

SOLUZIONI: LA RETTA

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. In ogni soluzione, accanto al passaggio, c'è **perché quella formula e non un'altra**: la parallela tiene m , la perpendicolare lo capovolge e gli cambia segno, la distanza vuole la forma implicita. Chi sa il perché non sbaglia il caso particolare.

1. Le due forme e il coefficiente angolare

Esercizio 1.

→ $2x - y - 3 = 0$ (da portare in forma esplicita)

→ Si isola la y : $-y = -2x + 3$ (l'unica cosa da fare e' un'equazione di primo grado in y)

→ $y = 2x - 3$, quindi $m = 2$ e $q = -3$ (controllo con la formula rapida: $m = -a/b = 2$ ✓)

Esercizio 2.

→ $3x + 4y - 1 = 0$ (da portare in forma esplicita)

→ Si isola la y : $4y = -3x + 1$ (l'unica cosa da fare e' un'equazione di primo grado in y)

→ $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$, quindi $m = -\frac{3}{4}$ e $q = \frac{1}{4}$ (controllo con la formula rapida: $m = -a/b = -\frac{3}{4}$ ✓)

Esercizio 25.

→ $x - 3y + 9 = 0$ (da portare in forma esplicita)

→ Si isola la y : $-3y = -x - 9$ (l'unica cosa da fare e' un'equazione di primo grado in y)

→ $y = \frac{1}{3}x + 3$, quindi $m = \frac{1}{3}$ e $q = 3$ (controllo con la formula rapida: $m = -a/b = \frac{1}{3}$ ✓)

Esercizio 26.

→ $5x + y - 2 = 0$ (da portare in forma esplicita)

→ Si isola la y : $y = -5x + 2$ (l'unica cosa da fare e' un'equazione di primo grado in y)

→ $y = -5x + 2$, quindi $m = -5$ e $q = 2$ (controllo con la formula rapida: $m = -a/b = -5$ ✓)

Esercizio 47.

→ $y = 2x - 3$ (da portare in forma implicita)

→ Si porta tutto a sinistra e si tolgono i denominatori. (la forma implicita vuole coefficienti interi: e' quella che serve alla distanza punto-retta e alle bisettrici)

→ $2x - y - 3 = 0$ (e si controlla che $-a/b$ torni il m di partenza)

Esercizio 48.

→ $y = \frac{1}{2}x + 4$ (da portare in forma implicita)

→ Si porta tutto a sinistra e si tolgono i denominatori. (la forma implicita vuole coefficienti interi: e' quella che serve alla distanza punto-retta e alle bisettrici)

→ $x - 2y + 8 = 0$ (e si controlla che $-a/b$ torni il m di partenza)

Esercizio 72.

→ $y - 3 = 0$ (che retta e'?)

→ Manca la x ($a = 0$): resta $by + c = 0$, cioè y costante. (senza la x l'ascissa e' libera: e' un'orizzontale)

→ Il termine noto vale -3 , quindi la retta non passa per l'origine. (sostituendo $O(0;0)$ resta $c = 0$: e' vera solo se il termine noto e' nullo)

→ $y = 3$

Esercizio 73.

→ $x - 5 = 0$ (che retta e'?)

→ Manca la y ($b = 0$): resta $ax + c = 0$, cioè x costante. (senza la y l'ordinata e' libera: tutti i punti con quell'ascissa vanno bene, ed e' una verticale)

→ Il termine noto vale -5 , quindi la retta non passa per l'origine. (sostituendo $O(0;0)$ resta $c = 0$: e' vera solo se il termine noto e' nullo)

→ $x = 5$

Esercizio 97.

→ pendenza del 8% (dalla percentuale alla pendenza)

→ La percentuale e' il rapporto fra salita e avanzamento, moltiplicato per cento. (quindi si divide per cento per tornare indietro)

→ $m = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$ (una pendenza del 100% non e' verticale: e' 45°)

Esercizio 98.

→ pendenza del 12% (dalla percentuale alla pendenza)

→ La percentuale e' il rapporto fra salita e avanzamento, moltiplicato per cento. (quindi si divide per cento per tornare indietro)

$$\rightarrow m = \frac{12}{100} = \frac{3}{25} \text{ (una pendenza del 100\% non e' verticale: e' } 45^\circ \text{)}$$

Esercizio 115.

→ $A(1; 2), B(3; 6)$ (il coefficiente angolare)

$$\rightarrow m = \frac{6-2}{3-1} \text{ (e' } \Delta y / \Delta x: \text{ l'ordine dei punti non conta, ma dev'essere lo stesso sopra e sotto)}$$

→ = 2 (controllo a occhio: se B sta piu' in alto e piu' a destra, m dev'essere positivo)

Esercizio 116.

→ $A(0; 0), B(2; 5)$ (il coefficiente angolare)

$$\rightarrow m = \frac{5-0}{2-0} \text{ (e' } \Delta y / \Delta x: \text{ l'ordine dei punti non conta, ma dev'essere lo stesso sopra e sotto)}$$

$$\rightarrow = \frac{5}{2} \text{ (controllo a occhio: se } B \text{ sta piu' in alto e piu' a destra, } m \text{ dev'essere positivo)}$$

Esercizio 141.

→ $A(-7; -1), B(-1; 5)$ (il coefficiente angolare)

$$\rightarrow m = \frac{5-(-1)}{-1-(-7)} \text{ (e' } \Delta y / \Delta x: \text{ l'ordine dei punti non conta, ma dev'essere lo stesso sopra e sotto)}$$

→ = 1 (controllo a occhio: se B sta piu' in alto e piu' a destra, m dev'essere positivo)

Esercizio 142.

→ $A(4; -4), B(8; 4)$ (il coefficiente angolare)

$$\rightarrow m = \frac{4-(-4)}{8-4} \text{ (e' } \Delta y / \Delta x: \text{ l'ordine dei punti non conta, ma dev'essere lo stesso sopra e sotto)}$$

→ = 2 (controllo a occhio: se B sta piu' in alto e piu' a destra, m dev'essere positivo)

Esercizio 169.

→ $3x + 4y - 1 = 0$ (il coefficiente angolare, dai coefficienti)

→ $a = 3$ e $b = 4$ — *col loro segno*. (il meno davanti alla y fa parte di b : e' li' che si sbaglia)

→ $m = -\frac{a}{b} = -\frac{3}{4}$ (viene dall'isolare la y : $by = -ax - c$)

Esercizio 170.

→ $2x - 5y + 7 = 0$ (il coefficiente angolare, dai coefficienti)

→ $a = 2$ e $b = -5$ — *col loro segno*. (il meno davanti alla y fa parte di b : e' li' che si sbaglia)

→ $m = -\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ (viene dall'isolare la y : $by = -ax - c$)

2. Retta per due punti, e i casi speciali**Esercizio 189.**

→ per $P(4; 5)$, parallela all'asse x (retta speciale: non si calcola, si legge)

→ $y = 5$ (tutti i punti di un'orizzontale hanno la stessa ordinata, quindi si copia quella di P)

→ $m = 0$: non c'è pendenza (e per questo la formula generale qui non si applica)

Esercizio 190.

→ per $P(-2; 7)$, parallela all'asse y (retta speciale: non si calcola, si legge)

→ $x = -2$ (tutti i punti di una verticale hanno la stessa ascissa, quindi si copia quella di P)

→ m non è definito, e q non esiste (e per questo la formula generale qui non si applica)

Esercizio 207.

