

SOLUZIONI: LA PARABOLA

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Dove la risposta è una parabola, la soluzione si chiude con un controllo fatto sulla **definizione**: si prende un punto della curva e si verifica che disti ugualmente dal fuoco e dalla direttrice. È l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti — se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe.

1. Ripasso: distanze, Δ , fasci di rette

Esercizio 1.

→ Qual è la distanza fra $A(1;2)$ e $B(4;6)$?

→ $\sqrt{9+16} = 5$ (sono i prerequisiti: se uno di questi non torna, il capitolo non parte)

Esercizio 2.

→ Qual è la distanza del punto $P(3;7)$ dalla retta $y = -1$?

→ la retta è orizzontale: basta il salto in verticale, $|7 - (-1)| = 8$ (sono i prerequisiti: se uno di questi non torna, il capitolo non parte)

2. Dalla definizione all'equazione

Esercizio 17.

→ $F(0; 2), \quad d: y = -2$

→ Il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: $V(0; 0)$. (è il punto dell'asse equidistante dai due, e la definizione chiede proprio l'equidistanza)

→ La distanza fuoco-vertice dà a : qui $a = \frac{1}{8}$. (vale $\frac{1}{4a}$ = distanza fra fuoco e vertice, con il segno che dice da che parte guarda la concavità)

→ $y = \frac{1}{8}x^2$ (si scrive nella forma con il vertice e poi si sviluppa)

→ Controllo: il punto $\left(2; \frac{1}{2}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 18.

→ $F(0; 3), \quad d: y = -3$

→ Il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: $V(0; 0)$. (è il punto dell'asse equidistante dai due, e la definizione chiede proprio l'equidistanza)

→ La distanza fuoco-vertice dà a : qui $a = \frac{1}{12}$. (vale $\frac{1}{4a}$ = distanza fra fuoco e vertice, con il segno che dice da che parte guarda la concavità)

→ $y = \frac{1}{12}x^2$ (si scrive nella forma con il vertice e poi si sviluppa)

→ Controllo: il punto $\left(2; \frac{1}{3}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 57.

→ $F(-3; -1)$, $d: y = -3$

→ Il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: $V(-3; -2)$. (è il punto dell'asse equidistante dai due, e la definizione chiede proprio l'equidistanza)

→ La distanza fuoco-vertice dà a : qui $a = \frac{1}{4}$. (vale $\frac{1}{4a}$ = distanza fra fuoco e vertice, con il segno che dice da che parte guarda la concavità)

→ $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$ (si scrive nella forma con il vertice e poi si sviluppa)

→ Controllo: il punto $(-1; -1)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 58.

→ $F(-1; 2)$, $d: y = 0$

→ Il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: $V(-1; 1)$. (è il punto dell'asse equidistante dai due, e la definizione chiede proprio l'equidistanza)

→ La distanza fuoco-vertice dà a : qui $a = \frac{1}{4}$. (vale $\frac{1}{4a}$ = distanza fra fuoco e vertice, con il segno che dice da che parte guarda la concavità)

→ $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ (si scrive nella forma con il vertice e poi si sviluppa)

→ Controllo: il punto $(1; 2)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 59.

→ $F(2; 0)$, $d: x = -2$

→ Il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: $V(0; 0)$. (è il punto dell'asse equidistante dai due, e la definizione chiede proprio l'equidistanza)

→ La distanza fuoco-vertice dà a : qui $a = \frac{1}{8}$. (vale $\frac{1}{4a}$ = distanza fra fuoco e vertice, con il segno che dice da che parte guarda la concavità)

→ $x = \frac{1}{8}y^2$ (si scrive nella forma con il vertice e poi si sviluppa)

→ Controllo: il punto $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 60.

→ $F(-1; -1)$, $d: x = -\frac{3}{2}$

→ Il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: $V\left(-\frac{5}{4}; -1\right)$. (è il punto dell'asse equidistante dai due, e la definizione chiede proprio l'equidistanza)

→ La distanza fuoco-vertice dà a : qui $a = 1$. (vale $\frac{1}{4a}$ = distanza fra fuoco e vertice, con il segno che dice da che parte guarda la concavità)

→ $x = y^2 + 2y - \frac{1}{4}$ (si scrive nella forma con il vertice e poi si sviluppa)

→ Controllo: il punto $\left(\frac{11}{4}; 1\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 75.

→ $F(1; 1)$, $d: x = -1$

→ Il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: $V(0; 1)$. (è il punto dell'asse equidistante dai due, e la definizione chiede proprio l'equidistanza)

→ La distanza fuoco-vertice dà a : qui $a = \frac{1}{4}$. (vale $\frac{1}{4a}$ = distanza fra fuoco e vertice, con il segno che dice da che parte guarda la concavità)

→ $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}$ (si scrive nella forma con il vertice e poi si sviluppa)

→ Controllo: il punto $(1; 3)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 76.

→ $F(-3; 3)$, $d: x = -5$

→ Il vertice sta a metà fra fuoco e direttrice: $V(-4; 3)$. (è il punto dell'asse equidistante dai due, e la definizione chiede proprio l'equidistanza)

→ La distanza fuoco-vertice dà a : qui $a = \frac{1}{4}$. (vale $\frac{1}{4a}$ = distanza fra fuoco e vertice, con il segno che dice da che parte guarda la concavità)

→ $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{3}{2}y - \frac{7}{4}$ (si scrive nella forma con il vertice e poi si sviluppa)

→ Controllo: il punto $(-3; 5)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

3. Vertice, asse, fuoco, direttrice

Esercizio 81.

→ $y = x^2 + 6x - 1$

→ $\Delta = 40$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = -3$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -10$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(-3; -10)$, $F\left(-3; -\frac{39}{4}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = -3$; direttrice: $y = -\frac{41}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(-1; -6)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 82.

