

SOLUZIONI: INSIEMI

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni passaggio porta accanto il motivo che lo autorizza. Dove serve, il procedimento si chiude con il **controllo**: le cardinalità che tornano, il totale che si ricompone, i dati di partenza che si ritrovano risalendo.

Esercizio 1.

→ Mi chiedo se il criterio è **oggettivo**: due persone diverse deciderebbero allo stesso modo? (è la definizione di insieme)

→ «le ragazze della tua classe il cui nome inizia con la lettera m»: il criterio è oggettivo: o il nome inizia per m o no.

→ Quindi è un insieme: **sì**.

Esercizio 2.

→ Mi chiedo se il criterio è **oggettivo**: due persone diverse deciderebbero allo stesso modo? (è la definizione di insieme)

→ «le montagne alte del Piemonte»: «alta» non ha una soglia: manca il criterio oggettivo.

→ Quindi non è un insieme: **no**.

Esercizio 13.

→ Prima **calcolo** -15 , poi guardo dove sta. (il numero conta per quanto vale, non per come è scritto)

→ $-15 \in \mathbb{Z}$ (un numero di $\mathbb{N}$ sta anche in $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$)

Esercizio 14.

→ Prima **calcolo** $\sqrt{3}$, poi guardo dove sta. (il numero conta per quanto vale, non per come è scritto)

→ $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ (un numero di $\mathbb{N}$ sta anche in $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$)

Esercizio 25.

→ Prima **calcolo** -2 , poi guardo dove sta. (il numero conta per quanto vale, non per come è scritto)

→ $-2 \in \mathbb{Z}$ (un numero di $\mathbb{N}$ sta anche in $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$)

Esercizio 26.

→ Prima **calcolo** -1 , poi guardo dove sta. (il numero conta per quanto vale, non per come è scritto)

→ $-1 \in \mathbb{Q}$ (un numero di $\mathbb{N}$ sta anche in $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$)

Esercizio 31.

→ Scrivo l'insieme per elencazione: $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$. (sono i divisori di 36)

→ Cerco 6 nell'elenco.

→ $6 \in A$

Esercizio 32.

→ Scrivo l'insieme per elencazione: $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$. (sono i divisori di 36)

→ Cerco 5 nell'elenco.

→ $5 \notin A$

Esercizio 36.

→ Scrivo l'insieme per elencazione: $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$. (sono i numeri primi minori di 20)

→ Cerco 2 nell'elenco.

→ $2 \in A$

Esercizio 37.

→ Scrivo l'insieme per elencazione: $A = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$. (sono i multipli di 4 minori di 30)

→ Cerco 0 nell'elenco.

→ $0 \in A$

Esercizio 46.

→ Devo elencare i divisori di 100.

→ $\{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$ (ogni elemento una volta sola, e l'ordine non conta)

Esercizio 47.

→ Devo elencare i divisori di 20.

→ $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ (ogni elemento una volta sola, e l'ordine non conta)

Esercizio 68.

→ Devo elencare i numeri interi di valore assoluto minore o uguale a 3.

→ $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ (ogni elemento una volta sola, e l'ordine non conta)

Esercizio 69.

→ Devo elencare i primi 5 quadrati perfetti.

→ $\{1, 4, 9, 16, 25\}$ (ogni elemento una volta sola, e l'ordine non conta)

Esercizio 80.

→ Guardo che cosa hanno in comune gli elementi di $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$. (primo passo del metodo)

→ Sono i divisori di 30.

→ $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è divisore di } 30\}$ (l'insieme di partenza va sempre dichiarato)

→ Controllo rifacendo l'elenco dalla proprietà: torna $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

Esercizio 81.

→ Guardo che cosa hanno in comune gli elementi di $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$. (primo passo del metodo)

→ Sono i divisori di 24.

→ $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è divisore di } 24\}$ (l'insieme di partenza va sempre dichiarato)

→ Controllo rifacendo l'elenco dalla proprietà: torna $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

Esercizio 90.

→ Guardo che cosa hanno in comune gli elementi di $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. (primo passo del metodo)

→ Sono i numeri naturali compresi fra 3 e 10, estremi inclusi.

→ $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 10\}$ (l'insieme di partenza va sempre dichiarato)

→ Controllo rifacendo l'elenco dalla proprietà: torna $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Esercizio 91.

→ Guardo che cosa hanno in comune gli elementi di $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. (primo passo del metodo)

→ Sono i numeri naturali compresi fra 1 e 7, estremi inclusi.

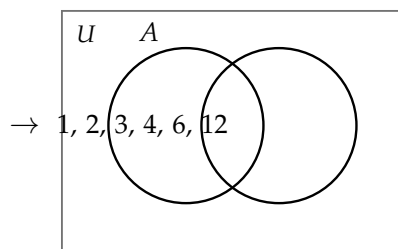
→ $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 7\}$ (l'insieme di partenza va sempre dichiarato)

→ Controllo rifacendo l'elenco dalla proprietà: torna $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Esercizio 98.

→ Elenco: $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

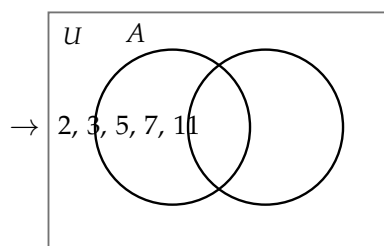
→ Disegno una linea chiusa e ci metto dentro un elemento per posto.



Esercizio 99.

→ Elenco: $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$.

→ Disegno una linea chiusa e ci metto dentro un elemento per posto.

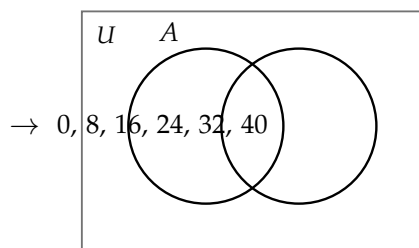


Esercizio 108.

→ Per elencazione: $\{0, 8, 16, 24, 32, 40\}$

→ Per proprietà caratteristica: $\{x \in \mathbb{N} \mid x = 8n, n \in \mathbb{N}, x < 46\}$

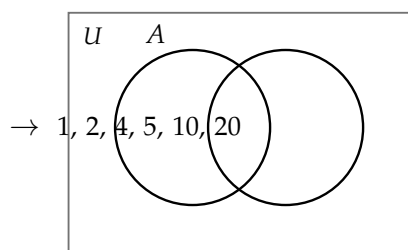
→ Col diagramma:

**Esercizio 109.**

→ Per elencazione: $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

→ Per proprietà caratteristica: $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è divisore di } 20\}$

→ Col diagramma:

**Esercizio 116.**

→ Cerco un elemento che soddisfi «i quadrati con angoli acuti».

→ Non ce n'è nessuno: $\emptyset$.

Esercizio 117.

→ Cerco un elemento che soddisfi «i numeri naturali maggiori di 2 e minori di 3».

→ Non ce n'è nessuno: $\emptyset$.

Esercizio 121.

→ Cerco un elemento che soddisfi «i numeri naturali compresi fra 0 e 1, estremi esclusi».

→ Non ce n'è nessuno: $\emptyset$.

Esercizio 122.

→ Cerco un elemento che soddisfi «i numeri primi pari».

