

SOLUZIONI: GEOMETRIA PIANA

La numerazione è la stessa del file degli esercizi.

Sono svolti i **primi due esercizi di ogni blocco** — così ogni tipologia ha il suo modello — e **tutti quelli di livello ■■■■**. Ogni procedimento comincia dalla **formula** (non dal conto) e finisce con il **controllo**: rimettere il risultato nella formula diretta e vedere se torna il dato di partenza.

1. Elementi delle figure e unità di misura

Esercizio 1.

→ Nel triangolo, come si chiama il segmento perpendicolare alla base?

→ Si chiama **altezza**. (i nomi degli elementi sono la lingua dei problemi: senza, il testo non si capisce)

Esercizio 2.

→ Nel triangolo, come si chiama la somma dei tre lati?

→ Si chiama **perimetro**.

Esercizio 11.

→ In che unità si misura il perimetro di un quadrato?

→ Il perimetro di un quadrato è una lunghezza, quindi si misura in **cm**. (le aree hanno il quadratino, le lunghezze no: è il controllo più veloce che esista)

Esercizio 12.

→ In che unità si misura l'area di un quadrato?

→ L'area di un quadrato è una superficie, quindi si misura in **cm²**.

Esercizio 21.

→ $5 \text{ m} = \dots \text{ cm}$

→ Da m a cm si moltiplica per 100. (le aree si convertono per 100^2 , non per 100: sono due lunghezze insieme)

→ **500 cm**

Esercizio 22.

→ $250 \text{ cm} = \dots \text{ m}$

→ Da cm a m si divide per 100.

→ **2,5 m**

2. Triangoli: perimetro e area**Esercizio 41.**

→ $b = 4 \text{ cm}$, $h = 3 \text{ cm}$: area?

→ Formula: $A = \frac{b \cdot h}{2}$. (il triangolo è metà del rettangolo che lo contiene)

$$\rightarrow A = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = \mathbf{6 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 42.

→ $b = 6 \text{ cm}$, $h = 5 \text{ cm}$: area?

→ Formula: $A = \frac{b \cdot h}{2}$.

$$\rightarrow A = \frac{6 \cdot 5}{2} = \frac{30}{2} = \mathbf{15 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 81.

→ Isoscele con $b = 16 \text{ cm}$ e $l = 10 \text{ cm}$: altezza e area?

→ L'altezza taglia la base a metà: si forma un triangolo rettangolo con cateto $16 : 2 = 8$ e ipotenusa 10.
(nell'isoscele l'altezza è anche mediana: è da lì che entra Pitagora)

$$\rightarrow h = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

$$\rightarrow A = \frac{16 \cdot 6}{2} = \mathbf{48 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 82.

→ Isoscele con $b = 12 \text{ cm}$ e $l = 10 \text{ cm}$: altezza e area?

→ L'altezza taglia la base a metà: si forma un triangolo rettangolo con cateto $12 : 2 = 6$ e ipotenusa 10.

$$\rightarrow h = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

$$\rightarrow A = \frac{12 \cdot 8}{2} = \mathbf{48 \text{ cm}^2}$$

3. Quadrilateri: perimetro e area

Esercizio 96.

→ Quadrato di lato 3 cm: perimetro e area?

→ Formula: $P = 4l$ $A = l^2$.

→ $P = 4 \cdot 3 = 12$ cm e $A = 3^2 = 9$ cm²

Esercizio 97.

→ Quadrato di lato 4 cm: perimetro e area?

→ Formula: $P = 4l$ $A = l^2$.

→ $P = 4 \cdot 4 = 16$ cm e $A = 4^2 = 16$ cm²

Esercizio 111.

→ $b = 8$ cm, $h = 5$ cm: perimetro e area?

→ Formula: $P = 2(b + h)$ $A = b \cdot h$.

→ $P = 2 \cdot (8 + 5) = 26$ cm

→ $A = 8 \cdot 5 = 40$ cm²

Esercizio 112.

→ $b = 10$ cm, $h = 4$ cm: perimetro e area?

→ Formula: $P = 2(b + h)$ $A = b \cdot h$.

→ $P = 2 \cdot (10 + 4) = 28$ cm

→ $A = 10 \cdot 4 = 40$ cm²

Esercizio 136.

→ $b = 10$, $h = 6$, lato = 7 cm: perimetro e area?

→ Nell'area va l'**altezza** (6), non il lato obliquo (7); nel perimetro il contrario. (è l'errore tipico: il lato obliquo è più lungo dell'altezza e gonfia l'area)

$$\rightarrow A = 10 \cdot 6 = \mathbf{60 \text{ cm}^2}$$

$$\rightarrow P = 2 \cdot (10 + 7) = 34 \text{ cm}$$

Esercizio 137.

$\rightarrow b = 12, h = 8$, lato = 9 cm: perimetro e area?

$\rightarrow$ Nell'area va l'**altezza** (8), non il lato obliquo (9); nel perimetro il contrario.

$$\rightarrow A = 12 \cdot 8 = \mathbf{96 \text{ cm}^2}$$

$$\rightarrow P = 2 \cdot (12 + 9) = 42 \text{ cm}$$

Esercizio 146.

$\rightarrow$ Rombo con $D = 16 \text{ cm}$ e $d = 12 \text{ cm}$: area e perimetro?

