 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{9} \cdot 3^4 = \frac{1}{9} \cdot 81 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{9} \cdot 81 = 9 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **9**

Esercizio 209.

$$\rightarrow [2^{-1} + 3^{-1}] \cdot 6 = [(1 : 2^1) + 3^{-1}] \cdot 6 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow [(1 : 2^1) + 3^{-1}] \cdot 6 = [(1 : 2) + 3^{-1}] \cdot 6 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [(1 : 2) + 3^{-1}] \cdot 6 = \left[\frac{1}{2} + 3^{-1}\right] \cdot 6 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{2} + 3^{-1}\right] \cdot 6 = \left[\frac{1}{2} + (1 : 3^1)\right] \cdot 6 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{2} + (1 : 3^1)\right] \cdot 6 = \left[\frac{1}{2} + (1 : 3)\right] \cdot 6 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{2} + (1 : 3)\right] \cdot 6 = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right] \cdot 6 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right] \cdot 6 = \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right] \cdot 6 \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right] \cdot 6 = \frac{5}{6} \cdot 6 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{5}{6} \cdot 6 = 5 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **5**

Esercizio 210.

$$\rightarrow [2^{-2} - 4^{-1}] \cdot 100 = [(1 : 2^2) - 4^{-1}] \cdot 100 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow [(1 : 2^2) - 4^{-1}] \cdot 100 = [(1 : 4) - 4^{-1}] \cdot 100 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [(1 : 4) - 4^{-1}] \cdot 100 = \left[\frac{1}{4} - 4^{-1}\right] \cdot 100 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{4} - 4^{-1}\right] \cdot 100 = \left[\frac{1}{4} - (1 : 4^1)\right] \cdot 100 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{4} - (1 : 4^1) \right] \cdot 100 = \left[\frac{1}{4} - (1 : 4) \right] \cdot 100 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{4} - (1 : 4) \right] \cdot 100 = \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right] \cdot 100 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right] \cdot 100 = 0 \cdot 100 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 0 \cdot 100 = 0 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **0**

Esercizio 220.

$$\rightarrow \{ [2^{-2} + 2^{-3}] \cdot 8 \}^{-1} = \{ [(1 : 2^2) + 2^{-3}] \cdot 8 \}^{-1} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{ [(1 : 2^2) + 2^{-3}] \cdot 8 \}^{-1} = \{ [(1 : 4) + 2^{-3}] \cdot 8 \}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{ [(1 : 4) + 2^{-3}] \cdot 8 \}^{-1} = \left\{ \left[\frac{1}{4} + 2^{-3} \right] \cdot 8 \right\}^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{1}{4} + 2^{-3} \right] \cdot 8 \right\}^{-1} = \left\{ \left[\frac{1}{4} + (1 : 2^3) \right] \cdot 8 \right\}^{-1} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{1}{4} + (1 : 2^3) \right] \cdot 8 \right\}^{-1} = \left\{ \left[\frac{1}{4} + (1 : 8) \right] \cdot 8 \right\}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{1}{4} + (1 : 8) \right] \cdot 8 \right\}^{-1} = \left\{ \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right] \cdot 8 \right\}^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right] \cdot 8 \right\}^{-1} = \left\{ \left[\frac{2}{8} + \frac{1}{8} \right] \cdot 8 \right\}^{-1} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{2}{8} + \frac{1}{8} \right] \cdot 8 \right\}^{-1} = \left\{ \frac{3}{8} \cdot 8 \right\}^{-1} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \frac{3}{8} \cdot 8 \right\}^{-1} = 3^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 3^{-1} = (1 : 3^1) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 3^1) = (1 : 3) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 3) = \frac{1}{3} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **$\frac{1}{3}$**

Esercizio 221.

$$\rightarrow \left[\left(\frac{2}{3} \right)^{-1} - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot 6 = \left[(1 : \left(\frac{2}{3} \right)^1) - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot 6 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[(1 : \left(\frac{2}{3} \right)^1) - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot 6 = \left[(1 : \frac{2}{3}) - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot 6 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[(1 : \frac{2}{3}) - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot 6 = \left[\frac{3}{2} - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot 6 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{3}{2} - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot 6 = \left[\frac{3}{2} - \left(1 : \left(\frac{3}{2} \right)^1 \right) \right]^{-1} \cdot 6 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{3}{2} - \left(1 : \left(\frac{3}{2} \right)^1 \right) \right]^{-1} \cdot 6 = \left[\frac{3}{2} - \left(1 : \frac{3}{2} \right) \right]^{-1} \cdot 6 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{3}{2} - \left(1 : \frac{3}{2} \right) \right]^{-1} \cdot 6 = \left[\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right]^{-1} \cdot 6 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right]^{-1} \cdot 6 = \left[\frac{9}{6} - \frac{4}{6} \right]^{-1} \cdot 6 \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{9}{6} - \frac{4}{6} \right]^{-1} \cdot 6 = \left(\frac{5}{6} \right)^{-1} \cdot 6 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left(\frac{5}{6} \right)^{-1} \cdot 6 = \left(1 : \left(\frac{5}{6} \right)^1 \right) \cdot 6 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left(1 : \left(\frac{5}{6} \right)^1 \right) \cdot 6 = \left(1 : \frac{5}{6} \right) \cdot 6 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left(1 : \frac{5}{6} \right) \cdot 6 = \frac{6}{5} \cdot 6 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{6}{5} \cdot 6 = \frac{36}{5}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{36}{5}$$

Esercizio 222.