→ Ce n'è almeno uno, quindi è **non vuoto**.

Esercizio 131.

→ Elenco: $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$.

→ Conto gli elementi: $|A| = 9$. (la cardinalità è il numero degli elementi)

Esercizio 132.

→ Elenco: $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$.

→ Conto gli elementi: $|A| = 9$. (la cardinalità è il numero degli elementi)

Esercizio 143.

→ Elenco: $A = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

→ Conto gli elementi: $|A| = 13$. (la cardinalità è il numero degli elementi)

Esercizio 144.

→ Elenco: $A = \{0, 7, 14, 21, 28, 35\}$.

→ Conto gli elementi: $|A| = 6$. (la cardinalità è il numero degli elementi)

Esercizio 149.

→ Provo a elencare gli elementi di «i numeri primi pari».

→ **finito** (finito se l'elenco si chiude, infinito se non finisce mai, vuoto se non parte)

Esercizio 150.

→ Provo a elencare gli elementi di «i punti di un segmento».

→ **infinito** (finito se l'elenco si chiude, infinito se non finisce mai, vuoto se non parte)

Esercizio 155.

→ Provo a elencare gli elementi di «i divisori di 1800».

→ **finito** (finito se l'elenco si chiude, infinito se non finisce mai, vuoto se non parte)

Esercizio 156.

→ Provo a elencare gli elementi di «le cellule del tuo corpo».

→ **finito** (finito se l'elenco si chiude, infinito se non finisce mai, vuoto se non parte)

Esercizio 161.

→ $B = \{2, 4\}$ e $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

→ Controllo gli elementi di B uno per uno: ci stanno tutti in A .

→ A ha in più $\{1, 3, 5\}$.

→ $B \subset A$, sottoinsieme **proprio**.

Esercizio 162.

→ $B = \{1, 2\}$ e $A = \{1, 2\}$.

→ Controllo gli elementi di B uno per uno: ci stanno tutti in A .

→ $B \subseteq A$, e l'inclusione è **impropria**: i due insiemi sono uguali. ($A \subseteq A$ vale sempre)

Esercizio 176.

→ $B = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27\}$ e $A = \{0, 6, 12, 18, 24\}$.

→ Cerco un elemento di B che non stia in A : trovo 3, 9, 15, 21, 27. (basta un controesempio)

→ $B \not\subseteq A$

Esercizio 177.

→ $B = \{1, 2, 4, 8\}$ e $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

→ Controllo gli elementi di B uno per uno: ci stanno tutti in A .

→ A ha in più $\{3, 6, 12, 24\}$.

→ $B \subset A$, sottoinsieme **proprio**.

Esercizio 186.

→ $A = \{a, b\}$, quindi $|A| = 2$.

→ I sottoinsiemi in tutto sono $2^2 = 4$; togliendo i due impropri ($\emptyset$ e A) restano 2. (è il controllo del conto)

→ $\{a\}$, $\{b\}$ (prima quelli da un elemento, poi da due, e così via)

Esercizio 187.

→ $A = \{1, 2, 3\}$, quindi $|A| = 3$.

→ I sottoinsiemi in tutto sono $2^3 = 8$; togliendo i due impropri ($\emptyset$ e A) restano 6. (è il controllo del conto)

→ $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ (prima quelli da un elemento, poi da due, e così via)

Esercizio 194.

→ $A = \{0, 5\}$, quindi $|A| = 2$.

→ I sottoinsiemi in tutto sono $2^2 = 4$; togliendo i due impropri ($\emptyset$ e A) restano 2. (è il controllo del conto)

→ $\{0\}$, $\{5\}$ (prima quelli da un elemento, poi da due, e così via)

Esercizio 195.

→ $A = \{2, 5, 9\}$, quindi $|A| = 3$.

→ I sottoinsiemi in tutto sono $2^3 = 8$; togliendo i due impropri ($\emptyset$ e A) restano 6. (è il controllo del conto)

→ $\{2\}$, $\{5\}$, $\{9\}$, $\{2, 5\}$, $\{2, 9\}$, $\{5, 9\}$ (prima quelli da un elemento, poi da due, e così via)

Esercizio 201.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $\{2, 3, 5\} \subseteq A$: tutti e tre stanno in A .

→ giusta

Esercizio 202.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $\{7\} \subset A$: $7 \in A$ e A ha altri elementi.

→ giusta

Esercizio 208.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $A \subseteq A$: ogni insieme è sottoinsieme di sé stesso.

→ giusta

Esercizio 209.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $\{6\} \in \{4, 6\}$: è un insieme: va $\{6\} \subset \{4, 6\}$.

→ sbagliata

Esercizio 210.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $2 \notin \mathbb{N}$: 2 è un numero naturale.

→ sbagliata

Esercizio 211.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $\{0\} \in \emptyset$: il vuoto non ha elementi.

→ sbagliata

Esercizio 212.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $\{0\} \subset \emptyset$: il vuoto non ha sottoinsiemi propri.

→ sbagliata

Esercizio 213.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $\mathbb{N} \in \mathbb{Q}$: $\mathbb{N}$ è un insieme: va $\subset$.

→ sbagliata

Esercizio 214.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $\{-\frac{2}{5}\} \subset \mathbb{Q}$: $-\frac{2}{5}$ è razionale, e le graffe fanno un insieme.

→ giusta

Esercizio 215.

→ A sinistra di $\in$ ci va un **elemento**, a sinistra di $\subset$ un **insieme**. (è la regola che decide)

→ $9 \in \{9\}$: 9 è l'unico elemento.

→ giusta

Esercizio 216.

→ Elenco i due insiemi: $\{a, c, e, l, s\}$ e $\{a, c, e, l, s\}$.

→ Ogni elemento del primo sta nel secondo e viceversa. (doppia inclusione)

→ Sono lo stesso insieme: sì.

Esercizio 217.

→ Elenco i due insiemi: $\{a, c, l, s\}$ e $\{a, c, l, s\}$.

→ Ogni elemento del primo sta nel secondo e viceversa. (doppia inclusione)

→ Sono lo stesso insieme: sì.

Esercizio 226.

→ $A = \{a\}$, quindi $|A| = 1$ e i sottoinsiemi sono $2^1 = 2$. (così so quando fermarmi)

→ Li scrivo in ordine di cardinalità: prima $\emptyset$, poi quelli da un elemento, poi da due...

$$\rightarrow \mathcal{P}(\mathbf{A}) = \{\emptyset, \{\mathbf{a}\}\}$$

Esercizio 227.

$\rightarrow A = \{1, 2\}$, quindi $|A| = 2$ e i sottoinsiemi sono $2^2 = 4$. (così so quando fermarmi)

$\rightarrow$ Li scrivo in ordine di cardinalità: prima $\emptyset$, poi quelli da un elemento, poi da due...

$$\rightarrow \mathcal{P}(\mathbf{A}) = \{\emptyset, \{\mathbf{1}\}, \{\mathbf{2}\}, \{\mathbf{1}, \mathbf{2}\}\}$$

Esercizio 238.

$\rightarrow A = \{7\}$, quindi $|A| = 1$ e i sottoinsiemi sono $2^1 = 2$. (così so quando fermarmi)

$\rightarrow$ Li scrivo in ordine di cardinalità: prima $\emptyset$, poi quelli da un elemento, poi da due...

$$\rightarrow \mathcal{P}(\mathbf{A}) = \{\emptyset, \{\mathbf{7}\}\}$$

Esercizio 239.

