

LA PARABOLA

Esercizi divisi per tipologia e difficoltà.

-
- dalla definizione, le quattro formule, il grafico
 - asse parallelo all'asse x , posizione di una retta, tangenti
 - tangenti da un punto esterno, segmento parabolico, equazione da tre condizioni
 - tre punti, fasci, a ritroso, dimostrazioni

La parabola è un **luogo geometrico**: i punti equidistanti da un punto F e da una retta d . Tutto il resto si ricava da lì, e ogni risposta si può controllare tornando alla definizione — $\overline{PF} = \overline{PH}$. Le quattro formule sono $x_V = -\frac{b}{2a}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$, $F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$, $d: y = -\frac{1+\Delta}{4a}$, e con l'asse parallelo all'asse x vanno **scambiate**: usare $-\frac{b}{2a}$ come ascissa è l'errore tipico. Il Δ compare in due ruoli diversi — quello della parabola conta le intersezioni con l'asse x , quello dell'equazione risolvibile dice se una retta è secante, tangente o esterna: nello stesso esercizio sono due numeri, e vanno scritti su due righe. Una retta parallela all'asse incontra la curva in un punto solo e **non** è tangente. Se il punto sta sulla parabola la tangente si scrive con $m = 2ax_0 + b$; se sta fuori serve il fascio con $\Delta = 0$. I procedimenti dei primi due esercizi di ogni blocco e di tutti quelli segnati ■□□□ stanno nel file delle soluzioni.

1. Ripasso: distanze, Δ , fasci di rette

Teoria: par. 1

■□□□ **Rispondi: sono le cose che servono prima di cominciare.**

1. Qual è la distanza fra $A(1;2)$ e $B(4;6)$? [$\sqrt{9+16} = 5$]
2. Qual è la distanza del punto $P(3;7)$ dalla retta $y = -1$? [la retta è orizzontale: basta il salto in verticale, $|7 - (-1)| = 8$]
3. Qual è la distanza di $P(2;5)$ dalla retta $3x - 4y + 1 = 0$? [$\frac{|6 - 20 + 1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{13}{5} = \frac{13}{5}$]
4. Quante soluzioni reali ha $x^2 - 6x + 9 = 0$? E che cosa vuol dire per la parabola $y = x^2 - 6x + 9$? [$\Delta = 0$: una, e la parabola è tangente all'asse x nel suo vertice]
5. Che cosa dice $\Delta < 0$ sulla parabola $y = ax^2 + bx + c$? [che non taglia l'asse x : sta tutta da una parte, e da quale lo dice il segno di a]
6. Scrivi il fascio delle rette passanti per $P(2; -3)$. [$y + 3 = m(x - 2)$, cioè tutte tranne la verticale $x = 2$]
7. Perché la retta $x = k$ non sta nel fascio $y - y_0 = m(x - x_0)$? [perché non ha coefficiente angolare: è verticale, e nessun valore di m la produce]
8. Le equazioni della traslazione di vettore $\vec{v}(3; -2)$ sono $x' = x + 3$, $y' = y - 2$. Quali sono le inverse? [$x = x' - 3$, $y = y' + 2$]
9. Quanto vale $\sqrt{(y+5)^2}$? [$|y+5|$, non $y+5$: la radice di un quadrato è il valore assoluto]
10. Che cosa vuol dire che un punto è equidistante da F e da una retta d ? [che $\overline{PF} = \overline{PH}$, dove H è il piede della perpendicolare da P a d]
11. Il fuoco può stare sulla direttrice? [no: in quel caso il luogo non è una parabola — si riduce alla perpendicolare alla direttrice per F]
12. Che cos'è l'asse di una parabola? [la retta per il fuoco perpendicolare alla direttrice; è anche asse di simmetria della curva]
13. Dove sta il vertice rispetto a fuoco e direttrice? [esattamente a metà: è il punto dell'asse equidistante dai due]

14. In $y = ax^2 + bx + c$ può essere $a = 0$? [no: resterebbe $y = bx + c$, una retta. È la prima cosa da controllare quando a contiene un parametro]
15. Quante condizioni servono per determinare a , b e c ? [tre, e indipendenti]
16. Il fuoco quante condizioni vale? [due: fissa l'ascissa e l'ordinata. Il passaggio per un punto ne vale una sola]

2. Dalla definizione all'equazione

Teoria: par. 2, 3

■□□□ **Applica la definizione: scrivi l'equazione della parabola di fuoco F e direttrice d . Il vertice sta a metà fra i due.**

- | | |
|--|--|
| 17. $F(0; 2), \quad d: y = -2 \quad [y = \frac{1}{8}x^2]$ | 36. $F(-4; -1), \quad d: y = -5 \quad [y = \frac{1}{8}x^2 + x - 1]$ |
| 18. $F(0; 3), \quad d: y = -3 \quad [y = \frac{1}{12}x^2]$ | 37. $F(2; \frac{5}{2}), \quad d: y = \frac{3}{2} \quad [y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4]$ |
| 19. $F(0; -4), \quad d: y = 4 \quad [y = -\frac{1}{16}x^2]$ | 38. $F(-1; -\frac{1}{2}), \quad d: y = -\frac{5}{2} \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{4}]$ |
| 20. $F(0; 1), \quad d: y = -1 \quad [y = \frac{1}{4}x^2]$ | 39. $F(5; -3), \quad d: y = -1 \quad [y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{33}{4}]$ |
| 21. $F(0; \frac{1}{2}), \quad d: y = -\frac{1}{2} \quad [y = \frac{1}{2}x^2]$ | 40. $F(-2; 6), \quad d: y = 4 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + x + 6]$ |
| 22. $F(0; -1), \quad d: y = 1 \quad [y = -\frac{1}{4}x^2]$ | 41. $F(0; \frac{1}{8}), \quad d: y = -\frac{1}{8} \quad [y = 2x^2]$ |
| 23. $F(0; 5), \quad d: y = -5 \quad [y = \frac{1}{20}x^2]$ | 42. $F(1; 1), \quad d: y = -3 \quad [y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{7}{8}]$ |
| 24. $F(0; -2), \quad d: y = 2 \quad [y = -\frac{1}{8}x^2]$ | 43. $F(-3; -2), \quad d: y = 2 \quad [y = -\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{9}{8}]$ |
| 25. $F(-1; 2), \quad d: y = -1 \quad [y = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}]$ | 44. $F(2; 0), \quad d: y = -4 \quad [y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}]$ |
| 26. $F(-2; -1), \quad d: y = -3 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1]$ | 45. $F(-1; 5), \quad d: y = 1 \quad [y = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{25}{8}]$ |
| 27. $F(0; -3), \quad d: y = -1 \quad [y = -\frac{1}{4}x^2 - 2]$ | 46. $F(4; -2), \quad d: y = 0 \quad [y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 5]$ |
| 28. $F(-2; -3), \quad d: y = -4 \quad [y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2}]$ | 47. $F(-3; 1), \quad d: y = -1 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}]$ |
| 29. $F(1; 3), \quad d: y = 1 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{4}]$ | 48. $F(-1; 0), \quad d: y = -2 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}]$ |
| 30. $F(2; -1), \quad d: y = -3 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 - x - 1]$ | 49. $F(0; -2), \quad d: y = -4 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 - 3]$ |
| 31. $F(-3; 0), \quad d: y = -2 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}]$ | 50. $F(2; 3), \quad d: y = 1 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3]$ |
| 32. $F(4; 1), \quad d: y = -1 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4]$ | 51. $F(4; -1), \quad d: y = -3 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 2]$ |
| 33. $F(1; -2), \quad d: y = -4 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{11}{4}]$ | 52. $F(-3; 2), \quad d: y = 0 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{13}{4}]$ |
| 34. $F(-1; 4), \quad d: y = 2 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{13}{4}]$ | 53. $F(-1; 1), \quad d: y = -1 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}]$ |
| 35. $F(3; 2), \quad d: y = 0 \quad [y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{13}{4}]$ | |

54. $F(0; 0), \quad d: y = -2 \left[y = \frac{1}{4}x^2 - 1 \right]$

56. $F(4; 3), \quad d: y = 1 \left[y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 6 \right]$

55. $F(2; -2), \quad d: y = -4 \left[y = \frac{1}{4}x^2 - x - 2 \right]$

■ ■ □ □ Ancora dalla definizione, ma il vertice non è più nell'origine.

57. $F(-3; -1), \quad d: y = -3 \left[y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} \right]$

58. $F(-1; 2), \quad d: y = 0 \left[y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{4} \right]$

■ □ □ □ Qui la direttrice è verticale: l'asse della parabola è orizzontale, e le formule si scambiano.

59. $F(2; 0), \quad d: x = -2 \left[x = \frac{1}{8}y^2 \right]$

67. $F(-4; 3), \quad d: x = -2 \left[x = -\frac{1}{4}y^2 + \frac{3}{2}y - \frac{21}{4} \right]$

60. $F(-1; -1), \quad d: x = -\frac{3}{2} \left[x = y^2 + 2y - \frac{1}{4} \right]$

68. $F(5; -1), \quad d: x = 3 \left[x = \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{2}y + \frac{17}{4} \right]$

61. $F(3; 0), \quad d: x = 1 \left[x = \frac{1}{4}y^2 + 2 \right]$

69. $F(2; -3), \quad d: x = -2 \left[x = \frac{1}{8}y^2 + \frac{3}{4}y + \frac{9}{8} \right]$

62. $F(-2; 1), \quad d: x = 0 \left[x = -\frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{2}y - \frac{5}{4} \right]$

70. $F(-1; 4), \quad d: x = 1 \left[x = -\frac{1}{4}y^2 + 2y - 4 \right]$

63. $F(1; 2), \quad d: x = -1 \left[x = \frac{1}{4}y^2 - y + 1 \right]$

71. $F(2; -2), \quad d: x = 0 \left[x = \frac{1}{4}y^2 + y + 2 \right]$

64. $F(-3; -2), \quad d: x = -1 \left[x = -\frac{1}{4}y^2 - y - 3 \right]$

72. $F(-2; 1), \quad d: x = -4 \left[x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y - \frac{11}{4} \right]$

65. $F(4; 1), \quad d: x = 2 \left[x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{13}{4} \right]$

73. $F(4; 3), \quad d: x = 2 \left[x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{21}{4} \right]$

66. $F\left(\frac{1}{2}; 0\right), \quad d: x = -\frac{1}{2} \left[x = \frac{1}{2}y^2 \right]$

74. $F(-1; -2), \quad d: x = -3 \left[x = \frac{1}{4}y^2 + y - 1 \right]$

■ ■ □ □ Altre con asse orizzontale.

75. $F(1; 1), \quad d: x = -1 \left[x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{4} \right]$

78. $F(0; 1), \quad d: x = -2 \left[x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y - \frac{3}{4} \right]$

76. $F(-3; 3), \quad d: x = -5 \left[x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{3}{2}y - \frac{7}{4} \right]$

79. $F(2; 3), \quad d: x = 0 \left[x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{13}{4} \right]$

77. $F(3; -2), \quad d: x = 1 \left[x = \frac{1}{4}y^2 + y + 3 \right]$

80. $F(-2; -2), \quad d: x = -4 \left[x = \frac{1}{4}y^2 + y - 2 \right]$

3. Vertice, asse, fuoco, direttrice

Teoria: par. 6

■ □ □ □ Determina vertice, fuoco, asse e direttrice. Le quattro formule, e niente altro.

81. $y = x^2 + 6x - 1 \left[V(-3; -10); F\left(-3; -\frac{39}{4}\right); \text{asse } x = -3; d: y = -\frac{41}{4} \right]$

82. $y = 3x^2 - 6x + 1 \left[V(1; -2); F\left(1; -\frac{23}{12}\right); \text{asse } x = 1; d: y = -\frac{25}{12} \right]$

83. $y = x^2 + 3x + 2 \left[V\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right); F\left(-\frac{3}{2}; 0\right); \text{asse } x = -\frac{3}{2}; d: y = -\frac{1}{2} \right]$

84. $y = -x^2 - 2x + 3$ [$V(-1; 4)$; $F\left(-1; \frac{15}{4}\right)$; asse $x = -1$; $d: y = \frac{17}{4}$]
85. $y = x^2 - 2x - 8$ [$V(1; -9)$; $F\left(1; -\frac{35}{4}\right)$; asse $x = 1$; $d: y = -\frac{37}{4}$]
86. $y = -4x^2 + 4$ [$V(0; 4)$; $F\left(0; \frac{63}{16}\right)$; asse $x = 0$; $d: y = \frac{65}{16}$]
87. $y = x^2 - 1$ [$V(0; -1)$; $F\left(0; -\frac{3}{4}\right)$; asse $x = 0$; $d: y = -\frac{5}{4}$]
88. $y = -x^2 - 3x$ [$V\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$; $F\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$; asse $x = -\frac{3}{2}$; $d: y = \frac{5}{2}$]
89. $y = -x^2 + 6x$ [$V(3; 9)$; $F\left(3; \frac{35}{4}\right)$; asse $x = 3$; $d: y = \frac{37}{4}$]
90. $y = 3x^2$ [$V(0; 0)$; $F\left(0; \frac{1}{12}\right)$; asse $x = 0$; $d: y = -\frac{1}{12}$]
91. $y = x^2 - 4x + 4$ [$V(2; 0)$; $F\left(2; \frac{1}{4}\right)$; asse $x = 2$; $d: y = -\frac{1}{4}$]
92. $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$ [$V\left(0; -\frac{1}{4}\right)$; $F\left(0; -\frac{3}{4}\right)$; asse $x = 0$; $d: y = \frac{1}{4}$]
93. $y = \frac{3}{2}x^2$ [$V(0; 0)$; $F\left(0; \frac{1}{6}\right)$; asse $x = 0$; $d: y = -\frac{1}{6}$]
94. $y = -4x^2$ [$V(0; 0)$; $F\left(0; -\frac{1}{16}\right)$; asse $x = 0$; $d: y = \frac{1}{16}$]
95. $y = 2x^2 - 8x + 5$ [$V(2; -3)$; $F\left(2; -\frac{23}{8}\right)$; asse $x = 2$; $d: y = -\frac{25}{8}$]
96. $y = x^2 + 5x + 6$ [$V\left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right)$; $F\left(-\frac{5}{2}; 0\right)$; asse $x = -\frac{5}{2}$; $d: y = -\frac{1}{2}$]
97. $y = -2x^2 + 4x + 1$ [$V(1; 3)$; $F\left(1; \frac{23}{8}\right)$; asse $x = 1$; $d: y = \frac{25}{8}$]
98. $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$ [$V(2; -4)$; $F(2; -3)$; asse $x = 2$; $d: y = -5$]
99. $y = 5x^2 - 4x + 1$ [$V\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$; $F\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{4}\right)$; asse $x = \frac{2}{5}$; $d: y = \frac{3}{20}$]
100. $y = -x^2 + 4x - 3$ [$V(2; 1)$; $F\left(2; \frac{3}{4}\right)$; asse $x = 2$; $d: y = \frac{5}{4}$]
101. $y = 2x^2 + 12x + 13$ [$V(-3; -5)$; $F\left(-3; -\frac{39}{8}\right)$; asse $x = -3$; $d: y = -\frac{41}{8}$]
102. $y = x^2 - 6x + 5$ [$V(3; -4)$; $F\left(3; -\frac{15}{4}\right)$; asse $x = 3$; $d: y = -\frac{17}{4}$]
103. $y = -3x^2 + 6x + 1$ [$V(1; 4)$; $F\left(1; \frac{47}{12}\right)$; asse $x = 1$; $d: y = \frac{49}{12}$]
104. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 4$ [$V\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$; $F(-3; 0)$; asse $x = -3$; $d: y = -1$]
105. $y = 4x^2 - 4x + 1$ [$V\left(\frac{1}{2}; 0\right)$; $F\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{16}\right)$; asse $x = \frac{1}{2}$; $d: y = -\frac{1}{16}$]
106. $y = -x^2 + 9$ [$V(0; 9)$; $F\left(0; \frac{35}{4}\right)$; asse $x = 0$; $d: y = \frac{37}{4}$]