→ $y = 3x^2 - 6x + 1$

→ $\Delta = 24$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 1$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -2$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(1; -2)$, $F\left(1; -\frac{23}{12}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 1$; direttrice: $y = -\frac{25}{12}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(3; 10)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 131.

$$\rightarrow y = x^2 - 6x + 5$$

$\rightarrow \Delta = 16$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 3$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

$\rightarrow V(3; -4)$, $F\left(3; -\frac{15}{4}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

$\rightarrow$ asse: $x = 3$; direttrice: $y = -\frac{17}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

$\rightarrow$ Controllo: il punto $(5; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 132.

$$\rightarrow y = -2x^2 - 4$$

$\rightarrow \Delta = -32$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 0$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

$\rightarrow V(0; -4)$, $F\left(0; -\frac{33}{8}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

$\rightarrow$ asse: $x = 0$; direttrice: $y = -\frac{31}{8}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

$\rightarrow$ Controllo: il punto $(2; -12)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

4. Dall'equazione al grafico**Esercizio 139.**

$$\rightarrow y = x^2 + 3x + 2$$

$\rightarrow$ Concavità: $a = 1$, quindi verso l'alto. (il *segno* di a dà la concavità; il suo valore assoluto darebbe l'apertura, che qui non serve)

$\rightarrow \Delta = 1$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4}$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

$\rightarrow$ Asse y : si pone $x = 0$ e viene $(0; 2)$. (è gratis: il termine noto è l'ordinata di quel punto)

$\rightarrow$ Asse x : si risolve $x^2 + 3x + 2 = 0$ e vengono $(-2; 0)$, $(-1; 0)$. (il Δ della parabola dice quante sono *prima* di calcolarle)

→ Due punti in più, simmetrici rispetto all'asse, e il disegno è fatto. (costano una sostituzione e ne danno due: l'asse è asse di simmetria)

Esercizio 140.

$$\rightarrow y = -x^2 + 3x + 4$$

→ Concavità: $a = -1$, quindi verso il basso. (il *segno* di a dà la concavità; il suo valore assoluto darebbe l'apertura, che qui non serve)

→ $\Delta = 25$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{25}{4}$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ Asse y : si pone $x = 0$ e viene $(0; 4)$. (è gratis: il termine noto è l'ordinata di quel punto)

→ Asse x : si risolve $-x^2 + 3x + 4 = 0$ e vengono $(-1; 0)$, $(4; 0)$. (il Δ della parabola dice quante sono *prima* di calcolarle)

→ Due punti in più, simmetrici rispetto all'asse, e il disegno è fatto. (costano una sostituzione e ne danno due: l'asse è asse di simmetria)

Esercizio 189.

$$\rightarrow y = 2x^2 + 2x - 12$$

→ Concavità: $a = 2$, quindi verso l'alto. (il *segno* di a dà la concavità; il suo valore assoluto darebbe l'apertura, che qui non serve)

→ $\Delta = 100$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{25}{2}$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ Asse y : si pone $x = 0$ e viene $(0; -12)$. (è gratis: il termine noto è l'ordinata di quel punto)

→ Asse x : si risolve $2x^2 + 2x - 12 = 0$ e vengono $(-3; 0)$, $(2; 0)$. (il Δ della parabola dice quante sono *prima* di calcolarle)

→ Due punti in più, simmetrici rispetto all'asse, e il disegno è fatto. (costano una sostituzione e ne danno due: l'asse è asse di simmetria)

Esercizio 190.

$$\rightarrow y = x^2 - 6x + 9$$

→ Concavità: $a = 1$, quindi verso l'alto. (il *segno* di a dà la concavità; il suo valore assoluto darebbe l'apertura, che qui non serve)

→ $\Delta = 0$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 3$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 0$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ Asse y : si pone $x = 0$ e viene $(0; 9)$. (è gratis: il termine noto è l'ordinata di quel punto)

→ Asse x : si risolve $x^2 - 6x + 9 = 0$ e vengono $(3; 0)$. (il Δ della parabola dice quante sono *prima* di calcolarle)

→ Due punti in più, simmetrici rispetto all'asse, e il disegno è fatto. (costano una sostituzione e ne danno due: l'asse è asse di simmetria)

Esercizio 193.

→ $y = -2x^2 + 5$

→ $\Delta = 40$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 0$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 5$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(0; 5)$, $F\left(0; \frac{39}{8}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 0$; direttrice: $y = \frac{41}{8}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(2; -3)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 194.

→ $y = x^2 - 4x$

→ $\Delta = 16$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 2$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(2; -4)$, $F\left(2; -\frac{15}{4}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 2$; direttrice: $y = -\frac{17}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(4; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 213.

→ $y = 6x^2$ e $y = 5x^2$

→ **pistretta** : $y = 6x^2$, e la concavità è verso l'alto e verso l'alto (sono due domande diverse sullo stesso numero: il segno dà la concavità, il valore assoluto l'apertura)

Esercizio 214.

$$\rightarrow y = \frac{3}{4}x^2 \quad \text{e} \quad y = -\frac{4}{3}x^2$$

$\rightarrow$ **pistretta** : $y = -\frac{4}{3}x^2$, e la concavità è verso l'alto e verso il basso (sono due domande diverse sullo stesso numero: il segno dà la concavità, il valore assoluto l'apertura)

5. Parabola con asse parallelo all'asse x **Esercizio 225.**

$$\rightarrow x = y^2 - 2y + 3$$

$\rightarrow \Delta = -8$; qui le formule sono **scambiate**: $y_V = -\frac{b}{2a} = 1$ e $x_V = -\frac{\Delta}{4a} = 2$. (l'asse è orizzontale, quindi la coordinata «lungo l'asse» è la x)

$\rightarrow V(2; 1)$, $F\left(\frac{9}{4}; 1\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

$\rightarrow$ asse: $y = 1$; direttrice: $x = \frac{7}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

$\rightarrow$ Controllo: il punto $(6; 3)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 226.

$$\rightarrow x = -\frac{1}{2}y^2 - 2y + \frac{1}{2}$$

$\rightarrow \Delta = 5$; qui le formule sono **scambiate**: $y_V = -\frac{b}{2a} = -2$ e $x_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{5}{2}$. (l'asse è orizzontale, quindi la coordinata «lungo l'asse» è la x)

$\rightarrow V\left(\frac{5}{2}; -2\right)$, $F(2; -2)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

$\rightarrow$ asse: $y = -2$; direttrice: $x = 3$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

$\rightarrow$ Controllo: il punto $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

6. Posizione di una retta**Esercizio 251.**

$$\rightarrow y = x^2 + 4x - 1 \quad \text{e} \quad y = 3x + 1$$

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $(-2; -5)$, $(1; 4)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 252.

$$\rightarrow y = x^2 + 4x - 1 \quad \text{e} \quad y = -2x - 10$$

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **tangente**. ($\Delta = 0$: le due soluzioni coincidono)

→ I punti sono $(-3; -4)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 291.

$$\rightarrow y = x^2 \quad \text{e} \quad y = x + 2$$

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $(-1; 1)$, $(2; 4)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 292.