$\rightarrow A = \{e, s, t\}$, quindi $|A| = 3$ e i sottoinsiemi sono $2^3 = 8$. (così so quando fermarmi)

$\rightarrow$ Li scrivo in ordine di cardinalità: prima $\emptyset$, poi quelli da un elemento, poi da due...

$$\rightarrow \mathcal{P}(\mathbf{A}) = \{\emptyset, \{\mathbf{e}\}, \{\mathbf{s}\}, \{\mathbf{t}\}, \{\mathbf{e}, \mathbf{s}\}, \{\mathbf{e}, \mathbf{t}\}, \{\mathbf{s}, \mathbf{t}\}, \{\mathbf{e}, \mathbf{s}, \mathbf{t}\}\}$$

Esercizio 244.

$\rightarrow$ Elenco l'insieme: $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$. (sono i divisori di 30)

$$\rightarrow |A| = 8.$$

$$\rightarrow |\mathcal{P}(\mathbf{A})| = 2^8 = 256 \text{ (} 2^n, \text{ non } 2n: \text{ con } n = 5 \text{ sono } 32 \text{ e non } 10)$$

Esercizio 245.

$\rightarrow$ Elenco l'insieme: $A = \{e, s, t\}$. (sono le lettere della parola «sette»)

$$\rightarrow |A| = 3.$$

$$\rightarrow |\mathcal{P}(\mathbf{A})| = 2^3 = 8 \text{ (} 2^n, \text{ non } 2n: \text{ con } n = 5 \text{ sono } 32 \text{ e non } 10)$$

Esercizio 250.

→ Elenco l'insieme: $A = \{e, f, i, o, r\}$. (sono le lettere della parola «fiore»)

→ $|A| = 5$.

→ $|\mathcal{P}(A)| = 2^5 = 32$ (2^n , non $2n$: con $n = 5$ sono 32 e non 10)

Esercizio 251.

→ Elenco l'insieme: $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. (sono i numeri interi di valore assoluto minore o uguale a 2)

→ $|A| = 5$.

→ $|\mathcal{P}(A)| = 2^5 = 32$ (2^n , non $2n$: con $n = 5$ sono 32 e non 10)

Esercizio 258.

→ $\mathcal{P}(A)$ ha 2^4 elementi se $|A| = 4$.

→ È la formula.

→ vero

Esercizio 259.

→ Se $|A| = 3$ i sottoinsiemi sono 8, insieme vuoto e A compresi.

→ $2^3 = 8$.

→ vero

Esercizio 260.

→ Un insieme con 4 elementi ha 8 sottoinsiemi.

→ Ne ha $2^4 = 16$.

→ falso

Esercizio 261.

→ $\mathcal{P}(\emptyset)$ non ha elementi.

→ Ne ha uno: l'insieme vuoto, e $2^0 = 1$.

→ falso

Esercizio 262.

→ $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$.

→ L'unico sottoinsieme del vuoto è il vuoto.

→ vero

Esercizio 263.

→ Dato $A = \{a, b, c\}$ si ha $\{a, b\} \in \mathcal{P}(A)$.

→ Gli elementi di $\mathcal{P}(A)$ sono i sottoinsiemi di A .

→ vero

Esercizio 264.

→ Dato $A = \{a, b, c\}$ si ha $\{a, b\} \subset A$.

→ È un sottoinsieme proprio.

→ vero

Esercizio 265.

→ $A \in \mathcal{P}(A)$.

→ A è sottoinsieme improprio di sé stesso.

→ vero

Esercizio 266.

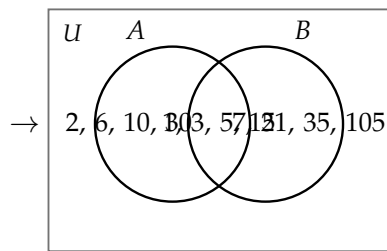
→ $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105\}$. (i divisori di 30; i divisori di 105)

→ L'unione prende gli elementi che stanno in A o in B , ognuno una volta sola. (l'«o» è inclusivo)

→ Gli elementi comuni 1, 3, 5, 15 si scrivono una volta.

→ $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 15, 21, 30, 35, 105\}$

→ Controllo: $|A| + |B| - |A \cap B| = 8 + 8 - 4 = 12$, e l'elenco ha 12 elementi.

**Esercizio 267.**

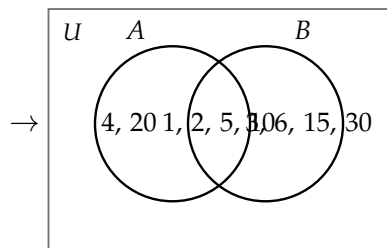
→ $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ e $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$. (i divisori di 20; i divisori di 30)

→ L'unione prende gli elementi che stanno in A o in B , ognuno una volta sola. (l'«o» è inclusivo)

→ Gli elementi comuni 1, 2, 5, 10 si scrivono una volta.

→ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15, 20, 30\}$

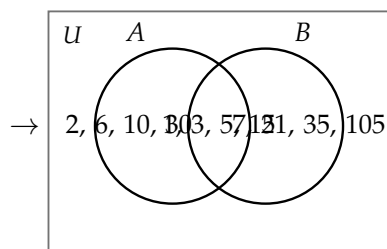
→ Controllo: $|A| + |B| - |A \cap B| = 6 + 8 - 4 = 10$, e l'elenco ha 10 elementi.

**Esercizio 274.**

→ $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105\}$. (i divisori di 30; i divisori di 105)

→ L'intersezione prende solo gli elementi che stanno in A e in B .

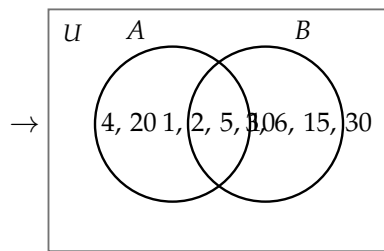
→ $A \cap B = \{1, 3, 5, 15\}$

**Esercizio 275.**

→ $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ e $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$. (i divisori di 20; i divisori di 30)

→ L'intersezione prende solo gli elementi che stanno in A e in B .

→ $A \cap B = \{1, 2, 5, 10\}$

**Esercizio 282.**

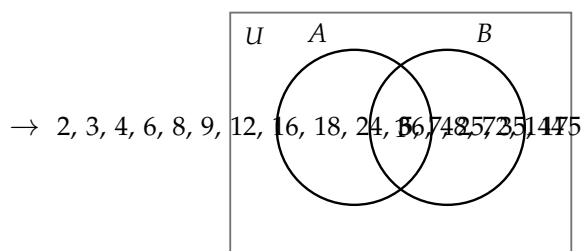
→ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144\}$ e $B = \{1, 5, 7, 25, 35, 175\}$. (i divisori di 144; i divisori di 175)

→ L'unione prende gli elementi che stanno in A o in B , ognuno una volta sola. (l'«o» è inclusivo)

→ Gli elementi comuni 1 si scrivono una volta.

→ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 25, 35, 36, 48, 72, 144, 175\}$

→ Controllo: $|A| + |B| - |A \cap B| = 15 + 6 - 1 = 20$, e l'elenco ha 20 elementi.

