

# Scheda di Allenamento: I Monomi

## Risoluzione di problemi con i monomi

### 1. Dal testo all'espressione (Problemi numerici)

**Parte Base 1.** Traduci le seguenti frasi in espressioni letterali e, dove possibile, semplificalle:

1. ■□□ Il doppio di  $x$  moltiplicato per il quadrato di  $y$ .  $[2xy^2]$
2. ■□□ Il quadrato di  $a$  moltiplicato per il triplo di  $b$ .  $[3a^2b]$
3. ■□□ Il prodotto tra la metà di  $x$  e il cubo di  $y$ .  $[\frac{1}{2}xy^3]$
4. ■□□ Il triplo prodotto tra il quadrato di  $a$  e il cubo di  $b$ .  $[3a^2b^3]$
5. ■□□ L'opposto del quadrato di  $x$  moltiplicato per la terza parte di  $y$ .  $[-\frac{1}{3}x^2y]$
6. ■□□ Il doppio del prodotto tra  $a$ ,  $b$  e il quadrato di  $c$ .  $[2abc^2]$
7. ■□□ Il prodotto tra il quadrato di  $x$ , la metà di  $y$  e il triplo di  $z$ .  $[\frac{3}{2}x^2yz]$
8. ■□□ Il prodotto tra il triplo di  $x$  e l'opposto del suo quadrato.  $[-3x^3]$
9. ■□□ La metà del prodotto tra il quadrato di  $a$  e il cubo di  $a$ .  $[\frac{1}{2}a^5]$
10. ■□□ L'opposto del prodotto tra il doppio di  $x$  e il quadrato di  $x$ .  $[-2x^3]$
11. ■■□ Il prodotto fra il doppio di  $a$  e il quadrato del triplo di  $b$ .  $[18ab^2]$
12. ■■□ Il quadrato del prodotto tra  $x$  e il doppio di  $y$ .  $[4x^2y^2]$
13. ■■□ Il cubo della metà di  $a$  moltiplicato per il quadruplo di  $b$ .  $[\frac{1}{2}a^3b]$
14. ■■□ La somma tra il doppio di  $x^2$  e il triplo di  $x^2$ .  $[5x^2]$
15. ■■□ La differenza tra il cubo di  $y$  e il doppio del cubo di  $y$ .  $[-y^3]$
16. ■■□ Il prodotto tra la terza parte di  $a^2$  e il quadrato del triplo di  $a$ .  $[3a^4]$
17. ■■□ Il quadrato della differenza tra il triplo di  $x$  e  $x$ .  $[4x^2]$
18. ■■□ Il doppio prodotto tra il cubo di  $a$  e il quadrato dell'opposto di  $b$ .  $[2a^3b^2]$
19. ■■□ Il quoziente tra il quadrato del doppio di  $x$  e  $x$ .  $[4x]$
20. ■■□ Il quoziente tra il cubo di  $a$  e la metà di  $a$ .  $[2a^2]$
21. ■■□ La terza parte del prodotto tra il cubo di  $x$  e il triplo di  $y$ .  $[x^3y]$
22. ■■□ La somma tra il prodotto di  $a$  per  $b$  e il doppio del prodotto tra  $a$  e  $b$ .  $[3ab]$

23. ■■■□ Il prodotto tra il cubo della metà di  $x$  e l'ottuplo di  $x$ .  $[x^4]$
24. ■■■□ La differenza tra il quadrato di  $2a$  e il doppio del quadrato di  $a$ .  $[2a^2]$
25. ■■■□ Il quoziente tra il cubo dell'opposto di  $y$  e il quadrato di  $y$ .  $[-y]$
26. ■■■□ Il prodotto tra i tre quarti di  $x^2$  e i due noni di  $x$ .  $[\frac{1}{6}x^3]$
27. ■■■□ L'opposto del quoziente tra la metà di  $a^4$  e il doppio di  $a^2$ .  $[-\frac{1}{4}a^2]$
28. ■■■□ Il cubo del prodotto tra la metà di  $x$  e il doppio di  $y$ .  $[x^3y^3]$
29. ■■■□ La somma tra il prodotto di  $2x$  per  $3y$  e il prodotto di  $-x$  per  $y$ .  $[5xy]$
30. ■■■□ Il quadrato della metà del prodotto tra  $4a$  e  $b$ .  $[4a^2b^2]$

**Parte Avanzata 1.** Traduci in espressioni letterali le seguenti frasi e riducile a un unico monomio. Per le uguaglianze, verifica se l'affermazione è vera o falsa.