$$\rightarrow y = 2x^2 - 2 \quad \text{e} \quad y = 6x - 2$$

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $(0; -2)$, $(3; 16)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 303.

$$\rightarrow y = x^2 - 4 \quad \text{e} \quad x = 3$$

→ La retta è **verticale**: non ha coefficiente angolare. (quindi non entra nel sistema con $y = mx + q$, e il criterio del Δ non la riguarda)

→ **(3; 5)** (un solo punto di intersezione **non** vuol dire tangente: è il quarto caso)

Esercizio 304.

$$\rightarrow y = x^2 - 2x \quad \text{e} \quad x = 1$$

→ La retta è **verticale**: non ha coefficiente angolare. (quindi non entra nel sistema con $y = mx + q$, e il criterio del Δ non la riguarda)

→ **(1; -1)** (un solo punto di intersezione **non** vuol dire tangente: è il quarto caso)

7. Rette tangenti

Esercizio 311.

$$\rightarrow y = 5x^2 - 4x + 1, \text{ nel suo punto di ascissa } 2$$

→ Il punto è **(2; 13)**, e **sta** sulla parabola. (si controlla sostituendo: è la condizione che permette la scorciatoia)

→ $m = 2ax_0 + b = 16$. (la formula si dimostra dalla somma delle radici coincidenti, e vale SOLO se il punto sta sulla curva)

→ **$y = 16x - 19$** (stessa retta che darebbe lo sdoppiamento — ed è così che il generatore la ricontrolla)

Esercizio 312.

$$\rightarrow y = -2x^2 + x + 1, \text{ nel suo punto di ascissa } 0$$

→ Il punto è **(0; 1)**, e **sta** sulla parabola. (si controlla sostituendo: è la condizione che permette la scorciatoia)

→ $m = 2ax_0 + b = 1$. (la formula si dimostra dalla somma delle radici coincidenti, e vale SOLO se il punto sta sulla curva)

→ **$y = x + 1$** (stessa retta che darebbe lo sdoppiamento — ed è così che il generatore la ricontrolla)

Esercizio 351.

$$\rightarrow y = x^2, \text{ nel suo punto di ascissa } -2$$

→ Il punto è **(-2; 4)**, e **sta** sulla parabola. (si controlla sostituendo: è la condizione che permette la scorciatoia)

→ $m = 2ax_0 + b = -4$. (la formula si dimostra dalla somma delle radici coincidenti, e vale SOLO se il punto sta sulla curva)

→ $y = -4x - 4$ (stessa retta che darebbe lo sdoppiamento — ed è così che il generatore la ricontrolla)

Esercizio 352.

→ $y = x^2 + 6x + 8$, nel suo punto di ascissa 0

→ Il punto è $(0; 8)$, e **sta** sulla parabola. (si controlla sostituendo: è la condizione che permette la scorciatoia)

→ $m = 2ax_0 + b = 6$. (la formula si dimostra dalla somma delle radici coincidenti, e vale SOLO se il punto sta sulla curva)

→ $y = 6x + 8$ (stessa retta che darebbe lo sdoppiamento — ed è così che il generatore la ricontrolla)

Esercizio 353.

→ $y = x^2 + 4x + 6$, dal punto $P(-4; 5)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - 5 = m(x - (-4))$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -6x - 19$; $y = -2x - 3$ (due soluzioni in m vuol dire che P è *esterno*: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 354.

→ $y = 2x^2 + 4x - 1$, dal punto $P(-1; -5)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - (-5) = m(x - (-1))$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -4x - 9$; $y = 4x - 1$ (due soluzioni in m vuol dire che P è *esterno*: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 363.

→ $y = x^2 + 2x + 1$, dal punto $P(-1; -4)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - -4 = m(x - -1)$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -4x - 8$; $y = 4x$ (due soluzioni in m vuol dire che P è esterno: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 364.

→ $y = 2x^2$, dal punto $P(0; -2)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - -2 = m(x - 0)$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -4x - 2$; $y = 4x - 2$ (due soluzioni in m vuol dire che P è esterno: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 365.

→ $y = x^2 + 6x + 5$, dal punto $P(-3; -8)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - -8 = m(x - -3)$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -4x - 20$; $y = 4x + 4$ (due soluzioni in m vuol dire che P è esterno: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 366.

→ $y = -2x^2 + 2$, dal punto $P(0; 4)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - 4 = m(x - 0)$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -4x + 4$; $y = 4x + 4$ (due soluzioni in m vuol dire che P è esterno: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 367.

→ $y = x^2 - 6x + 5$, dal punto $P(3; -8)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - -8 = m(x - 3)$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -4x + 4$; $y = 4x - 20$ (due soluzioni in m vuol dire che P è esterno: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 368.

→ $y = \frac{1}{2}x^2$, dal punto $P(0; -2)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - -2 = m(x - 0)$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -2x - 2$; $y = 2x - 2$ (due soluzioni in m vuol dire che P è esterno: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 369.

→ $y = -x^2 + 2x + 3$, dal punto $P(1; 8)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - 8 = m(x - 1)$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -4x + 12$; $y = 4x + 4$ (due soluzioni in m vuol dire che P è *esterno*: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 370.

→ $y = 3x^2 - 1$, dal punto $P(0; -4)$

→ Il punto **non** sta sulla parabola: qui serve il fascio. (con $m = 2ax_0 + b$ non si può, perché quella formula chiede che il punto appartenga alla curva)

→ Fascio per P : $y - -4 = m(x - 0)$. (tutte le rette per P tranne la verticale — e va tenuto a mente, perché in certi casi la tangente è proprio quella)

→ Sistema, e poi $\Delta = 0$: viene un'equazione in m . (la condizione di tangenza è che le due intersezioni coincidano)

→ $y = -6x - 4$; $y = 6x - 4$ (due soluzioni in m vuol dire che P è *esterno*: una sola vorrebbe dire che ci sta sopra, nessuna che è interno)

Esercizio 371.

→ $y = -x^2 + 6x - 5$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(1; 0)$ e $(5; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = 3$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = \frac{32}{3}$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo già semplificato: così non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 372.

→ $y = x^2 - 4x$ e $y = 2x$

→ Intersezioni: $(0; 0)$ e $(6; 12)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 2$; la tangente parallela tocca in $x_0 = 3$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = 36$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 383.