**Esercizio 283.**

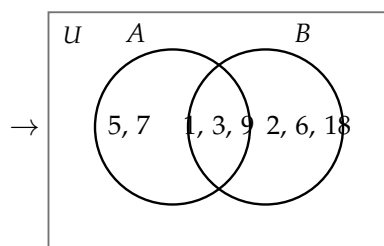
→ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ e $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$. (i numeri dispari minori di 10; i divisori di 18)

→ L'unione prende gli elementi che stanno in A o in B , ognuno una volta sola. (l'«o» è inclusivo)

→ Gli elementi comuni 1, 3, 9 si scrivono una volta.

→ $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 18\}$

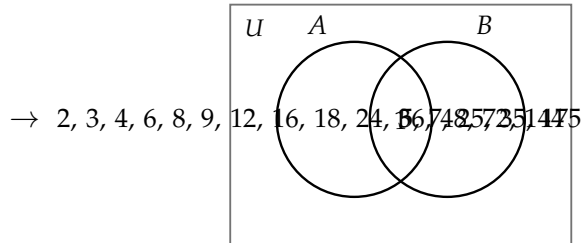
→ Controllo: $|A| + |B| - |A \cap B| = 5 + 6 - 3 = 8$, e l'elenco ha 8 elementi.

**Esercizio 289.**

→ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144\}$ e $B = \{1, 5, 7, 25, 35, 175\}$. (i divisori di 144; i divisori di 175)

→ L'intersezione prende solo gli elementi che stanno in A e in B .

→ $A \cap B = \{1\}$

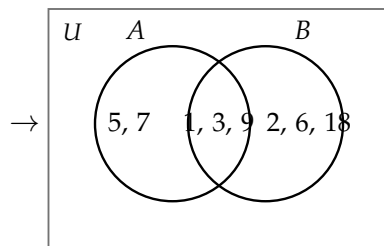


Esercizio 290.

→ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ e $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$. (i numeri dispari minori di 10; i divisori di 18)

→ L'intersezione prende solo gli elementi che stanno in A e in B .

→ $A \cap B = \{1, 3, 9\}$



Esercizio 296.

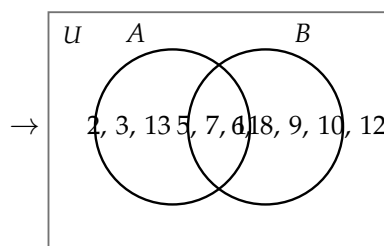
→ $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ e $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. (i numeri primi minori di 15; i numeri naturali compresi fra 5 e 12, estremi inclusi)

→ L'unione prende gli elementi che stanno in A o in B , ognuno una volta sola. (l'«o» è inclusivo)

→ Gli elementi comuni 5, 7, 11 si scrivono una volta.

→ $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

→ Controllo: $|A| + |B| - |A \cap B| = 6 + 8 - 3 = 11$, e l'elenco ha 11 elementi.



Esercizio 297.

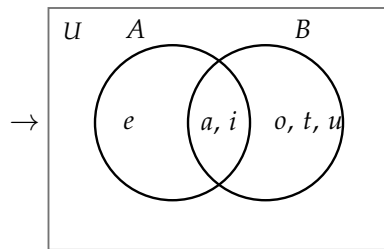
→ $A = \{a, e, i\}$ e $B = \{a, i, o, t, u\}$. (le vocali della parola «matematica»; le lettere della parola «aiuto»)

→ L'unione prende gli elementi che stanno in A o in B , ognuno una volta sola. (l'«o» è inclusivo)

→ Gli elementi comuni a, i si scrivono una volta.

→ $A \cup B = \{a, e, i, o, t, u\}$

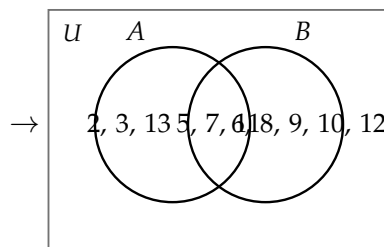
→ Controllo: $|A| + |B| - |A \cap B| = 3 + 5 - 2 = 6$, e l'elenco ha 6 elementi.

**Esercizio 301.**

→ $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ e $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. (i numeri primi minori di 15; i numeri naturali compresi fra 5 e 12, estremi inclusi)

→ L'intersezione prende solo gli elementi che stanno in A e in B .

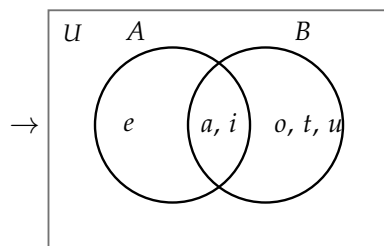
→ $A \cap B = \{5, 7, 11\}$

**Esercizio 302.**

→ $A = \{a, e, i\}$ e $B = \{a, i, o, t, u\}$. (le vocali della parola «matematica»; le lettere della parola «aiuto»)

→ L'intersezione prende solo gli elementi che stanno in A e in B .

→ $A \cap B = \{a, i\}$



Esercizio 306.

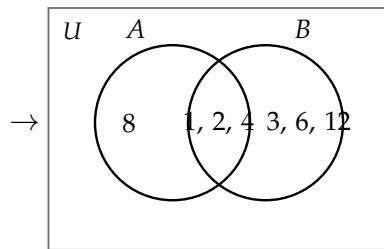
→ $A = \{1, 2, 4, 8\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$. (i divisori di 8; i divisori di 12)

→ L'unione prende gli elementi che stanno in A o in B , ognuno una volta sola. (l'«o» è inclusivo)

→ Gli elementi comuni 1, 2, 4 si scrivono una volta.

→ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$

→ Controllo: $|A| + |B| - |A \cap B| = 4 + 6 - 3 = 7$, e l'elenco ha 7 elementi.

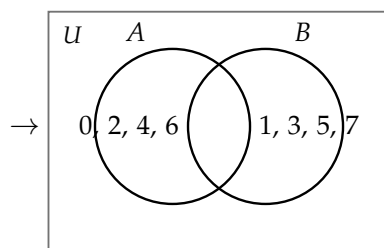
**Esercizio 307.**

→ $A = \{0, 2, 4, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7\}$. (i numeri pari minori di 8; i numeri dispari minori di 8)

→ L'unione prende gli elementi che stanno in A o in B , ognuno una volta sola. (l'«o» è inclusivo)

→ $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

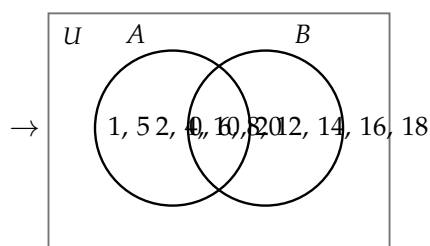
→ Controllo: $|A| + |B| - |A \cap B| = 4 + 4 - 0 = 8$, e l'elenco ha 8 elementi.

**Esercizio 316.**

→ $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$. (i divisori di 20; i multipli di 2 minori di 21)

→ L'intersezione prende solo gli elementi che stanno in A e in B .