107. $y = x^2 + 8x + 15$ [$V(-4; -1)$; $F(-4; -\frac{3}{4})$; asse $x = -4$; $d: y = -\frac{5}{4}$]
108. $y = -2x^2 - 8x - 5$ [$V(-2; 3)$; $F(-2; \frac{23}{8})$; asse $x = -2$; $d: y = \frac{25}{8}$]
109. $y = 6x^2 - 1$ [$V(0; -1)$; $F(0; -\frac{23}{24})$; asse $x = 0$; $d: y = -\frac{25}{24}$]
110. $y = x^2 - 10x + 21$ [$V(5; -4)$; $F(5; -\frac{15}{4})$; asse $x = 5$; $d: y = -\frac{17}{4}$]
111. $y = -x^2 + 2x + 8$ [$V(1; 9)$; $F(1; \frac{35}{4})$; asse $x = 1$; $d: y = \frac{37}{4}$]
112. $y = \frac{2}{3}x^2 - 2$ [$V(0; -2)$; $F(0; -\frac{13}{8})$; asse $x = 0$; $d: y = -\frac{19}{8}$]
113. $y = 3x^2 + 12x + 11$ [$V(-2; -1)$; $F(-2; -\frac{11}{12})$; asse $x = -2$; $d: y = -\frac{13}{12}$]
114. $y = -5x^2 + 10x - 3$ [$V(1; 2)$; $F(1; \frac{39}{20})$; asse $x = 1$; $d: y = \frac{41}{20}$]
115. $y = x^2 + 2x - 3$ [$V(-1; -4)$; $F(-1; -\frac{15}{4})$; asse $x = -1$; $d: y = -\frac{17}{4}$]
116. $y = -2x^2 - 6x + 5$ [$V(-\frac{3}{2}; \frac{19}{2})$; $F(-\frac{3}{2}; \frac{75}{8})$; asse $x = -\frac{3}{2}$; $d: y = \frac{77}{8}$]
117. $y = 3x^2 - 4$ [$V(0; -4)$; $F(0; -\frac{47}{12})$; asse $x = 0$; $d: y = -\frac{49}{12}$]
118. $y = -x^2 + 4x$ [$V(2; 4)$; $F(2; \frac{15}{4})$; asse $x = 2$; $d: y = \frac{17}{4}$]
119. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 7$ [$V(2; 5)$; $F(2; \frac{11}{2})$; asse $x = 2$; $d: y = \frac{9}{2}$]
120. $y = -4x^2 + 2x - 3$ [$V(\frac{1}{4}; -\frac{11}{4})$; $F(\frac{1}{4}; -\frac{45}{16})$; asse $x = \frac{1}{4}$; $d: y = -\frac{43}{16}$]
121. $y = 2x^2 - 6x + 5$ [$V(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$; $F(\frac{3}{2}; \frac{5}{8})$; asse $x = \frac{3}{2}$; $d: y = \frac{3}{8}$]
122. $y = -\frac{1}{3}x^2 - 4$ [$V(0; -4)$; $F(0; -\frac{19}{4})$; asse $x = 0$; $d: y = -\frac{13}{4}$]
123. $y = x^2 + 4x$ [$V(-2; -4)$; $F(-2; -\frac{15}{4})$; asse $x = -2$; $d: y = -\frac{17}{4}$]
124. $y = -2x^2 - 2x + 7$ [$V(-\frac{1}{2}; \frac{15}{2})$; $F(-\frac{1}{2}; \frac{59}{8})$; asse $x = -\frac{1}{2}$; $d: y = \frac{61}{8}$]
125. $y = 3x^2 + 2x - 3$ [$V(-\frac{1}{3}; -\frac{10}{3})$; $F(-\frac{1}{3}; -\frac{13}{4})$; asse $x = -\frac{1}{3}$; $d: y = -\frac{41}{12}$]
126. $y = -x^2 - 6x + 5$ [$V(-3; 14)$; $F(-3; \frac{55}{4})$; asse $x = -3$; $d: y = \frac{57}{4}$]
127. $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$ [$V(0; -4)$; $F(0; -\frac{7}{2})$; asse $x = 0$; $d: y = -\frac{9}{2}$]
128. $y = -4x^2 + 4x$ [$V(\frac{1}{2}; 1)$; $F(\frac{1}{2}; \frac{15}{16})$; asse $x = \frac{1}{2}$; $d: y = \frac{17}{16}$]
129. $y = 2x^2 - 2x + 7$ [$V(\frac{1}{2}; \frac{13}{2})$; $F(\frac{1}{2}; \frac{53}{8})$; asse $x = \frac{1}{2}$; $d: y = \frac{51}{8}$]

$$130. y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3 \quad [V(3; 0); F\left(3; -\frac{3}{4}\right); \text{asse } x = 3; d: y = \frac{3}{4}]$$

■ ■ ■ ■ Le stesse quattro formule, con coefficienti che non aiutano.

$$131. y = x^2 - 6x + 5 \quad [V(3; -4); F\left(3; -\frac{15}{4}\right); \text{asse } x = 3; d: y = -\frac{17}{4}]$$

$$132. y = -2x^2 - 4 \quad [V(0; -4); F\left(0; -\frac{33}{8}\right); \text{asse } x = 0; d: y = -\frac{31}{8}]$$

$$133. y = 3x^2 + 4x \quad [V\left(-\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right); F\left(-\frac{2}{3}; -\frac{5}{4}\right); \text{asse } x = -\frac{2}{3}; d: y = -\frac{17}{12}]$$

$$134. y = -x^2 - 2x + 7 \quad [V(-1; 8); F\left(-1; \frac{31}{4}\right); \text{asse } x = -1; d: y = \frac{33}{4}]$$

$$135. y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 3 \quad [V(-2; -5); F\left(-2; -\frac{9}{2}\right); \text{asse } x = -2; d: y = -\frac{11}{2}]$$

$$136. y = -4x^2 - 6x + 5 \quad [V\left(-\frac{3}{4}; \frac{29}{4}\right); F\left(-\frac{3}{4}; \frac{115}{16}\right); \text{asse } x = -\frac{3}{4}; d: y = \frac{117}{16}]$$

$$137. y = 2x^2 - 4 \quad [V(0; -4); F\left(0; -\frac{31}{8}\right); \text{asse } x = 0; d: y = -\frac{33}{8}]$$

$$138. y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x \quad [V(6; 12); F\left(6; \frac{45}{4}\right); \text{asse } x = 6; d: y = \frac{51}{4}]$$

4. Dall'equazione al grafico

Teoria: par. 7, 9

■ ■ ■ ■ Trova vertice e intersezioni con gli assi: è quello che serve per disegnare. L'intersezione con l'asse y è gratis.

$$139. y = x^2 + 3x + 2 \quad [V\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right); \text{asse } y: (0; 2); \text{asse } x: (-2; 0), (-1; 0)]$$

$$140. y = -x^2 + 3x + 4 \quad [V\left(\frac{3}{2}; \frac{25}{4}\right); \text{asse } y: (0; 4); \text{asse } x: (-1; 0), (4; 0)]$$

$$141. y = -3x^2 + 3 \quad [V(0; 3); \text{asse } y: (0; 3); \text{asse } x: (-1; 0), (1; 0)]$$

$$142. y = x^2 - 2x - 3 \quad [V(1; -4); \text{asse } y: (0; -3); \text{asse } x: (-1; 0), (3; 0)]$$

$$143. y = 3x^2 + 6 \quad [V(0; 6); \text{asse } y: (0; 6); \text{asse } x: \text{nessuna}]$$

$$144. y = -x^2 + 2x + 3 \quad [V(1; 4); \text{asse } y: (0; 3); \text{asse } x: (-1; 0), (3; 0)]$$

$$145. y = -x^2 + \frac{1}{4}x \quad [V\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{64}\right); \text{asse } y: (0; 0); \text{asse } x: (0; 0), \left(\frac{1}{4}; 0\right)]$$

$$146. y = \frac{3}{2}x^2 - x \quad [V\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}\right); \text{asse } y: (0; 0); \text{asse } x: (0; 0), \left(\frac{2}{3}; 0\right)]$$

$$147. y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \quad [V(1; 0); \text{asse } y: \left(0; \frac{1}{2}\right); \text{asse } x: (1; 0)]$$

$$148. y = 3x^2 - 2x + 1 \quad [V\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right); \text{asse } y: (0; 1); \text{asse } x: \text{nessuna}]$$

$$149. y = x^2 + 2x + 3 \quad [V(-1; 2); \text{asse } y: (0; 3); \text{asse } x: \text{nessuna}]$$

$$150. y = -2x^2 + 15x - 7 \left[V \left(\frac{15}{4}; \frac{169}{8} \right); \text{asse } y: (0; -7); \text{asse } x: \left(\frac{1}{2}; 0 \right), (7; 0) \right]$$

$$151. y = x^2 - 4x + 3 \left[V (2; -1); \text{asse } y: (0; 3); \text{asse } x: (1; 0), (3; 0) \right]$$

$$152. y = -x^2 - 2x + 8 \left[V (-1; 9); \text{asse } y: (0; 8); \text{asse } x: (-4; 0), (2; 0) \right]$$

$$153. y = x^2 + 6x + 8 \left[V (-3; -1); \text{asse } y: (0; 8); \text{asse } x: (-4; 0), (-2; 0) \right]$$

$$154. y = -x^2 + 5x - 6 \left[V \left(\frac{5}{2}; \frac{1}{4} \right); \text{asse } y: (0; -6); \text{asse } x: (2; 0), (3; 0) \right]$$

$$155. y = 2x^2 - 6x + 4 \left[V \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right); \text{asse } y: (0; 4); \text{asse } x: (1; 0), (2; 0) \right]$$

$$156. y = x^2 - 16 \left[V (0; -16); \text{asse } y: (0; -16); \text{asse } x: (-4; 0), (4; 0) \right]$$

$$157. y = -x^2 + 25 \left[V (0; 25); \text{asse } y: (0; 25); \text{asse } x: (-5; 0), (5; 0) \right]$$

$$158. y = x^2 - 7x + 12 \left[V \left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{4} \right); \text{asse } y: (0; 12); \text{asse } x: (3; 0), (4; 0) \right]$$

$$159. y = -2x^2 + 2x + 4 \left[V \left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2} \right); \text{asse } y: (0; 4); \text{asse } x: (-1; 0), (2; 0) \right]$$

$$160. y = x^2 + 9x + 20 \left[V \left(-\frac{9}{2}; -\frac{1}{4} \right); \text{asse } y: (0; 20); \text{asse } x: (-5; 0), (-4; 0) \right]$$

$$161. y = -x^2 + 8x - 15 \left[V (4; 1); \text{asse } y: (0; -15); \text{asse } x: (3; 0), (5; 0) \right]$$

$$162. y = 4x^2 - 4x - 3 \left[V \left(\frac{1}{2}; -4 \right); \text{asse } y: (0; -3); \text{asse } x: \left(-\frac{1}{2}; 0 \right), \left(\frac{3}{2}; 0 \right) \right]$$

$$163. y = x^2 - x - 6 \left[V \left(\frac{1}{2}; -\frac{25}{4} \right); \text{asse } y: (0; -6); \text{asse } x: (-2; 0), (3; 0) \right]$$

$$164. y = -3x^2 + 3x + 6 \left[V \left(\frac{1}{2}; \frac{27}{4} \right); \text{asse } y: (0; 6); \text{asse } x: (-1; 0), (2; 0) \right]$$

$$165. y = x^2 + 12x + 35 \left[V (-6; -1); \text{asse } y: (0; 35); \text{asse } x: (-7; 0), (-5; 0) \right]$$

$$166. y = -x^2 - 4x + 12 \left[V (-2; 16); \text{asse } y: (0; 12); \text{asse } x: (-6; 0), (2; 0) \right]$$

$$167. y = 2x^2 + 5x - 3 \left[V \left(-\frac{5}{4}; -\frac{49}{8} \right); \text{asse } y: (0; -3); \text{asse } x: (-3; 0), \left(\frac{1}{2}; 0 \right) \right]$$

$$168. y = x^2 - 14x + 45 \left[V (7; -4); \text{asse } y: (0; 45); \text{asse } x: (5; 0), (9; 0) \right]$$

$$169. y = x^2 - 2x - 3 \left[V (1; -4); \text{asse } y: (0; -3); \text{asse } x: (-1; 0), (3; 0) \right]$$

$$170. y = -x^2 + 8x - 7 \left[V (4; 9); \text{asse } y: (0; -7); \text{asse } x: (1; 0), (7; 0) \right]$$

$$171. y = 2x^2 - 50 \left[V (0; -50); \text{asse } y: (0; -50); \text{asse } x: (-5; 0), (5; 0) \right]$$

$$172. y = x^2 - 8x + 12 \left[V (4; -4); \text{asse } y: (0; 12); \text{asse } x: (2; 0), (6; 0) \right]$$

$$173. y = -x^2 - 10x - 16 \left[V (-5; 9); \text{asse } y: (0; -16); \text{asse } x: (-8; 0), (-2; 0) \right]$$

$$174. y = 2x^2 - 10x \left[V \left(\frac{5}{2}; -\frac{25}{2} \right); \text{asse } y: (0; 0); \text{asse } x: (0; 0), (5; 0) \right]$$

$$175. y = x^2 + 6x \left[V (-3; -9); \text{asse } y: (0; 0); \text{asse } x: (-6; 0), (0; 0) \right]$$

$$176. y = -x^2 + x \left[V \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4} \right); \text{asse } y: (0; 0); \text{asse } x: (0; 0), (1; 0) \right]$$