31. ■■■■ Il quadrato del prodotto tra la metà di  $x$  e il quadruplo di  $y$ .  $[4x^2y^2]$
32. ■■■■ Il triplo del cubo del prodotto tra l'opposto di  $a$  e la terza parte del quadrato di  $b$ .  $[-\frac{1}{9}a^3b^6]$
33. ■■■■ Il quoziente tra il cubo dell'opposto del quadrato di  $a$  e la metà della sesta potenza di  $a$ .  $[-2]$
34. ■■■■ Il quadrato del quoziente tra il quintuplo del cubo di  $x$  e il quadrato della metà di  $x$ .  $[400x^2]$
35. ■■■■ L'opposto del quadrato del prodotto tra il cubo di  $a$  e la metà di  $b$ , diviso per la quarta parte del quadrato del prodotto tra  $a^2$  e  $b$ .  $[-a^2]$
36. ■■■■ Il prodotto tra la terza parte del quadrato di  $x$  e il cubo del triplo di  $x$ , diviso per il quadrato dell'opposto di  $x^2$ .  $[9x]$
37. ■■■■ Il prodotto tra il quadrato del doppio di  $m$  e il cubo della terza parte di  $n$ , diviso per il prodotto tra  $m$  e il quadrato di  $n$ .  $[\frac{4}{27}mn]$
38. ■■■■ Il cubo del quoziente tra il doppio del prodotto di  $x^3$  per  $y^2$  e l'opposto del prodotto di  $x$  per la metà di  $y$ .  $[-64x^6y^3]$
39. ■■■■ L'opposto del quoziente tra la sesta potenza della metà di  $a$  e il cubo della quarta parte di  $a^2$ .  $[-a^2]$
40. ■■■■ Il doppio prodotto tra il quadrato della terza parte di  $x$  e il cubo del triplo di  $y$ , diviso per l'opposto del prodotto tra  $x$  e  $y^2$ .  $[-6xy]$
41. ■■■■ Sottrai al quadrato del doppio di  $x$  il prodotto tra la metà di  $x$  e l'ottuplo di  $x$ .  $[0]$
42. ■■■■ Aggiungi alla metà del prodotto tra il quadrato di  $a$  e il quadrato di  $b$  l'opposto del quadrato del prodotto tra  $a$  e  $b$ .  $[-\frac{1}{2}a^2b^2]$

43. ■■■■ Il cubo della differenza tra il triplo del prodotto di  $x$  per  $y$  e il prodotto di  $x$  per il doppio di  $y$ . [ $x^3y^3$ ]
44. ■■■■ La differenza tra il quadrato del cubo di  $x$  e il cubo del quadrato dell'opposto di  $x$ . [0]
45. ■■■■ La somma tra il doppio prodotto del quadrato di  $x$  per il quadrato di  $y$  e la metà del quadrato del prodotto tra il doppio di  $x$  e  $y$ . [ $4x^2y^2$ ]
46. ■■■■ Sottrai al prodotto tra il cubo di  $2a$  e il quadrato di  $b$  il doppio del cubo del prodotto tra  $a$  e la metà di  $b$  (considerando la parte letterale simile). [ $\frac{31}{4}a^3b^2$ ]
47. ■■■■ Aggiungi al quoziente tra l'ottava potenza di  $x$  e il quadrato del suo cubo l'opposto del quadrato dell'opposto di  $x$ . [0]
48. ■■■■ Dividi la somma tra il triplo del quadrato di  $a$  e il doppio del quadrato dell'opposto di  $a$  per la quinta parte di  $a$ . [ $25a$ ]
49. ■■■■ Moltiplica la differenza tra il cubo del doppio di  $x$  e il doppio del cubo di  $x$  per l'inverso del quadrato di  $x$ . [ $6x$ ]
50. ■■■■ Sottrai al quadrato del quoziente tra  $6x^4$  e  $2x^2$  il triplo del cubo di  $x$ , poi dividi tutto per  $3x^2$ . [ $3x^2 - x$ ]
51. ■■■■ Verifica che il prodotto tra il triplo di  $x$  e il quadrato della terza parte di  $y$  è uguale alla terza parte del prodotto tra  $x$  e il quadrato di  $y$ . [Vera]
52. ■■■■ La somma tra un numero  $a$  e il suo doppio, moltiplicata per la terza parte del numero stesso, è uguale al quadrato del numero  $a$ . [Vera]
53. ■■■■ Se al cubo di  $x$  sottraiamo il cubo del suo opposto e dividiamo il risultato per il doppio del quadrato di  $x$ , otteniamo  $x$ . [Vera]
54. ■■■■ Il quadrato del prodotto tra la metà di  $a$  e il quadruplo di  $b$  è uguale all'ottuplo del prodotto dei quadrati di  $a$  e  $b$ . [Falsa, è  $4a^2b^2$ ]
55. ■■■■ Dati due numeri  $x$  e  $y$ , se si divide il quadrato del loro prodotto per il prodotto dei loro opposti, si ottiene il prodotto tra  $x$  e  $y$ . [Vera]
56. ■■■■ Verifica che dividendo il cubo del doppio di  $a$  per il quadrato del suo opposto si ottiene l'ottuplo di  $a$ . [Vera]
57. ■■■■ Dati due numeri  $a$  e  $b$ , se si sottrae dal prodotto dei loro cubi il cubo del loro prodotto, si ottiene il monomio nullo. [Vera]
58. ■■■■ Il quoziente tra il quadruplo del cubo di  $x$  e il quadrato del doppio di  $x$  è uguale all'opposto di  $x$ . [Falsa, è  $x$ ]
59. ■■■■ Dati due numeri, uno il triplo dell'altro, dividi il quadrato del prodotto dei due numeri per il nonuplo del cubo del primo. Dimostra che ottieni il primo dei due numeri. [Vera]

60. ■■■ Verifica che la differenza tra il doppio del quadrato del prodotto tra  $a$  e  $b$  e il prodotto tra il quadrato di  $a$  e il quadrato del doppio di  $b$  sia uguale all'opposto del doppio prodotto dei loro quadrati. [Vera]

## 2. Problemi applicati alla realtà (Sconti, percentuali, ecc.)

**Parte Base 2.** Risolvi i seguenti problemi traducendo la situazione reale in un'espressione letterale (monomio) e riducendola in forma normale:

61. ■□□ Un paio di scarpe costa  $p$  euro. Esprimi il prezzo finale dopo uno sconto del 10%.  $[\frac{9}{10}p$  oppure  $0,9p]$
62. ■□□ Una maglietta costa  $c$  euro. Esprimi il costo finale se subisce un rincaro del 20%.  $[\frac{6}{5}c$  oppure  $1,2c]$
63. ■□□ Qual è la spesa totale per l'acquisto di  $n$  libri che costano 15 euro ciascuno?  $[15n]$
64. ■□□ Un tablet costa  $x$  euro. Esprimi *esclusivamente lo sconto* in euro se viene applicata una riduzione del 25%.  $[\frac{1}{4}x$  oppure  $0,25x]$
65. ■□□ Un negoziante acquista  $x$  penne a  $y$  euro l'una e le rivende al doppio del prezzo di acquisto. Esprimi il ricavo totale.  $[2xy]$
66. ■□□ In un cinema, il biglietto intero costa  $x$  e il ridotto costa la metà. Esprimi la spesa per 3 biglietti interi e 2 ridotti.  $[4x]$
67. ■□□ Un'azienda ha un ricavo pari a  $5R$  e costi pari a  $2R$ . Esprimi l'utile (guadagno) netto.  $[3R]$
68. ■□□ Un articolo costa  $2p$ . Viene applicato uno sconto del 50%. Qual è il prezzo finale?  $[p]$
69. ■□□ Il noleggio di un furgone costa  $c$  euro al giorno. Esprimi la spesa totale per una settimana esatta.  $[7c]$
70. ■□□ Una bolletta della luce non ha costi fissi e fa pagare  $k$  euro per ogni kWh consumato. Se si consumano  $3x$  kWh, quanto si paga?  $[3kx]$
71. ■□□ Uno stipendio mensile ammonta a  $S$  euro. Se un terzo viene speso per l'affitto, quanto rimane per le altre spese?  $[\frac{2}{3}S]$
72. ■□□ Una torta di peso  $P$  viene divisa in 8 fette uguali. Esprimi il peso di una singola fetta.  $[\frac{1}{8}P]$
73. ■□□ Un'eredità  $E$  viene divisa a metà tra due fratelli. Uno dei fratelli divide la sua quota in tre parti uguali per i suoi figli. A quanto ammonta la quota di un figlio?  $[\frac{1}{6}E]$

74. ■□□ Due soci si dividono un utile  $U$  in modo che il socio di maggioranza prenda il triplo del socio di minoranza. Esprimi la quota del socio di minoranza.  $[\frac{1}{4}U]$
75. ■□□ Un artigiano produce  $y$  vasi al giorno. Esprimi la produzione totale di  $x$  artigiani che lavorano allo stesso ritmo per un giorno.  $[xy]$
76. ■□□ Una ricetta richiede  $g$  grammi di farina a persona. Esprimi la quantità di farina necessaria per un banchetto di  $3p$  persone.  $[3gp]$
77. ■□□ Esprimi il peso totale di una spedizione composta da  $x$  casse da 10 kg e  $2x$  casse da 5 kg.  $[20x]$
78. ■□□ Un'auto consuma  $c$  litri di carburante al chilometro. Quanti litri consuma per percorrere  $d$  chilometri?  $[cd]$
79. ■□□ Un abbonamento a una piattaforma streaming costa  $a$  euro al mese per il primo anno e il doppio per il secondo anno. Esprimi la spesa totale dei due anni in mesi.  $[36a]$
80. ■□□ L'età di Marco è due terzi di quella di Luigi (che ha  $x$  anni). Esprimi l'età di Marco.  $[\frac{2}{3}x]$
81. ■■□ Un'auto viaggia a velocità costante  $v$ . Esprimi lo spazio percorso dopo un tempo pari a  $3t$ .  $[3vt]$
82. ■■□ Un rubinetto versa  $q$  litri d'acqua al minuto. Esprimi il volume d'acqua versato in un'ora.  $[60q]$
83. ■■□ Esprimi il costo per recintare un campo quadrato di lato  $L$  se la rete costa 5 euro al metro.  $[20L]$
84. ■■□ Quante piastrelle quadrate di area  $a$  servono per ricoprire il pavimento di una stanza rettangolare la cui area è  $20a$ ?  $[20]$
85. ■■□ Esprimi l'area di un giardino rettangolare sapendo che l'altezza è  $2x$  e la base è il quintuplo dell'altezza.  $[20x^2]$
86. ■■□ Un serbatoio a forma di cubo ha lo spigolo lungo  $2a$ . Esprimi il suo volume.  $[8a^3]$
87. ■■□ Esprimi la capacità totale di 5 bottiglie, ciascuna delle quali contiene un volume pari a  $v$ .  $[5v]$
88. ■■□ Un grattacielo è formato da  $n$  piani, ciascuno alto  $h$  metri. Sulla sommità c'è un'antenna alta  $2h$ . Esprimi l'altezza totale da terra all'antenna.  $[hn + 2h]$
88. ■■□ Un grattacielo è formato da 10 piani, ciascuno alto  $h$  metri. Sulla sommità c'è un'antenna alta  $2h$  metri. Esprimi l'altezza totale dell'edificio da terra alla punta dell'antenna.  $[12h]$
89. ■■□ Uno schermo rettangolare ha la base che è il triplo dell'altezza  $h$ . Esprimi l'area dello schermo.  $[3h^2]$

90. ■■■□ Se per imbiancare una parete di area  $A$  servono  $3L$  litri di vernice, quanti litri serviranno per imbiancarne una di area doppia?  $[6L]$

**Parte Avanzata 2.** Risolvi i seguenti problemi traducendo la situazione reale in un'espressione letterale complessa. Semplifica poi l'espressione per ottenere un unico monomio in forma normale:

91. ■■■■ Un negozio applica uno sconto del 20% su un articolo di prezzo  $p$ . Successivamente, in periodo di liquidazione, applica un ulteriore sconto del 30% sul prezzo già scontato. Esprimi il prezzo finale di vendita.  $[\frac{14}{25}p$  oppure  $0,56p]$
92. ■■■■ Il prezzo di un barile di petrolio è  $b$ . In un anno il prezzo aumenta del 25%, ma l'anno successivo diminuisce del 20% rispetto al nuovo valore. Esprimi il prezzo finale del barile alla fine del biennio.  $[b]$
93. ■■■■ Un'azienda vende regolarmente  $q$  oggetti al giorno al prezzo  $p$  ciascuno. Dopo una campagna marketing, la quantità venduta aumenta di un terzo, ma per essere competitivi il prezzo viene abbassato di un quarto. Esprimi il nuovo ricavo giornaliero.  $[pq]$
94. ■■■■ Un capitale  $C$  viene investito in banca a un tasso di interesse semplice del 5% annuo. Esprimi esclusivamente l'interesse totale maturato dopo  $t$  anni.  $[\frac{1}{20}Ct$  oppure  $0,05Ct]$
95. ■■■■ Il biglietto di un treno costa  $b$  euro. I bambini pagano la metà e gli anziani pagano i tre quarti del biglietto intero. Esprimi la spesa totale per una comitiva formata da  $4x$  adulti,  $6x$  bambini e  $8x$  anziani.  $[13xb]$
96. ■■■■ In una catena di montaggio, il costo per produrre  $x$  unità del prodotto A è pari a  $C$ . Il prodotto B ha un costo di produzione pari ai cinque quarti del costo unitario del prodotto A. Esprimi il costo totale per produrre  $8y$  unità di A e  $12y$  unità di B.  $[23\frac{Cy}{x}]$
97. ■■■■ Un immobile di valore  $V$  viene tassato in questo modo: si applica un'aliquota del 2% sulla prima metà del suo valore e un'aliquota del 3% sulla restante metà. Esprimi l'imposta totale che il proprietario deve pagare.  $[\frac{1}{40}V$  oppure  $0,025V]$
98. ■■■■ Tre soci devono dividersi gli utili aziendali pari a  $U$ . Il socio fondatore prende i due quinti del totale. Gli altri due soci si dividono in parti uguali ciò che rimane. Esprimi la quota percepita da uno dei soci minoritari.  $[\frac{3}{10}U]$
99. ■■■■ Un produttore di software paga un team di  $n$  programmatori per  $h$  ore a una tariffa oraria  $t$ . Per velocizzare un progetto, assume il doppio dei programmatori per la metà delle ore, pagandoli però con una tariffa oraria maggiorata del 50%. Esprimi il nuovo costo totale per il progetto.  $[\frac{3}{2}nht]$
100. ■■■■ Il valore di un macchinario industriale  $V$  si deprezza (perde valore) del 10% ogni anno rispetto al valore dell'anno precedente. Esprimi la svalutazione totale (la differenza tra il valore iniziale e il valore attuale) esattamente dopo tre anni.  $[\frac{271}{1000}V$  oppure  $0,271V]$

101. ■■■■ Una miscela di caffè è composta per i due quinti dalla qualità Arabica, che costa  $p$  euro al kg, e per il resto dalla qualità Robusta, che costa la metà. Esprimi il costo totale per produrre  $10k$  chilogrammi di questa miscela.  $[7kp]$
102. ■■■■ Un'auto percorre il primo tratto di un viaggio a velocità  $v$  per un tempo  $2t$ . Nel secondo tratto viaggia a velocità doppia per un tempo pari alla metà di  $t$ . Esprimi la distanza totale percorsa.  $[3vt]$
103. ■■■■ Una lega d'oro è formata per il 75% da oro puro. Se un orafo fonde  $p$  grammi di questa lega con  $2p$  grammi di un'altra lega contenente il 60% di oro, quanti grammi di oro puro ci saranno in totale nel nuovo lingotto?  $[\frac{39}{20}p$  oppure  $1,95p]$
104. ■■■■ Una vasca è vuota. Un rubinetto vi immette acqua con una portata di  $2q$  litri al minuto, mentre un tubo di scarico ne fa uscire contemporaneamente  $q$  litri al minuto. Esprimi il volume d'acqua presente nella vasca dopo un tempo di  $3t$  minuti.  $[3qt]$
105. ■■■■ Un terreno agricolo produce  $q$  quintali di grano per ettaro. Un agricoltore possiede  $3x$  ettari di terra e, grazie a un nuovo fertilizzante, la resa di ogni ettaro aumenta del 20%. Esprimi la produzione totale di grano.  $[\frac{18}{5}qx$  oppure  $3,6qx]$
106. ■■■■ Il traffico su un sito e-commerce è di  $V$  visitatori al giorno. Se per 5 giorni feriali il traffico è regolare, ma per i 2 giorni del weekend crolla del 40% al giorno, esprimi il numero totale di visitatori della settimana.  $[\frac{31}{5}V$  oppure  $6,2V]$
107. ■■■■ Una stampante consuma  $c$  grammi di inchiostro per una pagina a colori e un terzo di  $c$  per una in bianco e nero. Esprimi il consumo totale di inchiostro per stampare un documento di  $15x$  pagine, di cui i due quinti sono a colori e le restanti in bianco e nero.  $[9xc]$
108. ■■■■ Un campo solare ha  $n$  pannelli e ciascuno produce  $e$  kWh al giorno. Se si installa il 25% di pannelli in più, ma l'efficienza complessiva di tutti i pannelli cala del 10% a causa della polvere, esprimi la nuova produzione totale giornaliera.  $[\frac{9}{8}ne$  oppure  $1,125ne]$
109. ■■■■ La densità di un metallo è  $d$ . Un blocco A fatto di questo metallo ha volume  $4v$ . Un blocco B ha volume  $6v$ , ma è fatto di un materiale la cui densità è i tre mezzi di  $d$ . Esprimi la massa totale dei due blocchi ( $m = d \cdot v$ ).  $[13dv]$
110. ■■■■ Un ciclista viaggia a una velocità  $v$  per un tempo  $t$ . Al ritorno viaggia controvento: la sua velocità diminuisce di un terzo, e il tempo impiegato raddoppia. Esprimi lo spazio totale percorso (andata e ritorno).  $[\frac{7}{3}vt]$
111. ■■■■ Un artigiano impiega  $h$  ore per costruire una sedia e il doppio del tempo per un tavolo. Esprimi le ore complessive necessarie se  $3y$  artigiani costruiscono ciascuno 4 sedie e 2 tavoli.  $[24hy]$
112. ■■■■ Un corriere deve caricare il suo furgone. I pacchi grandi pesano ciascuno  $P$ , mentre i pacchi piccoli pesano un quarto di  $P$ . Esprimi il peso totale trasportato se ci sono  $8n$  pacchi grandi e  $12n$  pacchi piccoli.  $[11nP]$