$\rightarrow$ Formula: $A = \frac{D \cdot d}{2}$. (nel rombo l'area si fa con le diagonali, mai con i lati)

$$\rightarrow A = \frac{16 \cdot 12}{2} = \mathbf{96 \text{ cm}^2}$$

$\rightarrow$ Il lato con Pitagora sulle mezze diagonali 8 e 6: $l = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ cm}$, quindi $P = 40 \text{ cm}$.

Esercizio 147.

$\rightarrow$ Rombo con $D = 24 \text{ cm}$ e $d = 10 \text{ cm}$: area e perimetro?

$\rightarrow$ Formula: $A = \frac{D \cdot d}{2}$.

$$\rightarrow A = \frac{24 \cdot 10}{2} = \mathbf{120 \text{ cm}^2}$$

$\rightarrow$ Il lato con Pitagora sulle mezze diagonali 12 e 5: $l = \sqrt{144 + 25} = 13 \text{ cm}$, quindi $P = 52 \text{ cm}$.

4. Formule inverse**Esercizio 161.**

$\rightarrow$ Triangolo con $A = 42 \text{ cm}^2$ e $h = 7 \text{ cm}$: base?

$\rightarrow$ Dalla diretta $A = \frac{bh}{2}$ giro: il 2 passa a moltiplicare e l'altezza a dividere. (quello che divideva passa moltiplicando: il 2 va SOPRA)

$$\rightarrow b = \frac{2A}{h} = \frac{2 \cdot 42}{7} = \mathbf{12 \text{ cm}}$$

→ Controllo: $\frac{12 \cdot 7}{2} = 42 \text{ cm}^2$. (si rimette il risultato nella formula diretta e si guarda se torna il dato di partenza)

Esercizio 162.

→ Triangolo con $A = 60 \text{ cm}^2$ e $h = 10 \text{ cm}$: base?

→ Dalla diretta $A = \frac{bh}{2}$ giro: il 2 passa a moltiplicare e l'altezza a dividere.

$$\rightarrow b = \frac{2A}{h} = \frac{2 \cdot 60}{10} = \mathbf{12 \text{ cm}}$$

→ Controllo: $\frac{12 \cdot 10}{2} = 60 \text{ cm}^2$.

Esercizio 176.

→ Rettangolo con $A = 40 \text{ cm}^2$ e $h = 5 \text{ cm}$: base?

$$\rightarrow \text{Da } A = b \cdot h: b = \frac{A}{h} = \frac{40}{5} = \mathbf{8 \text{ cm}}$$

→ Controllo: $8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$.

Esercizio 177.

→ Rettangolo con $A = 72 \text{ cm}^2$ e $h = 9 \text{ cm}$: base?

$$\rightarrow \text{Da } A = b \cdot h: b = \frac{A}{h} = \frac{72}{9} = \mathbf{8 \text{ cm}}$$

→ Controllo: $8 \cdot 9 = 72 \text{ cm}^2$.

Esercizio 186.

→ Rombo con $A = 96 \text{ cm}^2$ e una diagonale di 12 cm: quanto misura l'altra?

$$\rightarrow \text{Da } A = \frac{Dd}{2}, \text{ l'altra diagonale è } \frac{2A}{d} = \frac{192}{12} = \mathbf{16 \text{ cm}}$$

→ Controllo: $\frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$.

Esercizio 187.

→ Rombo con $A = 120 \text{ cm}^2$ e una diagonale di 16 cm: quanto misura l'altra?

$$\rightarrow \text{Da } A = \frac{Dd}{2}, \text{ l'altra diagonale è } \frac{2A}{d} = \frac{240}{16} = \mathbf{15 \text{ cm}}$$

→ Controllo: $\frac{15 \cdot 16}{2} = 120 \text{ cm}^2$.

Esercizio 196.

→ Trapezio con $A = 66 \text{ cm}^2$ e $h = 6 \text{ cm}$: quanto vale $B + b$?

→ Da $A = \frac{(B + b)h}{2}$: $B + b = \frac{2A}{h} = \frac{132}{6} = \mathbf{22 \text{ cm}}$

→ Nota: si trova la *somma* delle basi, non le due basi separate: per quelle serve un altro dato.

Esercizio 197.

→ Trapezio con $A = 90 \text{ cm}^2$ e $h = 9 \text{ cm}$: quanto vale $B + b$?

→ Da $A = \frac{(B + b)h}{2}$: $B + b = \frac{2A}{h} = \frac{180}{9} = \mathbf{20 \text{ cm}}$

→ Nota: si trova la *somma* delle basi, non le due basi separate: per quelle serve un altro dato.

Esercizio 206.

→ Quadrato di area 49 cm^2 : lato?

→ Da $A = l^2$ si torna indietro con la **radice**: $l = \sqrt{49} = \mathbf{7 \text{ cm}}$ (il quadrato si disfa con la radice, non con la metà)

→ Controllo: $7^2 = 49 \text{ cm}^2$.

Esercizio 207.

→ Quadrato di area 64 cm^2 : lato?

→ Da $A = l^2$ si torna indietro con la **radice**: $l = \sqrt{64} = \mathbf{8 \text{ cm}}$

→ Controllo: $8^2 = 64 \text{ cm}^2$.

5. Teorema di Pitagora**Esercizio 226.**

→ Cateti 3 e 4 cm: ipotenusa?