177. $y = 2x^2 + 2x - 12$ [V $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{25}{2}\right)$; asse y : (0; -12); asse x : (-3; 0), (2; 0)]

178. $y = x^2 - 6x + 9$ [V (3; 0); asse y : (0; 9); asse x : (3; 0)]

179. $y = -x^2 - 5x - 4$ [V $\left(-\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$; asse y : (0; -4); asse x : (-4; 0), (-1; 0)]

180. $y = 2x^2 - 26x + 72$ [V $\left(\frac{13}{2}; -\frac{25}{2}\right)$; asse y : (0; 72); asse x : (4; 0), (9; 0)]

181. $y = x^2 - 2x - 3$ [V (1; -4); asse y : (0; -3); asse x : (-1; 0), (3; 0)]

182. $y = -x^2 + 8x - 7$ [V (4; 9); asse y : (0; -7); asse x : (1; 0), (7; 0)]

183. $y = 2x^2 - 50$ [V (0; -50); asse y : (0; -50); asse x : (-5; 0), (5; 0)]

184. $y = x^2 - 8x + 12$ [V (4; -4); asse y : (0; 12); asse x : (2; 0), (6; 0)]

185. $y = -x^2 - 10x - 16$ [V (-5; 9); asse y : (0; -16); asse x : (-8; 0), (-2; 0)]

186. $y = 2x^2 - 10x$ [V $\left(\frac{5}{2}; -\frac{25}{2}\right)$; asse y : (0; 0); asse x : (0; 0), (5; 0)]

187. $y = x^2 + 6x$ [V (-3; -9); asse y : (0; 0); asse x : (-6; 0), (0; 0)]

188. $y = -x^2 + x$ [V $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$; asse y : (0; 0); asse x : (0; 0), (1; 0)]

■ ■ □ □ Ancora grafici. Attenzione a quelle che l'asse x non lo toccano: il Δ lo dice prima dei conti.

189. $y = 2x^2 + 2x - 12$ [V $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{25}{2}\right)$; asse y : (0; -12); asse x : (-3; 0), (2; 0)]

190. $y = x^2 - 6x + 9$ [V (3; 0); asse y : (0; 9); asse x : (3; 0)]

191. $y = -x^2 - 5x - 4$ [V $\left(-\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$; asse y : (0; -4); asse x : (-4; 0), (-1; 0)]

192. $y = 2x^2 - 26x + 72$ [V $\left(\frac{13}{2}; -\frac{25}{2}\right)$; asse y : (0; 72); asse x : (4; 0), (9; 0)]

■ □ □ □ Che cosa manca nell'equazione, e che cosa vuol dire. Si risponde a vista, senza le formule generali.

193. $y = -2x^2 + 5$ [V (0; 5), concavità verso il basso — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]

194. $y = x^2 - 4x$ [V (2; -4), concavità verso l'alto — manca il termine noto: passa per l'origine]

195. $y = 3x^2$ [V (0; 0), concavità verso l'alto — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y ; manca il termine noto: passa per l'origine]

196. $y = -x^2 - 3$ [V (0; -3), concavità verso il basso — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]

197. $y = \frac{1}{2}x^2 + 5x$ [V $\left(-5; -\frac{25}{2}\right)$, concavità verso l'alto — manca il termine noto: passa per l'origine]

198. $y = -4x^2 + 1$ [V (0; 1), concavità verso il basso — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]

199. $y = 2x^2 + 6x$ [V $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$, concavità verso l'alto — manca il termine noto: passa per l'origine]

200. $y = x^2 + 7$ [V (0; 7), concavità verso l'alto — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]

201. $y = -3x^2 - 2$ [$V(0; -2)$, concavità verso il basso — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]
202. $y = \frac{2}{3}x^2 - 4x$ [$V(3; -6)$, concavità verso l'alto — manca il termine noto: passa per l'origine]
203. $y = 5x^2 - 5$ [$V(0; -5)$, concavità verso l'alto — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]
204. $y = -x^2 + 7x$ [$V\left(\frac{7}{2}; \frac{49}{4}\right)$, concavità verso il basso — manca il termine noto: passa per l'origine]
205. $y = 4x^2$ [$V(0; 0)$, concavità verso l'alto — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y ; manca il termine noto: passa per l'origine]
206. $y = x^2 - 9$ [$V(0; -9)$, concavità verso l'alto — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]
207. $y = -2x^2 + 8x$ [$V(2; 8)$, concavità verso il basso — manca il termine noto: passa per l'origine]
208. $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$ [$V(0; 2)$, concavità verso l'alto — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]
209. $y = 6x^2 - 3x$ [$V\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{8}\right)$, concavità verso l'alto — manca il termine noto: passa per l'origine]
210. $y = -5x^2 + 4$ [$V(0; 4)$, concavità verso il basso — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y]
211. $y = x^2 + 11x$ [$V\left(-\frac{11}{2}; -\frac{121}{4}\right)$, concavità verso l'alto — manca il termine noto: passa per l'origine]
212. $y = -x^2$ [$V(0; 0)$, concavità verso il basso — manca il termine in x : il vertice sta sull'asse y ; manca il termine noto: passa per l'origine]

■ ■ ■ ■ Quale delle due è più stretta? E dove guardano? Sono due domande diverse sullo stesso numero.

213. $y = 6x^2$ e $y = 5x^2$ [**pistretta** : $y = 6x^2$, e la concavità è verso l'alto e verso l'alto]
214. $y = \frac{3}{4}x^2$ e $y = -\frac{4}{3}x^2$ [**pistretta** : $y = -\frac{4}{3}x^2$, e la concavità è verso l'alto e verso il basso]
215. $y = -3x^2$ e $y = \frac{1}{3}x^2$ [**pistretta** : $y = -3x^2$, e la concavità è verso il basso e verso l'alto]
216. $y = -x^2$ e $y = -\frac{1}{2}x^2$ [**pistretta** : $y = -x^2$, e la concavità è verso il basso e verso il basso]
217. $y = 2x^2$ e $y = \frac{1}{2}x^2$ [**pistretta** : $y = 2x^2$, e la concavità è verso l'alto e verso l'alto]
218. $y = -5x^2$ e $y = 4x^2$ [**pistretta** : $y = -5x^2$, e la concavità è verso il basso e verso l'alto]
219. $y = \frac{1}{4}x^2$ e $y = \frac{1}{5}x^2$ [**pistretta** : $y = \frac{1}{4}x^2$, e la concavità è verso l'alto e verso l'alto]
220. $y = 7x^2$ e $y = -8x^2$ [**pistretta** : $y = -8x^2$, e la concavità è verso l'alto e verso il basso]
221. $y = -\frac{2}{3}x^2$ e $y = \frac{3}{2}x^2$ [**pistretta** : $y = \frac{3}{2}x^2$, e la concavità è verso il basso e verso l'alto]
222. $y = x^2$ e $y = -x^2$ [**hannolastessaapertura**, e la concavità è verso l'alto e verso il basso]
223. $y = \frac{5}{2}x^2$ e $y = -\frac{5}{3}x^2$ [**pistretta** : $y = \frac{5}{2}x^2$, e la concavità è verso l'alto e verso il basso]
224. $y = -9x^2$ e $y = \frac{1}{9}x^2$ [**pistretta** : $y = -9x^2$, e la concavità è verso il basso e verso l'alto]

5. Parabola con asse parallelo all'asse x

Teoria: par. 10

■ ■ ■ ■ Qui $x = ay^2 + by + c$: le formule sono le stesse con le coordinate scambiate. Usare $-\frac{b}{2a}$ come ascissa è l'errore tipico di questa sezione.

$$225. x = y^2 - 2y + 3 \quad [V(2; 1); F\left(\frac{9}{4}; 1\right); \text{asse } y = 1; d: x = \frac{7}{4}]$$

$$226. x = -\frac{1}{2}y^2 - 2y + \frac{1}{2} \quad [V\left(\frac{5}{2}; -2\right); F(2; -2); \text{asse } y = -2; d: x = 3]$$

$$227. x = -2y^2 + 3y \quad [V\left(\frac{9}{8}; \frac{3}{4}\right); F\left(1; \frac{3}{4}\right); \text{asse } y = \frac{3}{4}; d: x = \frac{5}{4}]$$

$$228. x = \frac{1}{4}y^2 + y \quad [V(-1; -2); F(0; -2); \text{asse } y = -2; d: x = -2]$$

$$229. x = -y^2 + 2y + 8 \quad [V(9; 1); F\left(\frac{35}{4}; 1\right); \text{asse } y = 1; d: x = \frac{37}{4}]$$

$$230. x = y^2 - 9 \quad [V(-9; 0); F\left(-\frac{35}{4}; 0\right); \text{asse } y = 0; d: x = -\frac{37}{4}]$$

$$231. x = \frac{1}{2}y^2 - 8y \quad [V(-32; 8); F\left(-\frac{63}{2}; 8\right); \text{asse } y = 8; d: x = -\frac{65}{2}]$$

$$232. x = y^2 - 6y + 9 \quad [V(0; 3); F\left(\frac{1}{4}; 3\right); \text{asse } y = 3; d: x = -\frac{1}{4}]$$

$$233. x = -y^2 + 6y - 5 \quad [V(4; 3); F\left(\frac{15}{4}; 3\right); \text{asse } y = 3; d: x = \frac{17}{4}]$$

$$234. x = y^2 + y \quad [V\left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right); F\left(0; -\frac{1}{2}\right); \text{asse } y = -\frac{1}{2}; d: x = -\frac{1}{2}]$$

$$235. x = -2y^2 + 3 \quad [V(3; 0); F\left(\frac{23}{8}; 0\right); \text{asse } y = 0; d: x = \frac{25}{8}]$$

$$236. x = y^2 - 4y - 4 \quad [V(-8; 2); F\left(-\frac{31}{4}; 2\right); \text{asse } y = 2; d: x = -\frac{33}{4}]$$

$$237. x = 3y^2 - y + 2 \quad [V\left(\frac{23}{12}; \frac{1}{6}\right); F\left(2; \frac{1}{6}\right); \text{asse } y = \frac{1}{6}; d: x = \frac{11}{6}]$$

$$238. x = -y^2 - 6y + 1 \quad [V(10; -3); F\left(\frac{39}{4}; -3\right); \text{asse } y = -3; d: x = \frac{41}{4}]$$

$$239. x = 2y^2 - 4y + 3 \quad [V(1; 1); F\left(\frac{9}{8}; 1\right); \text{asse } y = 1; d: x = \frac{7}{8}]$$

$$240. x = y^2 + 2y - 3 \quad [V(-4; -1); F\left(-\frac{15}{4}; -1\right); \text{asse } y = -1; d: x = -\frac{17}{4}]$$

$$241. x = -3y^2 + 6y \quad [V(3; 1); F\left(\frac{35}{12}; 1\right); \text{asse } y = 1; d: x = \frac{37}{12}]$$

$$242. x = \frac{1}{6}y^2 - \frac{1}{3}y + \frac{8}{3} \quad [V\left(\frac{5}{2}; 1\right); F(4; 1); \text{asse } y = 1; d: x = 1]$$

$$243. x = y^2 - 4y + 1 \quad [V(-3; 2); F\left(-\frac{11}{4}; 2\right); \text{asse } y = 2; d: x = -\frac{13}{4}]$$

$$244. x = -y^2 + 2y \quad [V(1; 1); F\left(\frac{3}{4}; 1\right); \text{asse } y = 1; d: x = \frac{5}{4}]$$

245. $x = \frac{1}{2}y^2 - 3$ [$V(-3; 0)$; $F\left(-\frac{5}{2}; 0\right)$; asse $y = 0$; $d: x = -\frac{7}{2}$]
246. $x = -2y^2 - 4y + 1$ [$V(3; -1)$; $F\left(\frac{23}{8}; -1\right)$; asse $y = -1$; $d: x = \frac{25}{8}$]
247. $x = y^2 + 2y$ [$V(-1; -1)$; $F\left(-\frac{3}{4}; -1\right)$; asse $y = -1$; $d: x = -\frac{5}{4}$]
248. $x = -y^2 - 3$ [$V(-3; 0)$; $F\left(-\frac{13}{4}; 0\right)$; asse $y = 0$; $d: x = -\frac{11}{4}$]
249. $x = \frac{1}{2}y^2 - 4y + 1$ [$V(-7; 4)$; $F\left(-\frac{13}{2}; 4\right)$; asse $y = 4$; $d: x = -\frac{15}{2}$]
250. $x = -2y^2 + 2y$ [$V\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$; $F\left(\frac{3}{8}; \frac{1}{2}\right)$; asse $y = \frac{1}{2}$; $d: x = \frac{5}{8}$]

6. Posizione di una retta

Teoria: par. 11

■ ■ ■ ■ Scrivi l'equazione risolvente e guarda il suo Δ — che non è quello della parabola. Poi, se ci sono, trova i punti.