→ $A(5; 3), B(-2; 3)$ (retta per due punti)

→ Hanno la stessa **ordinata**: la retta è **orizzontale**. (guardare le coordinate prima di calcolare evita la formula lunga)

→ $y = 3$

Esercizio 208.

→ $A(4; -1), B(4; 7)$ (retta per due punti)

→ Hanno la stessa **ascissa**: la retta e' **verticale**. (con la formula generale ci sarebbe uno zero a denominatore: non e' che «viene infinito», e' che non si applica)

→ $x = 4$

Esercizio 223.

→ $A(2; 1), B(4; 5)$ (retta per due punti)

→ Le coordinate sono tutte diverse, quindi si calcola m : $m = \frac{5-1}{4-2} = 2$ (prima si guarda: se una coordinata coincidesse, la retta sarebbe $y = k$ oppure $x = h$ e non servirebbe niente)

→ $y - 1 = 2(x - 2)$ (e' il fascio per A : si poteva usare B e veniva lo stesso)

→ $y = 2x - 3$ (controllo: ci devono stare *tutti e due* i punti)

Esercizio 224.

→ $A(0; 0), B(1; 3)$ (retta per due punti)

→ Le coordinate sono tutte diverse, quindi si calcola m : $m = \frac{3-0}{1-0} = 3$ (prima si guarda: se una coordinata coincidesse, la retta sarebbe $y = k$ oppure $x = h$ e non servirebbe niente)

→ $y - 0 = 3(x - 0)$ (e' il fascio per A : si poteva usare B e veniva lo stesso)

→ $y = 3x$ (controllo: ci devono stare *tutti e due* i punti)

Esercizio 247.

→ $A(0; 7), B(7; 0)$ (retta per due punti)

→ Le coordinate sono tutte diverse, quindi si calcola m : $m = \frac{0-7}{7-0} = -1$ (prima si guarda: se una coordinata coincidesse, la retta sarebbe $y = k$ oppure $x = h$ e non servirebbe niente)

→ $y - 7 = -1(x - 0)$ (e' il fascio per A : si poteva usare B e veniva lo stesso)

→ $y = -x + 7$ (controllo: ci devono stare *tutti e due* i punti)

Esercizio 248.

→ $A(-3; 5), B(3; 1)$ (retta per due punti)

→ Le coordinate sono tutte diverse, quindi si calcola m : $m = \frac{1-5}{3-(-3)} = -\frac{2}{3}$ (prima si guarda: se una coordinata coincidesse, la retta sarebbe $y = k$ oppure $x = h$ e non servirebbe niente)

$$\rightarrow y - 5 = -\frac{2}{3}(x - -3) \text{ (e' il fascio per } A: \text{ si poteva usare } B \text{ e veniva lo stesso)}$$

$$\rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 3 \text{ (controllo: ci devono stare } \textit{tutti e due} \text{ i punti)}$$

Esercizio 271.

$$\rightarrow A(0; 6), B(4; 7) \text{ (retta per due punti)}$$

$$\rightarrow \text{Le coordinate sono tutte diverse, quindi si calcola } m: m = \frac{7-6}{4-0} = \frac{1}{4} \text{ (prima si guarda: se una coordinata coincidesse, la retta sarebbe } y = k \text{ oppure } x = h \text{ e non servirebbe niente)}$$

$$\rightarrow y - 6 = \frac{1}{4}(x - 0) \text{ (e' il fascio per } A: \text{ si poteva usare } B \text{ e veniva lo stesso)}$$

$$\rightarrow y = \frac{1}{4}x + 6 \text{ (controllo: ci devono stare } \textit{tutti e due} \text{ i punti)}$$

Esercizio 272.

$$\rightarrow A(-4; 2), B(1; 4) \text{ (retta per due punti)}$$

$$\rightarrow \text{Le coordinate sono tutte diverse, quindi si calcola } m: m = \frac{4-2}{1- -4} = \frac{2}{5} \text{ (prima si guarda: se una coordinata coincidesse, la retta sarebbe } y = k \text{ oppure } x = h \text{ e non servirebbe niente)}$$

$$\rightarrow y - 2 = \frac{2}{5}(x - -4) \text{ (e' il fascio per } A: \text{ si poteva usare } B \text{ e veniva lo stesso)}$$

$$\rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{18}{5} \text{ (controllo: ci devono stare } \textit{tutti e due} \text{ i punti)}$$

Esercizio 289.

$$\rightarrow \text{intercette } p = 2 \text{ e } q = 3 \text{ (si conoscono le intercette)}$$

$$\rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \text{ (le intercette vanno a } \textbf{denominatore}: \text{ e' l'errore che si fa a memoria)}$$

$$\rightarrow \text{Si moltiplica per il minimo comune multiplo: } 3x + 2y - 6 = 0 \text{ (controllo: con } y = 0 \text{ dev'essere } x = 2)$$

Esercizio 290.

$$\rightarrow \text{intercette } p = 4 \text{ e } q = 2 \text{ (si conoscono le intercette)}$$

$$\rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \text{ (le intercette vanno a } \textbf{denominatore}: \text{ e' l'errore che si fa a memoria)}$$

$$\rightarrow \text{Si moltiplica per il minimo comune multiplo: } x + 2y - 4 = 0 \text{ (controllo: con } y = 0 \text{ dev'essere } x = 4)$$

3. Retta per un punto con pendenza data

Esercizio 309.

→ $P(1; 4), m = 3$ (un punto e la pendenza)

→ $y - 4 = 3(x - 1)$ (attento ai segni di x_0 e y_0 : entrano col meno)

→ $y = 3x + 1$ (controllo: sostituendo $x = 1$ deve tornare $y = 4$)

Esercizio 310.

→ $P(0; 0), m = 2$ (un punto e la pendenza)

→ $y - 0 = 2(x - 0)$ (attento ai segni di x_0 e y_0 : entrano col meno)

→ $y = 2x$ (controllo: sostituendo $x = 0$ deve tornare $y = 0$)

Esercizio 337.

→ $P(1; 2), m = -\frac{7}{3}$ (un punto e la pendenza)

→ $y - 2 = -\frac{7}{3}(x - 1)$ (attento ai segni di x_0 e y_0 : entrano col meno)

→ $y = -\frac{7}{3}x + \frac{13}{3}$ (controllo: sostituendo $x = 1$ deve tornare $y = 2$)

Esercizio 338.

→ $P(-3; -1), m = 8$ (un punto e la pendenza)

→ $y - (-1) = 8(x - (-3))$ (attento ai segni di x_0 e y_0 : entrano col meno)

→ $y = 8x + 23$ (controllo: sostituendo $x = -3$ deve tornare $y = -1$)

4. Appartenenza e parametri

Esercizio 365.

→ $P(2; 5)$ e $3x - y - 1 = 0$ (il punto ci sta?)

→ Si sostituisce: $3 \cdot 2 + (-1) \cdot 5 + (-1) = 0$ (non c'è niente da risolvere: si fanno i conti e si guarda)

→ il punto appartiene alla retta (zero vuol dire che l'equazione è soddisfatta)

Esercizio 366.

→ $P(1; 1)$ e $x + y - 2 = 0$ (il punto ci sta?)

→ Si sostituisce: $1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 2 = 0$ (non c'è niente da risolvere: si fanno i conti e si guarda)

→ il punto appartiene alla retta (zero vuol dire che l'equazione è soddisfatta)

Esercizio 385.

→ $P(k; 4)$ sta su $2x - y = 0$: trova k (un punto con una lettera)

→ Si sostituisce $x = k$ e $y = 4$: $2k - 4 = 0$ (è la stessa sostituzione dell'appartenenza: cambia solo che una lettera resta incognita)

→ $k = 2$ (e si controlla rimettendola dentro)

Esercizio 386.