→ Formula: $i = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. (per l'ipotenusa si SOMMA, per un cateto si sottrae)

$$\rightarrow i = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = \mathbf{5 \text{ cm}}$$

Esercizio 227.

→ Cateti 6 e 8 cm: ipotenusa?

→ Formula: $i = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$.

$$\rightarrow i = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = \mathbf{10 \text{ cm}}$$

Esercizio 256.

→ Ipotenusa 5 cm e un cateto 3 cm: l'altro cateto?

→ Per un cateto si **sottrae**: $C = \sqrt{i^2 - C_1^2}$. (il risultato dev'essere più corto dell'ipotenusa: è il controllo di buon senso)

$$\rightarrow C = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = \mathbf{4 \text{ cm}}$$

Esercizio 257.

→ Ipotenusa 13 cm e un cateto 5 cm: l'altro cateto?

→ Per un cateto si **sottrae**: $C = \sqrt{i^2 - C_1^2}$.

$$\rightarrow C = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = \mathbf{12 \text{ cm}}$$

Esercizio 281.

→ Il triangolo di lati 3, 4, 5 è rettangolo?

→ Confronto il quadrato del lato più lungo con la somma degli altri due: $5^2 = 25$ e $3^2 + 4^2 = 25$. (è Pitagora letto al contrario, e serve a riconoscere i triangoli rettangoli)

→ Sono uguali: sì, è rettangolo.

Esercizio 282.

→ Il triangolo di lati 4, 5, 6 è rettangolo?

→ Confronto il quadrato del lato più lungo con la somma degli altri due: $6^2 = 36$ e $4^2 + 5^2 = 41$.

→ Sono diversi: no, non è rettangolo.

6. Pitagora dentro le figure

Esercizio 291.

→ Rettangolo 12×5 cm: diagonale?

→ La diagonale taglia il rettangolo in due triangoli rettangoli, con cateti 12 e 5. (è il posto più comune in cui Pitagora si nasconde)

$$\rightarrow d = \sqrt{144 + 25} = \mathbf{13 \text{ cm}}$$

Esercizio 292.

→ Rettangolo 8×6 cm: diagonale?

→ La diagonale taglia il rettangolo in due triangoli rettangoli, con cateti 8 e 6.

$$\rightarrow d = \sqrt{64 + 36} = \mathbf{10 \text{ cm}}$$

Esercizio 301.

→ Trapezio rettangolo $B = 20, b = 12, h = 6$ cm: perimetro?

→ Il lato obliquo sta su un triangolo rettangolo di cateti $h = 6$ e $B - b = 8$. (la differenza delle basi è il cateto orizzontale: è il passaggio che si salta sempre)

$$\rightarrow l = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ cm}$$

$$\rightarrow P = 20 + 12 + 6 + 10 = \mathbf{48 \text{ cm}}$$

Esercizio 302.

→ Trapezio rettangolo $B = 25, b = 16, h = 12$ cm: perimetro?

→ Il lato obliquo sta su un triangolo rettangolo di cateti $h = 12$ e $B - b = 9$.

$$\rightarrow l = \sqrt{144 + 81} = 15 \text{ cm}$$

$$\rightarrow P = 25 + 16 + 12 + 15 = \mathbf{68 \text{ cm}}$$

Esercizio 311.

→ Rombo con lato 10 cm e diagonale maggiore 16 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 8; con il lato 10 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale. (nel rombo le diagonali si tagliano a metà e sono perpendicolari)

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{100 - 64} = 6, \text{ quindi } d = \mathbf{12 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{16 \cdot 12}{2} = \mathbf{96 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 312.

→ Rombo con lato 13 cm e diagonale maggiore 24 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 12; con il lato 13 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{169 - 144} = 5, \text{ quindi } d = \mathbf{10 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{24 \cdot 10}{2} = \mathbf{120 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 313.

→ Rombo con lato 17 cm e diagonale maggiore 30 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 15; con il lato 17 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{289 - 225} = 8, \text{ quindi } d = \mathbf{16 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{30 \cdot 16}{2} = \mathbf{240 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 314.

→ Rombo con lato 25 cm e diagonale maggiore 48 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 24; con il lato 25 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{625 - 576} = 7, \text{ quindi } d = \mathbf{14 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{48 \cdot 14}{2} = \mathbf{336 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 315.

→ Rombo con lato 5 cm e diagonale maggiore 8 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 4; con il lato 5 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{25 - 16} = 3, \text{ quindi } d = \mathbf{6 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{8 \cdot 6}{2} = \mathbf{24 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 316.

→ Rombo con lato 26 cm e diagonale maggiore 48 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 24; con il lato 26 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{676 - 576} = 10, \text{ quindi } d = \mathbf{20 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{48 \cdot 20}{2} = \mathbf{480 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 317.

→ Rombo con lato 15 cm e diagonale maggiore 24 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 12; con il lato 15 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{225 - 144} = 9, \text{ quindi } d = \mathbf{18 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{24 \cdot 18}{2} = \mathbf{216 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 318.

→ Rombo con lato 20 cm e diagonale maggiore 32 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 16; con il lato 20 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{400 - 256} = 12, \text{ quindi } d = \mathbf{24 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{32 \cdot 24}{2} = \mathbf{384 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 319.

→ Rombo con lato 29 cm e diagonale maggiore 42 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 21; con il lato 29 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{841 - 441} = 20, \text{ quindi } d = \mathbf{40 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{42 \cdot 40}{2} = \mathbf{840 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 320.