→ $y = x^2 + 2x - 8$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(-4; 0)$ e $(2; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = -1$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = 36$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 384.

→ $y = -3x^2 + 6x + 9$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(-1; 0)$ e $(3; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = 1$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = 32$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 385.

→ $y = x^2 - x - 12$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(-3; 0)$ e $(4; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = \frac{1}{2}$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = \frac{343}{6}$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 386.

→ $y = -x^2 + 2x + 8$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(-2; 0)$ e $(4; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = 1$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = 36$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 387.

→ $y = 2x^2 - 4x - 6$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(-1; 0)$ e $(3; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = 1$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = \frac{64}{3}$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 388.

→ $y = x^2 + 4x - 5$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(-5; 0)$ e $(1; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = -2$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = 36$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 389.

→ $y = -x^2 + 6x$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(0; 0)$ e $(6; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = 3$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = 36$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

Esercizio 390.

→ $y = x^2 - 8x + 15$ e $y = 0$

→ Intersezioni: $(3; 0)$ e $(5; 0)$. (servono per la corda, e per sapere che la retta è davvero *secante*: senza due punti non c'è nessun segmento)

→ La corda ha $m = 0$; la tangente parallela tocca in $x_0 = 4$. (si impone $2ax_0 + b = m$; il punto di tangenza sta sempre a metà fra le due ascisse, e non è un caso)

→ Archimede: $S = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{A}_{AA'B'B} = \frac{4}{3}$. (due terzi del rettangolo costruito sulla corda e sulla tangente parallela)

→ Il conto si può abbreviare: $S = \frac{|a| |x_B - x_A|^3}{6}$. (e' la stessa formula, con il rettangolo gia' semplificato: cosi' non compaiono radicali che poi se ne vanno)

8. Determinare l'equazione

Esercizio 391.

→ vertice $V(2; -2)$, passante per $A(4; 6)$

→ Si parte dalla forma con il vertice: $y - y_V = a(x - x_V)^2$. (il vertice è dato, quindi due dei tre coefficienti sono già dentro: resta solo a , e lo dà il passaggio per il punto)

→ $y = 2x^2 - 8x + 6$

→ Controllo: il punto (4; 6) della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 392.

→ vertice $V(1; -8)$, passante per $A(4; 10)$

→ Si parte dalla forma con il vertice: $y - y_V = a(x - x_V)^2$. (il vertice è dato, quindi due dei tre coefficienti sono già dentro: resta solo a , e lo dà il passaggio per il punto)

$$\rightarrow y = 2x^2 - 4x - 6$$

→ Controllo: il punto (3; 0) della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 412.

→ vertice $V(2; 0)$, passante per $A(5; -6)$

→ Si parte dalla forma con il vertice: $y - y_V = a(x - x_V)^2$. (il vertice è dato, quindi due dei tre coefficienti sono già dentro: resta solo a , e lo dà il passaggio per il punto)

$$\rightarrow y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - \frac{8}{3}$$

→ Controllo: il punto $\left(4; -\frac{8}{3}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 413.

→ vertice $V(4; 1)$, passante per $A(6; 5)$

→ Si parte dalla forma con il vertice: $y - y_V = a(x - x_V)^2$. (il vertice è dato, quindi due dei tre coefficienti sono già dentro: resta solo a , e lo dà il passaggio per il punto)

$$\rightarrow y = x^2 - 8x + 17$$

→ Controllo: il punto (6; 5) della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 421.

→ vertice $V(1; 4)$, fuoco $F\left(1; \frac{15}{4}\right)$

→ Vertice e fuoco stanno sullo stesso asse: la loro distanza è $\frac{1}{4|a|}$. (e il verso dice il segno di a : il fuoco sta sempre *dentro* la concavità)

$$\rightarrow y = -x^2 + 2x + 3$$

→ Controllo: il punto $(3; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 422.

$$\rightarrow \text{vertice } V(2; 1), \text{ fuoco } F\left(2; \frac{3}{4}\right)$$

→ Vertice e fuoco stanno sullo stesso asse: la loro distanza è $\frac{1}{4|a|}$. (e il verso dice il segno di a : il fuoco sta sempre *dentro* la concavità)

$$\rightarrow y = -x^2 + 4x - 3$$

→ Controllo: il punto $(4; -3)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 445.

$$\rightarrow \text{vertice } V(4; 4), \text{ direttrice } y = \frac{17}{4}$$

→ La distanza vertice-direttrice è la stessa vertice-fuoco, ma dalla parte opposta. (è il segno che si sbaglia: la direttrice sta dalla parte *contraria* a quella in cui la parabola si apre)

$$\rightarrow y = -x^2 + 8x - 12$$

→ Controllo: il punto $(6; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 446.

$$\rightarrow \text{vertice } V\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right), \text{ direttrice } y = \frac{1}{6}$$

→ La distanza vertice-direttrice è la stessa vertice-fuoco, ma dalla parte opposta. (è il segno che si sbaglia: la direttrice sta dalla parte *contraria* a quella in cui la parabola si apre)

$$\rightarrow y = 3x^2 - 3x + 1$$

→ Controllo: il punto $\left(\frac{5}{2}; \frac{49}{4}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 467.

→ passante per $A(0; 0)$, $B(1; 2)$, $C(3; 0)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a , b , c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = -x^2 + 3x$$

→ Controllo: il punto $\left(\frac{7}{2}; -\frac{7}{4}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 468.

→ passante per $A(1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -9)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a , b , c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = -x^2 + 5x - 3$$

→ Controllo: il punto $\left(\frac{9}{2}; -\frac{3}{4}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 469.

→ passante per $A(1; 0)$, $B(0; -5)$, $C(2; 3)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a , b , c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = -x^2 + 6x - 5$$

→ Controllo: il punto $(5; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 470.

→ passante per $A(0; 1)$, $B(1; 0)$, $C(-1; 6)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a , b , c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = 2x^2 - 3x + 1$$

→ Controllo: il punto $\left(\frac{11}{4}; \frac{63}{8}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 471.

→ passante per $A(-1; 0)$, $B(1; 0)$, $C(0; -1)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a , b , c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = x^2 - 1$

→ Controllo: il punto $(2; 3)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 472.

→ passante per $A(0; 3)$, $B(1; 0)$, $C(3; 0)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a , b , c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = x^2 - 4x + 3$

→ Controllo: il punto $(4; 3)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 473.