→ $P(k; 6)$ sta su $3x - y = 0$: trova k (un punto con una lettera)

→ Si sostituisce $x = k$ e $y = 6$: $3k - 6 = 0$ (è la stessa sostituzione dell'appartenenza: cambia solo che una lettera resta incognita)

→ $k = 2$ (e si controlla rimettendola dentro)

5. Parallele e perpendicolari**Esercizio 400.**

→ per $P(2; -1)$, parallela a $3x - y + 4 = 0$ (parallela)

→ Pendenza della retta data: $m = -\frac{a}{b} = 3$ (si legge dai coefficienti col loro segno)

→ Parallela, quindi $m^* = 3$ (il parallelismo chiede solo la stessa pendenza: il q non c'entra)

→ $y - -1 = 3(x - 2)$ (il fascio per P)

→ $y = 3x - 7$ (controllo: P ci deve stare, e le due pendenze devono dare quello che si è imposto)

Esercizio 401.

→ per $P(5; 2)$, perpendicolare a $3x - y + 4 = 0$ (perpendicolare)

→ Pendenza della retta data: $m = -\frac{a}{b} = 3$ (si legge dai coefficienti col loro segno)

→ Perpendicolare, quindi $m^* = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{3}$ (antireciproco: si capovolge e si cambia segno. Farne una sola e' l'errore piu' frequente)

→ $y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 5)$ (il fascio per P)

→ $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$ (controllo: P ci deve stare, e le due pendenze devono dare quello che si e' imposto)

Esercizio 430.

→ per $P(-6; -5)$, parallela a $2x - y + 3 = 0$ (parallela)

→ Pendenza della retta data: $m = -\frac{a}{b} = 2$ (si legge dai coefficienti col loro segno)

→ Parallela, quindi $m^* = 2$ (il parallelismo chiede solo la stessa pendenza: il q non c'entra)

→ $y - -5 = 2(x - -6)$ (il fascio per P)

→ $y = 2x + 7$ (controllo: P ci deve stare, e le due pendenze devono dare quello che si e' imposto)

Esercizio 431.

→ per $P(-6; -5)$, perpendicolare a $2x - y + 3 = 0$ (perpendicolare)

→ Pendenza della retta data: $m = -\frac{a}{b} = 2$ (si legge dai coefficienti col loro segno)

→ Perpendicolare, quindi $m^* = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2}$ (antireciproco: si capovolge e si cambia segno. Farne una sola e' l'errore piu' frequente)

→ $y - -5 = -\frac{1}{2}(x - -6)$ (il fascio per P)

→ $y = -\frac{1}{2}x - 8$ (controllo: P ci deve stare, e le due pendenze devono dare quello che si e' imposto)

Esercizio 460.

→ per $P(4; -3)$, parallela a $x = 7$ (retta speciale: si ragiona, non si calcola)

→ La retta data e' **verticale**, quindi quella cercata e' **verticale**. (una parallela a una verticale resta verticale)

→ Si prende l'ascissa di P : $x = 4$ (nessun antireciproco: una delle due pendenze non esiste)

Esercizio 461.

→ per $P(4; -3)$, perpendicolare a $x = 7$ (retta speciale: si ragiona, non si calcola)

→ La retta data e' **verticale**, quindi quella cercata e' **orizzontale**. (la perpendicolare a una verticale e' orizzontale: le due sono sempre perpendicolari fra loro)

→ Si prende l'ordinata di P: $y = -3$ (nessun antireciproco: una delle due pendenze non esiste)

6. Intersezione di due rette

Esercizio 474.

→ $2x - y - 1 = 0$ e $x + y - 5 = 0$ (dove si incontrano)

→ Il punto comune sta su tutte e due, quindi soddisfa tutte e due le equazioni: si risolve il **sistema**. (e' la definizione stessa di intersezione)

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

→ **P (2; 3)** (controllo: si sostituisce nell'altra equazione, se no non si controlla niente)

Esercizio 475.

→ $x - y = 0$ e $x + y - 4 = 0$ (dove si incontrano)

→ Il punto comune sta su tutte e due, quindi soddisfa tutte e due le equazioni: si risolve il **sistema**. (e' la definizione stessa di intersezione)

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

→ **P (2; 2)** (controllo: si sostituisce nell'altra equazione, se no non si controlla niente)

Esercizio 498.

→ $x + 3y - 6 = 0$ e $4x - y + 2 = 0$ (dove si incontrano)

→ Il punto comune sta su tutte e due, quindi soddisfa tutte e due le equazioni: si risolve il **sistema**. (e' la definizione stessa di intersezione)

$$\rightarrow \begin{cases} x + 3y - 6 = 0 \\ 4x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

→ **P (0; 2)** (controllo: si sostituisce nell'altra equazione, se no non si controlla niente)

Esercizio 499.

→ $x - y + 1 = 0$ e $x - 2y - 4 = 0$ (dove si incontrano)

→ Il punto comune sta su tutte e due, quindi soddisfa tutte e due le equazioni: si risolve il **sistema**. (e' la definizione stessa di intersezione)

$$\rightarrow \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 2y - 4 = 0 \end{cases}$$

→ **P** (**-6; -5**) (controllo: si sostituisce nell'altra equazione, se no non si controlla niente)

Esercizio 521.

→ $2x - y + 1 = 0$ e $2x - y - 2 = 0$ (che posizione hanno?)

→ $a_1b_2 - a_2b_1 = 2 \cdot -1 - 2 \cdot -1 = 0$ (a e b sono proporzionali ma c no: stessa direzione, quota diversa)

→ **parallele distinte**, e il sistema e' **impossibile** (e' lo stesso fatto detto in geometria e in algebra)

Esercizio 522.

→ $x - y - 1 = 0$ e $x - y - 1 = 0$ (che posizione hanno?)

→ $a_1b_2 - a_2b_1 = 1 \cdot -1 - 1 \cdot -1 = 0$ (i coefficienti sono proporzionali *tutti e tre*: e' la stessa retta scritta due volte)

→ **coincidenti**, e il sistema e' **indeterminato** (e' lo stesso fatto detto in geometria e in algebra)

7. Distanze

Esercizio 533.

→ $P(3; 5)$ e $y = 1$ (distanza, ma guarda prima la retta)

→ La retta e' **orizzontale**: la perpendicolare da P e' **verticale**. (e quel segmento si conta sulla griglia)

→ $d = |5 - 1| = 4$ (si sottraggono le ORDINATE: le ascisse non c'entrano)

→ La formula generale darebbe lo stesso numero. (non e' un'altra formula: e' quella con uno dei due coefficienti nullo)

Esercizio 534.

→ $P(2; 4)$ e $x = 6$ (distanza, ma guarda prima la retta)

→ La retta e' **verticale**: la perpendicolare da P e' **orizzontale**. (e quel segmento si conta sulla griglia)

→ $d = |2 - 6| = 4$ (si sottraggono le ASCISSE)

→ La formula generale darebbe lo stesso numero. (non e' un'altra formula: e' quella con uno dei due coefficienti nullo)

Esercizio 549.

→ $P(1; 2)$ e $3x - 4y + 1 = 0$ (distanza punto-retta)

→ La retta e' gia' in **forma implicita**: $a = 3, b = -4, c = 1$. (la formula legge a, b e c : in esplicita quei numeri non ci sono)

→ $d = \frac{|3 \cdot 1 + (-4) \cdot 2 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{4}{\sqrt{25}}$ (il modulo serve perche' il numeratore cambia segno a seconda del lato da cui sta P ; la distanza no)

→ $= \frac{4}{5}$ (in forma normale: se la radice non si semplifica, si razionalizza)

Esercizio 550.