→ Rombo con lato 37 cm e diagonale maggiore 70 cm: l'altra diagonale e l'area?

→ Metà diagonale maggiore è 35; con il lato 37 formano un triangolo rettangolo, e il cateto mancante è metà dell'altra diagonale.

$$\rightarrow \frac{d}{2} = \sqrt{1369 - 1225} = 12, \text{ quindi } d = \mathbf{24 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow A = \frac{70 \cdot 24}{2} = \mathbf{840 \text{ cm}^2}$$

7. Teoremi di Euclide

Esercizio 321.

→ Triangolo rettangolo con $i = 25 \text{ cm}$ e $p_1 = 9 \text{ cm}$: trova C_1 e h .

→ L'altra proiezione: $p_2 = 25 - 9 = 16$.

→ Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{25 \cdot 9} = \mathbf{15 \text{ cm}}$ (ogni cateto al quadrato è l'ipotenusa per la sua proiezione)

→ Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{9 \cdot 16} = \mathbf{12 \text{ cm}}$ (l'altezza al quadrato è il prodotto delle due proiezioni)

→ Controllo: $15^2 + 12^2 = 25^2$.

Esercizio 322.

→ Triangolo rettangolo con $i = 25 \text{ cm}$ e $p_1 = 16 \text{ cm}$: trova C_1 e h .

→ L'altra proiezione: $p_2 = 25 - 16 = 9$.

→ Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{25 \cdot 16} = \mathbf{20 \text{ cm}}$

→ Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{16 \cdot 9} = \mathbf{12 \text{ cm}}$

→ Controllo: $20^2 + 12^2 = 25^2$.

Esercizio 341.

- Triangolo rettangolo con $i = 507$ cm e $p_1 = 75$ cm: trova C_1 e h .
→ L'altra proiezione: $p_2 = 507 - 75 = 432$.
→ Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{507 \cdot 75} = \mathbf{195}$ cm
→ Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{75 \cdot 432} = \mathbf{180}$ cm
→ Controllo: $195^2 + 468^2 = 507^2$.
-

Esercizio 342.

- Triangolo rettangolo con $i = 578$ cm e $p_1 = 128$ cm: trova C_1 e h .
→ L'altra proiezione: $p_2 = 578 - 128 = 450$.
→ Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{578 \cdot 128} = \mathbf{272}$ cm
→ Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{128 \cdot 450} = \mathbf{240}$ cm
→ Controllo: $272^2 + 510^2 = 578^2$.
-

Esercizio 343.

- Triangolo rettangolo con $i = 841$ cm e $p_1 = 400$ cm: trova C_1 e h .
→ L'altra proiezione: $p_2 = 841 - 400 = 441$.
→ Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{841 \cdot 400} = \mathbf{580}$ cm
→ Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{400 \cdot 441} = \mathbf{420}$ cm
→ Controllo: $580^2 + 609^2 = 841^2$.
-

Esercizio 344.

- Triangolo rettangolo con $i = 841$ cm e $p_1 = 441$ cm: trova C_1 e h .
→ L'altra proiezione: $p_2 = 841 - 441 = 400$.
→ Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{841 \cdot 441} = \mathbf{609}$ cm
→ Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{441 \cdot 400} = \mathbf{420}$ cm
→ Controllo: $609^2 + 580^2 = 841^2$.
-

Esercizio 345.

- Triangolo rettangolo con $i = 1250$ cm e $p_1 = 98$ cm: trova C_1 e h .

- L'altra proiezione: $p_2 = 1250 - 98 = 1152$.
- Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{1250 \cdot 98} = \mathbf{350 \text{ cm}}$
- Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{98 \cdot 1152} = \mathbf{336 \text{ cm}}$
- Controllo: $350^2 + 1200^2 = 1250^2$.
-

Esercizio 346.

- Triangolo rettangolo con $i = 1681 \text{ cm}$ e $p_1 = 81 \text{ cm}$: trova C_1 e h .
- L'altra proiezione: $p_2 = 1681 - 81 = 1600$.
- Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{1681 \cdot 81} = \mathbf{369 \text{ cm}}$
- Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{81 \cdot 1600} = \mathbf{360 \text{ cm}}$
- Controllo: $369^2 + 1640^2 = 1681^2$.
-

Esercizio 347.

- Triangolo rettangolo con $i = 1681 \text{ cm}$ e $p_1 = 1600 \text{ cm}$: trova C_1 e h .
- L'altra proiezione: $p_2 = 1681 - 1600 = 81$.
- Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{1681 \cdot 1600} = \mathbf{1640 \text{ cm}}$
- Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{1600 \cdot 81} = \mathbf{360 \text{ cm}}$
- Controllo: $1640^2 + 369^2 = 1681^2$.
-

Esercizio 348.

- Triangolo rettangolo con $i = 867 \text{ cm}$ e $p_1 = 192 \text{ cm}$: trova C_1 e h .
- L'altra proiezione: $p_2 = 867 - 192 = 675$.
- Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{867 \cdot 192} = \mathbf{408 \text{ cm}}$
- Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{192 \cdot 675} = \mathbf{360 \text{ cm}}$
- Controllo: $408^2 + 765^2 = 867^2$.
-

Esercizio 349.

- Triangolo rettangolo con $i = 1682 \text{ cm}$ e $p_1 = 800 \text{ cm}$: trova C_1 e h .
- L'altra proiezione: $p_2 = 1682 - 800 = 882$.

→ Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{1682 \cdot 800} = \mathbf{1160 \text{ cm}}$

→ Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{800 \cdot 882} = \mathbf{840 \text{ cm}}$

→ Controllo: $1160^2 + 1218^2 = 1682^2$.

Esercizio 350.

→ Triangolo rettangolo con $i = 1875 \text{ cm}$ e $p_1 = 147 \text{ cm}$: trova C_1 e h .

→ L'altra proiezione: $p_2 = 1875 - 147 = 1728$.

→ Primo teorema: $C_1 = \sqrt{i \cdot p_1} = \sqrt{1875 \cdot 147} = \mathbf{525 \text{ cm}}$

→ Secondo teorema: $h = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{147 \cdot 1728} = \mathbf{504 \text{ cm}}$

→ Controllo: $525^2 + 1800^2 = 1875^2$.

8. Poligoni regolari

Esercizio 351.

→ Esagono regolare di lato 6 cm: apotema e area?

→ Perimetro: $2p = 6 \cdot 6 = 36$.

→ Apotema col numero fisso: $a = l \cdot f = 6 \cdot 0,866 = 5,196 \text{ cm}$ (il numero fisso moltiplica il LATO, non il perimetro)

→ $A = \frac{2p \cdot a}{2} = \frac{36 \cdot 5,196}{2} = \mathbf{93,528 \text{ cm}^2}$

Esercizio 352.

→ Esagono regolare di lato 10 cm: apotema e area?

→ Perimetro: $2p = 6 \cdot 10 = 60$.

→ Apotema col numero fisso: $a = l \cdot f = 10 \cdot 0,866 = 8,66 \text{ cm}$

→ $A = \frac{2p \cdot a}{2} = \frac{60 \cdot 8,66}{2} = \mathbf{259,8 \text{ cm}^2}$

Esercizio 371.

→ Esagono regolare di perimetro 36 cm: lato e area?

→ Il lato: $l = \frac{2p}{n} = \frac{36}{6} = 6$

→ Poi apotema e area come sempre: $A = 93,528 \text{ cm}^2$

Esercizio 372.

→ Esagono regolare di perimetro 60 cm: lato e area?

→ Il lato: $l = \frac{2p}{n} = \frac{60}{6} = 10$

→ Poi apotema e area come sempre: $A = 259,8 \text{ cm}^2$

9. Cerchio e circonferenza**Esercizio 381.**

→ Cerchio di raggio 1 cm: circonferenza e area?

→ Formula: $C = 2\pi r$ $A = \pi r^2$. (la circonferenza ha il raggio al primo grado, l'area al quadrato)

→ $C = 2\pi \cdot 1 = 2\pi \text{ cm}$

→ $A = \pi \cdot 1^2 = \pi \text{ cm}^2$

Esercizio 382.

→ Cerchio di raggio 2 cm: circonferenza e area?

→ Formula: $C = 2\pi r$ $A = \pi r^2$.

→ $C = 2\pi \cdot 2 = 4\pi \text{ cm}$

→ $A = \pi \cdot 2^2 = 4\pi \text{ cm}^2$

Esercizio 396.

→ Cerchio di area $25\pi \text{ cm}^2$: raggio?

→ Da $A = \pi r^2$: si semplifica π e resta $r^2 = 25$. (dall'area il raggio si ricava con la RADICE)

→ $r = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

Esercizio 397.

→ Cerchio di area $36\pi \text{ cm}^2$: raggio?

→ Da $A = \pi r^2$: si semplifica π e resta $r^2 = 36$.

$$\rightarrow r = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

10. Figure composte

Esercizio 406.

→ Rettangolo 10×6 cm con un semicerchio di raggio 3 cm sul lato corto: area totale?

→ Spezzo la figura: un rettangolo e un semicerchio. (le figure composte si guardano a pezzi, e le aree si sommano)

→ Rettangolo: $10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2$

→ Semicerchio: $\frac{\pi \cdot 3^2}{2} = 4,5\pi \text{ cm}^2$

→ Totale: $60 + 4,5\pi \text{ cm}^2$

Esercizio 407.

→ Rettangolo 12×8 cm con un semicerchio di raggio 4 cm sul lato corto: area totale?

→ Spezzo la figura: un rettangolo e un semicerchio.

→ Rettangolo: $12 \cdot 8 = 96 \text{ cm}^2$

→ Semicerchio: $\frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 8\pi \text{ cm}^2$

→ Totale: $96 + 8\pi \text{ cm}^2$

Esercizio 421.

→ Da un quadrato di lato 10 cm si toglie un cerchio di raggio 3 cm: area rimasta?

→ Qui il cerchio è un **bucco**: la sua area si sottrae. (somma per i pezzi che ci sono, sottrazione per quelli che mancano)

→ Quadrato: $10^2 = 100 \text{ cm}^2$; cerchio: $\pi \cdot 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$.

→ Resta $100 - 9\pi \text{ cm}^2$

Esercizio 422.

→ Da un quadrato di lato 12 cm si toglie un cerchio di raggio 4 cm: area rimasta?

→ Qui il cerchio è un **bucco**: la sua area si sottrae.

→ Quadrato: $12^2 = 144 \text{ cm}^2$; cerchio: $\pi \cdot 4^2 = 16\pi \text{ cm}^2$.

→ Resta **144** – **16 π** cm²

Esercizio 423.