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + [2^{-1}]^2 + [2^{-1}]^3 \} = \{ 2^{-1} + [(1 : 2^1)]^2 + [2^{-1}]^3 \} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + [(1 : 2^1)]^2 + [2^{-1}]^3 \} = \{ 2^{-1} + [(1 : 2)]^2 + [2^{-1}]^3 \} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + [(1 : 2)]^2 + [2^{-1}]^3 \} = \{ 2^{-1} + \left[\frac{1}{2} \right]^2 + [2^{-1}]^3 \} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + \left[\frac{1}{2} \right]^2 + [2^{-1}]^3 \} = \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + [2^{-1}]^3 \} \text{ (si scioglie la parentesi)}$$

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + [2^{-1}]^3 \} = \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + [(1 : 2^1)]^3 \} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + [(1 : 2^1)]^3 \} = \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + [(1 : 2)]^3 \} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + [(1 : 2)]^3 \} = \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left[\frac{1}{2} \right]^3 \} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left[\frac{1}{2} \right]^3 \} = \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^3 \} \text{ (si scioglie la parentesi)}$$

$$\rightarrow \{ 2^{-1} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^3 \} = \{ (1 : 2^1) + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^3 \} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{(1 : 2^1) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3\} = \{(1 : 2) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3\} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{(1 : 2) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3\} = \left\{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right\} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right\} = \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right\} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right\} = \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right\}$$

$$\rightarrow \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right\} = \left\{\frac{2}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right\} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{\frac{2}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right\} = \left\{\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right\} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right\} = \left\{\frac{6}{8} + \frac{1}{8}\right\} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{\frac{6}{8} + \frac{1}{8}\right\} = \frac{7}{8} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{7}{8}$$

Esercizio 223.

$$\rightarrow \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left[(1 : \left(\frac{1}{2}\right)^3) - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[(1 : \left(\frac{1}{2}\right)^3) - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left[(1 : \frac{1}{8}) - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[(1 : \frac{1}{8}) - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left[8 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[8 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left[8 - (1 : \left(\frac{1}{3}\right)^2)\right]^{-1} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[8 - (1 : \left(\frac{1}{3}\right)^2)\right]^{-1} = \left[8 - (1 : \frac{1}{9})\right]^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[8 - (1 : \frac{1}{9})\right]^{-1} = [8 - 9]^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow [8 - 9]^{-1} = (-1)^{-1} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow (-1)^{-1} = (1 : (-1)^1) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : (-1)^1) = (1 : (-1)) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : (-1)) = (-1) \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } -1$$

Esercizio 224.

$$\rightarrow \{[5^{-1} + 2^{-1}]^{-1}\} : 10 = \{[(1 : 5^1) + 2^{-1}]^{-1}\} : 10 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{[(1 : 5^1) + 2^{-1}]^{-1}\} : 10 = \{[(1 : 5) + 2^{-1}]^{-1}\} : 10 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{[(1 : 5) + 2^{-1}]^{-1}\} : 10 = \{[\frac{1}{5} + 2^{-1}]^{-1}\} : 10 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{5} + 2^{-1}]^{-1}\} : 10 = \{[\frac{1}{5} + (1 : 2^1)]^{-1}\} : 10 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{5} + (1 : 2^1)]^{-1}\} : 10 = \{[\frac{1}{5} + (1 : 2)]^{-1}\} : 10 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{5} + (1 : 2)]^{-1}\} : 10 = \{[\frac{1}{5} + \frac{1}{2}]^{-1}\} : 10 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{5} + \frac{1}{2}]^{-1}\} : 10 = \{[\frac{2}{10} + \frac{5}{10}]^{-1}\} : 10 \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{2}{10} + \frac{5}{10}]^{-1}\} : 10 = \{[\frac{7}{10}]^{-1}\} : 10 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{7}{10}]^{-1}\} : 10 = \{(1 : (\frac{7}{10})^1)\} : 10 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{(1 : (\frac{7}{10})^1)\} : 10 = \{(1 : \frac{7}{10})\} : 10 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{(1 : \frac{7}{10})\} : 10 = \{\frac{10}{7}\} : 10 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{\frac{10}{7}\} : 10 = \frac{10}{7} : 10 \text{ (si scioglie la parentesi)}$$

$$\rightarrow \frac{10}{7} : 10 = \frac{1}{7} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{7}$$

Esercizio 225.

$$\rightarrow [(-2)^{-3} \cdot (-2)^5]^{-1} = [(1 : (-2)^3) \cdot (-2)^5]^{-1} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow [(1 : (-2)^3) \cdot (-2)^5]^{-1} = [(1 : (-8)) \cdot (-2)^5]^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [(1 : (-8)) \cdot (-2)^5]^{-1} = [(-\frac{1}{8}) \cdot (-2)^5]^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow [(-\frac{1}{8}) \cdot (-2)^5]^{-1} = [(-\frac{1}{8}) \cdot (-32)]^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [(-\frac{1}{8}) \cdot (-32)]^{-1} = 4^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 4^{-1} = (1 : 4^1) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 4^1) = (1 : 4) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 4) = \frac{1}{4} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{4}$$

5. Ricondurre alla stessa base

Esercizio 226.

$$\rightarrow 4^3 : 2^5 = 64 : 2^5 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 64 : 2^5 = 64 : 32$$

$$\rightarrow 64 : 32 = 2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 2$$

Esercizio 227.

$$\rightarrow 8^2 : 2^4 = 64 : 2^4 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 64 : 2^4 = 64 : 16$$

$$\rightarrow 64 : 16 = 4 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 4$$

Esercizio 240.

$$\rightarrow [4^3 \cdot 8^2] : 2^{11} = [64 \cdot 8^2] : 2^{11} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [64 \cdot 8^2] : 2^{11} = [64 \cdot 64] : 2^{11}$$

$$\rightarrow [64 \cdot 64] : 2^{11} = 4096 : 2^{11} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 4096 : 2^{11} = 4096 : 2048 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 4096 : 2048 = 2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 2$$

Esercizio 241.