→ $P(0; 0)$ e $3x + 4y - 10 = 0$ (distanza punto-retta)

→ La retta e' gia' in **forma implicita**: $a = 3, b = 4, c = -10$. (la formula legge a, b e c : in esplicita quei numeri non ci sono)

→ $d = \frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{\sqrt{25}}$ (il modulo serve perche' il numeratore cambia segno a seconda del lato da cui sta P ; la distanza no)

→ $= 2$ (in forma normale: se la radice non si semplifica, si razionalizza)

Esercizio 575.

→ $P(3; 1)$ e $4x + 3y - 2 = 0$ (distanza punto-retta)

→ La retta e' gia' in **forma implicita**: $a = 4, b = 3, c = -2$. (la formula legge a, b e c : in esplicita quei numeri non ci sono)

→ $d = \frac{|4 \cdot 3 + 3 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{25}}$ (il modulo serve perche' il numeratore cambia segno a seconda del lato da cui sta P ; la distanza no)

→ $= \frac{13}{5}$ (in forma normale: se la radice non si semplifica, si razionalizza)

Esercizio 576.

→ $P(0; 6)$ e $5x + 12y - 1 = 0$ (distanza punto-retta)

→ La retta e' gia' in **forma implicita**: $a = 5, b = 12, c = -1$. (la formula legge a, b e c : in esplicita quei numeri non ci sono)

→ $d = \frac{|5 \cdot 0 + 12 \cdot 6 + -1|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{71}{\sqrt{169}}$ (il modulo serve perche' il numeratore cambia segno a seconda del lato da cui sta P ; la distanza no)

→ $= \frac{71}{13}$ (in forma normale: se la radice non si semplifica, si razionalizza)

Esercizio 598.

→ $3x - 4y + 7 = 0$ e $3x - 4y - 3 = 0$ (distanza fra parallele)

→ Si prende un punto qualunque della prima: con $x = 0$ viene $P\left(0; \frac{7}{4}\right)$. (due parallele distano uguale in ogni punto, quindi il punto si sceglie comodo)

→ $d = \frac{\left|3 \cdot 0 + -4 \cdot \frac{7}{4} + -3\right|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$ (e si misura dalla seconda)

→ $= 2$ (la scorciatoia $|c - c'|/\sqrt{a^2 + b^2}$ vale solo se le due sono scritte con gli stessi a e b)

Esercizio 599.

→ $3x + 4y + 5 = 0$ e $3x + 4y - 5 = 0$ (distanza fra parallele)

→ Si prende un punto qualunque della prima: con $x = 0$ viene $P\left(0; -\frac{5}{4}\right)$. (due parallele distano uguale in ogni punto, quindi il punto si sceglie comodo)

→ $d = \frac{\left|3 \cdot 0 + 4 \cdot -\frac{5}{4} + -5\right|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$ (e si misura dalla seconda)

→ $= 2$ (la scorciatoia $|c - c'|/\sqrt{a^2 + b^2}$ vale solo se le due sono scritte con gli stessi a e b)

8. Allineamento di tre punti

Esercizio 613.

→ $A(1; 1), B(3; 2), C(5; 3)$ (sono allineati?)

→ $m_{AB} = \frac{1}{2}$ e $m_{BC} = \frac{1}{2}$ (se i due segmenti hanno la stessa inclinazione e un punto in comune, sono lo stesso pezzo di retta)

→ **allineati** (l'altro modo: l'area del triangolo ABC e' nulla)

Esercizio 614.

→ $A(0; 0)$, $B(2; 4)$, $C(3; 6)$ (sono allineati?)

→ $m_{AB} = 2$ e $m_{BC} = 2$ (se i due segmenti hanno la stessa inclinazione e un punto in comune, sono lo stesso pezzo di retta)

→ **allineati** (l'altro modo: l'area del triangolo ABC è nulla)

9. Asse, ortocentro, quarto vertice**Esercizio 633.**

→ $A(2; 1)$, $B(6; 3)$ (asse del segmento)

→ Punto medio: $M(4; 2)$ (l'asse ci passa per definizione)

→ Pendenza del segmento: $m_{AB} = \frac{1}{2}$ (serve per l'antireciproco)

→ $m_{\perp} = -\frac{1}{m_{AB}} = -2$ (capovolgi e cambia segno)

→ $y = -2x + 10$ (controllo: M ci deve stare, e A e B devono distare uguale da ogni punto dell'asse)

Esercizio 634.

→ $A(0; 0)$, $B(4; 2)$ (asse del segmento)

→ Punto medio: $M(2; 1)$ (l'asse ci passa per definizione)

→ Pendenza del segmento: $m_{AB} = \frac{1}{2}$ (serve per l'antireciproco)

→ $m_{\perp} = -\frac{1}{m_{AB}} = -2$ (capovolgi e cambia segno)

→ $y = -2x + 5$ (controllo: M ci deve stare, e A e B devono distare uguale da ogni punto dell'asse)

Esercizio 651.

→ $A(2; 1)$, $B(6; 3)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse è il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (è la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = (x-6)^2 + (y-3)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge né toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -2x + 10$ (è sempre così: per questo l'asse è una retta)

Esercizio 652.

→ $A(0; 0), B(4; 2)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = (x - 4)^2 + (y - 2)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge ne' toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -2x + 5$ (e' sempre cosi': per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 653.

→ $A(-1; 2), B(3; 6)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x - (-1))^2 + (y - 2)^2 = (x - 3)^2 + (y - 6)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge ne' toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -x + 5$ (e' sempre cosi': per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 654.

→ $A(1; 1), B(5; 5)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = (x - 5)^2 + (y - 5)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge ne' toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -x + 6$ (e' sempre cosi': per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 655.

→ $A(2; -3), B(8; 1)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = (x-8)^2 + (y-1)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge né toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2}$ (e' sempre così: per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 656.

→ $A(-4; 0), B(0; 4)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x-4)^2 + (y-0)^2 = (x-0)^2 + (y-4)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge né toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -x$ (e' sempre così: per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 657.

→ $A(3; 2), B(7; 10)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x-3)^2 + (y-2)^2 = (x-7)^2 + (y-10)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge né toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{17}{2}$ (e' sempre così: per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 658.

→ $A(0; 6), B(6; 0)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x-0)^2 + (y-6)^2 = (x-6)^2 + (y-0)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge né toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = x$ (e' sempre così: per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 659.

→ $A(-2; -2), B(4; 4)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x - -2)^2 + (y - -2)^2 = (x - 4)^2 + (y - 4)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge ne' toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -x + 2$ (e' sempre cosi': per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 660.

→ $A(5; 1), B(9; 9)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = (x - 9)^2 + (y - 9)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge ne' toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{17}{2}$ (e' sempre cosi': per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 661.

→ $A(1; 4), B(7; 4)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = (x - 7)^2 + (y - 4)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge ne' toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $x = 4$ (e' sempre cosi': per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 662.

→ $A(3; -1), B(3; 7)$ (asse, col metodo del luogo)

→ L'asse e' il luogo dei punti equidistanti dagli estremi: si impone $\overline{PA} = \overline{PB}$. (e' la definizione, non una costruzione: si riusa tale e quale per le bisettrici)

→ $(x - 3)^2 + (y - -1)^2 = (x - 3)^2 + (y - 7)^2$ (i radicali sono non negativi, quindi elevare al quadrato non aggiunge ne' toglie soluzioni)

→ I termini x^2 e y^2 si semplificano, e resta un'equazione di primo grado: $y = 3$ (e' sempre cosi': per questo l'asse e' una retta)

Esercizio 663.