→ passante per $A(-2; 0)$, $B(2; 0)$, $C(0; 4)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a , b , c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = -x^2 + 4$

→ Controllo: il punto $(2; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 474.

→ passante per $A(0; 0)$, $B(2; 0)$, $C(1; 1)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a , b , c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = -x^2 + 2x$

→ Controllo: il punto $(3; -3)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 475.

→ passante per $A(1; 2)$, $B(2; 1)$, $C(3; 2)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = x^2 - 4x + 5$

→ Controllo: il punto $(4; 5)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 476.

→ passante per $A(-1; 4)$, $B(0; 1)$, $C(2; 1)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = x^2 - 2x + 1$

→ Controllo: il punto $(3; 4)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 477.

→ passante per $A(0; -2)$, $B(1; 0)$, $C(-1; 0)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = 2x^2 - 2$

→ Controllo: il punto $(2; 6)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 478.

→ passante per $A(1; 6)$, $B(2; 11)$, $C(0; 3)$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = x^2 + 2x + 3$

→ Controllo: il punto $(1; 6)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 479.

→ passante per $A(0; -4)$ e $B(-1; -1)$, asse $x = 1$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = x^2 - 2x - 4$$

→ Controllo: il punto $(3; -1)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 480.

→ passante per $A(-1; -1)$ e $B(1; 5)$, asse $x = -\frac{3}{2}$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = x^2 + 3x + 1$$

→ Controllo: il punto $\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{4}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 481.

→ passante per $A(-2; 5)$ e $B(1; -7)$, asse $x = -\frac{5}{2}$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = -x^2 - 5x - 1$$

→ Controllo: il punto $\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 482.

→ passante per $A(0; 0)$ e $B(4; 12)$, asse $x = 1$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = \frac{3}{2}x^2 - 3x$$

→ Controllo: il punto $\left(3; \frac{9}{2}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 483.

→ passante per $A(0; 3)$ e $B(3; 0)$, asse $x = 1$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = -x^2 + 2x + 3$$

→ Controllo: il punto $(3; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 484.

→ passante per $A(-1; 0)$ e $B(2; 6)$, asse $x = 1$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = -2x^2 + 4x + 6$$

→ Controllo: il punto $(3; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 485.

→ passante per $A(0; 1)$ e $B(2; 5)$, asse $x = 3$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$$

→ Controllo: il punto $\left(5; \frac{7}{2}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 486.

→ passante per $A(1; -2)$ e $B(4; 1)$, asse $x = 3$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

$$\rightarrow y = -x^2 + 6x - 7$$

→ **Controllo:** il punto $(5; -2)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 487.

→ passante per $A(0; 5)$ e $B(-1; 2)$, asse $x = -2$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = x^2 + 4x + 5$

→ **Controllo:** il punto $(0; 5)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 488.

→ passante per $A(2; 0)$ e $B(5; 9)$, asse $x = 4$

→ Tre condizioni, tre incognite: si scrive il sistema in a, b, c . (ogni passaggio per un punto vale una condizione; l'asse ne vale una, il fuoco due)

→ $y = -3x^2 + 24x - 36$

→ **Controllo:** il punto $(6; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

9. Fasci di parabole**Esercizio 489.**

→ generato da $y = x^2 - 2x + 1$ e $y = -x^2 + 4x + 1$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ Sono $(0; 1)$, $(3; 4)$. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 490.

→ generato da $y = x^2$ e $y = -x^2 + 8$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ Sono $(-2; 4)$, $(2; 4)$. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 491.

→ generato da $y = x^2 - 1$ e $y = 2x^2 - 2$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ Sono $(-1; 0)$, $(1; 0)$. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 492.

→ generato da $y = x^2 - x$ e $y = -x^2 + 3x$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ Sono $(0; 0)$, $(2; 2)$. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 493.

→ generato da $y = x^2 + 2x$ e $y = -x^2 + 4x + 12$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ Sono $(-2; 0)$, $(3; 15)$. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 494.

→ generato da $y = 2x^2 - 3$ e $y = 3x^2 - 4x - 3$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ Sono $(0; -3)$, $(4; 29)$. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 495.

→ generato da $y = x^2 - 4x + 3$ e $y = -x^2 + 2x - 3$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ **Non ce ne sono:** le generatrici non si incontrano. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 496.

→ generato da $y = x^2 + 1$ e $y = -x^2 + 2x + 1$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ Sono $(0; 1)$, $(1; 2)$. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 497.

→ generato da $y = x^2 + 6x + 8$ e $y = -x^2$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ **Non ce ne sono:** le generatrici non si incontrano. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 498.

→ generato da $y = 3x^2$ e $y = x^2 - 2x$

→ I **punti base** sono le intersezioni delle due generatrici. (ci passano tutte le curve del fascio, perché lì entrambe le equazioni valgono zero e la combinazione lineare pure)

→ Sono $(-1; 3)$, $(0; 0)$. (e non è un errore: un fascio può non avere punti base, e allora le sue parabole non hanno nessun punto in comune)

→ Le **degeneri** si trovano annullando il coefficiente di x^2 , oppure quello di y . (in quei due casi l'equazione scende di grado e resta una retta, o una coppia di rette)

Esercizio 499.

→ Abbina ogni parabola al suo fuoco. **a)** $y = x^2$ **b)** $y = \frac{1}{4}x^2$ **c)** $y = 2x^2 - 1$ **d)** $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$
 — **1)** $(0; 1)$ **2)** $(0; -\frac{7}{8})$ **3)** $(2; \frac{3}{2})$ **4)** $(0; \frac{1}{4})$

→ **a** — **-4**, **b** — **-1**, **c** — **-2**, **d** — **-3** (si abbina a mente: il fuoco sta sull'asse, a distanza $\frac{1}{4|a|}$ dal vertice)

Esercizio 500.

→ Abbina ogni parabola al suo fuoco. **a)** $y = \frac{1}{2}x^2$ **b)** $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$ **c)** $y = x^2 - 1$ **d)** $y = -\frac{2}{3}x^2 + 2x + 1$ — **1)** $(0; -\frac{3}{4})$ **2)** $(\frac{3}{2}; \frac{17}{8})$ **3)** $(0; \frac{1}{2})$ **4)** $(0; \frac{7}{4})$

→ **a** — **-3**, **b** — **-4**, **c** — **-1**, **d** — **-2** (si abbina a mente: il fuoco sta sull'asse, a distanza $\frac{1}{4|a|}$ dal vertice)

Esercizio 507.