$$\rightarrow [9^2 \cdot 27^1] : 3^5 = [81 \cdot 27^1] : 3^5 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [81 \cdot 27^1] : 3^5 = [81 \cdot 27] : 3^5$$

$$\rightarrow [81 \cdot 27] : 3^5 = 2187 : 3^5 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 2187 : 3^5 = 2187 : 243 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 2187 : 243 = 9 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **9**

Esercizio 258.

$$\rightarrow \{ [4^3 \cdot 8^2] : 2^{11} \}^{-1} = \{ [64 \cdot 8^2] : 2^{11} \}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{ [64 \cdot 8^2] : 2^{11} \}^{-1} = \{ [64 \cdot 64] : 2^{11} \}^{-1}$$

$$\rightarrow \{ [64 \cdot 64] : 2^{11} \}^{-1} = \{ 4096 : 2^{11} \}^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{ 4096 : 2^{11} \}^{-1} = \{ 4096 : 2048 \}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{ 4096 : 2048 \}^{-1} = 2^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 2^{-1} = (1 : 2^1) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 2^1) = (1 : 2) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 2) = \frac{1}{2} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **$\frac{1}{2}$**

Esercizio 259.

$$\rightarrow [9^2 \cdot 3^{-3}]^{-1} \cdot 27^1 = [81 \cdot 3^{-3}]^{-1} \cdot 27^1 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [81 \cdot 3^{-3}]^{-1} \cdot 27^1 = [81 \cdot (1 : 3^3)]^{-1} \cdot 27^1 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow [81 \cdot (1 : 3^3)]^{-1} \cdot 27^1 = [81 \cdot (1 : 27)]^{-1} \cdot 27^1 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [81 \cdot (1 : 27)]^{-1} \cdot 27^1 = [81 \cdot \frac{1}{27}]^{-1} \cdot 27^1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow [81 \cdot \frac{1}{27}]^{-1} \cdot 27^1 = 3^{-1} \cdot 27^1$$

$$\rightarrow 3^{-1} \cdot 27^1 = (1 : 3^1) \cdot 27^1 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 3^1) \cdot 27^1 = (1 : 3) \cdot 27^1 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 3) \cdot 27^1 = \frac{1}{3} \cdot 27^1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} \cdot 27^1 = \frac{1}{3} \cdot 27 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} \cdot 27 = 9 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **9**

Esercizio 260.

$$\rightarrow \{[2^{-3} \cdot 16^1] : 4^1\}^2 = \{[(1 : 2^3) \cdot 16^1] : 4^1\}^2 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{[(1 : 2^3) \cdot 16^1] : 4^1\}^2 = \{[(1 : 8) \cdot 16^1] : 4^1\}^2 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{[(1 : 8) \cdot 16^1] : 4^1\}^2 = \{[\frac{1}{8} \cdot 16^1] : 4^1\}^2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{8} \cdot 16^1] : 4^1\}^2 = \{[\frac{1}{8} \cdot 16] : 4^1\}^2 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{8} \cdot 16] : 4^1\}^2 = \{2 : 4^1\}^2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{2 : 4^1\}^2 = \{2 : 4\}^2 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{2 : 4\}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{4}$$

Esercizio 261.

$$\rightarrow [125^{-1} \cdot 25^2] : 5^1 = [(1 : 125^1) \cdot 25^2] : 5^1 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow [(1 : 125^1) \cdot 25^2] : 5^1 = [(1 : 125) \cdot 25^2] : 5^1 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [(1 : 125) \cdot 25^2] : 5^1 = [\frac{1}{125} \cdot 25^2] : 5^1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow [\frac{1}{125} \cdot 25^2] : 5^1 = [\frac{1}{125} \cdot 625] : 5^1 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [\frac{1}{125} \cdot 625] : 5^1 = 5 : 5^1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 5 : 5^1 = 5 : 5 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 5 : 5 = 1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 1$$

Esercizio 262.

$$\rightarrow \{[27^{-1} \cdot 9^2] : 3^1\}^{-1} = \{[(1 : 27^1) \cdot 9^2] : 3^1\}^{-1} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{[(1 : 27^1) \cdot 9^2] : 3^1\}^{-1} = \{[(1 : 27) \cdot 9^2] : 3^1\}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{[(1 : 27) \cdot 9^2] : 3^1\}^{-1} = \{[\frac{1}{27} \cdot 9^2] : 3^1\}^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{27} \cdot 9^2] : 3^1\}^{-1} = \{[\frac{1}{27} \cdot 81] : 3^1\}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{1}{27} \cdot 81 \right] : 3^1 \right\}^{-1} = \{ 3 : 3^1 \}^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{ 3 : 3^1 \}^{-1} = \{ 3 : 3 \}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{ 3 : 3 \}^{-1} = 1^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1^{-1} = (1 : 1^1) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 1^1) = (1 : 1) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 1) = 1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **1**

Esercizio 263.

$$\rightarrow [8^2 : 4^3] + [2^5 : 32^1] = [64 : 4^3] + [2^5 : 32^1] \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [64 : 4^3] + [2^5 : 32^1] = [64 : 64] + [2^5 : 32^1]$$

$$\rightarrow [64 : 64] + [2^5 : 32^1] = 1 + [2^5 : 32^1] \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 + [2^5 : 32^1] = 1 + [32 : 32^1] \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 1 + [32 : 32^1] = 1 + [32 : 32]$$

$$\rightarrow 1 + [32 : 32] = 1 + 1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 + 1 = 2 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **2**

Esercizio 264.

$$\rightarrow \{ 4^{-2} \cdot [2^3]^2 \}^{-1} = \{ 4^{-2} \cdot 8^2 \}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{ 4^{-2} \cdot 8^2 \}^{-1} = \{ (1 : 4^2) \cdot 8^2 \}^{-1} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{ (1 : 4^2) \cdot 8^2 \}^{-1} = \{ (1 : 16) \cdot 8^2 \}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{ (1 : 16) \cdot 8^2 \}^{-1} = \left\{ \frac{1}{16} \cdot 8^2 \right\}^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \frac{1}{16} \cdot 8^2 \right\}^{-1} = \left\{ \frac{1}{16} \cdot 64 \right\}^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left\{ \frac{1}{16} \cdot 64 \right\}^{-1} = 4^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 4^{-1} = (1 : 4^1) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 4^1) = (1 : 4) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 4) = \frac{1}{4} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: $\frac{1}{4}$

Esercizio 265.