113. ■■■ Il perimetro di un poligono regolare a  $n$  lati è pari a  $2P$ . Se si costruisce un nuovo poligono regolare con il doppio dei lati, ma in cui ogni lato è lungo i tre quarti del lato originale, esprimi il nuovo perimetro.  $[3P]$
114. ■■■ Un rubinetto M riempie una piscina di volume  $V$  in  $t$  ore. Un rubinetto N impiega il triplo del tempo per riempire la stessa piscina. Esprimi la quantità d'acqua totale versata se M rimane aperto per  $2x$  ore e N per  $3x$  ore.  $[3\frac{Vx}{t}]$
115. ■■■ In un liceo ci sono  $3x$  ragazzi e  $2x$  ragazze. Se ogni ragazzo porta a scuola  $y$  quaderni e ogni ragazza ne porta il doppio rispetto a un ragazzo, esprimi il numero totale di quaderni presenti.  $[7xy]$
116. ■■■ Una pompa di drenaggio estrae  $k$  litri d'acqua ogni  $h$  ore. Esprimi i litri d'acqua estratti da 5 pompe identiche che lavorano senza sosta per un lasso di tempo di  $3g$  giorni. (Suggerimento: attenzione all'unità di misura del tempo).  $[360\frac{kg}{h}]$
117. ■■■ Tre fratelli possiedono azioni di un'azienda: il secondo ne ha il doppio del primo ( $x$ ), e il terzo ne ha il triplo del primo. Se il dividendo per ogni singola azione ammonta a  $d$  euro, esprimi l'incasso totale percepito dalla famiglia.  $[6xd]$
118. ■■■ Un cartellone pubblicitario rettangolare ha base  $b$  e altezza  $h$ . Per un nuovo formato, l'azienda decide di aumentare la base del 20% e ridurre l'altezza del 25%. Esprimi la nuova area occupata dal cartellone.  $[\frac{9}{10}bh$  oppure  $0,9bh]$
119. ■■■ In un'elezione a tre, il candidato A ottiene i due terzi dei voti del candidato B, il quale prende il doppio dei voti del candidato C. Se C ha ottenuto  $v$  voti, quanti voti sono stati espressi in totale per i tre candidati?  $[\frac{13}{3}v]$
120. ■■■ Un prezzo iniziale  $p$  subisce un ribasso del 10%. Al momento dell'acquisto in cassa, su questo nuovo prezzo viene applicata l'IVA del 22% e successivamente viene scalato un bonus fisso pari al 10% del prezzo  $p$  originale. Esprimi la spesa finale al netto di tutti i calcoli.  $[\frac{499}{500}p$  oppure  $0,998p]$

### 3. Problemi di Geometria Piana

**Parte Base 3.** Esprimi perimetri, aree e lati incogniti delle seguenti figure utilizzando i monomi:

121. ■□□ Un quadrato ha il lato di misura  $3a$ . Calcola il suo perimetro.  $[12a]$
122. ■□□ Un quadrato ha il lato di misura  $4x^2$ . Calcola la sua area.  $[16x^4]$
123. ■□□ Un rettangolo ha la base lunga  $5b$  e l'altezza lunga  $2b$ . Calcola la sua area.  $[10b^2]$
124. ■□□ Un rettangolo ha le dimensioni di  $7x$  e  $3x$ . Calcola il suo perimetro.  $[20x]$
125. ■□□ In un rettangolo la base misura  $6y^2$  e l'altezza è la metà della base. Calcola l'area.  $[18y^4]$