→ La parabola $y = x^2$ ha direttrice $y = -\frac{1}{4}$. Quali sono le coordinate del fuoco? **A)** $(0; \frac{1}{4})$ **B)** $(0; -\frac{1}{4})$ **C)** $(\frac{1}{4}; 0)$ **D)** $(0; 0)$

→ **A** (le tre risposte sbagliate sono i tre errori tipici: il fuoco dalla parte della direttrice, le coordinate scambiate, il fuoco confuso col vertice)

Esercizio 508.

→ La parabola $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ha direttrice $y = -\frac{7}{2}$. Quali sono le coordinate del fuoco? **A)** $(0; -3)$ **B)** $(0; -\frac{5}{2})$ **C)** $(0; -\frac{7}{2})$ **D)** $(-\frac{5}{2}; 0)$

→ **B** (le tre risposte sbagliate sono i tre errori tipici: il fuoco dalla parte della direttrice, le coordinate scambiate, il fuoco confuso col vertice)

10. Corde, triangoli e segmento parabolico**Esercizio 517.**

→ $y = x^2 + 4x - 7$, corda lunga 2 su una retta orizzontale

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $(-3; -10)$, $(-1; -10)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 518.

→ $y = 2x^2 - 4x + 1$, corda lunga 4 su una retta orizzontale

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $(-1; 7)$, $(3; 7)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 533.

→ $y = x^2 - 4$ e $y = 2x - 1$: area del triangolo che la corda AB forma con il vertice V

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $(-1; -3)$, $(3; 5)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 534.

→ $y = 2x^2 - 2$ e $y = 8x - 2$: area del triangolo che la corda AB forma con il fuoco F

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $(0; -2)$, $(4; 30)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 540.

→ $y = 2x^2 - 2$ e $y = -4x + 4$: area del triangolo che la corda AB forma con il vertice V

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $(-3; 16)$, $(1; 0)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

Esercizio 541.

→ $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ e $y = -\frac{5}{2}$: area del triangolo che la corda AB forma con il fuoco F

→ Sistema, e resta l'**equazione risolvente** di secondo grado. (si sostituisce la y della retta nella parabola: e' il metodo dei sistemi non lineari, qui in un caso solo)

→ La retta è **secante**. ($\Delta > 0$: due soluzioni, due punti)

→ I punti sono $\left(-1; -\frac{5}{2}\right)$, $\left(3; -\frac{5}{2}\right)$. (le ordinate si trovano sostituendo nella RETTA, che è più semplice — e poi si controlla una nella parabola)

11. Realtà e modelli**Esercizio 547.**

→ Un'antenna parabolica dismessa diventa un forno solare: si riveste di alluminio e ci si mette la pentola nel fuoco, dove i raggi si concentrano. La sezione dell'antenna e' $y = \frac{1}{4}x^2$, con le misure in decimetri. A che altezza va la pentola?

→ $\Delta = 0$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 0$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 0$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

- $V(0; 0)$, $F(0; 1)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)
- asse: $x = 0$; direttrice: $y = -1$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)
- Controllo: il punto $(2; 1)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 548.

- Un microfono parabolico per il birdwatching concentra nel fuoco i suoni che arrivano paralleli all'asse. Il profilo è $y = \frac{1}{8}x^2$, in decimetri. Dove va montato il microfono?
- $\Delta = 0$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 0$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 0$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)
- $V(0; 0)$, $F(0; 2)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)
- asse: $x = 0$; direttrice: $y = -2$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)
- Controllo: il punto $\left(2; \frac{1}{2}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 556.

- Il lancio del peso segue $y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{9}{20}x + 1$ (metri), con x la distanza dalla pedana. Quanto è lungo il lancio?
- $\Delta = \frac{121}{400}$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 9$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{121}{40}$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)
- $V\left(9; \frac{121}{40}\right)$, $F\left(9; -\frac{279}{40}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)
- asse: $x = 9$; direttrice: $y = \frac{521}{40}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)
- Controllo: il punto $\left(11; \frac{117}{40}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 557.

- Il cavo di un ponte sospeso ha la forma $y = \frac{1}{100}x^2 + 4$, con x misurata dal centro della campata e y l'altezza sul piano stradale, in metri. Qual è l'altezza minima del cavo?
- $\Delta = -\frac{4}{25}$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 0$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(0; 4)$, $F(0; 29)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 0$; direttrice: $y = -21$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $\left(2; \frac{101}{25}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

12. Riepilogo, massimi e minimi, e il resto

Esercizio 565.

→ Della parabola $y = x^2 - 2x - 3$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa -2 ; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x .

→ $\Delta = 16$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 1$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(1; -4)$, $F\left(1; -\frac{15}{4}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 1$; direttrice: $y = -\frac{17}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(3; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 566.

→ Della parabola $y = -2x^2 + 8$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta *sotto* l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 5 .

→ $\Delta = 64$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 0$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 8$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(0; 8)$, $F\left(0; \frac{63}{8}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 0$; direttrice: $y = \frac{65}{8}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(2; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 578.

→ Della parabola $y = x^2 - 2x - 3$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta sotto l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 5.

→ $\Delta = 16$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 1$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(1; -4)$, $F\left(1; -\frac{15}{4}\right)$ (il fuoco sta sull'asse, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 1$; direttrice: $y = -\frac{17}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(3; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 579.

→ Della parabola $y = -2x^2 + 8$: **(a)** vertice e concavità; **(b)** le due tangenti dal punto $P(0; 10)$; **(c)** l'area del segmento staccato dall'asse x ; **(d)** perché $P(0; 10)$ è esterno alla parabola.

→ $\Delta = 64$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 0$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 8$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(0; 8)$, $F\left(0; \frac{63}{8}\right)$ (il fuoco sta sull'asse, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 0$; direttrice: $y = \frac{65}{8}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(2; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 580.

→ Della parabola $y = -x^2 - 6x - 5$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa 4; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x .

→ $\Delta = 16$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = -3$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(-3; 4)$, $F\left(-3; \frac{15}{4}\right)$ (il fuoco sta sull'asse, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = -3$; direttrice: $y = \frac{17}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(-1; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 581.

→ Della parabola $y = \frac{1}{3}x^2 + x - 6$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta sotto l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 2.

→ $\Delta = 9$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{27}{4}$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V\left(-\frac{3}{2}; -\frac{27}{4}\right)$, $F\left(-\frac{3}{2}; -6\right)$ (il fuoco sta sull'asse, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = -\frac{3}{2}$; direttrice: $y = -\frac{15}{2}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $\left(\frac{1}{2}; -\frac{65}{12}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 582.