→ $[3^{-2} \cdot 81^1] : 9^2 = [(1 : 3^2) \cdot 81^1] : 9^2$ (esponente negativo: si passa al reciproco)

→ $[(1 : 3^2) \cdot 81^1] : 9^2 = [(1 : 9) \cdot 81^1] : 9^2$ (le potenze prima di tutto il resto)

→ $[(1 : 9) \cdot 81^1] : 9^2 = [\frac{1}{9} \cdot 81^1] : 9^2$ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)

→ $[\frac{1}{9} \cdot 81^1] : 9^2 = [\frac{1}{9} \cdot 81] : 9^2$ (le potenze prima di tutto il resto)

→ $[\frac{1}{9} \cdot 81] : 9^2 = 9 : 9^2$ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)

→ $9 : 9^2 = 9 : 81$ (le potenze prima di tutto il resto)

→ $9 : 81 = \frac{1}{9}$ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)

→ Risultato: $\frac{1}{9}$

6. Espressioni complesse in $\mathbb{Q}$ **Esercizio 266.**

→ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)

→ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)

→ $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (somma algebrica, da sinistra a destra)

→ Risultato: $\frac{3}{4}$

Esercizio 267.

→ $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} : 3 = \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)

→ $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6}$ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)

→ $\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ (somma algebrica, da sinistra a destra)

→ Risultato: $\frac{1}{2}$

Esercizio 288.

$$\rightarrow \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right] \cdot \left[1 - \frac{1}{5}\right] = \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right] \cdot \left[1 - \frac{1}{5}\right] \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right] \cdot \left[1 - \frac{1}{5}\right] = \frac{5}{6} \cdot \left[1 - \frac{1}{5}\right] \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{5}{6} \cdot \left[1 - \frac{1}{5}\right] = \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{5}{5} - \frac{1}{5}\right] \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{5}{5} - \frac{1}{5}\right] = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{2}{3}$$

Esercizio 289.

$$\rightarrow \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right] = \left[\frac{4}{6} - \frac{1}{6}\right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right] \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{4}{6} - \frac{1}{6}\right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right] = \frac{1}{2} : \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right] \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} : \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right] = \frac{1}{2} : \left[\frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right] \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} : \left[\frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right] = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{2}{3}$$

Esercizio 322.

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right] : \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] \right\}^{-1} = \left\{ \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right] : \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] \right\}^{-1} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right] : \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] \right\}^{-1} = \left\{ \frac{5}{6} : \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] \right\}^{-1} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \frac{5}{6} : \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] \right\}^{-1} = \left\{ \frac{5}{6} : \left[\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right] \right\}^{-1} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{ \frac{5}{6} : \left[\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right] \right\}^{-1} = \left\{ \frac{5}{6} : \frac{1}{6} \right\}^{-1} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \frac{5}{6} : \frac{1}{6} \right\}^{-1} = 5^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 5^{-1} = (1 : 5^1) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 5^1) = (1 : 5) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 5) = \frac{1}{5} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: $\frac{1}{5}$

Esercizio 323.

$$\rightarrow \{1 - [\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}]\} + \frac{1}{2} = \{1 - [\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}]\} + \frac{1}{2} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \{1 - [\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}]\} + \frac{1}{2} = \{1 - [\frac{5}{6} + \frac{1}{6}]\} + \frac{1}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{1 - [\frac{5}{6} + \frac{1}{6}]\} + \frac{1}{2} = \{1 - 1\} + \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \{1 - 1\} + \frac{1}{2} = 0 + \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 0 + \frac{1}{2} = \frac{0}{2} + \frac{1}{2} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: $\frac{1}{2}$

Esercizio 324.

$$\rightarrow [(\frac{2}{3})^{-1} - \frac{1}{2}] \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 = [(1 : (\frac{2}{3})^1) - \frac{1}{2}] \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow [(1 : (\frac{2}{3})^1) - \frac{1}{2}] \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 = [(1 : \frac{2}{3}) - \frac{1}{2}] \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow [(1 : \frac{2}{3}) - \frac{1}{2}] \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 = [\frac{3}{2} - \frac{1}{2}] \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow [\frac{3}{2} - \frac{1}{2}] \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 = 1 \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 \cdot \{1 + \frac{1}{2}\}^2 = 1 \cdot \{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\}^2 \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow 1 \cdot \{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\}^2 = 1 \cdot (\frac{3}{2})^2 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 \cdot (\frac{3}{2})^2 = 1 \cdot \frac{9}{4} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 1 \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{4} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: $\frac{9}{4}$

Esercizio 325.