251. $y = x^2 + 4x - 1$ e $y = 3x + 1$ [secante: $(-2; -5)$, $(1; 4)$]
252. $y = x^2 + 4x - 1$ e $y = -2x - 10$ [tangente: $(-3; -4)$]
253. $y = x^2 + 2x + 5$ e $y = 2x + 5$ [tangente: $(0; 5)$]
254. $y = 3x^2 - 4x + 2$ e $y = 5x + 2$ [secante: $(0; 2)$, $(3; 17)$]
255. $y = x^2 - 3x + 3$ e $y = x$ [secante: $(1; 1)$, $(3; 3)$]
256. $y = x^2 - 4x$ e $y = x - 4$ [secante: $(1; -3)$, $(4; 0)$]
257. $y = x^2 - 2x + 7$ e $y = 2x + 4$ [secante: $(1; 6)$, $(3; 10)$]
258. $y = -x^2 + 2x$ e $y = -3$ [secante: $(-1; -3)$, $(3; -3)$]
259. $y = x^2 - 4$ e $y = 0$ [secante: $(-2; 0)$, $(2; 0)$]
260. $y = x^2$ e $y = x + 2$ [secante: $(-1; 1)$, $(2; 4)$]
261. $y = -x^2 + 4$ e $y = 0$ [secante: $(-2; 0)$, $(2; 0)$]
262. $y = x^2 - 6x + 8$ e $y = 0$ [secante: $(2; 0)$, $(4; 0)$]
263. $y = 2x^2 - 8x$ e $y = 0$ [secante: $(0; 0)$, $(4; 0)$]
264. $y = -x^2 + 4x + 5$ e $y = 0$ [secante: $(-1; 0)$, $(5; 0)$]
265. $y = x^2 + 2x - 3$ e $y = 0$ [secante: $(-3; 0)$, $(1; 0)$]
266. $y = -2x^2 + 4x + 6$ e $y = 0$ [secante: $(-1; 0)$, $(3; 0)$]
267. $y = x^2 - x - 6$ e $y = 0$ [secante: $(-2; 0)$, $(3; 0)$]
268. $y = 3x^2 - 3$ e $y = 0$ [secante: $(-1; 0)$, $(1; 0)$]

269. $y = x^2 + 5x + 4$ e $y = 0$ [secante: $(-4; 0), (-1; 0)$]
270. $y = -x^2 + 6x - 8$ e $y = 0$ [secante: $(2; 0), (4; 0)$]
271. $y = x^2$ e $y = 4x - 4$ [tangente: $(2; 4)$]
272. $y = -x^2 + 2x$ e $y = 1$ [tangente: $(1; 1)$]
273. $y = 2x^2 - 4x + 5$ e $y = 3$ [tangente: $(1; 3)$]
274. $y = x^2 - 2x + 1$ e $y = -2x + 1$ [tangente: $(0; 1)$]
275. $y = 3x^2 + 6x + 1$ e $y = -2$ [tangente: $(-1; -2)$]
276. $y = -2x^2 + 3$ e $y = -8x + 11$ [tangente: $(2; -5)$]
277. $y = x^2 + 1$ e $y = 0$ [esterna]
278. $y = x^2 + 4$ e $y = 2x$ [esterna]
279. $y = -x^2 - 1$ e $y = 2$ [esterna]
280. $y = x^2 - 2x + 5$ e $y = 0$ [esterna]
281. $y = -x^2 + 4x - 8$ e $y = 2x$ [esterna]
282. $y = 2x^2 + 3$ e $y = -1$ [esterna]
283. $y = x^2$ e $y = x + 2$ [secante: $(-1; 1), (2; 4)$]
284. $y = 2x^2 - 2$ e $y = 6x - 2$ [secante: $(0; -2), (3; 16)$]
285. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ e $y = -2x - 4$ [tangente: $(-2; 0)$]
286. $y = x^2 - 2x$ e $y = 3x - 4$ [secante: $(1; -1), (4; 8)$]
287. $y = x^2 + 4x + 3$ e $y = 5x + 5$ [secante: $(-1; 0), (2; 15)$]
288. $y = 3x^2 - 6x$ e $y = 3x$ [secante: $(0; 0), (3; 9)$]
289. $y = -x^2 + 2x$ e $y = 6x + 4$ [tangente: $(-2; -8)$]
290. $y = -x^2 - 2x + 3$ e $y = -7x + 7$ [secante: $(1; 0), (4; -21)$]

■ ■ ■ □ Altre posizioni, con qualche caso al limite.

291. $y = x^2$ e $y = x + 2$ [secante: $(-1; 1), (2; 4)$]
292. $y = 2x^2 - 2$ e $y = 6x - 2$ [secante: $(0; -2), (3; 16)$]
293. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ e $y = -2x - 4$ [tangente: $(-2; 0)$]
294. $y = x^2 - 2x$ e $y = 3x - 4$ [secante: $(1; -1), (4; 8)$]
295. $y = x^2 + 4x + 3$ e $y = 5x + 5$ [secante: $(-1; 0), (2; 15)$]
296. $y = 3x^2 - 6x$ e $y = 3x$ [secante: $(0; 0), (3; 9)$]

297. $y = -x^2 + 2x$ e $y = 6x + 4$ [tangente: $(-2; -8)$]
 298. $y = -x^2 - 2x + 3$ e $y = -7x + 7$ [secante: $(1; 0), (4; -21)$]
 299. $y = x^2$ e $y = x + 2$ [secante: $(-1; 1), (2; 4)$]
 300. $y = 2x^2 - 2$ e $y = 6x - 2$ [secante: $(0; -2), (3; 16)$]
 301. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ e $y = -2x - 4$ [tangente: $(-2; 0)$]
 302. $y = x^2 - 2x$ e $y = 3x - 4$ [secante: $(1; -1), (4; 8)$]

■ ■ ■ ■ **Attenzione: queste rette sono verticali. Non hanno coefficiente angolare, quindi il criterio del Δ non le riguarda.**

303. $y = x^2 - 4$ e $x = 3$ [un solo punto, $(3; 5)$ — ma non è tangente: è parallela all'asse]
 304. $y = x^2 - 2x$ e $x = 1$ [un solo punto, $(1; -1)$ — ma non è tangente: è parallela all'asse]
 305. $y = -x^2 + 4x$ e $x = 2$ [un solo punto, $(2; 4)$ — ma non è tangente: è parallela all'asse]
 306. $y = 2x^2 + 1$ e $x = -1$ [un solo punto, $(-1; 3)$ — ma non è tangente: è parallela all'asse]
 307. $y = x^2 + 6x + 5$ e $x = -3$ [un solo punto, $(-3; -4)$ — ma non è tangente: è parallela all'asse]
 308. $y = -2x^2 + 4x + 3$ e $x = 0$ [un solo punto, $(0; 3)$ — ma non è tangente: è parallela all'asse]
 309. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ e $x = 4$ [un solo punto, $(4; 6)$ — ma non è tangente: è parallela all'asse]
 310. $y = 3x^2 - 6x + 2$ e $x = 1$ [un solo punto, $(1; -1)$ — ma non è tangente: è parallela all'asse]

7. Rette tangenti

Teoria: par. 12

■ ■ ■ ■ **Il punto sta sulla parabola: basta $m = 2ax_0 + b$, oppure lo sdoppiamento. Il fascio con $\Delta = 0$ qui non serve.**

311. $y = 5x^2 - 4x + 1$, nel suo punto di ascissa 2 [$y = 16x - 19$]
 312. $y = -2x^2 + x + 1$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = x + 1$]
 313. $y = -x^2 + 3x$, nel suo punto di ascissa 4 [$y = -5x + 16$]
 314. $y = x^2 - 3x + 2$, nel suo punto di ascissa -1 [$y = -5x + 1$]
 315. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = -4x - 6$]
 316. $y = x^2$, nel suo punto di ascissa 3 [$y = 6x - 9$]
 317. $y = -x^2 + 4$, nel suo punto di ascissa 1 [$y = -2x + 5$]
 318. $y = 2x^2 - 4x + 1$, nel suo punto di ascissa 2 [$y = 4x - 7$]
 319. $y = x^2 + 4x + 3$, nel suo punto di ascissa -2 [$y = -1$]

320. $y = -3x^2 + 6x$, nel suo punto di ascissa 1 [$y = 3$]
321. $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$, nel suo punto di ascissa 6 [$y = 2x - 12$]
322. $y = x^2 - 6x + 8$, nel suo punto di ascissa 5 [$y = 4x - 17$]
323. $y = -x^2 + 2x + 3$, nel suo punto di ascissa -1 [$y = 4x + 4$]
324. $y = 3x^2 - 2$, nel suo punto di ascissa 1 [$y = 6x - 5$]
325. $y = x^2 + 2x - 3$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = 2x - 3$]
326. $y = -2x^2 + 8x - 3$, nel suo punto di ascissa 2 [$y = 5$]
327. $y = x^2 - 4x + 4$, nel suo punto di ascissa 3 [$y = 2x - 5$]
328. $y = \frac{1}{2}x^2 + x$, nel suo punto di ascissa -2 [$y = -x - 2$]
329. $y = 4x^2 - 4x + 1$, nel suo punto di ascissa 1 [$y = 4x - 3$]
330. $y = -x^2 - 2x + 8$, nel suo punto di ascissa -3 [$y = 4x + 17$]
331. $y = 2x^2 - 5$, nel suo punto di ascissa -1 [$y = -4x - 7$]
332. $y = x^2 + 8x + 12$, nel suo punto di ascissa -5 [$y = -2x - 13$]
333. $y = -4x^2 + 4x + 1$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = 4x + 1$]
334. $y = x^2 - x - 6$, nel suo punto di ascissa 2 [$y = 3x - 10$]
335. $y = x^2$, nel suo punto di ascissa -2 [$y = -4x - 4$]
336. $y = x^2 + 6x + 8$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = 6x + 8$]
337. $y = 3x^2 - 1$, nel suo punto di ascissa 1 [$y = 6x - 4$]
338. $y = -x^2$, nel suo punto di ascissa 3 [$y = -6x + 9$]
339. $y = -2x^2 + 4x + 1$, nel suo punto di ascissa -2 [$y = 12x + 9$]
340. $y = x^2 - 2x - 3$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = -2x - 3$]
341. $y = 2x^2 - 4x$, nel suo punto di ascissa 1 [$y = -2$]
342. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$, nel suo punto di ascissa 3 [$y = x - \frac{9}{2}$]
343. $y = x^2$, nel suo punto di ascissa -2 [$y = -4x - 4$]
344. $y = x^2 + 6x + 8$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = 6x + 8$]
345. $y = 3x^2 - 1$, nel suo punto di ascissa 1 [$y = 6x - 4$]
346. $y = -x^2$, nel suo punto di ascissa 3 [$y = -6x + 9$]
347. $y = -2x^2 + 4x + 1$, nel suo punto di ascissa -2 [$y = 12x + 9$]
348. $y = x^2 - 2x - 3$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = -2x - 3$]

349. $y = 2x^2 - 4x$, nel suo punto di ascissa 1 [$y = -2$]

350. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$, nel suo punto di ascissa 3 [$y = x - \frac{9}{2}$]

■■■□ Altre tangenti in un punto della curva.

351. $y = x^2$, nel suo punto di ascissa -2 [$y = -4x - 4$]

352. $y = x^2 + 6x + 8$, nel suo punto di ascissa 0 [$y = 6x + 8$]

■■■□ Qui il punto è esterno: fascio per P , sistema, e $\Delta = 0$. Le tangenti sono due.

353. $y = x^2 + 4x + 6$, dal punto $P(-4; 5)$ [$y = -6x - 19$; $y = -2x - 3$]

354. $y = 2x^2 + 4x - 1$, dal punto $P(-1; -5)$ [$y = -4x - 9$; $y = 4x - 1$]

355. $y = x^2 - 5x + 19$, dal punto $P(1; 11)$ [$y = -7x + 18$; $y = x + 10$]

356. $y = x^2 - 2x - 3$, dal punto $P(1; -8)$ [$y = -4x - 4$; $y = 4x - 12$]

357. $y = -x^2 - 2x + 7$, dal punto $P(0; 11)$ [$y = -6x + 11$; $y = 2x + 11$]

358. $y = x^2 - 2$, dal punto $P(1; -5)$ [$y = -2x - 3$; $y = 6x - 11$]

359. $y = x^2$, dal punto $P(0; -1)$ [$y = -2x - 1$; $y = 2x - 1$]

360. $y = -x^2$, dal punto $P(0; 1)$ [$y = -2x + 1$; $y = 2x + 1$]

361. $y = x^2 - 4x$, dal punto $P(2; -8)$ [$y = -4x$; $y = 4x - 16$]

362. $y = -x^2 + 4x$, dal punto $P(2; 8)$ [$y = -4x + 16$; $y = 4x$]

■■■■ Ancora tangenti da un punto esterno.

363. $y = x^2 + 2x + 1$, dal punto $P(-1; -4)$ [$y = -4x - 8$; $y = 4x$]

364. $y = 2x^2$, dal punto $P(0; -2)$ [$y = -4x - 2$; $y = 4x - 2$]

365. $y = x^2 + 6x + 5$, dal punto $P(-3; -8)$ [$y = -4x - 20$; $y = 4x + 4$]

366. $y = -2x^2 + 2$, dal punto $P(0; 4)$ [$y = -4x + 4$; $y = 4x + 4$]

367. $y = x^2 - 6x + 5$, dal punto $P(3; -8)$ [$y = -4x + 4$; $y = 4x - 20$]

368. $y = \frac{1}{2}x^2$, dal punto $P(0; -2)$ [$y = -2x - 2$; $y = 2x - 2$]

369. $y = -x^2 + 2x + 3$, dal punto $P(1; 8)$ [$y = -4x + 12$; $y = 4x + 4$]

370. $y = 3x^2 - 1$, dal punto $P(0; -4)$ [$y = -6x - 4$; $y = 6x - 4$]

■■■□ Archimede: due terzi del rettangolo. Trova le intersezioni, la tangente parallela alla corda, e concludi.