→ Da un quadrato di lato 14 cm si toglie un cerchio di raggio 5 cm: area rimasta?

→ Qui il cerchio è un **buco**: la sua area si sottrae.

→ Quadrato: $14^2 = 196$ cm²; cerchio: $\pi \cdot 5^2 = 25\pi$ cm².

→ Resta **196** – **25 π** cm²

Esercizio 424.

→ Da un quadrato di lato 20 cm si toglie un cerchio di raggio 8 cm: area rimasta?

→ Qui il cerchio è un **buco**: la sua area si sottrae.

→ Quadrato: $20^2 = 400$ cm²; cerchio: $\pi \cdot 8^2 = 64\pi$ cm².

→ Resta **400** – **64 π** cm²

Esercizio 425.

→ Da un quadrato di lato 16 cm si toglie un cerchio di raggio 6 cm: area rimasta?

→ Qui il cerchio è un **buco**: la sua area si sottrae.

→ Quadrato: $16^2 = 256$ cm²; cerchio: $\pi \cdot 6^2 = 36\pi$ cm².

→ Resta **256** – **36 π** cm²

Esercizio 426.

→ Da un quadrato di lato 18 cm si toglie un cerchio di raggio 7 cm: area rimasta?

→ Qui il cerchio è un **buco**: la sua area si sottrae.

→ Quadrato: $18^2 = 324$ cm²; cerchio: $\pi \cdot 7^2 = 49\pi$ cm².

→ Resta **324** – **49 π** cm²

Esercizio 427.

→ Da un quadrato di lato 24 cm si toglie un cerchio di raggio 10 cm: area rimasta?

- Qui il cerchio è un **buco**: la sua area si sottrae.
- Quadrato: $24^2 = 576 \text{ cm}^2$; cerchio: $\pi \cdot 10^2 = 100\pi \text{ cm}^2$.
- Resta $576 - 100\pi \text{ cm}^2$
-

Esercizio 428.

- Da un quadrato di lato 30 cm si toglie un cerchio di raggio 12 cm: area rimasta?
- Qui il cerchio è un **buco**: la sua area si sottrae.
- Quadrato: $30^2 = 900 \text{ cm}^2$; cerchio: $\pi \cdot 12^2 = 144\pi \text{ cm}^2$.
- Resta $900 - 144\pi \text{ cm}^2$
-

Esercizio 429.

- Da un quadrato di lato 22 cm si toglie un cerchio di raggio 9 cm: area rimasta?
- Qui il cerchio è un **buco**: la sua area si sottrae.
- Quadrato: $22^2 = 484 \text{ cm}^2$; cerchio: $\pi \cdot 9^2 = 81\pi \text{ cm}^2$.
- Resta $484 - 81\pi \text{ cm}^2$
-

Esercizio 430.

- Da un quadrato di lato 26 cm si toglie un cerchio di raggio 11 cm: area rimasta?
- Qui il cerchio è un **buco**: la sua area si sottrae.
- Quadrato: $26^2 = 676 \text{ cm}^2$; cerchio: $\pi \cdot 11^2 = 121\pi \text{ cm}^2$.
- Resta $676 - 121\pi \text{ cm}^2$
-

11. Problemi**Esercizio 431.**

- Un campo rettangolare misura 40 m per 25 m. Quanto costa recintarlo a 12 euro al metro?
- Recintare vuol dire fare il giro: serve il **perimetro**, non l'area. («quanto costa recintare» e «quanto costa seminare» usano due formule diverse: la prima il perimetro, la seconda l'area)
- $P = 2 \cdot (40 + 25) = 2 \cdot 65 = 130 \text{ m}$
- $130 \cdot 12 = 1560 \text{ euro}$

Esercizio 432.

→ Una stanza quadrata ha il lato di 5 m. Quante piastrelle da 1 m^2 servono per il pavimento?

→ Il pavimento è una superficie: serve l'**area**.

$$\rightarrow A = 5^2 = 25 \text{ m}^2$$

→ Ogni piastrella copre 1 m^2 , quindi ne servono $25 : 1 = \mathbf{25}$. (quando la piastrella misura esattamente 1 m^2 il numero di piastrelle coincide con l'area: è un caso comodo, non la regola)

Esercizio 446.

→ Un trapezio rettangolare ha basi 20 m e 12 m e altezza 6 m. Quanto costa recintarlo a 15 euro al metro?

→ Per recintare serve il perimetro, e del trapezio rettangolo manca il lato obliquo.

→ Il lato obliquo sta su un triangolo rettangolo di cateti $h = 6$ e $B - b = 20 - 12 = 8$: $l = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$. (è la terna 6-8-10, cioè 3-4-5 raddoppiata)

$$\rightarrow P = 20 + 12 + 6 + 10 = 48 \text{ m}$$

$$\rightarrow 48 \cdot 15 = \mathbf{720} \text{ euro}$$

Esercizio 447.

→ Un rombo ha le diagonali di 16 cm e 12 cm. Quanto misura il perimetro?

→ Il perimetro del rombo vuole il **lato**, che non è dato: lo si trova con Pitagora sulle mezze diagonali.

→ Mezze diagonali: $16 : 2 = 8$ e $12 : 2 = 6$. $l = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$.

$$\rightarrow P = 4 \cdot 10 = \mathbf{40} \text{ cm}$$

Esercizio 451.