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right]^{-1} - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \left\{ \left[\frac{3}{4} - \frac{2}{4} \right]^{-1} - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{3}{4} - \frac{2}{4} \right]^{-1} - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \left\{ \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \left\{ \left(1 : \left(\frac{1}{4} \right)^1 \right) - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(1 : \left(\frac{1}{4} \right)^1 \right) - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \left\{ \left(1 : \frac{1}{4} \right) - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(1 : \frac{1}{4} \right) - 2 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \{ 4 - 2 \} \cdot \frac{1}{2} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{ 4 - 2 \} \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **1**

Esercizio 326.

$$\rightarrow \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} + \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = \left[\left(1 : \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right) + \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[\left(1 : \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right) + \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = \left[\left(1 : \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[\left(1 : \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = \left[4 + \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[4 + \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = \left[4 + \left(1 : \left(\frac{1}{3} \right)^1 \right) \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[4 + \left(1 : \left(\frac{1}{3} \right)^1 \right) \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = \left[4 + \left(1 : \frac{1}{3} \right) \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[4 + \left(1 : \frac{1}{3} \right) \right] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = [4 + 3] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow [4 + 3] : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = 7 : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 7 : \left\{ 1 + \frac{1}{2} \right\} = 7 : \left\{ \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \right\} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow 7 : \left\{ \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \right\} = 7 : \frac{3}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 7 : \frac{3}{2} = \frac{14}{3} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **$\frac{14}{3}$**

Esercizio 327.

$$\rightarrow \{1 : [1 - \frac{1}{3}]\} - \frac{1}{2} = \{1 : [\frac{3}{3} - \frac{1}{3}]\} - \frac{1}{2} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \{1 : [\frac{3}{3} - \frac{1}{3}]\} - \frac{1}{2} = \{1 : \frac{2}{3}\} - \frac{1}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{1 : \frac{2}{3}\} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **1**

Esercizio 328.

$$\rightarrow [\frac{5}{6} - \frac{1}{2}]^2 : [\frac{1}{3}]^2 = [\frac{5}{6} - \frac{1}{2}]^2 : (\frac{1}{3})^2 \text{ (si scioglie la parentesi)}$$

$$\rightarrow [\frac{5}{6} - \frac{1}{2}]^2 : (\frac{1}{3})^2 = [\frac{5}{6} - \frac{3}{6}]^2 : (\frac{1}{3})^2 \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow [\frac{5}{6} - \frac{3}{6}]^2 : (\frac{1}{3})^2 = (\frac{1}{3})^2 : (\frac{1}{3})^2 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow (\frac{1}{3})^2 : (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9} : (\frac{1}{3})^2 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{9} : (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9} : \frac{1}{9}$$

$$\rightarrow \frac{1}{9} : \frac{1}{9} = 1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: **1**

Esercizio 329.

$$\rightarrow \{[2^{-1} + 3^{-1}]^{-1}\} : \frac{6}{5} = \{[(1 : 2^1) + 3^{-1}]^{-1}\} : \frac{6}{5} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{[(1 : 2^1) + 3^{-1}]^{-1}\} : \frac{6}{5} = \{[(1 : 2) + 3^{-1}]^{-1}\} : \frac{6}{5} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{[(1 : 2) + 3^{-1}]^{-1}\} : \frac{6}{5} = \{[\frac{1}{2} + 3^{-1}]^{-1}\} : \frac{6}{5} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{2} + 3^{-1}]^{-1}\} : \frac{6}{5} = \{[\frac{1}{2} + (1 : 3^1)]^{-1}\} : \frac{6}{5} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{2} + (1 : 3^1)]^{-1}\} : \frac{6}{5} = \{[\frac{1}{2} + (1 : 3)]^{-1}\} : \frac{6}{5} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{2} + (1 : 3)]^{-1}\} : \frac{6}{5} = \{[\frac{1}{2} + \frac{1}{3}]^{-1}\} : \frac{6}{5} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{[\frac{1}{2} + \frac{1}{3}]^{-1}\} : \frac{6}{5} = \{[\frac{3}{6} + \frac{2}{6}]^{-1}\} : \frac{6}{5} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{3}{6} + \frac{2}{6} \right]^{-1} \right\} : \frac{6}{5} = \left\{ \left(\frac{5}{6} \right)^{-1} \right\} : \frac{6}{5} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(\frac{5}{6} \right)^{-1} \right\} : \frac{6}{5} = \left\{ \left(1 : \left(\frac{5}{6} \right)^1 \right) \right\} : \frac{6}{5} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(1 : \left(\frac{5}{6} \right)^1 \right) \right\} : \frac{6}{5} = \left\{ \left(1 : \frac{5}{6} \right) \right\} : \frac{6}{5} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(1 : \frac{5}{6} \right) \right\} : \frac{6}{5} = \left\{ \frac{6}{5} \right\} : \frac{6}{5} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \frac{6}{5} \right\} : \frac{6}{5} = \frac{6}{5} : \frac{6}{5} \text{ (si scioglie la parentesi)}$$

$$\rightarrow \frac{6}{5} : \frac{6}{5} = 1 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: 1

Esercizio 330.

$$\rightarrow 1 - \left\{ 1 - \left[1 - \frac{1}{2} \right] \right\} = 1 - \left\{ 1 - \left[\frac{2}{2} - \frac{1}{2} \right] \right\} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow 1 - \left\{ 1 - \left[\frac{2}{2} - \frac{1}{2} \right] \right\} = 1 - \left\{ 1 - \frac{1}{2} \right\} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 - \left\{ 1 - \frac{1}{2} \right\} = 1 - \left\{ \frac{2}{2} - \frac{1}{2} \right\} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow 1 - \left\{ \frac{2}{2} - \frac{1}{2} \right\} = 1 - \frac{1}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

→ Risultato: $\frac{1}{2}$

Esercizio 331.

$$\rightarrow \left\{ \left[\frac{7}{8} : \frac{7}{4} \right]^{-1} - 1 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} - 1 \right\} \cdot \frac{1}{2} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} - 1 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \left\{ \left(1 : \left(\frac{1}{2} \right)^1 \right) - 1 \right\} \cdot \frac{1}{2} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(1 : \left(\frac{1}{2} \right)^1 \right) - 1 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \left\{ \left(1 : \frac{1}{2} \right) - 1 \right\} \cdot \frac{1}{2} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left\{ \left(1 : \frac{1}{2} \right) - 1 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \{ 2 - 1 \} \cdot \frac{1}{2} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{ 2 - 1 \} \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot \frac{1}{2} \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{1}{2}$$