126. ■□□ Un quadrato ha il lato di misura  $\frac{1}{2}xy$ . Calcola la sua area.  $[\frac{1}{4}x^2y^2]$
127. ■□□ Le dimensioni di un rettangolo sono  $10a^2$  e  $5a^2$ . Calcola il perimetro.  $[30a^2]$
128. ■□□ Un rettangolo ha l'altezza di  $x$  e la base che è il quadruplo dell'altezza. Calcola l'area.  $[4x^2]$
129. ■□□ Un triangolo equilatero ha il lato di misura  $6m^2$ . Calcola il suo perimetro.  $[18m^2]$
130. ■□□ Un triangolo ha la base di  $8a$  e l'altezza relativa di  $3a$ . Calcola l'area.  $[12a^2]$
131. ■□□ Un parallelogramma ha la base lunga  $5x^2$  e l'altezza a essa relativa lunga  $4y$ . Calcola l'area.  $[20x^2y]$
132. ■□□ Le diagonali di un rombo misurano  $6a^2$  e  $4a^2$ . Calcola la sua area.  $[12a^4]$
133. ■□□ Il lato di un rombo misura  $7x^3y$ . Calcola il suo perimetro.  $[28x^3y]$
134. ■□□ Un triangolo isoscele ha la base di  $4a$  e i lati obliqui di  $5a$ . Calcola il perimetro.  $[14a]$
135. ■□□ Un triangolo rettangolo ha i cateti di  $3ab$  e  $4ab$ . Calcola la sua area.  $[6a^2b^2]$
136. ■■□ Il perimetro di un quadrato è  $20a^3$ . Quanto misura il suo lato?  $[5a^3]$
137. ■■□ L'area di un rettangolo è  $24x^3y^2$  e la sua base misura  $8x^2y$ . Calcola l'altezza.  $[3xy]$
138. ■■□ Un parallelogramma ha i lati consecutivi che misurano  $3x$  e  $8x$ . Calcola il suo perimetro.  $[22x]$
139. ■■□ L'area di un triangolo è  $15x^4$  e la sua base misura  $6x^2$ . Calcola l'altezza.  $[5x^2]$
140. ■■□ Le diagonali di un rombo misurano  $10x$  e  $5y$ . Calcola l'area del rombo.  $[25xy]$
141. ■■□ Un cerchio ha il raggio di misura  $3a$ . Calcola la sua area.  $[9\pi a^2]$
142. ■■□ Un cerchio ha il raggio di misura  $5x^2$ . Calcola la lunghezza della circonferenza.  $[10\pi x^2]$
143. ■■□ Le basi di un trapezio misurano  $7x$  e  $3x$ , e la sua altezza misura  $2x$ . Calcola l'area.  $[10x^2]$
144. ■■□ In un trapezio rettangolo, la somma delle basi è  $8a^2$  e l'altezza è la metà della somma delle basi. Calcola l'area.  $[16a^4]$
145. ■■□ Un triangolo equilatero ha il perimetro di  $12x^2y$ . Quanto misura il suo lato?  $[4x^2y]$

146. ■■■□ Un quadrato ha l'area di  $25a^6$ . Quanto misura il suo lato? (Assumi  $a > 0$ ).  
[ $5a^3$ ]
147. ■■■□ La circonferenza di un cerchio misura  $8\pi x^3$ . Quanto misura il raggio? [ $4x^3$ ]
148. ■■■□ L'area di un rombo è  $16a^2b^2$  e una diagonale misura  $4ab$ . Quanto misura l'altra diagonale?  
[ $8ab$ ]
149. ■■■□ Un rettangolo ha il perimetro di  $14x$  e la base misura  $4x$ . Quanto misura l'altezza?  
[ $3x$ ]
150. ■■■□ Le basi di un trapezio misurano  $5y^2$  e  $y^2$ , l'altezza è  $3x$ . Calcola la sua area.  
[ $9xy^2$ ]

**Parte Avanzata 3.** Risolvi i seguenti problemi di geometria piana. Presta attenzione alle figure composte, applica il Teorema di Pitagora quando necessario ed esprimi il risultato finale riducendolo a un unico monomio (o raccogliendo a fattor comune dove compare  $\pi$ ).

151. ■■■■ Un triangolo rettangolo ha i due cateti che misurano rispettivamente  $3ab$  e  $4ab$ . Calcola il suo perimetro.  
[ $12ab$ ]
152. ■■■■ La diagonale di un rettangolo misura  $13x^2$  e la sua base misura  $12x^2$ . Determina l'area del rettangolo.  
[ $60x^4$ ]
153. ■■■■ Le diagonali di un rombo misurano  $6y$  e  $8y$ . Calcola il perimetro del rombo.  
[ $20y$ ]
154. ■■■■ In un triangolo isoscele, la base misura  $6a$  e l'altezza a essa relativa misura  $4a$ . Calcola il perimetro del triangolo.  
[ $16a$ ]
155. ■■■■ Un trapezio rettangolo ha la base maggiore di  $10x$ , la base minore di  $7x$  e l'altezza di  $4x$ . Calcola il suo perimetro.  
[ $26x$ ]
156. ■■■■ In un trapezio isoscele, le basi misurano  $14ab$  e  $2ab$ , mentre l'altezza misura  $8ab$ . Determina il perimetro del trapezio.  
[ $36ab$ ]
157. ■■■■ La diagonale di un quadrato misura  $4x$ . Esprimi l'area del quadrato senza calcolare esplicitamente il lato, sfruttando la formula con la diagonale.  
[ $8x^2$ ]
158. ■■■■ L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura  $17m^3$  e uno dei cateti misura  $15m^3$ . Calcola l'area del triangolo.  
[ $160m^6$ ]
159. ■■■■ Un rombo ha il perimetro che misura  $40x^2y$  e una delle due diagonali è lunga  $12x^2y$ . Calcola l'area del rombo.  
[ $96x^4y^2$ ]
160. ■■■■ Un rettangolo ha la base lunga  $2a$  e la diagonale lunga  $\frac{5}{2}a$ . Calcola la sua area.  
[ $3a^2$ ]
161. ■■■■ Una corona circolare è delimitata da una circonferenza esterna di raggio  $5R$  e da una circonferenza interna di raggio  $3R$ . Calcola l'area della corona.  
[ $16\pi R^2$ ]