→ $A \cap B = \{2, 4, 10, 20\}$

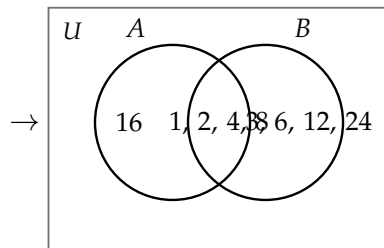


Esercizio 317.

→ $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$. (i divisori di 16; i divisori di 24)

→ L'intersezione prende solo gli elementi che stanno in A e in B .

→ $A \cap B = \{1, 2, 4, 8\}$

**Esercizio 326.**

→ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ e $B = \{1, 5, 11, 55\}$.

→ $A \cap B = \{1\}$: non sono disgiunti, no.

Esercizio 327.

→ $A = \{1, 5, 11, 55\}$ e $B = \{0, 12, 24, 36, 48\}$.

→ Nessun elemento sta in tutti e due: $A \cap B = \emptyset$, sono **disgiunti**, sì.

Esercizio 336.

→ Parto da dentro le parentesi. (fra $\cup$ e $\cap$ non c'è precedenza: decidono solo le parentesi)

→ $B \cap C = \{2, 3, 9\}$

→ $A \cap (B \cap C) = \{2\}$

Esercizio 337.

→ Parto da dentro le parentesi. (fra $\cup$ e $\cap$ non c'è precedenza: decidono solo le parentesi)

→ $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$

→ $A \cap (B \cup C) = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Esercizio 346.

→ Parto da dentro le parentesi. (fra $\cup$ e $\cap$ non c'è precedenza: decidono solo le parentesi)

$$\rightarrow A \cap B = \{2, 4, 8, 10\}$$

$$\rightarrow (A \cap B) \cup C = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$$

Esercizio 347.

→ Parto da dentro le parentesi. (fra $\cup$ e $\cap$ non c'è precedenza: decidono solo le parentesi)

$$\rightarrow B - C = \{1, 4, 7, 8, 10\}$$

$$\rightarrow A \cap (B - C) = \{4, 8, 10\}$$

Esercizio 366.

→ È la proprietà **commutativa dell'unione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

$$\rightarrow \text{Primo membro: } A \cup C = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}.$$

$$\rightarrow \text{Secondo membro: } C \cup A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}.$$

→ $\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 367.

→ È la proprietà **commutativa dell'intersezione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

$$\rightarrow \text{Primo membro: } B \cap C = \{2, 3, 9\}.$$

$$\rightarrow \text{Secondo membro: } C \cap B = \{2, 3, 9\}.$$

→ $\{2, 3, 9\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 373.

→ È la proprietà **commutativa dell'intersezione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

$$\rightarrow \text{Primo membro: } A \cap C = \{2, 6\}.$$

$$\rightarrow \text{Secondo membro: } C \cap A = \{2, 6\}.$$

→ $\{2, 6\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 374.

→ È la proprietà **associativa dell'unione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

→ Primo membro: $(B \cup C) \cup A = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$.

→ Secondo membro: $B \cup (C \cup A) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$.

→ $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 375.

→ È la proprietà **associativa dell'intersezione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

→ Primo membro: $(B \cap C) \cap A = \{2\}$.

→ Secondo membro: $B \cap (C \cap A) = \{2\}$.

→ $\{2\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 376.

→ È la proprietà **distributiva dell'unione rispetto all'intersezione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

→ Primo membro: $B \cup (A \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

→ Secondo membro: $(B \cup A) \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

→ $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 377.

→ È la proprietà **distributiva dell'intersezione rispetto all'unione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

→ Primo membro: $C \cap (A \cup B) = \{2, 3, 6, 9\}$.

→ Secondo membro: $(C \cap A) \cup (C \cap B) = \{2, 3, 6, 9\}$.

→ $\{2, 3, 6, 9\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 378.

→ È la proprietà **distributiva dell'intersezione rispetto all'unione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

→ Primo membro: $B \cap (A \cup C) = \{2, 3, 4, 8, 9, 10\}$.

→ Secondo membro: $(B \cap A) \cup (B \cap C) = \{2, 3, 4, 8, 9, 10\}$.

→ $\{2, 3, 4, 8, 9, 10\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 379.

→ È la proprietà **distributiva dell'unione rispetto all'intersezione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

→ Primo membro: $C \cup (A \cap B) = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$.

→ Secondo membro: $(C \cup A) \cap (C \cup B) = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$.

→ $\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 380.

→ È la proprietà **associativa dell'unione**. I due membri si calcolano separatamente e si confrontano alla fine. (chi calcola il primo e poi ricopia non sta verificando niente)

→ Primo membro: $(A \cup C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$.

→ Secondo membro: $A \cup (C \cup B) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$.

→ $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$: i due insiemi hanno gli stessi elementi, la proprietà è verificata.

Esercizio 381.

→ $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, con $|A| = 11$.

→ Controllo veloce con le cardinalità: $5 + 4 + 2 = 11$, contro $|A| = 11$. (se sono disgiunti la somma deve fare esattamente $|A|$)

→ Le tre condizioni ci sono tutte: l'unione dà A , i gruppi sono disgiunti, nessuno è vuoto.

→ È una partizione: sì.

Esercizio 382.

→ $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, con $|A| = 11$.

→ Controllo veloce con le cardinalità: $3 + 3 + 6 = 12$, contro $|A| = 11$. (se sono disgiunti la somma deve fare esattamente $|A|$)

→ Salta una condizione: $\{4\}$ sta in due gruppi.

→ Non è una partizione: **no**.

Esercizio 403.

→ $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, con $|A| = 6$.

→ Controllo veloce con le cardinalità: $3 + 4 = 7$, contro $|A| = 6$. (se sono disgiunti la somma deve fare esattamente $|A|$)

→ Salta una condizione: $\{4\}$ sta in due gruppi.

→ Non è una partizione: **no**.

Esercizio 404.

→ $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, con $|A| = 6$.

→ Controllo veloce con le cardinalità: $1 + 2 + 3 = 6$, contro $|A| = 6$. (se sono disgiunti la somma deve fare esattamente $|A|$)

→ Le tre condizioni ci sono tutte: l'unione dà A , i gruppi sono disgiunti, nessuno è vuoto.

→ È una partizione: **sì**.

Esercizio 416.

→ $A = \{-2, -1, 4, 5\}$ e $B = \{-2, 4\}$. (;)

→ $A - B$: **parto da** A e tolgo quelli che stanno anche in B , cioè $\{-2, 4\}$.

→ $A - B = \{-1, 5\}$

→ $B - A$: ora **parto da** B .

→ $B - A = \emptyset$ (la differenza non è commutativa)

Esercizio 417.

→ $A = \{1, 8\}$ e $B = \{0, 3\}$. (;)

→ $A - B$: **parto da** A e tolgo quelli che stanno anche in B , cioè nessuno.

→ $A - B = \{1, 8\}$

→ $B - A$: ora **parto da B**.

→ $B - A = \{0, 3\}$ (la differenza non è commutativa)

Esercizio 430.

→ $A = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\}$ e $B = \{0, 10, 20, 30\}$. (i multipli di 5 minori di 40; i multipli di 10 minori di 40)

→ $A - B$: **parto da A** e tolgo quelli che stanno anche in B, cioè $\{0, 10, 20, 30\}$.