Esercizio 332.

$$\rightarrow \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}\right]^{-1} + \left[\frac{1}{2}\right]^{-1} = \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}\right]^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ (si scioglie la parentesi)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}\right]^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 1^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = (1 : 1^1) + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 1^1) + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = (1 : 1) + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 1) + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 1 + (1 : \left(\frac{1}{2}\right)^1) \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow 1 + (1 : \left(\frac{1}{2}\right)^1) = 1 + (1 : \frac{1}{2}) \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow 1 + (1 : \frac{1}{2}) = 1 + 2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 + 2 = 3 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 3$$

Esercizio 333.

$$\rightarrow \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right\}^{-1} \cdot 3 = \left\{\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right\}^{-1} \cdot 3 \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right\}^{-1} \cdot 3 = \left\{\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right\}^{-1} \cdot 3 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right\}^{-1} \cdot 3 = 1^{-1} \cdot 3$$

$$\rightarrow 1^{-1} \cdot 3 = (1 : 1^1) \cdot 3 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow (1 : 1^1) \cdot 3 = (1 : 1) \cdot 3 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow (1 : 1) \cdot 3 = 1 \cdot 3 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1 \cdot 3 = 3$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 3$$

Esercizio 334.

$$\rightarrow \left[\left(\frac{9}{4}\right)^{-1} \cdot \frac{3}{2}\right]^2 = \left[\left(1 : \left(\frac{9}{4}\right)^1\right) \cdot \frac{3}{2}\right]^2 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left[\left(1 : \left(\frac{9}{4}\right)^1\right) \cdot \frac{3}{2}\right]^2 = \left[\left(1 : \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{3}{2}\right]^2 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left[\left(1 : \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{3}{2}\right]^2 = \left[\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{2}\right]^2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{2}\right]^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } \frac{4}{9}$$

Esercizio 335.

$$\rightarrow \left\{\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right]^{-1} - 1\right\}^2 = \left\{\left[\frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right]^{-1} - 1\right\}^2 \text{ (si porta allo stesso denominatore: è il mcm)}$$

$$\rightarrow \left\{\left[\frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right]^{-1} - 1\right\}^2 = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 1\right\}^2 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 1\right\}^2 = \left\{\left(1 : \left(\frac{1}{2}\right)^1\right) - 1\right\}^2 \text{ (esponente negativo: si passa al reciproco)}$$

$$\rightarrow \left\{\left(1 : \left(\frac{1}{2}\right)^1\right) - 1\right\}^2 = \left\{\left(1 : \frac{1}{2}\right) - 1\right\}^2 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \left\{\left(1 : \frac{1}{2}\right) - 1\right\}^2 = \{2 - 1\}^2 \text{ (prodotti e divisioni, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow \{2 - 1\}^2 = 1^2 \text{ (somma algebrica, da sinistra a destra)}$$

$$\rightarrow 1^2 = 1 \text{ (le potenze prima di tutto il resto)}$$

$$\rightarrow \text{Risultato: } 1$$

7. Decimali, periodici, frazione generatrice**Esercizio 336.**

$$\rightarrow \text{Riduco ai minimi termini: } \frac{7}{8} = \frac{7}{8}.$$

$$\rightarrow \text{Il denominatore 8 contiene solo i fattori 2 e 5: il decimale è } \mathbf{finito}. \text{ (è il criterio)}$$

$$\rightarrow 7 : 8 = \mathbf{0,875}$$

Esercizio 337.

→ Riduco ai minimi termini: $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$.

→ Il denominatore 4 contiene solo i fattori 2 e 5: il decimale è **finito**. (è il criterio)

→ $1 : 4 = 0,25$

Esercizio 356.

→ Tutte le cifre, senza virgola: 3. Quelle non periodiche: 0.

→ Numeratore: $3 - 0 = 3$.

→ Denominatore: 1 nove e 0 zeri, cioè 9. (tanti nove quante le cifre del periodo)

→ $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ (semplificando per 3)

→ Controllo: $1 : 3$ ridà il decimale di partenza.

Esercizio 357.

→ Tutte le cifre, senza virgola: 45. Quelle non periodiche: 0.

→ Numeratore: $45 - 0 = 45$.

→ Denominatore: 2 nove e 0 zeri, cioè 99. (tanti nove quante le cifre del periodo)

→ $\frac{45}{99} = \frac{5}{11}$ (semplificando per 9)

→ Controllo: $5 : 11$ ridà il decimale di partenza.

Esercizio 376.

→ Riduco ai minimi termini: $\frac{3}{40} = \frac{3}{40}$.

→ Il denominatore 40 contiene solo i fattori 2 e 5: il decimale è **finito**. (è il criterio)

→ $3 : 40 = 0,075$

Esercizio 377.

→ Riduco ai minimi termini: $\frac{5}{14} = \frac{5}{14}$.

→ Il denominatore 14 contiene il fattore 7, che non è né 2 né 5: il decimale è **periodico**. (è il criterio)

→ Non serve fare la divisione per rispondere: basta guardare il denominatore.

8. Rapporti e proporzioni

Esercizio 386.

→ Proprietà fondamentale: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

→ Manca il secondo medio: si moltiplicano i due termini noti in diagonale e si divide per il terzo.

$$\rightarrow x = \frac{3 \cdot 24}{8} = 9$$

→ Controllo: i due rapporti devono dare lo stesso quoziente.

Esercizio 387.

→ Proprietà fondamentale: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

→ Manca il primo medio: si moltiplicano i due termini noti in diagonale e si divide per il terzo.

$$\rightarrow x = \frac{5 \cdot 9}{15} = 3$$

→ Controllo: i due rapporti devono dare lo stesso quoziente.

Esercizio 401.