162. ■■■■ Dati due cerchi concentrici, il diametro di quello maggiore misura  $10x$  e il diametro di quello minore misura  $6x$ . Quanto vale l'area della regione di piano compresa tra i due?  $[16\pi x^2]$
163. ■■■■ Un cerchio è perfettamente inscritto all'interno di un quadrato il cui lato misura  $6x$ . Calcola l'area del cerchio.  $[9\pi x^2]$
164. ■■■■ Un quadrato di lato  $2a$  contiene un cerchio inscritto. Esprimi la differenza tra l'area del quadrato e l'area del cerchio.  $[(4 - \pi)a^2]$
165. ■■■■ Una corona circolare ha il raggio esterno pari a  $\frac{3}{2}x^2$  e il raggio interno pari a  $\frac{1}{2}x^2$ . Calcola la sua area.  $[2\pi x^4]$
166. ■■■■ Un quadrato è inscritto in un cerchio il cui raggio misura  $5x$ . Determina l'area del quadrato.  $[50x^2]$
167. ■■■■ Calcola l'area di un settore circolare appartenente a un cerchio di raggio  $6ab$ , sapendo che l'angolo al centro corrispondente misura  $90^\circ$ .  $[9\pi a^2 b^2]$
168. ■■■■ Un cerchio ha un'area pari a  $16\pi x^4 y^2$ . Determina la lunghezza della sua circonferenza.  $[8\pi x^2 y]$
169. ■■■■ Esprimi la differenza tra l'area di un cerchio di raggio  $10a$  e l'area di una corona circolare i cui raggi misurano rispettivamente  $8a$  e  $6a$ .  $[72\pi a^2]$
170. ■■■■ Una finestra è formata da un rettangolo sormontato da un semicerchio. Il rettangolo ha la base di  $4a$  e l'altezza di  $2a$ . Il diametro del semicerchio coincide con la base superiore del rettangolo. Calcola l'area totale della finestra.  $[(8 + 2\pi)a^2]$
171. ■■■■ Un giardino rettangolare ha le dimensioni di  $10x$  e  $6x$ . All'esterno del giardino viene costruito un vialetto pavimentato di larghezza uniforme pari a  $x$ , che circonda interamente il perimetro. Calcola l'area occupata dal vialetto.  $[36x^2]$
172. ■■■■ Da una lastra quadrata di metallo con il lato di  $5a$  viene ritagliato e rimosso esattamente dal centro un quadrato più piccolo di lato  $2a$ . Qual è l'area della lastra rimanente?  $[21a^2]$
173. ■■■■ Una stanza ha una pianta a forma di "L", ottenuta accostando due rettangoli: il primo ha dimensioni  $4x$  e  $x$ , il secondo ha dimensioni  $x$  e  $2x$ . Calcola l'area totale della stanza.  $[6x^2]$
174. ■■■■ Da un cartoncino rettangolare lungo  $8a$  e largo  $5a$  vengono ritagliati via dai quattro angoli quattro quadrati identici, ciascuno con il lato pari ad  $a$ . Calcola l'area del cartoncino rimanente.  $[36a^2]$
175. ■■■■ Un quadrato di lato  $3x$  è sormontato da un triangolo equilatero costruito esattamente sopra uno dei suoi lati superiori. Calcola il perimetro totale della figura composta risultante (i confini esterni).  $[15x]$
176. ■■■■ Un rettangolo ha le dimensioni di  $4y$  e  $3y$ . Su ciascuno dei quattro lati, all'esterno della figura, viene disegnato un semicerchio avente per diametro il lato stesso. Calcola la somma delle aree dei quattro semicerchi.  $[\frac{25}{4}\pi y^2]$

177. ■■■ All'interno di un cerchio di raggio  $R$  è inscritto un rettangolo che ha la base lunga  $\frac{6}{5}R$  e l'altezza lunga  $\frac{8}{5}R$ . Calcola l'area della porzione di cerchio esterna al rettangolo.  $[(\pi - \frac{48}{25})R^2]$
178. ■■■ Un rombo ha le diagonali che misurano  $12x^2$  e  $16x^2$ . Dal suo centro viene ritagliato e rimosso un cerchio di raggio  $2x^2$ . Esprimi l'area della figura bucata risultante.  $[(96 - 4\pi)x^4]$
179. ■■■ Una piscina rettangolare di dimensioni  $20a$  e  $10a$  è circondata da un bordo piastrellato esterno di larghezza uniforme pari a  $2a$ . Calcola la misura della superficie del bordo piastrellato.  $[136a^2]$
180. ■■■ Una figura è composta da un trapezio isoscele sormontato da un semicerchio. La base maggiore del trapezio coincide con il diametro del semicerchio e misura  $10x$ . La base minore e l'altezza del trapezio misurano entrambe  $4x$ . Calcola l'area totale della figura composta.  $[(28 + \frac{25}{2}\pi)x^2]$