→ $A(0; 5), B(-2; -1), C(4; -1)$ (ortocentro)

→ Altezza da A: perpendicolare a BC per A. $x = 0$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B: perpendicolare ad AC per B. $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: $H\left(0; \frac{1}{3}\right)$ (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 664.

→ $A(0; 0), B(4; 0), C(0; 3)$ (ortocentro)

→ Altezza da A: perpendicolare a BC per A. $y = \frac{4}{3}x$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B: perpendicolare ad AC per B. $y = 0$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: $H(0; 0)$ (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 665.

→ $A(1; 1), B(5; 1), C(2; 4)$ (ortocentro)

→ Altezza da A: perpendicolare a BC per A. $y = x$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B: perpendicolare ad AC per B. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: $H(2; 2)$ (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 666.

→ $A(-2; 0), B(2; 0), C(0; 4)$ (ortocentro)

→ Altezza da A: perpendicolare a BC per A. $y = \frac{1}{2}x + 1$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B: perpendicolare ad AC per B. $y = -\frac{1}{2}x + 1$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H (0; 1)** (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 667.

→ $A (0; 6), B (-3; 0), C (3; 0)$ (ortocentro)

→ Altezza da A : perpendicolare a BC per A . $x = 0$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B : perpendicolare ad AC per B . $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H $\left(0; \frac{3}{2}\right)$** (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 668.

→ $A (2; 2), B (6; 2), C (4; 6)$ (ortocentro)

→ Altezza da A : perpendicolare a BC per A . $y = \frac{1}{2}x + 1$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B : perpendicolare ad AC per B . $y = -\frac{1}{2}x + 5$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H (4; 3)** (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 669.

→ $A (-1; 3), B (5; 3), C (1; -1)$ (ortocentro)

→ Altezza da A : perpendicolare a BC per A . $y = -x + 2$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B : perpendicolare ad AC per B . $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H (1; 1)** (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 670.

→ $A (0; 0), B (6; 0), C (2; 4)$ (ortocentro)

→ Altezza da A : perpendicolare a BC per A . $y = x$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B : perpendicolare ad AC per B . $y = -\frac{1}{2}x + 3$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H (2; 2)** (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 671.

→ $A(1; 5), B(-3; 1), C(5; 1)$ (ortocentro)

→ Altezza da A : perpendicolare a BC per A . $x = 1$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B : perpendicolare ad AC per B . $y = x + 4$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H** $(1; 5)$ (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 672.

→ $A(3; 7), B(1; 1), C(7; 1)$ (ortocentro)

→ Altezza da A : perpendicolare a BC per A . $x = 3$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B : perpendicolare ad AC per B . $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H** $\left(3; \frac{7}{3}\right)$ (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 673.

→ $A(0; 4), B(-4; -2), C(4; -2)$ (ortocentro)

→ Altezza da A : perpendicolare a BC per A . $x = 0$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B : perpendicolare ad AC per B . $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H** $\left(0; \frac{2}{3}\right)$ (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 674.

→ $A(2; 0), B(8; 0), C(4; 6)$ (ortocentro)

→ Altezza da A : perpendicolare a BC per A . $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$ (l'altezza e' la perpendicolare al lato *opposto*)

→ Altezza da B : perpendicolare ad AC per B . $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ (bastano due altezze: la terza ci passa per un teorema, e calcolarla e' lavoro sprecato)

→ Intersecando: **H** $\left(4; \frac{4}{3}\right)$ (controllo gratis: anche la terza altezza deve passare per H)

Esercizio 675.

→ $A(1; 2), B(4; 1), C(5; 4)$ (il quarto vertice)

→ Le diagonali di un parallelogramma si tagliano a metà', quindi $A + C = B + D$. (e' il punto medio in comune, scritto senza le frazioni)

→ $D = A + C - B: x_D = 1 + 5 - 4, y_D = 2 + 4 - 1$ (il vertice *in mezzo* e' quello che si sottrae)

→ **D (2; 5)** (controllo: il medio di AC e quello di BD devono coincidere)

Esercizio 676.

→ $A(1; 1), B(5; -1), C(8; 5)$ (il quarto vertice)

→ Le diagonali di un parallelogramma si tagliano a metà', quindi $A + C = B + D$. (e' il punto medio in comune, scritto senza le frazioni)

→ $D = A + C - B: x_D = 1 + 8 - 5, y_D = 1 + 5 - (-1)$ (il vertice *in mezzo* e' quello che si sottrae)

→ **D (4; 7)** (controllo: il medio di AC e quello di BD devono coincidere)

10. Fasci di rette**Esercizio 687.**

→ $(x - y + 2) + k(2x + y - 5) = 0$ (il centro del fascio)

→ Il centro sta su *ogni* retta del fascio, quindi annulla tutte e due le parentesi. (se le annulla entrambe, l'equazione e' soddisfatta per qualunque k)

$$\rightarrow \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases} \quad (\text{e' l'intersezione delle due generatrici})$$

→ **C (1; 3)**

Esercizio 688.

→ $(x + y - 6) + k(x - y) = 0$ (il centro del fascio)

→ Il centro sta su *ogni* retta del fascio, quindi annulla tutte e due le parentesi. (se le annulla entrambe, l'equazione e' soddisfatta per qualunque k)

$$\rightarrow \begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad (\text{e' l'intersezione delle due generatrici})$$

→ **C (3; 3)**

Esercizio 697.

→ $(x - y + 2) + k(2x + y - 5) = 0$, per $P(3; 1)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $4 + k(2) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

→ $k = -2$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $x + y - 4 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 698.

→ $(x + y - 3) + k(x - y + 1) = 0$, per $P(4; 2)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $3 + k(3) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

→ $k = -1$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $y - 2 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 699.

→ $(2x - y) + k(x + y - 3) = 0$, per $P(5; 1)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $9 + k(3) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

→ $k = -3$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $x + 4y - 9 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 700.

→ $(x - 2y + 1) + k(2x + y - 8) = 0$, per $P(2; 6)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $-9 + k(2) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

→ $k = \frac{9}{2}$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $4x + y - 14 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 701.

→ $(3x + y - 5) + k(x - y - 1) = 0$, per $P(0; 4)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $-1 + k(-5) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

$$\rightarrow k = -\frac{1}{5}$$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $7x + 3y - 12 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 702.

→ $(x + y - 4) + k(2x - y - 2) = 0$, per $P(6; 0)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $2 + k(10) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

$$\rightarrow k = -\frac{1}{5}$$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $x + 2y - 6 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 703.

→ $(x - 3y + 3) + k(3x + y - 9) = 0$, per $P(1; 7)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $-17 + k(1) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

$$\rightarrow k = 17$$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $26x + 7y - 75 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 704.

→ $(4x - y - 3) + k(x + y - 7) = 0$, per $P(2; 2)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $3 + k(-3) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

$$\rightarrow k = 1$$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $x - 2 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 705.

→ $(x + 2y - 5) + k(2x - y) = 0$, per $P(5; 5)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $10 + k(5) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

→ $k = -2$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $3x - 4y + 5 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 706.

→ $(x - y - 5) + k(2x + y - 4) = 0$, per $P(0; 9)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $-14 + k(5) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

→ $k = \frac{14}{5}$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $11x + 3y - 27 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 707.