→ Proprietà fondamentale: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

→ Manca il secondo medio: si moltiplicano i due termini noti in diagonale e si divide per il terzo.

$$\rightarrow x = \frac{12 \cdot 27}{18} = 18$$

→ Controllo: i due rapporti devono dare lo stesso quoziente.

Esercizio 402.

→ Proprietà fondamentale: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

→ Manca il secondo estremo: si moltiplicano i due termini noti in diagonale e si divide per il terzo.

$$\rightarrow x = \frac{40 \cdot 15}{25} = 24$$

→ Controllo: i due rapporti devono dare lo stesso quoziente.

9. Percentuali, sconti, aumenti

Esercizio 421.

→ Il 15% è la frazione $\frac{15}{100}$.

$$\rightarrow 80 \cdot \frac{15}{100} = \mathbf{12}$$

→ Controllo veloce: il 10% di 80 è 8, e 15% è più di quello.

Esercizio 422.

→ Il 30% è la frazione $\frac{30}{100}$.

$$\rightarrow 200 \cdot \frac{30}{100} = \mathbf{60}$$

→ Controllo veloce: il 10% di 200 è 20, e 30% è più di quello.

Esercizio 437.

→ Scontare del 30% significa pagare il 70%. (è il complemento a 100)

$$\rightarrow 200 \cdot 0,7 = \mathbf{140} \text{ euro.}$$

→ Controllo: lo sconto è $200 - 140 = 60$, e il 30% di 200 è 60.

Esercizio 438.

→ Aumentare del 20% significa moltiplicare per 1,2.

$$\rightarrow 150 \cdot 1,2 = \mathbf{180} \text{ euro.}$$

→ Controllo: l'aumento è 30, e il 20% di 150 è 30.

Esercizio 453.

→ Due sconti si *moltiplicano*, non si sommano. (è tutto il punto)

$$\rightarrow \text{Si paga } 0,9 \cdot 0,9 = 0,81, \text{ cioè l'81\%.}$$

→ Lo sconto unico equivalente è $100 - 81 = \mathbf{19\%}$, non 20%.

→ Il secondo 10% si applica a una cifra già ridotta, quindi vale meno.

Esercizio 454.

→ Dopo il +50% il prezzo è 1,5 volte quello iniziale.

→ Per tornare a 1 serve moltiplicare per $\frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$.

→ Cioè pagare i $\frac{2}{3}$, quindi scontare $\frac{1}{3}$: **33,3**%.

→ Controllo su 100: $100 \rightarrow 150 \rightarrow 150 \cdot \frac{2}{3} = 100$.

Esercizio 455.

→ Sconto totale del 40% vuol dire pagare il 60%.

→ Il primo sconto lascia il 75%: serve $0,75 \cdot k = 0,60$.

→ $k = \frac{60}{75} = 0,8$, cioè si paga l'80%.

→ Quindi il secondo sconto è **20**%.

Esercizio 456.

→ Si moltiplicano i tre fattori: $1,2 \cdot 0,75 \cdot 1,25$.

→ $1,2 \cdot 0,75 = 0,9$; poi $0,9 \cdot 1,25 = 1,125$.

→ Da 100 si arriva a **112,50**.

→ Nota: +20%, -25%, +25% non si annullano fra loro.

Esercizio 457.

→ Primo caso: $0,7 \cdot 0,9 = 0,63$.

→ Secondo caso: $0,9 \cdot 0,7 = 0,63$.

→ Sono **identici**: la moltiplicazione è commutativa, quindi l'ordine degli sconti non conta. (vale sempre, non solo con questi numeri)

→ In entrambi i casi si paga il 63%, cioè lo sconto è del 37%.

Esercizio 458.

→ +20% e poi -20%: $1,2 \cdot 0,8 = 0,96$.

→ Si finisce al **96**% del prezzo iniziale: il negozio **non** ci riesce, ci perde il 4%.

→ Il motivo: il +20% si calcola sul prezzo piccolo, il −20% su quello già aumentato. (percentuali uguali di quantità diverse)

Esercizio 459.

→ Il 25% delle femmine, e le femmine sono il 60% del totale.

→ Si moltiplicano le due frazioni: $\frac{25}{100} \cdot \frac{60}{100}$. («il tot% di» significa moltiplicare)

→ Fa 0,15, cioè il **15%** del totale.

→ Controllo su 200 studenti: 120 femmine, di cui 30 fanno sport; 30 su 200 è il 15%.

Esercizio 460.

→ Ogni anno si moltiplica per 1,1: dopo n anni il fattore è $1,1^n$.

→ Serve $1,1^n > 2$.

→ $1,1^7 \approx 1,95$: non basta. $1,1^8 \approx 2,14$: basta.

→ Risposta: dopo **8** anni. (non 10, come suggerirebbe il 10% moltiplicato per 10)

10. Grandezze proporzionali**Esercizio 461.**

→ Più operai, meno giorni: le grandezze sono **inversamente** proporzionali. (prima si decide questo)

→ Nelle inverse è costante il *prodotto*: $3 \cdot 12 = 36$.

→ Con 6 operai: $6 \cdot x = 36$, quindi $x = \mathbf{6}$ giorni.

→ L'errore da evitare: impostare $3 : 12 = 6 : x$, che darebbe 24 giorni — più operai e più tempo, assurdo.

Esercizio 462.

→ Anche qui grandezze inversamente proporzionali: prodotto costante.

→ $4 \cdot 15 = 60$.

→ Per finirlo in 10 giorni: $x \cdot 10 = 60$, quindi $x = \mathbf{6}$ operai.

→ Controllo di ragionevolezza: serve meno tempo, quindi più operai. Torna.

11. Problemi

Esercizio 471.

→ «I $\frac{3}{5}$ di 200» si calcola moltiplicando.

$$\rightarrow 200 \cdot \frac{3}{5} = \frac{600}{5} = \mathbf{120} \text{ pagine.}$$

→ Trucco pratico: si divide per 5 (fa 40) e si moltiplica per 3.