371. $y = -x^2 + 6x - 5$ e $y = 0$ [$s = \frac{32}{3}$]

372. $y = x^2 - 4x$ e $y = 2x$ [$s = 36$]

$$373. y = x^2 - 5x + 7 \quad \text{e} \quad y = x - 1 \quad [S = \frac{4}{3}]$$

$$374. y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3 \quad \text{e} \quad y = 2x + \frac{1}{2} \quad [S = 18]$$

$$375. y = x^2 - 4 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{32}{3}]$$

$$376. y = -x^2 + 9 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = 36]$$

$$377. y = x^2 - 2x - 3 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{32}{3}]$$

$$378. y = -x^2 + 4x \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{32}{3}]$$

$$379. y = x^2 - 1 \quad \text{e} \quad y = 3 \quad [S = \frac{32}{3}]$$

$$380. y = -2x^2 + 4x + 6 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{64}{3}]$$

$$381. y = x^2 - 6x + 8 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{4}{3}]$$

$$382. y = \frac{1}{2}x^2 - 2 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{16}{3}]$$

■■■■ Altri segmenti parabolici.

$$383. y = x^2 + 2x - 8 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = 36]$$

$$384. y = -3x^2 + 6x + 9 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = 32]$$

$$385. y = x^2 - x - 12 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{343}{6}]$$

$$386. y = -x^2 + 2x + 8 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = 36]$$

$$387. y = 2x^2 - 4x - 6 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{64}{3}]$$

$$388. y = x^2 + 4x - 5 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = 36]$$

$$389. y = -x^2 + 6x \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = 36]$$

$$390. y = x^2 - 8x + 15 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad [S = \frac{4}{3}]$$

8. Determinare l'equazione

Teoria: par. 14

■■□□ **Vertice e un punto: conviene partire da $y - y_V = a(x - x_V)^2$ invece che da un sistema in tre incognite.**

$$391. \text{ vertice } V(2; -2), \text{ passante per } A(4; 6) \quad [y = 2x^2 - 8x + 6]$$

$$392. \text{ vertice } V(1; -8), \text{ passante per } A(4; 10) \quad [y = 2x^2 - 4x - 6]$$

$$393. \text{ vertice } V\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right), \text{ passante per } A(1; 0) \quad [y = -x^2 + 3x - 2]$$

$$394. \text{ vertice } V\left(\frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right), \text{ passante per } A(0; 1) \quad [y = -x^2 + 3x + 1]$$

395. vertice $V(4; 1)$, passante per $A(2; -7)$ [$y = -2x^2 + 16x - 31$]
396. vertice $V(-2; -4)$, passante per $A(0; 0)$ [$y = x^2 + 4x$]
397. vertice $V(0; 0)$, passante per $A(2; 4)$ [$y = x^2$]
398. vertice $V(1; 2)$, passante per $A(0; 0)$ [$y = -2x^2 + 4x$]
399. vertice $V(-1; 3)$, passante per $A(1; -1)$ [$y = -x^2 - 2x + 2$]
400. vertice $V(3; -1)$, passante per $A(5; 7)$ [$y = 2x^2 - 12x + 17$]
401. vertice $V(2; 5)$, passante per $A(0; 1)$ [$y = -x^2 + 4x + 1$]
402. vertice $V(-3; -2)$, passante per $A(-1; 6)$ [$y = 2x^2 + 12x + 16$]
403. vertice $V(0; -4)$, passante per $A(2; 0)$ [$y = x^2 - 4$]
404. vertice $V(5; 0)$, passante per $A(3; -8)$ [$y = -2x^2 + 20x - 50$]
405. vertice $V(-1; -1)$, passante per $A(1; 7)$ [$y = 2x^2 + 4x + 1$]
406. vertice $V(4; -3)$, passante per $A(6; 5)$ [$y = 2x^2 - 16x + 29$]
407. vertice $V(0; 0)$, passante per $A(2; 4)$ [$y = x^2$]
408. vertice $V(3; 2)$, passante per $A(2; 5)$ [$y = 3x^2 - 18x + 29$]
409. vertice $V(0; 5)$, passante per $A(3; -1)$ [$y = -\frac{2}{3}x^2 + 5$]
410. vertice $V(1; 6)$, passante per $A(3; 10)$ [$y = x^2 - 2x + 7$]
411. vertice $V(-2; 3)$, passante per $A(-3; 6)$ [$y = 3x^2 + 12x + 15$]

■ ■ ■ ■ Ancora vertice e un punto.

412. vertice $V(2; 0)$, passante per $A(5; -6)$ [$y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - \frac{8}{3}$]
413. vertice $V(4; 1)$, passante per $A(6; 5)$ [$y = x^2 - 8x + 17$]
414. vertice $V(1; -1)$, passante per $A(0; 2)$ [$y = 3x^2 - 6x + 2$]
415. vertice $V(-1; -4)$, passante per $A(2; -10)$ [$y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{14}{3}$]
416. vertice $V(-3; -1)$, passante per $A(-1; 3)$ [$y = x^2 + 6x + 8$]
417. vertice $V(0; 0)$, passante per $A(-1; 3)$ [$y = 3x^2$]
418. vertice $V(3; 2)$, passante per $A(6; -4)$ [$y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x - 4$]
419. vertice $V(0; 5)$, passante per $A(2; 9)$ [$y = x^2 + 5$]
420. vertice $V(1; 6)$, passante per $A(0; 9)$ [$y = 3x^2 - 6x + 9$]

■ ■ ■ ■ Vertice e fuoco. Stanno sullo stesso asse: la loro distanza dà n .

421. vertice $V(1; 4)$, fuoco $F\left(1; \frac{15}{4}\right)$ [$y = -x^2 + 2x + 3$]

422. vertice $V(2; 1)$, fuoco $F\left(2; \frac{3}{4}\right)$ $[y = -x^2 + 4x - 3]$
423. vertice $V(1; 1)$, fuoco $F\left(\frac{3}{2}; 1\right)$ $[x = \frac{1}{2}y^2 - y + \frac{3}{2}]$
424. vertice $V(0; 3)$, fuoco $F\left(\frac{1}{4}; 3\right)$ $[x = y^2 - 6y + 9]$
425. vertice $V(1; -4)$, fuoco $F\left(1; -\frac{9}{2}\right)$ $[y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2}]$
426. vertice $V(2; -1)$, fuoco $F\left(2; \frac{1}{4}\right)$ $[y = \frac{1}{5}x^2 - \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}]$
427. vertice $V\left(\frac{5}{2}; 1\right)$, fuoco $F(4; 1)$ $[x = \frac{1}{6}y^2 - \frac{1}{3}y + \frac{8}{3}]$
428. vertice $V(0; 0)$, fuoco $F(0; 2)$ $[y = \frac{1}{8}x^2]$
429. vertice $V(-1; 2)$, fuoco $F\left(-1; \frac{9}{4}\right)$ $[y = x^2 + 2x + 3]$
430. vertice $V(3; 0)$, fuoco $F(3; -1)$ $[y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}]$
431. vertice $V(0; 0)$, fuoco $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ $[x = \frac{1}{2}y^2]$
432. vertice $V(2; 3)$, fuoco $F\left(\frac{9}{4}; 3\right)$ $[x = y^2 - 6y + 11]$
433. vertice $V(0; 0)$, fuoco $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$ $[y = x^2]$
434. vertice $V(3; 0)$, fuoco $F\left(3; -\frac{1}{2}\right)$ $[y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{9}{2}]$
435. vertice $V(-2; -2)$, fuoco $F(-2; -1)$ $[y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1]$
436. vertice $V(1; 1)$, fuoco $F\left(1; \frac{7}{4}\right)$ $[y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}]$
437. vertice $V(-1; 3)$, fuoco $F\left(-1; \frac{13}{4}\right)$ $[y = x^2 + 2x + 4]$
438. vertice $V(2; -1)$, fuoco $F\left(2; -\frac{3}{2}\right)$ $[y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3]$
439. vertice $V(0; 0)$, fuoco $F(0; 1)$ $[y = \frac{1}{4}x^2]$
440. vertice $V(3; 0)$, fuoco $F\left(3; \frac{3}{4}\right)$ $[y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3]$
441. vertice $V(-2; -2)$, fuoco $F\left(-2; -\frac{7}{4}\right)$ $[y = x^2 + 4x + 2]$
442. vertice $V(1; 1)$, fuoco $F\left(1; \frac{1}{2}\right)$ $[y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}]$

443. vertice $V(-1; 3)$, fuoco $F(-1; 4)$ $[y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{13}{4}]$

444. vertice $V(2; -1)$, fuoco $F(2; -\frac{1}{4})$ $[y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}]$

■ ■ ■ □ **Vertice e direttrice.** Anche qui la distanza dà a , ma attenzione al segno: la direttrice sta dalla parte opposta al fuoco.

445. vertice $V(4; 4)$, direttrice $y = \frac{17}{4}$ $[y = -x^2 + 8x - 12]$

446. vertice $V(\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$, direttrice $y = \frac{1}{6}$ $[y = 3x^2 - 3x + 1]$

447. vertice $V(2; -\frac{5}{2})$, direttrice $y = -\frac{3}{2}$ $[y = -\frac{1}{4}x^2 + x - \frac{7}{2}]$

448. vertice $V(0; 0)$, direttrice $y = -1$ $[y = \frac{1}{4}x^2]$

449. vertice $V(1; 2)$, direttrice $y = 1$ $[y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{4}]$

450. vertice $V(-2; 0)$, direttrice $y = 2$ $[y = -\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}]$

451. vertice $V(3; -1)$, direttrice $y = -5$ $[y = \frac{1}{16}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{7}{16}]$

452. vertice $V(0; 5)$, direttrice $y = 6$ $[y = -\frac{1}{4}x^2 + 5]$

453. vertice $V(-1; -3)$, direttrice $y = -4$ $[y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{11}{4}]$

454. vertice $V(2; 1)$, direttrice $y = \frac{3}{4}$ $[y = x^2 - 4x + 5]$

455. vertice $V(0; 0)$, direttrice $y = -1$ $[y = \frac{1}{4}x^2]$

456. vertice $V(2; 4)$, direttrice $y = 5$ $[y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3]$

457. vertice $V(-1; -3)$, direttrice $y = -\frac{7}{2}$ $[y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{5}{2}]$

458. vertice $V(3; -1)$, direttrice $y = -3$ $[y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}]$

459. vertice $V(-2; 1)$, direttrice $y = 0$ $[y = \frac{1}{4}x^2 + x + 2]$

460. vertice $V(1; 2)$, direttrice $y = 3$ $[y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{7}{4}]$

461. vertice $V(0; 0)$, direttrice $y = -\frac{1}{2}$ $[y = \frac{1}{2}x^2]$

462. vertice $V(2; 4)$, direttrice $y = 2$ $[y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}]$

463. vertice $V(-1; -3)$, direttrice $y = -4$ $[y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{11}{4}]$

464. vertice $V(3; -1)$, direttrice $y = 0$ $[y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{13}{4}]$

465. vertice $V(-2; 1)$, direttrice $y = \frac{1}{2}$ $[y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3]$

466. vertice $V(1; 2)$, direttrice $y = 0$ [$y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{17}{8}$]

■ ■ ■ ■ Tre punti, tre condizioni, un sistema in a, b, c .

467. passante per $A(0; 0)$, $B(1; 2)$, $C(3; 0)$ [$y = -x^2 + 3x$]

468. passante per $A(1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -9)$ [$y = -x^2 + 5x - 3$]

469. passante per $A(1; 0)$, $B(0; -5)$, $C(2; 3)$ [$y = -x^2 + 6x - 5$]

470. passante per $A(0; 1)$, $B(1; 0)$, $C(-1; 6)$ [$y = 2x^2 - 3x + 1$]

471. passante per $A(-1; 0)$, $B(1; 0)$, $C(0; -1)$ [$y = x^2 - 1$]

472. passante per $A(0; 3)$, $B(1; 0)$, $C(3; 0)$ [$y = x^2 - 4x + 3$]

473. passante per $A(-2; 0)$, $B(2; 0)$, $C(0; 4)$ [$y = -x^2 + 4$]

474. passante per $A(0; 0)$, $B(2; 0)$, $C(1; 1)$ [$y = -x^2 + 2x$]

475. passante per $A(1; 2)$, $B(2; 1)$, $C(3; 2)$ [$y = x^2 - 4x + 5$]

476. passante per $A(-1; 4)$, $B(0; 1)$, $C(2; 1)$ [$y = x^2 - 2x + 1$]

477. passante per $A(0; -2)$, $B(1; 0)$, $C(-1; 0)$ [$y = 2x^2 - 2$]

478. passante per $A(1; 6)$, $B(2; 11)$, $C(0; 3)$ [$y = x^2 + 2x + 3$]

■ ■ ■ ■ Due punti e l'asse: sono tre condizioni, perché l'asse ne vale una.

479. passante per $A(0; -4)$ e $B(-1; -1)$, asse $x = 1$ [$y = x^2 - 2x - 4$]

480. passante per $A(-1; -1)$ e $B(1; 5)$, asse $x = -\frac{3}{2}$ [$y = x^2 + 3x + 1$]

481. passante per $A(-2; 5)$ e $B(1; -7)$, asse $x = -\frac{5}{2}$ [$y = -x^2 - 5x - 1$]

482. passante per $A(0; 0)$ e $B(4; 12)$, asse $x = 1$ [$y = \frac{3}{2}x^2 - 3x$]

483. passante per $A(0; 3)$ e $B(3; 0)$, asse $x = 1$ [$y = -x^2 + 2x + 3$]

484. passante per $A(-1; 0)$ e $B(2; 6)$, asse $x = 1$ [$y = -2x^2 + 4x + 6$]

485. passante per $A(0; 1)$ e $B(2; 5)$, asse $x = 3$ [$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$]

486. passante per $A(1; -2)$ e $B(4; 1)$, asse $x = 3$ [$y = -x^2 + 6x - 7$]

487. passante per $A(0; 5)$ e $B(-1; 2)$, asse $x = -2$ [$y = x^2 + 4x + 5$]

488. passante per $A(2; 0)$ e $B(5; 9)$, asse $x = 4$ [$y = -3x^2 + 24x - 36$]

9. Fasci di parabole

Teoria: par. 15

■■■■ Trova i punti base e le parabole degeneri. I punti base possono essere due, uno o *nessuno* — e nessuno non è un errore.

489. generato da $y = x^2 - 2x + 1$ e $y = -x^2 + 4x + 1$ [punti base: $(0; 1), (3; 4)$; degeneri: $x = 0, x = 3, y = x + 1$]
 490. generato da $y = x^2$ e $y = -x^2 + 8$ [punti base: $(-2; 4), (2; 4)$; degeneri: $x = -2, x = 2, y = 4$]
 491. generato da $y = x^2 - 1$ e $y = 2x^2 - 2$ [punti base: $(-1; 0), (1; 0)$; degeneri: $x = -1, x = 1, y = 0$]
 492. generato da $y = x^2 - x$ e $y = -x^2 + 3x$ [punti base: $(0; 0), (2; 2)$; degeneri: $x = 0, x = 2, y = x$]
 493. generato da $y = x^2 + 2x$ e $y = -x^2 + 4x + 12$ [punti base: $(-2; 0), (3; 15)$; degeneri: $x = -2, x = 3, y = 3x + 6$]
 494. generato da $y = 2x^2 - 3$ e $y = 3x^2 - 4x - 3$ [punti base: $(0; -3), (4; 29)$; degeneri: $x = 0, x = 4, y = 8x - 3$]
 495. generato da $y = x^2 - 4x + 3$ e $y = -x^2 + 2x - 3$ [punti base: *nessuno*; degeneri: $y = -x$]
 496. generato da $y = x^2 + 1$ e $y = -x^2 + 2x + 1$ [punti base: $(0; 1), (1; 2)$; degeneri: $x = 0, x = 1, y = x + 1$]
 497. generato da $y = x^2 + 6x + 8$ e $y = -x^2$ [punti base: *nessuno*; degeneri: $y = 3x + 4$]
 498. generato da $y = 3x^2$ e $y = x^2 - 2x$ [punti base: $(-1; 3), (0; 0)$; degeneri: $x = -1, x = 0, y = -3x$]

■■■■ Abbina. Si fa a mente: il fuoco sta sull'asse, e la sua distanza dal vertice è $\frac{1}{4|a|}$ — quindi più grande è $|a|$, più il fuoco è vicino.