→ Un giardino rettangolare di 20 m per 15 m ha al centro una vasca quadrata di lato 4 m. Quanti metri quadrati restano a prato?

→ Prato = giardino – vasca: due aree, una da togliere.

→ Giardino: $20 \cdot 15 = 300 \text{ m}^2$. Vasca: $4^2 = 16 \text{ m}^2$.

$$\rightarrow 300 - 16 = \mathbf{284} \text{ m}^2$$

→ La vasca sta «al centro» ma non serve saperlo: dove sta non cambia quanto occupa. (i problemi mettono spesso un dato che non serve, per vedere se si ragiona o si moltiplica tutto quello che c'è)

Esercizio 452.

→ Una stanza di 6 m per 4 m ha il pavimento da rifare a 28 euro al metro quadrato, più 200 euro di manodopera. Quanto si spende?

→ Il costo al metro quadrato va moltiplicato per l'**area**; la manodopera si aggiunge alla fine, una volta sola.

$$\rightarrow A = 6 \cdot 4 = 24 \text{ m}^2$$

$$\rightarrow 24 \cdot 28 = 672 \text{ euro di pavimento}$$

$$\rightarrow 672 + 200 = \mathbf{872} \text{ euro}$$

Esercizio 453.

→ Un rombo ha area 216 cm^2 e la diagonale maggiore di 24 cm. Quanto misura il perimetro?

→ Il perimetro vuole il lato, il lato vuole le due mezze diagonali: manca la minore, e la si ricava dall'area.

$$\rightarrow d = \frac{2A}{D} = \frac{432}{24} = 18 \text{ cm}$$

→ Mezze diagonali 12 e 9: $l = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$. (è la terna 9-12-15, cioè 3-4-5 triplicata)

$$\rightarrow P = 4 \cdot 15 = \mathbf{60} \text{ cm}$$

Esercizio 454.

→ Un triangolo isoscele ha perimetro 36 cm e base 16 cm. Quanto vale l'area?

→ Dal perimetro si ricava il lato obliquo: $P = 2l + b$, quindi $l = \frac{36 - 16}{2} = 10 \text{ cm}$.

→ L'altezza taglia la base a metà: cateto 8, ipotenusa 10, $h = \sqrt{100 - 64} = 6 \text{ cm}$.

$$\rightarrow A = \frac{16 \cdot 6}{2} = \mathbf{48} \text{ cm}^2$$

Esercizio 455.

→ Un trapezio ha area 120 cm^2 , altezza 8 cm e base minore 10 cm. Quanto misura la base maggiore?

→ Dalla formula inversa si ottiene la **somma** delle basi, non la base maggiore: $B + b = \frac{2A}{h}$. (è il passaggio dove si sbaglia: si trova 30 e si risponde 30)

$$\rightarrow B + b = \frac{240}{8} = 30 \text{ cm}$$

$$\rightarrow B = 30 - 10 = \mathbf{20 \text{ cm}}$$

$$\rightarrow \text{Controllo: } \frac{(20 + 10) \cdot 8}{2} = 120 \text{ cm}^2.$$

Esercizio 456.

→ Un quadrato e un rettangolo hanno la stessa area. Il quadrato ha lato 12 cm, il rettangolo ha base 18 cm: quanto è alto?

→ «Stessa area» è il ponte fra le due figure: si calcola l'area di quella che si può, e la si usa sull'altra.

$$\rightarrow \text{Quadrato: } A = 12^2 = 144 \text{ cm}^2.$$

$$\rightarrow \text{Rettangolo: } h = \frac{A}{b} = \frac{144}{18} = \mathbf{8 \text{ cm}}$$

Esercizio 457.

→ Una pista rettangolare di 100 m per 60 m viene percorsa 3 volte. Quanti chilometri sono?

→ Un giro della pista è il **perimetro**.

$$\rightarrow P = 2 \cdot (100 + 60) = 320 \text{ m}$$

$$\rightarrow \text{Tre giri: } 320 \cdot 3 = 960 \text{ m.}$$

→ La domanda chiede i **chilometri**: $960 : 1000 = \mathbf{0,96 \text{ km}}$. (la conversione finale è la parte che si dimentica: il numero giusto nell'unità sbagliata resta sbagliato)

Esercizio 458.

→ Un pavimento di 8 m per 5 m si copre con piastrelle quadrate di lato 20 cm. Quante ne servono?

→ Le due misure sono in unità diverse: prima si mettono d'accordo. (8 m e 20 cm non si dividono fra loro finché non sono nella stessa unità)

$$\rightarrow \text{Pavimento: } 8 \cdot 5 = 40 \text{ m}^2 = 400\,000 \text{ cm}^2.$$

$$\rightarrow \text{Piastrella: } 20^2 = 400 \text{ cm}^2.$$

$$\rightarrow 400\,000 : 400 = \mathbf{1000 \text{ piastrelle}}$$

Esercizio 459.

→ Un triangolo rettangolo ha i cateti di 9 cm e 12 cm. Quanto vale il perimetro?

→ Del perimetro manca l'ipotenusa: la dà Pitagora.

$$\rightarrow i = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$\rightarrow P = 9 + 12 + 15 = \mathbf{36 \text{ cm}}$$

Esercizio 460.

→ Un rettangolo ha perimetro 64 cm e base 20 cm. Quanto vale l'area?