Esercizio 472.

→ Qui è il problema inverso: si conosce la parte, si cerca il tutto.

$$\rightarrow \frac{2}{7} \cdot T = 50, \text{ quindi } T = 50 : \frac{2}{7}.$$

$$\rightarrow 50 \cdot \frac{7}{2} = \mathbf{175} \text{ euro. (dividere per una frazione: si moltiplica per il reciproco)}$$

→ Controllo: i $\frac{2}{7}$ di 175 sono 50. Torna.

Esercizio 479.

→ Dopo la prima lettura resta $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ del libro.

→ La seconda lettura è $\frac{1}{3}$ di quel resto: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$. (non un terzo del libro intero)

→ Letto in tutto $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$; resta $\frac{2}{5}$.

$$\rightarrow \frac{2}{5} \cdot T = 60, \text{ quindi } T = 60 \cdot \frac{5}{2} = \mathbf{150} \text{ pagine.}$$

→ Controllo: 60 lette, restano 90; un terzo di 90 è 30; $90 - 30 = 60$. Torna.

Esercizio 480.

→ Il livello passa da $\frac{3}{8}$ a $\frac{5}{8}$: la differenza è $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

→ Quel quarto corrisponde a 60 litri.

→ Quindi il totale è $60 \cdot 4 = \mathbf{240}$ litri.

→ Controllo: $\frac{3}{8}$ di 240 è 90; $90 + 60 = 150$, che è $\frac{5}{8}$ di 240. Torna.

Esercizio 491.

- Sia f l'età del figlio: il padre ha $3f$.
- Fra 10 anni: figlio $f + 10$, padre $3f + 10$.
- La condizione è $3f + 10 = 2(f + 10)$.
- $3f + 10 = 2f + 20$, quindi $f = 10$ anni.
- Controllo: oggi 10 e 30; fra dieci anni 20 e 40, e $40 = 2 \cdot 20$.
-

Esercizio 492.

- In un'ora il tubo riempie $\frac{1}{4}$ della vasca, lo scarico ne toglie $\frac{1}{6}$.
- Insieme: $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$ di vasca all'ora. (denominatore comune 12)
- Se in un'ora se ne riempie $\frac{1}{12}$, per tutta la vasca servono **12** ore.
- Nota: se lo scarico fosse più veloce del tubo, la vasca non si riempirebbe mai.
-

Esercizio 493.

- «Un numero aumentato dei suoi $\frac{2}{3}$ » è $x + \frac{2}{3}x = \frac{5}{3}x$.
- $\frac{5}{3}x = 80$.
- $x = 80 \cdot \frac{3}{5} = 48$.
- Controllo: i $\frac{2}{3}$ di 48 sono 32, e $48 + 32 = 80$. Torna.
-

Esercizio 494.

- $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1$. (si spezza la somma, non si «cancella» niente)
- Sostituendo: $\frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$.
- Controllo con numeri: $a = 2, b = 3$ danno $\frac{5}{3}$; con $a = 4, b = 6$ si ottiene $\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$. (il risultato non dipende dalla coppia scelta)
-

Esercizio 495.

- Somma $\frac{5}{6}$ e differenza $\frac{1}{6}$.

→ Il maggiore è (somma + differenza) diviso 2: $\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) : 2 = 1 : 2 = \frac{1}{2}$.

→ Il minore è (somma – differenza) diviso 2: $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{6}\right) : 2 = \frac{4}{6} : 2 = \frac{1}{3}$.

→ Risposta: $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.

→ Controllo: la somma fa $\frac{5}{6}$ e la differenza $\frac{1}{6}$. Torna.

Esercizio 496.

→ Basta un controesempio, e il più semplice è $n = 1$. (per smontare una regola falsa serve un caso solo)

→ A sinistra: $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

→ A destra: $\frac{2}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{2}{3}$.

→ $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{3}$: la regola è falsa.

→ Il motivo generale: sommando frazioni non si sommano i numeratori fra loro e i denominatori fra loro.

Esercizio 497.

→ Siano $x < y$ due razionali. Considero la loro media $m = \frac{x + y}{2}$.

→ m è un razionale: somma e divisione di razionali danno un razionale.

→ E sta in mezzo: la media di due numeri distinti è sempre compresa fra loro, quindi $x < m < y$.

→ Ripetendo il ragionamento fra x e m se ne trovano **infiniti**. (è la densità di $\mathbb{Q}$)

Esercizio 498.

→ **Sempre**, per qualunque scelta di valori positivi. Il numero $\frac{a + c}{b + d}$ si chiama *mediante*.

→ Esempio: $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$; la mediante è $\frac{1 + 3}{2 + 4} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

→ E infatti $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

→ Attenzione: la mediante **non** è la media aritmetica, ed è un altro numero. Qui sommare i numeratori ha senso, ma non è una somma di frazioni.

Esercizio 499.

- Attenzione: 120 è il prezzo di *vendita*, non il costo. (è la trappola del problema)
 - Primo oggetto, guadagno del 20%: $120 = C_1 \cdot 1,2$, quindi $C_1 = 100$.
 - Secondo oggetto, perdita del 20%: $120 = C_2 \cdot 0,8$, quindi $C_2 = 150$.
 - Costo totale 250, incasso totale 240: **perde 10** euro.
 - Le due percentuali si applicano a costi diversi, quindi non si compensano.
-

Esercizio 500.

- Sia $x = 0,\overline{9}$.
 - Moltiplico per 10: $10x = 9,\overline{9}$.
 - Sottraggo: $10x - x = 9$, perché le code infinite sono identiche e si cancellano.
 - $9x = 9$, quindi $x = 1$.
 - Non è un'approssimazione: se $0,\overline{9}$ e 1 fossero diversi, in mezzo ci starebbe un altro numero — e non c'è.
-