499. Abbina ogni parabola al suo fuoco. a) $y = x^2$ b) $y = \frac{1}{4}x^2$ c) $y = 2x^2 - 1$ d) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ — 1) $(0; 1)$ 2) $(0; -\frac{7}{8})$ 3) $(2; \frac{3}{2})$ 4) $(0; \frac{1}{4})$ [a - -4, b - -1, c - -2, d - -3]
 500. Abbina ogni parabola al suo fuoco. a) $y = \frac{1}{2}x^2$ b) $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$ c) $y = x^2 - 1$ d) $y = -\frac{2}{3}x^2 + 2x + 1$ — 1) $(0; -\frac{3}{4})$ 2) $(\frac{3}{2}; \frac{17}{8})$ 3) $(0; \frac{1}{2})$ 4) $(0; \frac{7}{4})$ [a - -3, b - -4, c - -1, d - -2]
 501. Abbina ogni parabola al suo fuoco. a) $y = 3x^2 - 1$ b) $y = 2x^2 - 8x + 6$ c) $y = 6x^2 - 2$ d) $y = -4x^2 - 6x + 6$ — 1) $(-\frac{3}{4}; \frac{131}{16})$ 2) $(0; -\frac{11}{12})$ 3) $(2; -\frac{15}{8})$ 4) $(0; -\frac{47}{24})$ [a - -2, b - -3, c - -4, d - -1]
 502. Abbina ogni parabola al suo fuoco. a) $y = -x^2$ b) $y = -x^2 + 2x + 3$ c) $y = -2x^2 - 1$ d) $y = 2x^2 + 4x + 3$ — 1) $(1; \frac{15}{4})$ 2) $(0; -\frac{9}{8})$ 3) $(-1; \frac{9}{8})$ 4) $(0; -\frac{1}{4})$ [a - -4, b - -1, c - -2, d - -3]
 503. Abbina ogni parabola al suo fuoco. a) $y = x^2 - 4x + 3$ b) $y = x^2 + 6x + 8$ c) $y = 2x^2 - 4x + 2$ d) $y = -2x^2 + 8x + 8$ — 1) $(1; \frac{1}{8})$ 2) $(2; \frac{127}{8})$ 3) $(2; -\frac{3}{4})$ 4) $(-3; -\frac{3}{4})$ [a - -3, b - -4, c - -1, d - -2]
 504. Abbina ogni parabola al suo fuoco. a) $y = x^2 + 2x - 3$ b) $y = -3x^2 + 2$ c) $y = 2x^2 + 2x - 4$ d) $y = 6x^2 + 2x + 2$ — 1) $(-\frac{1}{6}; \frac{15}{8})$ 2) $(-1; -\frac{15}{4})$ 3) $(0; \frac{23}{12})$ 4) $(-\frac{1}{2}; -\frac{35}{8})$ [a - -2, b - -3, c - -4, d - -1]

505. Abbina ogni parabola al suo fuoco. a) $y = 2x^2$ b) $y = \frac{1}{4}x^2$ c) $y = 4x^2 - 1$ d) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$
 (0; 1) 2) $\left(0; -\frac{15}{16}\right)$ 3) $\left(2; \frac{3}{2}\right)$ 4) $\left(0; \frac{1}{8}\right)$ [a - -4, b - -1, c - -2, d - -3]

506. Abbina ogni parabola al suo fuoco. a) $y = -2x^2 + 4x$ b) $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$ c) $y = -4x^2 + 4x - 1$ d) $y = -\frac{2}{3}x^2 + 2x + 1$ — 1) $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{16}\right)$ 2) $\left(\frac{3}{2}; \frac{17}{8}\right)$ 3) $\left(1; \frac{15}{8}\right)$ 4) $\left(0; \frac{7}{4}\right)$ [a - -3, b - -4, c - -1, d - -2]

■ ■ □ □ Test. Una sola risposta è giusta, e le altre tre sono i tre errori tipici: il fuoco dalla parte della direttrice, le coordinate scambiate, il fuoco confuso col vertice.

507. La parabola $y = x^2$ ha direttrice $y = -\frac{1}{4}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ B) $\left(0; -\frac{1}{4}\right)$
 C) $\left(\frac{1}{4}; 0\right)$ D) (0; 0) [A]

508. La parabola $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ha direttrice $y = -\frac{7}{2}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) (0; -3) B)
 $\left(0; -\frac{5}{2}\right)$ C) $\left(0; -\frac{7}{2}\right)$ D) $\left(-\frac{5}{2}; 0\right)$ [B]

509. La parabola $y = x^2 + 6x + 5$ ha direttrice $y = -\frac{17}{4}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) $\left(-\frac{15}{4}; -3\right)$
 B) (-3; -4) C) $\left(-3; -\frac{15}{4}\right)$ D) $\left(-3; -\frac{17}{4}\right)$ [C]

510. La parabola $y = -x^2 + 2x + 1$ ha direttrice $y = \frac{9}{4}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) $\left(1; \frac{9}{4}\right)$ B)
 $\left(\frac{7}{4}; 1\right)$ C) (1; 2) D) $\left(1; \frac{7}{4}\right)$ [D]

511. La parabola $y = -2x^2 + 8x - 1$ ha direttrice $y = \frac{57}{8}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) $\left(2; \frac{55}{8}\right)$
 B) $\left(2; \frac{57}{8}\right)$ C) $\left(\frac{55}{8}; 2\right)$ D) (2; 7) [A]

512. La parabola $y = -x^2 - 4x$ ha direttrice $y = \frac{17}{4}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) (-2; 4) B)
 $\left(-2; \frac{15}{4}\right)$ C) $\left(-2; \frac{17}{4}\right)$ D) $\left(\frac{15}{4}; -2\right)$ [B]

513. La parabola $y = 2x^2 - 4x - 3$ ha direttrice $y = -\frac{41}{8}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) $\left(-\frac{39}{8}; 1\right)$
 B) (1; -5) C) $\left(1; -\frac{39}{8}\right)$ D) $\left(1; -\frac{41}{8}\right)$ [C]

514. La parabola $y = 3x^2 - 6x + 5$ ha direttrice $y = \frac{23}{12}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) $\left(1; \frac{23}{12}\right)$ B)
 $\left(\frac{25}{12}; 1\right)$ C) (1; 2) D) $\left(1; \frac{25}{12}\right)$ [D]

515. La parabola $y = x^2 + 1$ ha direttrice $y = \frac{3}{4}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) $\left(0; \frac{5}{4}\right)$ B) $\left(0; \frac{3}{4}\right)$
 C) $\left(\frac{5}{4}; 0\right)$ D) (0; 1) [A]

516. La parabola $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ ha direttrice $y = -\frac{3}{2}$. Quali sono le coordinate del fuoco? A) $(0; -1)$ B) $(0; -\frac{1}{2})$ C) $(0; -\frac{3}{2})$ D) $(-\frac{1}{2}; 0)$ [B]

10. Corde, triangoli e segmento parabolico

Teoria: par. 11, 13

■■■□ La corda è il dato, la retta è la risposta: dalla risolvante la corda misura $\sqrt{b^2 - 4a(c - k)} / |a|$, e si impone che valga quello che chiede il testo.

517. $y = x^2 + 4x - 7$, corda lunga 2 su una retta orizzontale [$y = -10$]

518. $y = 2x^2 - 4x + 1$, corda lunga 4 su una retta orizzontale [$y = 7$]

519. $y = -2x^2 + 5$, corda lunga 6 su una retta orizzontale [$y = -13$]

520. $y = x^2$, corda lunga 3 su una retta orizzontale [$y = \frac{9}{4}$]

521. $y = x^2 - 6x + 5$, corda lunga 2 su una retta orizzontale [$y = -3$]

522. $y = x^2 + 2x - 8$, corda lunga 4 su una retta orizzontale [$y = -5$]

523. $y = -x^2 + 2x + 3$, corda lunga 6 su una retta orizzontale [$y = -5$]

524. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$, corda lunga 3 su una retta orizzontale [$y = -\frac{7}{8}$]

525. $y = x^2 + 4x - 7$, corda lunga 2 su una retta orizzontale [$y = -10$]

526. $y = 2x^2 - 4x + 1$, corda lunga 4 su una retta orizzontale [$y = 7$]

527. $y = -2x^2 + 5$, corda lunga 6 su una retta orizzontale [$y = -13$]

528. $y = x^2$, corda lunga 3 su una retta orizzontale [$y = \frac{9}{4}$]

529. $y = x^2 - 6x + 5$, corda lunga 2 su una retta orizzontale [$y = -3$]

530. $y = x^2 + 2x - 8$, corda lunga 4 su una retta orizzontale [$y = -5$]

531. $y = -x^2 + 2x + 3$, corda lunga 6 su una retta orizzontale [$y = -5$]

532. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$, corda lunga 3 su una retta orizzontale [$y = -\frac{7}{8}$]

■■■□ L'area del triangolo che la corda AB forma con il vertice, col fuoco o con l'origine. Prima i due punti, poi il terzo vertice, poi l'area.

533. $y = x^2 - 4$ e $y = 2x - 1$: area del triangolo che la corda AB forma con il vertice V [$\mathcal{A} = 6$]

534. $y = 2x^2 - 2$ e $y = 8x - 2$: area del triangolo che la corda AB forma con il fuoco F [$\mathcal{A} = \frac{1}{4}$]

535. $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ e $y = -x - 2$: area del triangolo che la corda AB forma con l'origine O [$\mathcal{A} = 4$]

536. $y = -x^2 + 4x$ e $y = 6x - 3$: area del triangolo che la corda AB forma con il fuoco F [$\mathcal{A} = \frac{21}{2}$]

537. $y = x^2 - 2x - 3$ e $y = 2x - 3$: area del triangolo che la corda AB forma con il vertice V [$\mathcal{A} = 6$]
 538. $y = x^2 + 6x + 8$ e $y = 6x + 12$: area del triangolo che la corda AB forma con il fuoco F [$\mathcal{A} = \frac{21}{2}$]
 539. $y = x^2 - 4$ e $y = 6x - 9$: area del triangolo che la corda AB forma con l'origine O [$\mathcal{A} = 18$]

■ ■ ■ □ Altri triangoli.

540. $y = 2x^2 - 2$ e $y = -4x + 4$: area del triangolo che la corda AB forma con il vertice V [$\mathcal{A} = 12$]
 541. $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ e $y = -\frac{5}{2}$: area del triangolo che la corda AB forma con il fuoco F [$\mathcal{A} = 3$]
 542. $y = -x^2 + 2x + 3$ e $y = -2x + 3$: area del triangolo che la corda AB forma con l'origine O [$\mathcal{A} = 6$]
 543. $y = -2x^2 + 4x + 6$ e $y = -8x + 16$: area del triangolo che la corda AB forma con il fuoco F [$\mathcal{A} = \frac{1}{4}$]
 544. $y = x^2 + 6x + 8$ e $y = 8x + 11$: area del triangolo che la corda AB forma con il vertice V [$\mathcal{A} = 24$]
 545. $y = x^2 - 4$ e $y = 4x - 4$: area del triangolo che la corda AB forma con il fuoco F [$\mathcal{A} = \frac{1}{2}$]
 546. $y = 2x^2 - 2$ e $y = 6$: area del triangolo che la corda AB forma con l'origine O [$\mathcal{A} = 12$]

11. Realtà e modelli

Teoria: par. 3, 6, 9, 17

■ ■ □ □ Qui la parabola c'è già, e la domanda è quale delle sue parti risponde: il fuoco concentra, il vertice è l'ottimo, gli zeri dicono dove finisce.

547. Un'antenna parabolica dismessa diventa un forno solare: si riveste di alluminio e ci si mette la pentola nel fuoco, dove i raggi si concentrano. La sezione dell'antenna è $y = \frac{1}{4}x^2$, con le misure in decimetri. A che altezza va la pentola? [il fuoco è $F(0; 1)$]
 548. Un microfono parabolico per il birdwatching concentra nel fuoco i suoni che arrivano paralleli all'asse. Il profilo è $y = \frac{1}{8}x^2$, in decimetri. Dove va montato il microfono? [il fuoco è $F(0; 2)$]
 549. Il riflettore di un faro d'auto ha sezione $y = \frac{1}{12}x^2$, in centimetri, e la lampadina sta nel fuoco: così la luce esce parallela all'asse. Dove va la lampadina? [il fuoco è $F(0; 3)$]
 550. Lo specchio di un telescopio ha sezione $y = \frac{1}{20}x^2$, in metri. Il rivelatore va nel fuoco: dove? [il fuoco è $F(0; 5)$]
 551. Un pallone calcciato segue la traiettoria $y = -\frac{1}{36}x^2 + x$, con x e y in metri. Qual è l'altezza massima raggiunta? [il vertice è $V(18; 9)$: l'ottimo vale **9m**]
 552. Uno spruzzo d'irrigazione descrive $y = -\frac{1}{8}x^2 + x$ (metri). Quanto sale al massimo? [il vertice è $V(4; 2)$: l'ottimo vale **2m**]
 553. Il getto di una fontana segue $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$, in metri. A che altezza arriva? [il vertice è $V(2; 2)$: l'ottimo vale **2m**]

554. Un pallone calciato segue $y = -\frac{1}{20}x^2 + 2x$ (metri). A che distanza dal punto di battuta ricade a terra? [si annulla in 0 e 40: la risposta è' **40m**]
555. Un tuffatore lascia il trampolino e segue $y = -x^2 + 2x + 3$, con x la distanza dal bordo e y l'altezza sull'acqua, in metri. A che distanza dal bordo entra in acqua? [si annulla in -1 e 3: la risposta è' **3m**]

■ ■ ■ ■ Altri problemi. Attenzione all'unità di misura e a che cosa chiede la domanda: non sempre è il numero che hai appena trovato.