→ Della parabola $y = x^2 + 2x - 3$: **(a)** vertice e concavità; **(b)** le due tangenti dal punto $P(-1; -5)$; **(c)** l'area del segmento staccato dall'asse x ; **(d)** perché $P(-1; -5)$ è esterno alla parabola.

→ $\Delta = 16$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = -1$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(-1; -4)$, $F\left(-1; -\frac{15}{4}\right)$ (il fuoco sta sull'asse, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = -1$; direttrice: $y = -\frac{17}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(1; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 583.

→ Della parabola $y = 3x^2 - 3$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa -2 ; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x .

→ $\Delta = 36$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 0$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -3$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(0; -3)$, $F\left(0; -\frac{35}{12}\right)$ (il fuoco sta sull'asse, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 0$; direttrice: $y = -\frac{37}{12}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(2; 9)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 584.

→ Della parabola $y = -3x^2 + 6x$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta sotto l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 5.

→ $\Delta = 36$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 1$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 3$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(1; 3)$, $F\left(1; \frac{35}{12}\right)$ (il fuoco sta sull'asse, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 1$; direttrice: $y = \frac{37}{12}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(3; -9)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 585.

→ Della parabola $y = 2x^2 - 12x + 10$: **(a)** vertice e concavità; **(b)** le due tangenti dal punto $P(3; -10)$; **(c)** l'area del segmento staccato dall'asse x ; **(d)** perché $P(3; -10)$ è esterno alla parabola.

→ $\Delta = 64$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 3$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -8$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(3; -8)$, $F\left(3; -\frac{63}{8}\right)$ (il fuoco sta sull'asse, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 3$; direttrice: $y = -\frac{65}{8}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(5; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 586.

→ Della parabola $y = x^2 - 6x$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa 4; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x .

→ $\Delta = 36$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 3$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -9$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(3; -9)$, $F\left(3; -\frac{35}{4}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 3$; direttrice: $y = -\frac{37}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(5; -5)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 587.

→ Della parabola $y = x^2 - 10x + 16$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta *sotto* l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 3.

→ $\Delta = 36$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 5$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -9$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(5; -9)$, $F\left(5; -\frac{35}{4}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 5$; direttrice: $y = -\frac{37}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(7; -5)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 588.

→ Della parabola $y = -x^2 + 4x$: **(a)** vertice e concavità; **(b)** le *due* tangenti dal punto $P(2; 5)$; **(c)** l'area del segmento staccato dall'asse x ; **(d)** perché $P(2; 5)$ è esterno alla parabola.

→ $\Delta = 16$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = 2$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 4$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V(2; 4)$, $F\left(2; \frac{15}{4}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = 2$; direttrice: $y = \frac{17}{4}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $(4; 0)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 589.

→ Della parabola $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$: **(a)** vertice e direttrice; **(b)** le intersezioni con gli assi; **(c)** la tangente nel punto di ascissa -2 ; **(d)** l'area del segmento staccato dall'asse x .

→ $\Delta = 9$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = -1$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9}{2}$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$, $F(-1; -4)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = -1$; direttrice: $y = -5$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $\left(1; -\frac{5}{2}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 590.

→ Della parabola $y = 2x^2 - 6x$: **(a)** fuoco e asse; **(b)** per quali x sta sotto l'asse x ; **(c)** il simmetrico di C , sua intersezione con l'asse y ; **(d)** la tangente nel punto di ascissa 5.

→ $\Delta = 36$, quindi $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9}{2}$. (l'ordinata si può anche trovare sostituendo x_V nell'equazione: è lo stesso conto, e spesso è più corto)

→ $V\left(\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$, $F\left(\frac{3}{2}; -\frac{35}{8}\right)$ (il fuoco sta *sull'asse*, quindi condivide col vertice la coordinata trasversale: cambia solo l'altra)

→ asse: $x = \frac{3}{2}$; direttrice: $y = -\frac{37}{8}$ (fuoco e direttrice stanno da parti opposte rispetto al vertice, e alla stessa distanza)

→ Controllo: il punto $\left(\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right)$ della curva dista ugualmente da F e dalla direttrice. (è la definizione, ed è l'unica verifica che non ripercorre la strada dei conti: se una formula fosse stata applicata male, rifarla non lo direbbe)

Esercizio 591.

→ Il costo unitario di un prodotto, in euro, è $y = \frac{1}{10}x^2 - 6x + 100$ per $0 \leq x \leq 50$, dove x è il numero di pezzi. Quanti conviene produrne?

→ $a > 0$: c'è un minimo, nel vertice. $x_V = 30$, dentro l'intervallo, e $y_V = 10$. Quindi **30 pezzi, a 10 euro l'uno**. (il vertice dà l'ottimo, ma va controllato che cada dentro l'intervallo ammesso)

Esercizio 592.

→ Un rettangolo ha perimetro 20. Quale ha area massima?

→ con base x l'area è $x(10 - x) = -x^2 + 10x$: parabola con $a < 0$, massimo nel vertice $x_V = 5$. È il quadrato di lato 5, di area 25. (il vertice dà l'ottimo, ma va controllato che cada dentro l'intervallo ammesso)

Esercizio 599.

→ Per quali valori di k l'equazione $y = (k^2 - 1)x^2 + x - k - 3$ rappresenta una parabola?

→ serve $a \neq 0$: $k^2 - 1 \neq 0$, cioè $k \neq 1 \wedge k \neq -1$. (con un parametro la prima cosa da controllare è sempre $a \neq 0$)

Esercizio 600.

→ Per quali k la parabola $y = (k^2 - 1)x^2 + x - k - 3$ ha la concavità verso l'alto?

→ $k^2 - 1 > 0$, cioè $k < -1 \vee k > 1$. (con un parametro la prima cosa da controllare è sempre $a \neq 0$)

Esercizio 611.

→ Il segno di a dice quanto è stretta la parabola.

→ **falso** — il **segno** dà la concavità; l'apertura la dà il **valore assoluto** di a . (in un vero o falso il giudizio da solo non vale niente: quello che si valuta è il motivo)

Esercizio 612.

→ Al crescere di $|a|$ la parabola si allarga.

→ **falso** — si **stringe**: il fuoco si avvicina alla direttrice. (in un vero o falso il giudizio da solo non vale niente: quello che si valuta è il motivo)

Esercizio 627.