→ Dal perimetro si ricava l'altezza: $\frac{P}{2} = b + h$, quindi $h = 32 - 20 = 12 \text{ cm}$. (metà perimetro è base più altezza: si evita di girare la formula con le parentesi)

$$\rightarrow A = 20 \cdot 12 = \mathbf{240 \text{ cm}^2}$$

12. Casi limite, errori e formule da ricavare**Esercizio 461.**

→ Il perimetro si misura in cm^2

→ falso (dove è falso basta un controesempio, o guardare l'unità di misura)

Esercizio 462.

→ L'area si misura in cm^2

→ vero

Esercizio 476.

→ Un triangolo con $b = 10$ e $h = 6$ ha area 60 cm^2

→ Il conto fatto è $10 \cdot 6 = 60$: è l'area del **rettangolo** che contiene il triangolo. (l'errore non è di calcolo ma di formula: il triangolo è metà)

$$\rightarrow A = \frac{10 \cdot 6}{2} = \mathbf{30 \text{ cm}^2}$$

Esercizio 477.

→ Un quadrato di area 36 cm^2 ha lato 18 cm

→ 18 è la **metà** di 36: chi ha risolto ha diviso per 2 invece di fare la radice.

$$\rightarrow l = \sqrt{36} = \mathbf{6 \text{ cm}}$$

→ Controllo: $6^2 = 36 \text{ cm}^2$, mentre $18^2 = 324$.

Esercizio 486.

→ Un quadrato ha area 121 cm^2 : quanto misura il lato?

→ Si parte dall'area e si torna al lato: il quadrato si disfa con la radice.

$$\rightarrow l = \sqrt{121} = 11 \text{ cm}$$

Esercizio 487.

→ Un quadrato ha area 196 cm^2 : quanto misura il lato?

$$\rightarrow l = \sqrt{196} = 14 \text{ cm}$$

→ Se la radice non viene a mente, si prova: $14^2 = 196$. (con le aree dei quadrati conviene imparare i primi venti quadrati perfetti)

Esercizio 491.

→ Per quale valore di x un rettangolo di base x e altezza 6 cm ha area 54 cm^2 ?

→ Scrivo la formula con la lettera: $x \cdot 6 = 54$.

$$\rightarrow x = \frac{54}{6} = 9 \text{ cm}$$

Esercizio 492.

→ Per quale valore di x un triangolo di base 12 cm e altezza x ha area 42 cm^2 ?

$$\rightarrow \frac{12 \cdot x}{2} = 42, \text{ cioè } 6x = 42.$$

$$\rightarrow x = 7 \text{ cm}$$

Esercizio 493.

→ Per quale valore di x un quadrato di lato x ha perimetro uguale all'area?

→ Perimetro uguale all'area vuol dire $4x = x^2$. (qui i due membri hanno unità diverse: è un gioco algebrico, non un'uguaglianza fra grandezze)

$$\rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0$$

→ $x = 0$ non è un quadrato, quindi $x = 4$.

Esercizio 494.

→ Per quale valore di x un rombo con diagonali x e 10 cm ha area 80 cm^2 ?

$$\rightarrow \frac{x \cdot 10}{2} = 80, \text{ cioè } 5x = 80.$$

$$\rightarrow x = \mathbf{16 \text{ cm}}$$

Esercizio 495.

→ Per quale valore di x un trapezio con basi x e 8 cm e altezza 6 cm ha area 66 cm^2 ?

$$\rightarrow \frac{(x+8) \cdot 6}{2} = 66, \text{ cioè } 3(x+8) = 66.$$

$$\rightarrow x+8 = 22 \Rightarrow x = \mathbf{14 \text{ cm}}$$

Esercizio 496.

→ Per quale valore di x un cerchio di raggio x ha area 49π ?

$$\rightarrow \pi x^2 = 49\pi: \pi \text{ si semplifica e resta } x^2 = 49. \text{ (quando } \pi \text{ c'è da tutte e due le parti sparisce, e i conti restano esatti)}$$

$$\rightarrow x = \sqrt{49} = \mathbf{7}$$

Esercizio 497.

→ Per quale valore di x un rettangolo di base 15 cm e altezza x ha perimetro 50 cm?

$$\rightarrow 2(15+x) = 50 \Rightarrow 15+x = 25$$

$$\rightarrow x = \mathbf{10 \text{ cm}}$$

Esercizio 498.

→ Per quale valore di x un triangolo rettangolo con cateti 9 cm e x ha ipotenusa 15 cm?

$$\rightarrow \text{Pitagora al contrario: } x = \sqrt{15^2 - 9^2}.$$

$$\rightarrow x = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = \mathbf{12 \text{ cm}}$$

Esercizio 499.

→ Per quale valore di x un quadrato di lato x ha diagonale uguale a $10\sqrt{2} \text{ cm}$?

$$\rightarrow \text{La diagonale del quadrato è } l\sqrt{2}: x\sqrt{2} = 10\sqrt{2}.$$

→ Si divide per $\sqrt{2}$: $x = \mathbf{10 \text{ cm}}$. (non serve calcolare $\sqrt{2}$: si semplifica e basta)

Esercizio 500.

→ Per quale valore di x un parallelogramma di base x e altezza 7 cm ha area 105 cm^2 ?

$$\rightarrow x \cdot 7 = 105$$

$$\rightarrow x = \frac{105}{7} = \mathbf{15 \text{ cm}}$$