→ $(5x + y - 6) + k(x - 2y + 3) = 0$, per $P(4; -1)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $13 + k(9) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

→ $k = -\frac{13}{9}$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $32x + 35y - 93 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 708.

→ $(x + 4y - 9) + k(2x - y + 3) = 0$, per $P(7; 2)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $6 + k(15) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

→ $k = -\frac{2}{5}$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $x + 22y - 51 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

Esercizio 709.

→ $(2x - 5y + 1) + k(x + y - 8) = 0$, per $P(-2; 0)$ (la retta del fascio per un punto)

→ Si sostituiscono le coordinate di P : $-3 + k(-10) = 0$ (delle infinite rette del fascio ne serve una: quella con il k giusto)

$$\rightarrow k = -\frac{3}{10}$$

→ Rimettendo k dentro e semplificando: $17x - 53y + 34 = 0$ (controllo: la retta deve passare per P e per il centro del fascio)

11. Bisettrici**Esercizio 710.**

→ $3x - 4y + 1 = 0$ e $4x + 3y - 7 = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|3x - 4y + 1|}{\sqrt{25}} = \frac{|4x + 3y - 7|}{\sqrt{25}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso $+$ e caso $-$. (nel caso $-$ il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x + 7y - 8 = 0$ e $7x - y - 6 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 711.

→ $3x + 4y - 5 = 0$ e $4x - 3y = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|3x + 4y - 5|}{\sqrt{25}} = \frac{|4x - 3y|}{\sqrt{25}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso $+$ e caso $-$. (nel caso $-$ il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x - 7y + 5 = 0$ e $7x + y - 5 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 712.

→ $5x + 12y - 13 = 0$ e $12x - 5y = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|5x + 12y - 13|}{\sqrt{169}} = \frac{|12x - 5y|}{\sqrt{169}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $7x - 17y + 13 = 0$ e $17x + 7y - 13 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 713.

→ $3x - 4y = 0$ e $4x + 3y = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|3x - 4y|}{\sqrt{25}} = \frac{|4x + 3y|}{\sqrt{25}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x + 7y = 0$ e $7x - y = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 714.

→ $y - 2 = 0$ e $x - 3 = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|y - 2|}{\sqrt{1}} = \frac{|x - 3|}{\sqrt{1}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x - y - 1 = 0$ e $x + y - 5 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 715.

→ $3x + 4y + 10 = 0$ e $4x - 3y + 5 = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|3x + 4y + 10|}{\sqrt{25}} = \frac{|4x - 3y + 5|}{\sqrt{25}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x - 7y - 5 = 0$ e $7x + y + 15 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 716.

→ $5x - 12y + 26 = 0$ e $12x + 5y - 13 = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|5x - 12y + 26|}{\sqrt{169}} = \frac{|12x + 5y - 13|}{\sqrt{169}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $7x + 17y - 39 = 0$ e $17x - 7y + 13 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 717.

→ $x - 1 = 0$ e $y - 4 = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|x - 1|}{\sqrt{1}} = \frac{|y - 4|}{\sqrt{1}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x - y + 3 = 0$ e $x + y - 5 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 718.

→ $4x + 3y - 5 = 0$ e $3x - 4y = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|4x + 3y - 5|}{\sqrt{25}} = \frac{|3x - 4y|}{\sqrt{25}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x + 7y - 5 = 0$ e $7x - y - 5 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 719.

→ $3x - 4y + 5 = 0$ e $4x + 3y - 10 = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|3x - 4y + 5|}{\sqrt{25}} = \frac{|4x + 3y - 10|}{\sqrt{25}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x + 7y - 15 = 0$ e $7x - y - 5 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 720.

→ $y = 0$ e $x = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|y|}{\sqrt{1}} = \frac{|x|}{\sqrt{1}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x - y = 0$ e $x + y = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 721.

→ $5x + 12y = 0$ e $12x - 5y + 26 = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|5x + 12y|}{\sqrt{169}} = \frac{|12x - 5y + 26|}{\sqrt{169}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $7x - 17y + 26 = 0$ e $17x + 7y + 26 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 722.

→ $4x + 3y - 12 = 0$ e $3x - 4y + 6 = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|4x + 3y - 12|}{\sqrt{25}} = \frac{|3x - 4y + 6|}{\sqrt{25}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $x + 7y - 18 = 0$ e $7x - y - 6 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

Esercizio 723.

→ $7x + 24y - 25 = 0$ e $24x - 7y = 0$ (le bisettrici)

→ Un punto della bisettrice dista uguale dalle due rette: $\frac{|7x + 24y - 25|}{\sqrt{625}} = \frac{|24x - 7y|}{\sqrt{625}}$ (e' la definizione di bisettrice: luogo dei punti equidistanti dai due lati)

→ Togliendo i moduli l'equazione si **sdoppia**: caso + e caso -. (nel caso - il meno va su *tutta* la parentesi)

→ $17x - 31y + 25 = 0$ e $31x + 17y - 25 = 0$ (controllo gratis: le due bisettrici devono venire **perpendicolari** fra loro)

12. Vero o falso, trova l'errore, a ritroso, con parametro**Esercizio 724.**

→ Due rette con lo stesso coefficiente angolare sono sempre coincidenti. (vero o falso?)

→ **falso** — sono parallele; coincidono solo se hanno anche lo stesso q (una risposta senza il perché non vale: e' il perché che si riusa la volta dopo)

Esercizio 725.

→ La retta $x = 3$ ha coefficiente angolare nullo. (vero o falso?)

→ **falso** — è verticale: m non è definito. Nulla è la pendenza di $y = 3$ (una risposta senza il perché non vale: e' il perché che si riusa la volta dopo)

Esercizio 744.

→ $3x + 4y - 8 = 0 \Rightarrow m = \frac{3}{4}$ (c'è un errore: dov'è?)

→ manca il segno: $m = -\frac{a}{b} = -\frac{3}{4}$ (riconoscere lo sbaglio di un altro e' il modo più rapido di smettere di farlo)

Esercizio 745.

→ Retta per $A(1;2)$ e $B(4;8)$: $m = \frac{4-1}{8-2}$ (c'è un errore: dov'è?)

→ numeratore e denominatore invertiti: $m = \frac{8-2}{4-1} = 2$ (riconoscere lo sbaglio di un altro e' il modo più rapido di smettere di farlo)

Esercizio 759.

→ Una retta ha $m = 3$ e passa per $A(2; 1)$. Quanto vale q ? (da leggere prima di calcolare)

→ $q = y - mx = 1 - 6 = -5$ (la formula si legge al contrario: e' la stessa, risolta rispetto a un'altra lettera)

Esercizio 760.

→ Una retta passa per $(0; 4)$ e per $(2; 0)$. Quanto vale m ? (da leggere prima di calcolare)

→ $m = \frac{0-4}{2-0} = -2$ (la formula si legge al contrario: e' la stessa, risolta rispetto a un'altra lettera)

Esercizio 771.

→ Per quale k le rette $y = kx + 1$ e $y = 3x - 2$ sono parallele? (da leggere prima di calcolare)

→ $k = 3$: il parallelismo chiede solo $m_1 = m_2$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 772.

→ Per quale k le rette $y = kx$ e $y = 2x + 5$ sono perpendicolari? (da leggere prima di calcolare)

→ $2k = -1$, quindi $k = -\frac{1}{2}$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 773.

→ Per quale k la retta $kx + 3y - 6 = 0$ passa per $P(3; 1)$? (da leggere prima di calcolare)

→ $3k + 3 - 6 = 0$, quindi $k = 1$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 774.