556. Il lancio del peso segue $y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{9}{20}x + 1$ (metri), con x la distanza dalla pedana. Quanto è' lungo il lancio? [si annulla in -2 e 20: la risposta è' **20m**]
557. Il cavo di un ponte sospeso ha la forma $y = \frac{1}{100}x^2 + 4$, con x misurata dal centro della campata e y l'altezza sul piano stradale, in metri. Qual è' l'altezza minima del cavo? [il vertice è' $V(0; 4)$: l'ottimo vale **4m**]
558. L'arco di un ponte in muratura ha profilo $y = -\frac{1}{5}x^2 + 4x$, in metri, con x misurata da un'estremità'. Qual è' la sua luce, cioè' la distanza fra i due appoggi? [si annulla in 0 e 20: la risposta è' **20m**]
559. Il profilo di una galleria è' $y = -\frac{1}{8}x^2 + 5$, in metri, con x misurata dal centro della carreggiata. Quanto è' alta al centro? [il vertice è' $V(0; 5)$: l'ottimo vale **5m**]
560. Un'azienda produce x quintali di mangime al giorno, e il costo unitario in euro è' $y = \frac{1}{5}x^2 - 8x + 120$. Quanti quintali convengono? [si ha per **20quintali**]
561. Il ricavo giornaliero di un chiosco, in euro, è' $y = -20x^2 + 200x$, dove x è' il prezzo del panino. Quale prezzo massimizza il ricavo? [si ha per **5euro**]
562. Il guadagno settimanale di un laboratorio, in euro, è' $y = -2x^2 + 48x - 100$, con x il numero di pezzi. Per quanti pezzi il guadagno è' massimo? [si ha per **12pezzi**]
563. Un recinto rettangolare si appoggia con un lato al muro della stalla, e la rete disponibile è' 40 m. Detta x la profondità, l'area è' $y = -2x^2 + 40x$. Per quale x è' massima? [si ha per **10m**]
564. Il costo unitario di un pezzo, in euro, è' $y = \frac{1}{50}x^2 - 4x + 300$ con x il numero di pezzi. Qual è' il costo unitario più basso? [il vertice è' $V(100; 100)$: l'ottimo vale **100euro**]

12. Riepilogo, massimi e minimi, e il resto

Teoria: tutto il capitolo

■ ■ ■ ■ Qui la consegna non dice quale formula serve, e l'ultima domanda usa quello che hai trovato nella seconda. Una parabola, quattro risposte.

565. Della parabola $y = x^2 - 2x - 3$: (a) vertice e direttrice; (b) le intersezioni con gli assi; (c) la tangente nel punto di ascissa -2; (d) l'area del segmento staccato dall'asse x . [(a) $V(1; -4)$, $d: y = -\frac{17}{4}$; (b) $A(-1; 0)$, $B(3; 0)$, $C(0; -3)$; (c) $y = -6x - 7$; (d) $S = \frac{32}{3}$]
566. Della parabola $y = -2x^2 + 8$: (a) fuoco e asse; (b) per quali x sta sotto l'asse x ; (c) il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; (d) la tangente nel punto di ascissa 5. [(a) $F(0; \frac{63}{8})$, asse $x = 0$; (b) $x < -2 \vee x > 2$; (c) $C(0; 8) \rightarrow C'(0; 8)$; (d) $y = -20x + 58$]

567. Della parabola $y = -x^2 - 6x - 5$: **(a)** vertice e concavità; **(b)** le due tangenti dal punto $P(-3; 5)$; **(c)** l'area del segmento staccato dall'asse x ; **(d)** perché $P(-3; 5)$ è esterno alla parabola. [**(a)** $V(-3; 4)$, concavità verso il basso; **(b)** $y = -2x - 1$ e $y = 2x + 11$; **(c)** $S = \frac{32}{3}$; **(d)** sta dalla parte opposta al fuoco rispetto alla curva: la sua distanza dal fuoco supera quella dalla direttrice]
568. Della parabola $y = \frac{1}{3}x^2 + x - 6$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa 4; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x . [**(a)** $V\left(-\frac{3}{2}; -\frac{27}{4}\right)$, $d: y = -\frac{15}{2}$; **(b)** $A(-6; 0)$, $B(3; 0)$, $C(0; -6)$; **(c)** $y = \frac{11}{3}x - \frac{34}{3}$; **(d)** $S = \frac{81}{2}$]
569. Della parabola $y = x^2 + 2x - 3$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta sotto l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 2. [**(a)** $F\left(-1; -\frac{15}{4}\right)$, asse $x = -1$; **(b)** $-3 < x < 1$; **(c)** $C(0; -3) \rightarrow C'(-2; -3)$; **(d)** $y = 6x - 7$]
570. Della parabola $y = 3x^2 - 3$: **(a)** vertice e concavità; **(b)** le due tangenti dal punto $P(0; -6)$; **(c)** l'area del segmento staccato dall'asse x ; **(d)** perché $P(0; -6)$ è esterno alla parabola. [**(a)** $V(0; -3)$, concavità verso l'alto; **(b)** $y = -6x - 6$ e $y = 6x - 6$; **(c)** $S = 4$; **(d)** sta dalla parte opposta al fuoco rispetto alla curva: la sua distanza dal fuoco supera quella dalla direttrice]
571. Della parabola $y = -3x^2 + 6x$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa -2 ; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x . [**(a)** $V(1; 3)$, $d: y = \frac{37}{12}$; **(b)** $A(0; 0)$, $B(2; 0)$, $C(0; 0)$; **(c)** $y = 18x + 12$; **(d)** $S = 4$]
572. Della parabola $y = 2x^2 - 12x + 10$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta sotto l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 6. [**(a)** $F\left(3; -\frac{63}{8}\right)$, asse $x = 3$; **(b)** $1 < x < 5$; **(c)** $C(0; 10) \rightarrow C'(6; 10)$; **(d)** $y = 12x - 62$]
573. Della parabola $y = x^2 - 6x$: **(a)** vertice e concavità; **(b)** le due tangenti dal punto $P(3; -10)$; **(c)** l'area del segmento staccato dall'asse x ; **(d)** perché $P(3; -10)$ è esterno alla parabola. [**(a)** $V(3; -9)$, concavità verso l'alto; **(b)** $y = -2x - 4$ e $y = 2x - 16$; **(c)** $S = 36$; **(d)** sta dalla parte opposta al fuoco rispetto alla curva: la sua distanza dal fuoco supera quella dalla direttrice]
574. Della parabola $y = x^2 - 10x + 16$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa 4; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x . [**(a)** $V(5; -9)$, $d: y = -\frac{37}{4}$; **(b)** $A(2; 0)$, $B(8; 0)$, $C(0; 16)$; **(c)** $y = -2x$; **(d)** $S = 36$]
575. Della parabola $y = -x^2 + 4x$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta sotto l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 2. [**(a)** $F\left(2; \frac{15}{4}\right)$, asse $x = 2$; **(b)** $x < 0 \vee x > 4$; **(c)** $C(0; 0) \rightarrow C'(4; 0)$; **(d)** $y = 4$]
576. Della parabola $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$: **(a)** vertice e concavità; **(b)** le due tangenti dal punto $P(-1; -5)$; **(c)** l'area del segmento staccato dall'asse x ; **(d)** perché $P(-1; -5)$ è esterno alla parabola. [**(a)** $V\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$, concavità verso l'alto; **(b)** $y = -x - 6$ e $y = x - 4$; **(c)** $S = 18$; **(d)** sta dalla parte opposta al fuoco rispetto alla curva: la sua distanza dal fuoco supera quella dalla direttrice]
577. Della parabola $y = 2x^2 - 6x$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa -2 ; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x . [**(a)** $V\left(\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$, $d: y = -\frac{37}{8}$; **(b)** $A(0; 0)$, $B(3; 0)$, $C(0; 0)$; **(c)** $y = -14x - 8$; **(d)** $S = 9$]

■■■■ Altri riepiloghi.

578. Della parabola $y = x^2 - 2x - 3$: (a) fuoco e asse; (b) per quali x sta sotto l'asse x ; (c) il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; (d) la tangente nel punto di ascissa 5. [(a) $F\left(1; -\frac{15}{4}\right)$, asse $x = 1$; (b) $-1 < x < 3$; (c) $C(0; -3) \rightarrow C'(2; -3)$; (d) $y = 8x - 28$]
579. Della parabola $y = -2x^2 + 8$: (a) vertice e concavità; (b) le due tangenti dal punto $P(0; 10)$; (c) l'area del segmento staccato dall'asse x ; (d) perché $P(0; 10)$ è esterno alla parabola. [(a) $V(0; 8)$, concavità verso il basso; (b) $y = -4x + 10$ e $y = 4x + 10$; (c) $S = \frac{64}{3}$; (d) sta dalla parte opposta al fuoco rispetto alla curva: la sua distanza dal fuoco supera quella dalla direttrice]
580. Della parabola $y = -x^2 - 6x - 5$: (a) vertice e direttrice; (b) le intersezioni con gli assi; (c) la tangente nel punto di ascissa 4; (d) l'area del segmento staccato dall'asse x . [(a) $V(-3; 4)$, $d: y = \frac{17}{4}$; (b) $A(-5; 0)$, $B(-1; 0)$, $C(0; -5)$; (c) $y = -14x + 11$; (d) $S = \frac{32}{3}$]
581. Della parabola $y = \frac{1}{3}x^2 + x - 6$: (a) fuoco e asse; (b) per quali x sta sotto l'asse x ; (c) il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; (d) la tangente nel punto di ascissa 2. [(a) $F\left(-\frac{3}{2}; -6\right)$, asse $x = -\frac{3}{2}$; (b) $-6 < x < 3$; (c) $C(0; -6) \rightarrow C'(-3; -6)$; (d) $y = \frac{7}{3}x - \frac{22}{3}$]
582. Della parabola $y = x^2 + 2x - 3$: (a) vertice e concavità; (b) le due tangenti dal punto $P(-1; -5)$; (c) l'area del segmento staccato dall'asse x ; (d) perché $P(-1; -5)$ è esterno alla parabola. [(a) $V(-1; -4)$, concavità verso l'alto; (b) $y = -2x - 7$ e $y = 2x - 3$; (c) $S = \frac{32}{3}$; (d) sta dalla parte opposta al fuoco rispetto alla curva: la sua distanza dal fuoco supera quella dalla direttrice]
583. Della parabola $y = 3x^2 - 3$: (a) vertice e direttrice; (b) le intersezioni con gli assi; (c) la tangente nel punto di ascissa -2 ; (d) l'area del segmento staccato dall'asse x . [(a) $V(0; -3)$, $d: y = -\frac{37}{12}$; (b) $A(-1; 0)$, $B(1; 0)$, $C(0; -3)$; (c) $y = -12x - 15$; (d) $S = 4$]
584. Della parabola $y = -3x^2 + 6x$: (a) fuoco e asse; (b) per quali x sta sotto l'asse x ; (c) il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; (d) la tangente nel punto di ascissa 5. [(a) $F\left(1; \frac{35}{12}\right)$, asse $x = 1$; (b) $x < 0 \vee x > 2$; (c) $C(0; 0) \rightarrow C'(2; 0)$; (d) $y = -24x + 75$]
585. Della parabola $y = 2x^2 - 12x + 10$: (a) vertice e concavità; (b) le due tangenti dal punto $P(3; -10)$; (c) l'area del segmento staccato dall'asse x ; (d) perché $P(3; -10)$ è esterno alla parabola. [(a) $V(3; -8)$, concavità verso l'alto; (b) $y = -4x + 2$ e $y = 4x - 22$; (c) $S = \frac{64}{3}$; (d) sta dalla parte opposta al fuoco rispetto alla curva: la sua distanza dal fuoco supera quella dalla direttrice]
586. Della parabola $y = x^2 - 6x$: (a) vertice e direttrice; (b) le intersezioni con gli assi; (c) la tangente nel punto di ascissa 4; (d) l'area del segmento staccato dall'asse x . [(a) $V(3; -9)$, $d: y = -\frac{37}{4}$; (b) $A(0; 0)$, $B(6; 0)$, $C(0; 0)$; (c) $y = 2x - 16$; (d) $S = 36$]
587. Della parabola $y = x^2 - 10x + 16$: (a) fuoco e asse; (b) per quali x sta sotto l'asse x ; (c) il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; (d) la tangente nel punto di ascissa 3. [(a) $F\left(5; -\frac{35}{4}\right)$, asse $x = 5$; (b) $2 < x < 8$; (c) $C(0; 16) \rightarrow C'(10; 16)$; (d) $y = -4x + 7$]
588. Della parabola $y = -x^2 + 4x$: (a) vertice e concavità; (b) le due tangenti dal punto $P(2; 5)$; (c) l'area del segmento staccato dall'asse x ; (d) perché $P(2; 5)$ è esterno alla parabola. [(a) $V(2; 4)$, concavità verso il basso; (b) $y = -2x + 9$ e $y = 2x + 1$; (c) $S = \frac{32}{3}$; (d) sta dalla parte opposta al fuoco rispetto alla curva: la sua distanza dal fuoco supera quella dalla direttrice]

589. Della parabola $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$: (a) vertice e direttrice; (b) le intersezioni con gli assi; (c) la tangente nel punto di ascissa -2 ; (d) l'area del segmento staccato dall'asse x . [(a) $V\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$, $d: y = -5$; (b) $A(-4; 0)$, $B(2; 0)$, $C(0; -4)$; (c) $y = -x - 6$; (d) $S = 18$]
590. Della parabola $y = 2x^2 - 6x$: (a) fuoco e asse; (b) per quali x sta sotto l'asse x ; (c) il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; (d) la tangente nel punto di ascissa 5. [(a) $F\left(\frac{3}{2}; -\frac{35}{8}\right)$, asse $x = \frac{3}{2}$; (b) $0 < x < 3$; (c) $C(0; 0) \rightarrow C'(3; 0)$; (d) $y = 14x - 50$]

■ ■ ■ ■ **Massimi e minimi. Il vertice dà l'ottimo — ma prima controlla che sia ammissibile.**

591. Il costo unitario di un prodotto, in euro, è $y = \frac{1}{10}x^2 - 6x + 100$ per $0 \leq x \leq 50$, dove x è il numero di pezzi. Quanti conviene produrne? [$a > 0$: c'è un minimo, nel vertice. $x_V = 30$, dentro l'intervallo, e $y_V = 10$. Quindi **30** pezzi, a **10** euro l'uno.]
592. Un rettangolo ha perimetro 20. Quale ha area massima? [con base x l'area è $x(10 - x) = -x^2 + 10x$: parabola con $a < 0$, massimo nel vertice $x_V = 5$. È il quadrato di lato **5**, di area **25**.]
593. La traiettoria di un pallone è $y = -\frac{1}{36}x^2 + x$, con x e y in metri. Qual è l'altezza massima? [vertice in $x_V = \frac{-1}{2 \cdot (-1/36)} = 18$, e $y_V = -9 + 18 = \mathbf{9}$ m.]
594. Perché nel problema precedente non serve calcolare Δ ? [perché l'ordinata del vertice si trova anche sostituendo x_V nell'equazione, ed è più corto.]
595. Il costo di un prodotto è $y = x^2 - 40x + 500$ con $0 \leq x \leq 15$. Dove sta il minimo? [il vertice è in $x_V = 20$, che è fuori dall'intervallo: sul tratto ammesso la funzione decresce, quindi il minimo è in $\mathbf{x = 15}$, e vale **125**.]
596. Un proiettile segue $y = -5x^2 + 20x$. Dopo quanto ricade a terra? [$y = 0$ dà $-5x(x - 4) = 0$, cioè $x = 0$ (partenza) e $\mathbf{x = 4}$.]
597. Di due numeri si sa che la somma è 12. Quando è massimo il prodotto? [$p = x(12 - x) = -x^2 + 12x$, vertice in $x = 6$: i due numeri sono **6 e 6**, e il prodotto vale **36**.]
598. Perché il vertice dà il massimo quando $a < 0$? [perché $y = a(x - x_V)^2 + y_V$ e il quadrato è ≥ 0 : con $a < 0$ il prodotto è ≤ 0 , quindi $\mathbf{y \leq y_V}$ sempre.]