→ $y = x^2 - 6x + 5$: $x_V = \frac{b}{2a} = 3$.

→ manca il segno meno: $x_V = -\frac{b}{2a} = -3$. (trovare l'errore vuol dire QUALE regola è stata violata, non solo che il risultato non torna)

Esercizio 628.

→ $y = 2x^2 + 4x$: il vertice è $V(-1;0)$ perché $c = 0$.

→ $x_V = -1$ è giusto, ma $y_V = 2 - 4 = -2$: $c = 0$ dice che la curva passa per l'origine, non che il vertice ci sta. (trovare l'errore vuol dire dire QUALE regola è stata violata, non solo che il risultato non torna)

Esercizio 639.

→ Una parabola ha vertice $V(0;0)$ e fuoco a distanza 2 dal vertice, sopra di esso. Scrivila.

→ $\frac{1}{4a} = 2$ dà $a = \frac{1}{8}$: $y = \frac{x^2}{8}$. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito perché viene quella)

Esercizio 640.

→ Scrivi una parabola tangente all'asse x nel punto $(3;0)$.

→ il vertice è lì: $y = a(x - 3)^2$ con a a piacere, per esempio $y = x^2 - 6x + 9$. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito perché viene quella)

Esercizio 641.

→ Scrivi una parabola con asse $x = 2$ che passa per l'origine.

→ per esempio $y = x^2 - 4x$: infatti $-\frac{b}{2a} = 2$ e $c = 0$. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito perché viene quella)

Esercizio 642.

→ Una parabola ha $\Delta = 0$ e $a < 0$. Come sta rispetto all'asse x ?

→ lo tocca nel vertice e sta tutta sotto. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito perché viene quella)

Esercizio 643.

→ Scrivi una parabola con asse parallelo all'asse x e vertice nell'origine, che passa per $(2;1)$.

→ $x = ay^2$ con $2 = a$: $x = 2y^2$. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito perché viene quella)

Esercizio 644.

→ Il vertice di una parabola è $V(1; -4)$ e uno zero è $x = 3$. Qual è l'altro?

→ gli zeri sono simmetrici rispetto all'asse $x = 1$: $x = -1$. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito *perché* viene quella)

Esercizio 645.

→ Una parabola incontra l'asse x in -2 e 4 . Qual è il suo asse?

→ a metà: $x = 1$. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito *perché* viene quella)

Esercizio 646.

→ Una retta è tangente a una parabola. Che cosa vale il Δ dell'equazione risolvente?

→ **0**: le due intersezioni coincidono. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito *perché* viene quella)

Esercizio 647.

→ Scrivi una parabola per cui la retta $y = 2$ sia tangente.

→ basta che il vertice abbia ordinata 2: per esempio $y = -x^2 + 2$. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito *perché* viene quella)

Esercizio 648.

→ Un fascio di parabole ha punti base $A(1;0)$ e $B(3;0)$. Scrivilo.

→ la retta AB è $y = 0$: $y = k(x-1)(x-3)$. (si parte dalla risposta e si costruisce la parabola: è il modo di controllare se hai capito *perché* viene quella)

Esercizio 649.

→ Dimostra che la parabola di fuoco $F(0;f)$ e direttrice $y = -f$ ha equazione $y = \frac{1}{4f}x^2$.

→ si impone $\overline{PF} = \overline{PH}$, cioè $\sqrt{x^2 + (y-f)^2} = |y+f|$. I due membri sono non negativi, quindi si possono elevare al quadrato: $x^2 + y^2 - 2fy + f^2 = y^2 + 2fy + f^2$, da cui $x^2 = 4fy$. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 650.

→ Dimostra che l'asse di una parabola è asse di simmetria.

→ la simmetria rispetto all'asse manda F in sé e la direttrice in sé, e conserva le distanze. Se $\overline{PF}$ uguaglia la distanza di P da d , lo stesso vale per il simmetrico P' . c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 651.

→ Dimostra che $x_V = -\frac{b}{2a}$.

→ dalla traslazione si ha $b = -2ax_V$; risolvendo rispetto a x_V segue la formula. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 652.

→ Dimostra che $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$.

→ da $c = ax_V^2 + y_V$ segue $y_V = c - a\frac{b^2}{4a^2} = \frac{4ac-b^2}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 653.

→ Dimostra che la tangente in $P(x_0; y_0)$ ha $m = 2ax_0 + b$.

→ l'equazione risolvente è $ax^2 + (b-m)x + (c+mx_0 - y_0) = 0$; se la retta è tangente in P le due radici coincidono con x_0 , quindi la loro somma vale $2x_0$. Ma la somma è $-\frac{b-m}{a}$, da cui $m = 2ax_0 + b$. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 654.

→ Dimostra che il vertice dà il minimo quando $a > 0$.

→ scritta come $y = a(x - x_V)^2 + y_V$, il quadrato è ≥ 0 e si annulla solo in x_V : con $a > 0$ si ha $y \geq y_V$ per ogni x . c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 655.

→ Dimostra che un raggio parallelo all'asse si riflette nel fuoco.

→ sia t l'asse del segmento FH . Passa per P perché $\overline{PF} = \overline{PH}$. È tangente: ogni altro suo punto Q ha $\overline{QF} = \overline{QH} > \overline{QK}$, quindi sta fuori dalla curva. Ed essendo asse di FH forma angoli uguali con PF e

con PH , che è parallela all'asse. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 656.

→ Dimostra che $y = mx + q + k(x - x_A)(x - x_B)$ è il fascio delle parabole per A e B , se $y = mx + q$ è la retta AB .

→ sostituendo $x = x_A$ il termine con k si annulla e resta $y = mx_A + q = y_A$: la curva passa per A qualunque sia k . Idem per B . c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 657.

→ Dimostra che due parabole con la stessa a sono congruenti.

→ hanno la stessa apertura e la stessa concavità, e ognuna si ottiene dall'altra con una traslazione che porta un vertice sull'altro — e la traslazione è una isometria. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)

Esercizio 658.

→ Dimostra che una parabola con asse parallelo all'asse x non è il grafico di una funzione $y = f(x)$.

→ la retta verticale per un punto interno alla conca la incontra in due punti, quindi a una stessa x corrispondono due y : viola la definizione di funzione. c.v.d. (è una dimostrazione: vale il ragionamento generale, non un esempio che funziona)