→ Per quale k le rette $2x - y + 1 = 0$ e $kx - 2y + 3 = 0$ sono parallele? (da leggere prima di calcolare)

→ $m_1 = 2$ e $m_2 = \frac{k}{2}$: $k = 4$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 775.

→ Per quale k la retta $y = 2x + k$ dista $\sqrt{5}$ dall'origine? (da leggere prima di calcolare)

→ $\frac{|k|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ dà $|k| = 5$: $k = 5$ oppure $k = -5$ — sono **due** (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 776.

→ Per quale k i punti $A(1; 2)$, $B(3; k)$, $C(5; 10)$ sono allineati? (da leggere prima di calcolare)

→ $m_{AC} = 2$, quindi $k = 2 + 2 \cdot 2 = 6$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 777.

→ Per quale k la retta $kx + y - 4 = 0$ è perpendicolare a $x - 2y = 0$? (da leggere prima di calcolare)

→ $m_1 = -k$, $m_2 = \frac{1}{2}$: $-\frac{k}{2} = -1$, quindi $k = 2$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 778.

→ Per quale k il sistema fra $y = 3x - 1$ e $y = kx + 2$ è impossibile? (da leggere prima di calcolare)

→ impossibile vuol dire parallele distinte: $k = 3$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 779.

→ Per quale k la retta $y = kx - 3$ passa per l'intersezione di $y = x + 1$ e $y = -x + 5$? (da leggere prima di calcolare)

→ l'intersezione è $(2; 3)$: $3 = 2k - 3$, quindi $k = 3$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 780.

→ Per quale k la retta $3x + ky - 12 = 0$ taglia l'asse y in $y = 4$? (da leggere prima di calcolare)

→ il punto è $(0; 4)$: $4k - 12 = 0$, quindi $k = 3$ (non si cerca un numero: si cerca per quali valori della lettera succede quello che e' scritto)

Esercizio 781.

→ **Dimostra** che la retta per $A(x_1; y_1)$ e $B(x_2; y_2)$ ha coefficiente angolare $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. (da leggere prima di calcolare)

→ dalla forma $y = mx + q$: sottraendo $y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$ il termine q sparisce, e si divide per $x_2 - x_1 \neq 0$. (una dimostrazione non e' un conto con dei numeri: e' lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 782.

→ **Dimostra** che se $ax + by + c = 0$ con $b \neq 0$, allora $m = -\frac{a}{b}$. (da leggere prima di calcolare)

→ si isola la y : $by = -ax - c$, quindi $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$. Confrontando con $y = mx + q$ si legge $m = -\frac{a}{b}$.
(una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 783.

→ **Dimostra** che due rette con lo stesso m e q diversi non hanno punti in comune. (da leggere prima di calcolare)

→ mettendole a sistema per confronto: $mx + q_1 = mx + q_2$ dà $q_1 = q_2$, falso per ipotesi. Il sistema è impossibile. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 784.

→ **Dimostra** che il punto medio di AB appartiene all'asse di AB . (da leggere prima di calcolare)

→ l'asse è per costruzione la perpendicolare condotta dal punto medio: ci passa per definizione. E infatti M dista uguale da A e da B , perché è a metà. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 785.

→ **Giustifica** perché la retta $x = h$ non si può scrivere nella forma $y = mx + q$. (da leggere prima di calcolare)

→ in $y = mx + q$ a ogni x corrisponde una sola y . Su $x = h$ l'unica ascissa possibile è h , e a quella corrispondono tutte le ordinate: non è il grafico di nessuna funzione y di x . (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 786.

→ **Dimostra** che le diagonali di un parallelogramma $ABCD$ si tagliano a metà, e ricava $D = A + C - B$.
(da leggere prima di calcolare)

→ se i medi coincidono, $\frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2}$, cioè $A + C = B + D$ e quindi $D = A + C - B$. Il conto vale sulle ascisse e sulle ordinate separatamente. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 787.

→ **Dimostra** che le due bisettrici degli angoli fra due rette incidenti sono perpendicolari fra loro. (da leggere prima di calcolare)

→ sdoppiando $|f| = |g|$ si ottengono $f - g = 0$ e $f + g = 0$, con f e g i primi membri normalizzati. I loro vettori normali sono $n_1 - n_2$ e $n_1 + n_2$, e il loro prodotto scalare vale $|n_1|^2 - |n_2|^2 = 1 - 1 = 0$. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 788.

→ **Dimostra** che tre punti A, B, C sono allineati se e solo se $(x_B - x_A)(y_C - y_A) = (x_C - x_A)(y_B - y_A)$. (da leggere prima di calcolare)

→ è l'uguaglianza $m_{AB} = m_{AC}$ scritta senza denominatori: così vale anche quando due punti hanno la stessa ascissa, dove le pendenze non esistono. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 789.

→ **Giustifica** perché nella distanza punto-retta compare un valore assoluto. (da leggere prima di calcolare)

→ $ax_P + by_P + c$ è positivo da un lato della retta e negativo dall'altro. La distanza non distingue i due lati, quindi si prende il modulo. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 790.

→ **Dimostra** che la retta $y = mx$ passa per l'origine qualunque sia m . (da leggere prima di calcolare)

→ sostituendo $x = 0$ si ottiene $y = 0$: il punto $(0;0)$ soddisfa l'equazione per ogni m . È il fascio proprio di centro l'origine. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 791.

→ **Dimostra** che se P appartiene a entrambe le generatrici di un fascio, allora appartiene a ogni retta del fascio. (da leggere prima di calcolare)

→ l'equazione del fascio in P vale $0 + k \cdot 0 = 0$: è vera per ogni k . Per questo il centro si trova annullando tutte e due le parentesi. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 792.

→ **Dimostra** il teorema del **parallelismo**: due rette $y = mx + q$ e $y = m_1x + q_1$ sono parallele se e solo se $m = m_1$. (da leggere prima di calcolare)

→ il loro sistema non può essere determinato, altrimenti sarebbero incidenti. Per confronto $mx + q = m_1x + q_1$ dà $(m - m_1)x = q_1 - q$, che è impossibile o indeterminata se e solo se $m - m_1 = 0$. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 793.

→ **Dimostra** il teorema della **perpendicolarità**: $r \perp s$ se e solo se $m m_1 = -1$. (da leggere prima di calcolare)

→ si portano le rette per l'origine e si prendono $A(1; m)$ e $B(1; m_1)$. Il triangolo AOB è rettangolo in O se e solo se $\overline{AB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2$, cioè $(m - m_1)^2 = (1 + m^2) + (1 + m_1^2)$: semplificando resta $-2mm_1 = 2$. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 794.

→ **Dimostra** che se $c = 0$ nell'equazione $ax + by + c = 0$ la retta passa per l'origine. (da leggere prima di calcolare)

→ sostituendo $O(0; 0)$ resta $a \cdot 0 + b \cdot 0 = 0$, cioè $0 = 0$: vero per qualunque a e b . (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 795.

→ **Dimostra** che l'asse del segmento AB si può ricavare imponendo $\overline{PA} = \overline{PB}$, e che l'equazione che si ottiene è di primo grado. (da leggere prima di calcolare)

→ elevando al quadrato l'uguaglianza fra le due distanze, i termini x^2 e y^2 compaiono in tutti e due i membri e si semplificano: resta un'equazione lineare, cioè una retta. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 796.