→ $A - B = \{5, 15, 25, 35\}$

→ $B - A$: ora **parto da B**.

→ $B - A = \emptyset$ (la differenza non è commutativa)

Esercizio 431.

→ $A = \{a, g, o, t\}$ e $B = \{o, p, t\}$. (le lettere della parola «gatto»; le lettere della parola «topo»)

→ $A - B$: **parto da A** e tolgo quelli che stanno anche in B, cioè $\{o, t\}$.

→ $A - B = \{a, g\}$

→ $B - A$: ora **parto da B**.

→ $B - A = \{p\}$ (la differenza non è commutativa)

Esercizio 446.

→ Parto da dentro le parentesi. (fra $\cup$ e $\cap$ non c'è precedenza: decidono solo le parentesi)

→ $A - B = \{6\}$

Esercizio 447.

→ Parto da dentro le parentesi. (fra $\cup$ e $\cap$ non c'è precedenza: decidono solo le parentesi)

→ $B - A = \{1, 3, 7, 9\}$

Esercizio 466.

→ $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$.

→ Controllo che $A \subseteq U$: sì, altrimenti il complementare non esisterebbe. (un complementare senza universo che lo contiene non ha senso)

→ Tolgo da U gli elementi di A : $\overline{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

→ Controllo: $|A| + |\overline{A}| = 6 + 5 = 11 = |U|$.

Esercizio 467.

→ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e $A = \{2, 3, 5, 7\}$.

→ Controllo che $A \subseteq U$: sì, altrimenti il complementare non esisterebbe. (un complementare senza universo che lo contiene non ha senso)

→ Tolgo da U gli elementi di A : $\overline{A} = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$

→ Controllo: $|A| + |\overline{A}| = 4 + 6 = 10 = |U|$.

Esercizio 486.

→ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

→ Primo membro: $\overline{A \cup B} = \{7, 8\}$.

→ Secondo membro: $\overline{A} \cap \overline{B} = \{7, 8\}$.

→ $\{7, 8\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 487.

→ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

→ Primo membro: $\overline{A \cap B} = \{1, 2, 5, 6, 7, 8\}$.

→ Secondo membro: $\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7, 8\}$.

→ $\{1, 2, 5, 6, 7, 8\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 493.

→ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

→ Primo membro: $\overline{A \cap (B \cap C)} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$.

→ Secondo membro: $\overline{A} \cup (\overline{B} \cup \overline{C}) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$.

→ $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 494.

$$\rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

$$\rightarrow \text{Primo membro: } \overline{A - B} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

$$\rightarrow \text{Secondo membro: } \overline{A} \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

$\rightarrow \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 495.

$$\rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

$$\rightarrow \text{Primo membro: } \overline{C \cup B} = \{1, 7\}.$$

$$\rightarrow \text{Secondo membro: } \overline{C} \cap \overline{B} = \{1, 7\}.$$

$\rightarrow \{1, 7\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 496.

$$\rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

$$\rightarrow \text{Primo membro: } \overline{C \cap A} = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}.$$

$$\rightarrow \text{Secondo membro: } \overline{C} \cup \overline{A} = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}.$$

$\rightarrow \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 497.

$$\rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

$$\rightarrow \text{Primo membro: } A \cap \overline{B} = \{1, 2\}.$$

$$\rightarrow \text{Secondo membro: } A - B = \{1, 2\}.$$

$\rightarrow \{1, 2\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 498.

$$\rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

$$\rightarrow \text{Primo membro: } B \cap \overline{A} = \{5, 6\}.$$

→ Secondo membro: $B - A = \{5, 6\}$.

→ $\{5, 6\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 499.

→ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

→ Primo membro: $\overline{\overline{A}} = \{1, 2, 3, 4\}$.

→ Secondo membro: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

→ $\{1, 2, 3, 4\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 500.

→ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

→ Primo membro: $\overline{\overline{B}} = \{3, 4, 5, 6\}$.

→ Secondo membro: $B = \{3, 4, 5, 6\}$.

→ $\{3, 4, 5, 6\}$: l'uguaglianza è verificata. (il complementare scambia $\cup$ con $\cap$)

Esercizio 501.

→ Parto da dentro le parentesi. (fra $\cup$ e $\cap$ non c'è precedenza: decidono solo le parentesi)

→ $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8\}$

Esercizio 502.

→ Parto da dentro le parentesi. (fra $\cup$ e $\cap$ non c'è precedenza: decidono solo le parentesi)

→ $\overline{B} = \{1, 2, 7, 8\}$

Esercizio 516.

→ $A = \{0, 1\}$ e $B = \{x, y, z\}$.

→ Tengo fisso il primo elemento di A e faccio scorrere tutti quelli di B , poi passo al secondo. (è il modo di non perdere coppie)

→ $A \times B = \{(0; x), (0; y), (0; z), (1; x), (1; y), (1; z)\}$

→ Controllo: $|A| \cdot |B| = 2 \cdot 3 = 6$, e le coppie elencate sono 6.

Esercizio 517.

→ $A = \{-1, 1\}$ e $B = \{a, b, c\}$.

→ Tengo fisso il primo elemento di A e faccio scorrere tutti quelli di B , poi passo al secondo. (è il modo di non perdere coppie)

→ $A \times B = \{(-1; a), (-1; b), (-1; c), (1; a), (1; b), (1; c)\}$

→ Controllo: $|A| \cdot |B| = 2 \cdot 3 = 6$, e le coppie elencate sono 6.

Esercizio 528.

→ $A = \{1, 2\}$ e $B = \{1, 2\}$.

→ Tengo fisso il primo elemento di A e faccio scorrere tutti quelli di B , poi passo al secondo. (è il modo di non perdere coppie)

→ $A \times B = \{(1; 1), (1; 2), (2; 1), (2; 2)\}$

→ Controllo: $|A| \cdot |B| = 2 \cdot 2 = 4$, e le coppie elencate sono 4.

Esercizio 529.

→ $A = \{0\}$ e $B = \{0\}$.

→ Tengo fisso il primo elemento di A e faccio scorrere tutti quelli di B , poi passo al secondo. (è il modo di non perdere coppie)

→ $A \times B = \{(0; 0)\}$

→ Controllo: $|A| \cdot |B| = 1 \cdot 1 = 1$, e le coppie elencate sono 1.

Esercizio 536.

→ A è i divisori di 12: $|A| = 6$.

→ B è i numeri primi minori di 10: $|B| = 4$.

→ $|A \times B| = 6 \cdot 4 = 24$ (non serve elencare le coppie)

Esercizio 537.

→ A è le lettere della parola «matematica»: $|A| = 6$.

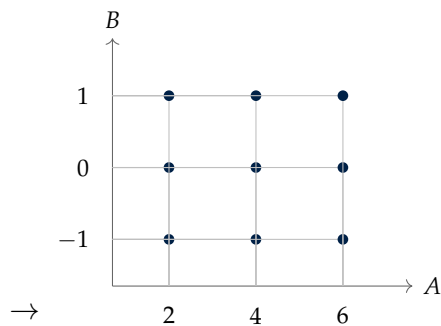
→ B è le cifre del numero 2021: $|B| = 3$.

→ $|A \times B| = 6 \cdot 3 = 18$ (non serve elencare le coppie)

Esercizio 551.