■ ■ ■ ■ **Parametriche. La prima cosa da controllare è sempre $a \neq 0$.**

599. Per quali valori di k l'equazione $y = (k^2 - 1)x^2 + x - k - 3$ rappresenta una parabola? [serve $a \neq 0$: $k^2 - 1 \neq 0$, cioè $\mathbf{k \neq 1 \wedge k \neq -1}$.]
600. Per quali k la parabola $y = (k^2 - 1)x^2 + x - k - 3$ ha la concavità verso l'alto? [$k^2 - 1 > 0$, cioè $\mathbf{k < -1 \vee k > 1}$.]
601. Per quale k la parabola $y = x^2 + 8x + k$ è tangente all'asse x ? [tangente vuol dire $\Delta = 0$: $64 - 4k = 0$, cioè $\mathbf{k = 16}$.]
602. Per quale valore di k la parabola $y = x^2 + kx + 4$ è tangente all'asse delle ascisse? [$\Delta = k^2 - 16 = 0$, quindi $\mathbf{k = \pm 4}$.]
603. Per quali k la parabola $y = x^2 - 2x + k$ non incontra l'asse x ? [$\Delta = 4 - 4k < 0$, cioè $\mathbf{k > 1}$.]
604. Per quale k la parabola $y = kx^2 - 2x + 1$ ha il vertice sull'asse y ? [servirebbe $x_V = \frac{1}{k} = 0$, impossibile: **nessun k** . Il termine in x non si può annullare.]
605. Per quali k la parabola $y = x^2 + 2kx + 1$ ha il vertice nel semipiano $y < 0$? [$y_V = -\frac{4k^2 - 4}{4} = 1 - k^2 < 0$, cioè $\mathbf{k < -1 \vee k > 1}$.]

606. Per quale k la retta $y = k$ è tangente a $y = x^2 - 4x + 7$? [tangente orizzontale vuol dire passante per il vertice: $k = 3$.]
607. Per quali k la retta $y = x + k$ è secante la parabola $y = x^2$? [risolvente $x^2 - x - k = 0$, con $\Delta = 1 + 4k > 0$: $k > -\frac{1}{4}$.]
608. Per quale k la parabola $y = x^2 + 3x + 2k - 1$ è tangente alla retta per $A(-1; 3)$ e $B(1; -1)$? [la retta è $y = -2x + 1$; la risolvente $x^2 + 5x + 2k - 2 = 0$ ha $\Delta = 0$ per $k = \frac{33}{8}$.]
609. Per quali k l'equazione $y = (1 - k)x^2 + kx - 2$ ha il fuoco di ascissa negativa? [$x_F = x_V = \frac{-k}{2(1-k)} < 0$: studiando il segno viene $0 < k < 1$.]
610. Per quante c la parabola $y = x^2 - 8cx + c^4$ ha il vertice su un asse cartesiano? [vertice su $x = 0$: $c = 0$. Vertice su $y = 0$: $\Delta = 0$, cioè $64c^2 = 4c^4$, da cui $c = 0$ o $c = \pm 4$. In tutto **tre** valori.]

■□□□ **Vero o falso? Motiva sempre.**

611. Il segno di a dice quanto è stretta la parabola. [falso — il segno dà la concavità; l'apertura la dà il valore assoluto di a .]
612. Al crescere di $|a|$ la parabola si allarga. [falso — si stringe: il fuoco si avvicina alla direttrice.]
613. $x = ay^2 + by + c$ è il grafico di una funzione. [falso — a una stessa x corrispondono due y . Lo diventa un ramo solo, per esempio $y = \sqrt{x}$.]
614. Se una retta incontra la parabola in un solo punto, è tangente. [falso — non necessariamente: una retta parallela all'asse la incontra in un punto solo e non è tangente.]
615. Il Δ della parabola e quello dell'equazione risolvente sono lo stesso numero. [falso — il primo è $b^2 - 4ac$ e conta le intersezioni con l'asse x ; il secondo nasce dal sistema con una retta.]
616. Se $\Delta = 0$ la parabola tocca l'asse x nel vertice. [vero — $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 0$, quindi il vertice sta sull'asse.]
617. Due parabole con lo stesso fuoco hanno la stessa equazione. [falso — no: possono avere direttrici diverse. Con lo stesso fuoco ce ne sono infinite.]
618. Due parabole $y = ax^2 + bx + c$ con lo stesso asse di simmetria differiscono solo nel termine noto. [falso — l'asse fissa $-\frac{b}{2a}$, cioè il rapporto: possono avere a e b diversi.]
619. La parabola $y = m(x - a)^2$ ha vertice in $(a; 0)$. [vero — è la forma con il vertice, con $y_V = 0$.]
620. Il vertice è sempre il punto più basso della parabola. [falso — solo se $a > 0$; con $a < 0$ è il più alto.]
621. La direttrice passa per il vertice. [falso — il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: sulla direttrice non ci sta mai.]
622. Il fuoco appartiene alla parabola. [falso — sta dentro la conca. Se ci appartenesse, la sua distanza da sé stesso (zero) dovrebbe uguagliare quella dalla direttrice.]
623. In $y = ax^2 + bx + c$ il termine noto c è l'ordinata del punto in cui la curva taglia l'asse y . [vero — basta porre $x = 0$.]
624. Tre parabole con i vertici allineati hanno lo stesso asse di simmetria. [falso — i vertici possono essere allineati su una retta qualunque, anche obliqua.]
625. La formula $m = 2ax_0 + b$ vale per qualunque punto del piano. [falso — vale solo se P appartiene alla parabola. Altrimenti si usa il fascio con $\Delta = 0$.]
626. Un fascio di parabole ha sempre due punti base. [falso — può averne due, uno o nessuno: dipende da come si incontrano le generatrici.]

■ ■ ■ ■ Trova l'errore. Ogni riga ne contiene uno: di' quale e correggilo.

627. $y = x^2 - 6x + 5$: $x_V = \frac{b}{2a} = -3$. [manca il segno meno: $x_V = -\frac{b}{2a} = 3$.]
628. $y = 2x^2 + 4x$: il vertice è $V(-1; 0)$ perché $c = 0$. [$x_V = -1$ è giusto, ma $y_V = 2 - 4 = -2$: $c = 0$ dice che la curva passa per l'origine, non che il vertice ci sta.]
629. $y = x^2$ ha fuoco $F(0; 1)$. [$\frac{1}{4a} = \frac{1}{4}$, quindi $F(0; \frac{1}{4})$.]
630. $y = 3x^2$ è più larga di $y = \frac{1}{2}x^2$ perché $3 > \frac{1}{2}$. [è il contrario: $|a|$ più grande vuol dire più stretta.]
631. $x = y^2 - 4y$: $x_V = -\frac{b}{2a} = 2$. [con l'asse orizzontale le formule sono scambiate: $y_V = 2$ e $x_V = -\frac{\Delta}{4a} = -4$.]
632. La retta $x = 2$ è tangente a $y = x^2$ perché la incontra in un punto solo. [è parallela all'asse: incontra la curva in un punto ma non è tangente.]
633. Per trovare le tangenti da P a una parabola si pone $\Delta = 0$ nella parabola. [si pone $\Delta = 0$ nell'equazione risolvente del sistema fra la parabola e il fascio di rette per P .]
634. $y = x^2 - 4x + 3$ e la retta $y = -1$: $\Delta = 16 - 12 = 4 > 0$, quindi è secante. [quel Δ è della parabola. La risolvente è $x^2 - 4x + 4 = 0$, con $\Delta = 0$: la retta è tangente.]
635. Una parabola passa per A e B : sono due condizioni, quindi resta un solo coefficiente libero e la parabola è unica. [restano due coefficienti da una relazione: le parabole per due punti sono infinite — è un fascio.]
636. Il vertice di $y = x^2 - 2x + 5$ dà il minimo, che vale $x = 1$. [il minimo è il valore della funzione, cioè $y_V = 4$; $x = 1$ è dove si raggiunge.]
637. $y = ax^2 + bx + c$ con $a = 0$ è una parabola degenera. [con $a = 0$ è una retta, e non è nemmeno una parabola. Le degeneri sono le rette di un fascio, che è un'altra cosa.]
638. Il segmento parabolico ha area uguale a quella del rettangolo $AA'B'B$. [è $\frac{2}{3}$ di quell'area — il teorema di Archimede.]

■ ■ ■ ■ A ritroso. Si dà la risposta e manca la parabola: costruiscila.

639. Una parabola ha vertice $V(0; 0)$ e fuoco a distanza 2 dal vertice, sopra di esso. Scrivila. [$\frac{1}{4a} = 2$ dà $a = \frac{1}{8}$: $y = \frac{x^2}{8}$.]
640. Scrivi una parabola tangente all'asse x nel punto $(3; 0)$. [il vertice è lì: $y = a(x - 3)^2$ con a a piacere, per esempio $y = x^2 - 6x + 9$.]
641. Scrivi una parabola con asse $x = 2$ che passa per l'origine. [per esempio $y = x^2 - 4x$: infatti $-\frac{b}{2a} = 2$ e $c = 0$.]
642. Una parabola ha $\Delta = 0$ e $a < 0$. Come sta rispetto all'asse x ? [lo tocca nel vertice e sta tutta sotto.]
643. Scrivi una parabola con asse parallelo all'asse x e vertice nell'origine, che passa per $(2; 1)$. [$x = ay^2$ con $2 = a$: $x = 2y^2$.]
644. Il vertice di una parabola è $V(1; -4)$ e uno zero è $x = 3$. Qual è l'altro? [gli zeri sono simmetrici rispetto all'asse $x = 1$: $x = -1$.]
645. Una parabola incontra l'asse x in -2 e 4 . Qual è il suo asse? [a metà: $x = 1$.]
646. Una retta è tangente a una parabola. Che cosa vale il Δ dell'equazione risolvente? [0: le due intersezioni coincidono.]

647. Scrivi una parabola per cui la retta $y = 2$ sia tangente. [basta che il vertice abbia ordinata 2: per esempio $y = -x^2 + 2$.]
648. Un fascio di parabole ha punti base $A(1;0)$ e $B(3;0)$. Scrivilo. [la retta AB è $y = 0$: $y = k(x-1)(x-3)$.]

■■■■ Dimostra. Qui non ci sono conti da fare: si ragiona sulla definizione.

649. Dimostra che la parabola di fuoco $F(0;f)$ e direttrice $y = -f$ ha equazione $y = \frac{1}{4f}x^2$. [si impone $\overline{PF} = \overline{PH}$, cioè $\sqrt{x^2 + (y-f)^2} = |y+f|$. I due membri sono non negativi, quindi si possono elevare al quadrato: $x^2 + y^2 - 2fy + f^2 = y^2 + 2fy + f^2$, da cui $x^2 = 4fy$. c.v.d.]
650. Dimostra che l'asse di una parabola è asse di simmetria. [la simmetria rispetto all'asse manda F in sé e la direttrice in sé, e conserva le distanze. Se $\overline{PF}$ uguaglia la distanza di P da d , lo stesso vale per il simmetrico P' . c.v.d.]
651. Dimostra che $x_V = -\frac{b}{2a}$. [dalla traslazione si ha $b = -2ax_V$; risolvendo rispetto a x_V segue la formula. c.v.d.]
652. Dimostra che $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$. [da $c = ax_V^2 + y_V$ segue $y_V = c - a\frac{b^2}{4a^2} = \frac{4ac-b^2}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$. c.v.d.]
653. Dimostra che la tangente in $P(x_0; y_0)$ ha $m = 2ax_0 + b$. [l'equazione risolvente è $ax^2 + (b-m)x + (c+mx_0 - y_0) = 0$; se la retta è tangente in P le due radici coincidono con x_0 , quindi la loro somma vale $2x_0$. Ma la somma è $-\frac{b-m}{a}$, da cui $m = 2ax_0 + b$. c.v.d.]
654. Dimostra che il vertice dà il minimo quando $a > 0$. [scritta come $y = a(x - x_V)^2 + y_V$, il quadrato è ≥ 0 e si annulla solo in x_V : con $a > 0$ si ha $y \geq y_V$ per ogni x . c.v.d.]
655. Dimostra che un raggio parallelo all'asse si riflette nel fuoco. [sia t l'asse del segmento FH . Passa per P perché $\overline{PF} = \overline{PH}$. È tangente: ogni altro suo punto Q ha $\overline{QF} = \overline{QH} > \overline{QK}$, quindi sta fuori dalla curva. Ed essendo asse di FH forma angoli uguali con PF e con PH , che è parallela all'asse. c.v.d.]
656. Dimostra che $y = mx + q + k(x - x_A)(x - x_B)$ è il fascio delle parabole per A e B , se $y = mx + q$ è la retta AB . [sostituendo $x = x_A$ il termine con k si annulla e resta $y = mx_A + q = y_A$: la curva passa per A qualunque sia k . Idem per B . c.v.d.]
657. Dimostra che due parabole con la stessa a sono congruenti. [hanno la stessa apertura e la stessa concavità, e ognuna si ottiene dall'altra con una traslazione che porta un vertice sull'altro — e la traslazione è una isometria. c.v.d.]
658. Dimostra che una parabola con asse parallelo all'asse x non è il grafico di una funzione $y = f(x)$. [la retta verticale per un punto interno alla conca la incontra in due punti, quindi a una stessa x corrispondono due y : viola la definizione di funzione. c.v.d.]