→ **Dimostra** che se una coppia $(c; d)$ soddisfa due equazioni $A = 0$ e $B = 0$, allora soddisfa ogni loro combinazione lineare $pA + qB = 0$. (da leggere prima di calcolare)

→ sostituendo, $p \cdot 0 + q \cdot 0 = 0$: è vera per ogni p e ogni q . È il motivo per cui il centro di un fascio sta su tutte le sue rette. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 797.

→ **Dimostra** che la retta $y = x$ è la bisettrice del primo e terzo quadrante. (da leggere prima di calcolare)

→ un suo punto $P(k; k)$ e la proiezione $H(k; 0)$ formano con l'origine un triangolo rettangolo isoscele (i cateti misurano entrambi k), quindi l'angolo in O è metà dell'angolo retto. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 798.

→ **Giustifica** perché la forma esplicita $y = mx + q$ non descrive tutte le rette del piano. (da leggere prima di calcolare)

→ in $y = mx + q$ a ogni x corrisponde una sola y . Su una verticale l'unica ascissa possibile è h , e le corrispondono tutte le ordinate: serve il caso a parte $x = h$. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 799.

→ **Dimostra** che in un'equazione parametrica di grado 2 in k le rette non formano un fascio, usando $(k^2 - 1)x + ky + 2 = 0$. (da leggere prima di calcolare)

→ per $k = 1$ dà $y = -2$, per $k = -1$ dà $y = 2$ — parallele fra loro — e per $k = 0$ dà $x = 2$, che le taglia entrambe. Non c'è né un punto comune a tutte né una direzione comune: è una *famiglia*, non un fascio. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 800.

→ **Giustifica** perché la scorciatoia $d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ per due parallele vale solo se sono scritte con gli stessi a e b . (da leggere prima di calcolare)

→ moltiplicare un'equazione per 2 non sposta la retta ma raddoppia c : la formula darebbe un numero diverso per la stessa coppia di rette. Prima di usarla, i coefficienti vanno resi uguali. (una dimostrazione non è un conto con dei numeri: è lo stesso conto fatto con le lettere, e vale per tutti i casi insieme)

Esercizio 801.

→ Il triangolo ha vertici $A(0; 0)$, $B(4; 0)$, $C(0; 3)$. Scrivi le equazioni dei tre lati. (da leggere prima di calcolare)

→ AB è orizzontale: $y = 0$. AC è verticale: $x = 0$. BC per due punti: $m = -\frac{3}{4}$, quindi $y = -\frac{3}{4}x + 3$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 802.

→ Del triangolo $A(0; 5)$, $B(-2; -1)$, $C(4; -1)$ calcola l'altezza relativa a BC e l'area. (da leggere prima di calcolare)

→ BC è la retta $y = -1$, lunga 6. L'altezza da A misura $5 - (-1) = 6$. Quindi $\mathcal{A} = \frac{6 \cdot 6}{2} = \mathbf{18}$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 803.

→ Scrivi la retta parallela all'asse x che dista 3 dall'asse stesso. Quante sono? (da leggere prima di calcolare)

→ sono **due**: $y = 3$ e $y = -3$. Chi ne scrive una sola dimentica il valore assoluto. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 804.

→ Il segmento AB ha estremi $A(1; 2)$ e $B(5; 6)$. Scrivi il suo asse e verifica che l'origine *non* gli appartiene. (da leggere prima di calcolare)

→ $M(3; 4)$, $m_{AB} = 1$, $m_{\perp} = -1$: $y = -x + 7$. Con $x = 0$ verrebbe $y = 7$, non 0: l'origine non ci sta. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 805.

→ Due rette passano per $P(1; 1)$: una è parallela a $y = 2x$, l'altra è perpendicolare. Scrivile e di' che angolo formano. (da leggere prima di calcolare)

→ parallela: $y = 2x - 1$; perpendicolare: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Formano un angolo **retto**, per costruzione. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 806.

→ Un rettangolo ha i lati paralleli agli assi e due vertici opposti in $A(1; 2)$ e $C(7; 6)$. Scrivi le equazioni dei quattro lati. (da leggere prima di calcolare)

→ $x = 1$, $x = 7$, $y = 2$, $y = 6$. Gli altri due vertici sono $(7; 2)$ e $(1; 6)$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 807.

→ La retta $r : 3x - 4y + 12 = 0$ taglia gli assi in P e Q . Calcola l'area del triangolo OPQ . (da leggere prima di calcolare)

→ $P(-4; 0)$ e $Q(0; 3)$: i cateti misurano 4 e 3, quindi $\mathcal{A} = 6$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 808.

→ Trova il punto della retta $y = 2x - 1$ che ha ascissa uguale all'ordinata. (da leggere prima di calcolare)

→ si impone $y = x$: $x = 2x - 1$, quindi $x = 1$ e $\mathbf{P(1; 1)}$. È l'intersezione con la bisettrice del I e III quadrante. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 809.

→ Il punto P sta sull'asse y ed è equidistante da $A(3; 0)$ e $B(0; 6)$. Trovalo. (da leggere prima di calcolare)

→ $P(0; k)$ con $9 + k^2 = (k - 6)^2$: $9 = -12k + 36$, quindi $k = \frac{9}{4}$ e $\mathbf{P(0; \frac{9}{4})}$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 810.

→ Le rette $y = x + 1$, $y = -x + 5$ e l'asse x formano un triangolo. Trovane i vertici. (da leggere prima di calcolare)

→ fra loro: $(2; 3)$. Con $y = 0$: $(-1; 0)$ e $(5; 0)$. Vertici $\mathbf{(2; 3)}$, $\mathbf{(-1; 0)}$, $\mathbf{(5; 0)}$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 811.

→ Un quadrato ha due vertici consecutivi in $A(0; 0)$ e $B(3; 4)$. Scrivi la retta del lato AD , sapendo che D sta nel secondo quadrante. (da leggere prima di calcolare)

→ $AD \perp AB$ e $m_{AB} = \frac{4}{3}$, quindi $m_{AD} = -\frac{3}{4}$ e passa per l'origine: $\mathbf{y = -\frac{3}{4}x}$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 812.

→ Il fascio $(2x - y + 1) + k(x + y - 4) = 0$: trova la retta che passa per l'origine. (da leggere prima di calcolare)

→ sostituendo $(0;0)$: $1 + k(-4) = 0$, quindi $k = \frac{1}{4}$ e $(2x - y + 1) + \frac{1}{4}(x + y - 4) = 0$, cioè $9x - 3y = 0$, cioè $y = 3x$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 813.

→ Trova la distanza fra la retta $r : y = 2x + 1$ e il punto della retta $s : y = 2x - 4$ di ascissa 0. (da leggere prima di calcolare)

→ s dà il punto $(0; -4)$. In implicita $r : 2x - y + 1 = 0$, quindi $d = \frac{|0+4+1|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 814.

→ Di' se il quadrilatero di vertici $A(0; 0)$, $B(4; 1)$, $C(5; 5)$, $D(1; 4)$ è un parallelogramma. (da leggere prima di calcolare)

→ il medio di AC è $(\frac{5}{2}; \frac{5}{2})$ e quello di BD è $(\frac{5}{2}; \frac{5}{2})$: coincidono, quindi sì. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)

Esercizio 815.

→ La retta r passa per $A(1; 3)$ ed è perpendicolare alla retta per $B(0; 0)$ e $C(2; -1)$. Scrivila. (da leggere prima di calcolare)

→ $m_{BC} = -\frac{1}{2}$, quindi $m_r = 2$: $y - 3 = 2(x - 1)$, cioè $y = 2x + 1$. (traduci, disegna, scegli la formula, controlla. Il disegno dice quante risposte aspettarsi prima di calcolarle)