→ $A = \{2, 4, 6\}$ e $B = \{-1, 0, 1\}$: le coppie sono $3 \cdot 3 = 9$.

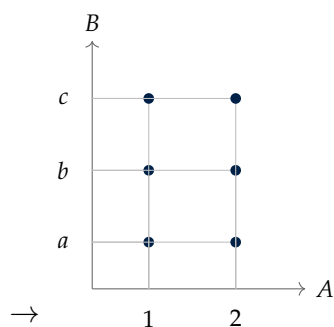
→ Metto A sull'asse orizzontale e B su quello verticale, e segno un punto per ogni coppia.



Esercizio 552.

→ $A = \{1, 2\}$ e $B = \{a, b, c\}$: le coppie sono $2 \cdot 3 = 6$.

→ Metto A sull'asse orizzontale e B su quello verticale, e segno un punto per ogni coppia.



Esercizio 559.

→ $A \times \emptyset = A$.

→ Senza elementi in B non si forma nessuna coppia: viene $\emptyset$.

→ falso

Esercizio 560.

→ Se $|A| = n$, allora $|A \times A| = n^2$.

→ Ogni elemento si accoppia con tutti, sé stesso compreso.

→ vero

Esercizio 561.

→ Se $|A| = n$, allora $|A \times A| = 2n$.

→ È n^2 : con $n = 5$ sono 25 coppie, non 10.

→ falso

Esercizio 562.

→ $A \times A$ non può mai avere 8 elementi.

→ $|A \times A|$ è un quadrato perfetto, e 8 non lo è.

→ vero

Esercizio 563.

→ $A \times B = B \times A$ se e solo se $A = B$.

→ Le coppie sono ordinate.

→ vero

Esercizio 564.

→ $|A \times B| = |B \times A|$ sempre.

→ Il prodotto $|A| \cdot |B|$ non cambia ordine.

→ vero

Esercizio 565.

→ È possibile che $A \times A$ contenga un solo elemento.

→ Sì, se A ha un elemento solo.

→ vero

Esercizio 566.

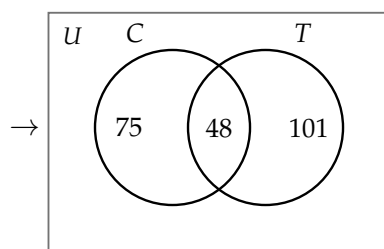
→ Do un nome agli insiemi: C = portatile, T = tablet.

→ Traduco in cardinalità: $|C| = 123$, $|T| = 149$, $|C \cup T| = 224$.

→ $123 + 149 = 272$, che è più di 224: la differenza sono quelli contati due volte. (è la formula $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$)

→ $|C \cap T| = 48$

→ Solo portatile: $123 - 48 = 75$. Solo tablet: $149 - 48 = 101$. (si parte sempre dal centro)



→ Controllo: $75 + 48 + 101 = 224$, il totale.

Esercizio 567.

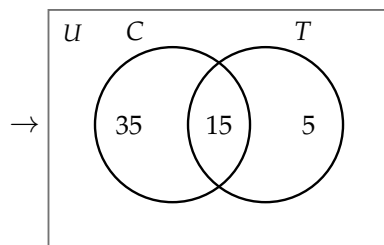
→ Do un nome agli insiemi: C = tennis, T = cavallo.

→ Traduco in cardinalità: $|C| = 50$, $|T| = 20$, $|C \cup T| = 55$.

→ $50 + 20 = 70$, che è più di 55: la differenza sono quelli contati due volte. (è la formula $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$)

→ $|C \cap T| = 15$

→ Solo tennis: $50 - 15 = 35$. Solo cavallo: $20 - 15 = 5$. (si parte sempre dal centro)



→ Controllo: $35 + 15 + 5 = 55$, il totale.

Esercizio 576.

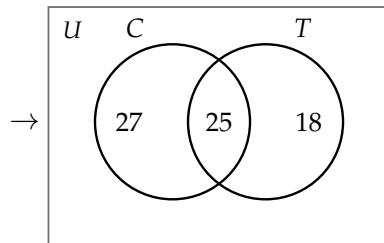
→ Do un nome agli insiemi: C = primo, T = secondo.

→ Traduco in cardinalità: $|C| = 52$, $|T| = 43$, $|C \cup T| = 70$.

→ $52 + 43 = 95$, che è più di 70: la differenza sono quelli contati due volte. (è la formula $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$)

→ $|C \cap T| = 25$

→ Solo primo: $52 - 25 = 27$. Solo secondo: $43 - 25 = 18$. (si parte sempre dal centro)



→ Controllo: $27 + 25 + 18 = 70$, il totale.

Esercizio 577.

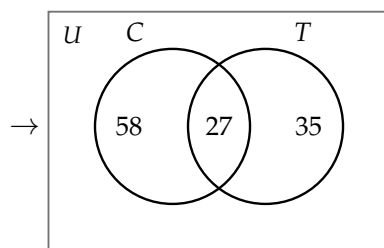
→ Do un nome agli insiemi: $C = \text{sala pesi}$, $T = \text{yoga}$.

→ Traduco in cardinalità: $|C| = 85$, $|T| = 62$, $|C \cup T| = 120$.

→ $85 + 62 = 147$, che è più di 120: la differenza sono quelli contati due volte. (è la formula $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$)

→ $|C \cap T| = 27$

→ Solo sala pesi: $85 - 27 = 58$. Solo yoga: $62 - 27 = 35$. (si parte sempre dal centro)



→ Controllo: $58 + 27 + 35 = 120$, il totale.

Esercizio 588.

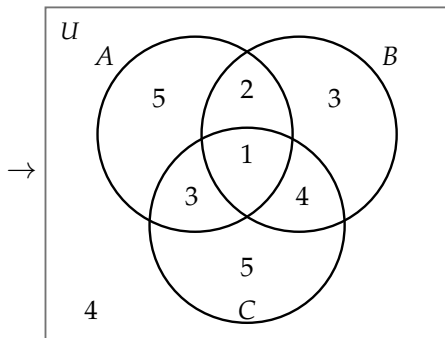
→ Chiamo $A = \text{fisica}$, $B = \text{danza}$, $C = \text{teatro}$.

→ Parto dalla regione **più interna**: chi fa tutte e tre è 1. (dall'esterno si sottrarrebbe sempre qualcosa di sbagliato)

→ Le regioni a due a due, tolto il centro: $3 - 1 = 2$, $4 - 1 = 3$, $5 - 1 = 4$.

→ Le regioni singole: $11 - (2 + 3 + 1) = 5$, $10 - (2 + 4 + 1) = 3$, $13 - (3 + 4 + 1) = 5$.

→ Chi resta fuori: $27 - (23) = 4$.



→ Controllo risalendo: chi fa fisica è $5 + 2 + 3 + 1 = 11$, e il testo dice 11.

Esercizio 589.

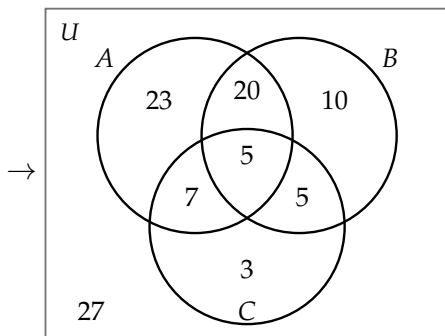
→ Chiamo A = raffreddore, B = mal di testa, C = nausea.

→ Parto dalla **regione più interna**: chi fa tutte e tre è 5. (dall'esterno si sottrarrebbe sempre qualcosa di sbagliato)

→ Le regioni a due a due, tolto il centro: $25 - 5 = 20$, $12 - 5 = 7$, $10 - 5 = 5$.

→ Le regioni singole: $55 - (20 + 7 + 5) = 23$, $40 - (20 + 5 + 5) = 10$, $20 - (7 + 5 + 5) = 3$.

→ Chi resta fuori: $100 - (73) = 27$.



→ Controllo risalendo: chi fa raffreddore è $23 + 20 + 7 + 5 = 55$, e il testo dice 55.

Esercizio 600.

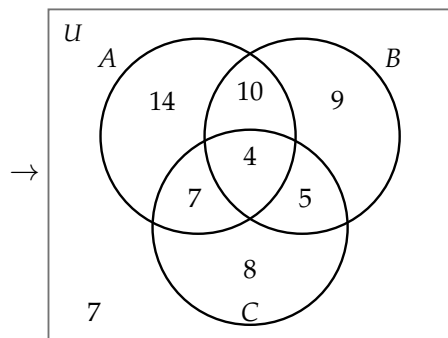
→ Chiamo A = pianoforte, B = chitarra, C = violino.

→ Parto dalla **regione più interna**: chi fa tutte e tre è 4. (dall'esterno si sottrarrebbe sempre qualcosa di sbagliato)

→ Le regioni a due a due, tolto il centro: $14 - 4 = 10$, $11 - 4 = 7$, $9 - 4 = 5$.

→ Le regioni singole: $35 - (10 + 7 + 4) = 14$, $28 - (10 + 5 + 4) = 9$, $24 - (7 + 5 + 4) = 8$.

→ Chi resta fuori: $64 - (57) = 7$.



→ Controllo risalendo: chi fa pianoforte è $14 + 10 + 7 + 4 = 35$, e il testo dice 35.

Esercizio 601.

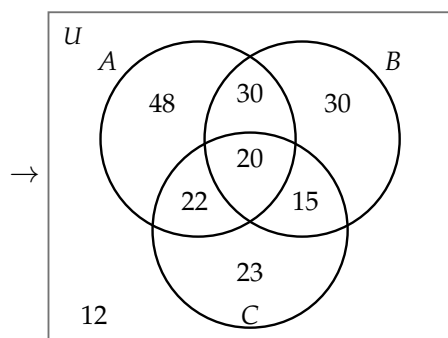
→ Chiamo $A = \text{Roma}$, $B = \text{Firenze}$, $C = \text{Venezia}$.

→ Parto dalla **regione più interna**: chi fa tutte e tre è 20. (dall'esterno si sottrarrebbe sempre qualcosa di sbagliato)

→ Le regioni a due a due, tolto il centro: $50 - 20 = 30$, $42 - 20 = 22$, $35 - 20 = 15$.

→ Le regioni singole: $120 - (30 + 22 + 20) = 48$, $95 - (30 + 15 + 20) = 30$, $80 - (22 + 15 + 20) = 23$.

→ Chi resta fuori: $200 - (188) = 12$.



→ Controllo risalendo: chi fa Roma è $48 + 30 + 22 + 20 = 120$, e il testo dice 120.

Esercizio 602.

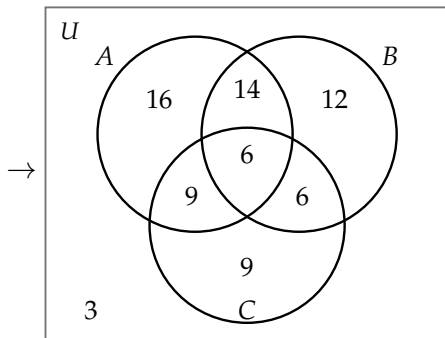
→ Chiamo $A = \text{fogli di calcolo}$, $B = \text{database}$, $C = \text{grafica}$.

→ Parto dalla **regione più interna**: chi fa tutte e tre è 6. (dall'esterno si sottrarrebbe sempre qualcosa di sbagliato)

→ Le regioni a due a due, tolto il centro: $20 - 6 = 14$, $15 - 6 = 9$, $12 - 6 = 6$.

→ Le regioni singole: $45 - (14 + 9 + 6) = 16$, $38 - (14 + 6 + 6) = 12$, $30 - (9 + 6 + 6) = 9$.

→ Chi resta fuori: $75 - (72) = 3$.



→ Controllo risalendo: chi fa fogli di calcolo è $16 + 14 + 9 + 6 = 45$, e il testo dice 45.

Esercizio 603.

→ Se $A \times B$ ha 5 elementi, quanti possono essere gli elementi di A e di B ?

→ $|A| = 1$ e $|B| = 5$, oppure $|A| = 5$ e $|B| = 1$: **5 primo**

Esercizio 604.

→ Per quali valori di $|A|$ e $|B|$ il prodotto $A \times B$ ha esattamente 12 elementi?

→ $(1; 12), (2; 6), (3; 4), (4; 3), (6; 2), (12; 1)$

Esercizio 605.

→ Per quale valore di n l'insieme $\{x \in \mathbb{N} \mid n < x < n + 2\}$ ha esattamente un elemento?

→ **perognin : l'elementon + 1**

Esercizio 606.

→ Gli insiemi $A \times B \times C$, $A \times C$ e $B \times C$ hanno rispettivamente 90, 18 e 30 elementi. Quali sono le cardinalità di A , B e C ?

→ $|A| = 3, |B| = 5, |C| = 6$

Esercizio 607.

→ A e B sono due insiemi non vuoti tali che $A - B = A$. Che cosa si può dire di $B - A$?

→ $B - A = B$: **sonodisgiunti**

Esercizio 608.

→ Se $|A| = 7$ e $|A \cap B| = 3$, quanti elementi ha $A - B$?

→ **4**

Esercizio 609.

→ Anna dice: «Esiste una sola coppia di insiemi tali che $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x \leq 7\}$ e $A \cap B = \{1, 2, 3\}$ ». Luigi replica: «... o più di una?». Chi ha ragione?

→ **Luigi : gli elementi 4, 5, 6, 7 si possono distribuire in più modi**

Esercizio 610.

→ Carlo sostiene che se $A = \{\emptyset\}$ allora $\mathcal{P}(A)$ ha un solo elemento. Marika dice due. Chi ha ragione?

→ **Marika : $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, e $|A| = 1 \Rightarrow 2^1 = 2$**

Esercizio 611.

→ Considera l'insieme $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Se l'insieme di tutte le somme di tre elementi distinti di A è $\{-1, 3, 5, 8\}$, qual è A ?

→ **$\{-3, 0, 2, 6\}$**

Esercizio 612.

→ Spiega perché la scrittura $A = \{\emptyset\}$ non è equivalente a $A = \emptyset$.

→ **la prima ha un elemento, la seconda nessuno**

Esercizio 613.

→ Scrivi due insiemi A e B tali che $A \cap B = A$ e $A \cup B = B$. Che relazione c'è fra A e B ?

→ **$A \subseteq B$**