## 4. Problemi di Geometria Solida

**Parte Base 4.** Esprimi le superfici, i volumi e gli spigoli incogniti dei seguenti solidi utilizzando i monomi:

181. ■□□ Un cubo ha lo spigolo che misura  $2a$ . Calcola il suo volume.  $[8a^3]$
182. ■□□ Un cubo ha lo spigolo di  $3x$ . Calcola la sua superficie totale.  $[54x^2]$
183. ■□□ Lo spigolo di un cubo misura  $5y^2$ . Calcola la sua superficie laterale.  $[100y^4]$
184. ■□□ Un cubo ha lo spigolo di misura  $\frac{1}{2}ab$ . Calcola il suo volume.  $[\frac{1}{8}a^3b^3]$
185. ■□□ Le tre dimensioni di un parallelepipedo rettangolo misurano  $a$ ,  $2a$  e  $3a$ . Calcola il suo volume.  $[6a^3]$
186. ■□□ Un parallelepipedo a base quadrata ha lo spigolo di base pari a  $2x$  e l'altezza pari a  $5x$ . Calcola il volume.  $[20x^3]$
187. ■□□ Le dimensioni di base di un parallelepipedo sono  $3y$  e  $4y$ , e l'altezza è  $2y$ . Calcola la superficie totale.  $[52y^2]$
188. ■□□ L'area di base di un prisma è  $10x^2$  e la sua altezza è  $3x$ . Calcola il volume.  $[30x^3]$
189. ■□□ Un prisma ha per base un triangolo rettangolo con cateti lunghi  $3a$  e  $4a$ . L'altezza del prisma è  $5a$ . Calcola il volume.  $[30a^3]$
190. ■□□ Un prisma a base rombica ha le diagonali di base che misurano  $6x$  e  $4x$ . L'altezza del prisma è  $2x$ . Calcola il volume.  $[24x^3]$
191. ■□□ Il raggio di base di un cilindro misura  $2a$  e la sua altezza  $3a$ . Calcola il volume.  $[12\pi a^3]$

192. ■□□ Un cilindro ha il raggio di base pari a  $x$  e l'altezza pari a  $5x$ . Calcola la sua superficie laterale.  $[10\pi x^2]$
193. ■□□ Il diametro di base di un cilindro è  $4y$  e la sua altezza è  $7y$ . Calcola il volume.  $[28\pi y^3]$
194. ■□□ Un cilindro ha raggio  $3b$  e altezza  $3b$ . Calcola la sua superficie totale.  $[36\pi b^2]$
195. ■□□ L'area di base di un cilindro è  $9\pi x^2$  e l'altezza è  $2x$ . Calcola il volume.  $[18\pi x^3]$
196. ■□□ Una sfera ha il raggio che misura  $3a$ . Calcola la sua superficie sferica.  $[36\pi a^2]$
197. ■□□ Il raggio di una sfera misura  $2x$ . Calcola il suo volume.  $[\frac{32}{3}\pi x^3]$
198. ■□□ Il diametro di una sfera è  $6y$ . Calcola il suo volume.  $[36\pi y^3]$
199. ■□□ Un cono ha il raggio di base di  $3x$  e l'altezza di  $4x$ . Calcola il volume.  $[12\pi x^3]$
200. ■□□ Il raggio di base di un cono misura  $3a$  e l'apotema misura  $5a$ . Calcola la sua superficie laterale.  $[15\pi a^2]$
201. ■■□ Il volume di un cubo è  $64a^3$ . Quanto misura il suo spigolo? (Assumi  $a > 0$ ).  $[4a]$
202. ■■□ L'area di base di un cubo è  $25x^2$ . Calcola il suo volume.  $[125x^3]$
203. ■■□ Un parallelepipedo ha volume  $30a^3$ . Le due dimensioni di base misurano  $5a$  e  $2a$ . Calcola l'altezza.  $[3a]$
204. ■■□ Il volume di un cilindro è  $18\pi x^3$  e la sua altezza è  $2x$ . Quanto vale l'area di base?  $[9\pi x^2]$
205. ■■□ Un prisma ha un volume di  $40x^4$  e l'altezza di  $8x$ . Calcola l'area di base.  $[5x^3]$
206. ■■□ Un parallelepipedo a base quadrata ha il lato di base lungo  $3a$  e l'altezza pari al quadruplo del lato di base. Calcola il volume.  $[108a^3]$
207. ■■□ La superficie di una sfera misura  $16\pi x^2$ . Quanto misura il suo raggio? (Assumi  $x > 0$ ).  $[2x]$
208. ■■□ La superficie laterale di un cilindro è  $20\pi a^2$  e il raggio di base misura  $2a$ . Calcola l'altezza.  $[5a]$
209. ■■□ L'area di base di un cono è  $16\pi y^2$  e la sua altezza è  $3y$ . Calcola il volume.  $[16\pi y^3]$
210. ■■□ La superficie totale di un cubo misura  $24x^4$ . Calcola il volume del cubo.  $[8x^6]$

**Parte Avanzata 4.** Risolvi i seguenti problemi complessi di geometria solida. Esprimi superfici, volumi o grandezze richieste riducendo le espressioni a un unico monomio (o raccogliendo a fattor comune  $\pi$  e le costanti numeriche).

211. ■■■■ Un rettangolo di dimensioni  $3x$  e  $4x$  ruota di  $360^\circ$  attorno al suo lato minore. Calcola il volume del solido generato.  $[48\pi x^3]$
212. ■■■■ Considera lo stesso rettangolo dell'esercizio precedente (dimensioni  $3x$  e  $4x$ ) e fallo ruotare di  $360^\circ$  attorno al lato maggiore. Calcola la superficie laterale del solido generato.  $[24\pi x^2]$
213. ■■■■ Un triangolo rettangolo ha i cateti che misurano  $5a$  e  $12a$ . Ruotando di un giro completo attorno al cateto maggiore genera un cono. Calcola la superficie totale di questo cono.  $[90\pi a^2]$
214. ■■■■ Un semicerchio di raggio  $2x^2$  ruota di  $360^\circ$  attorno al proprio diametro. Esprimi il volume del solido ottenuto.  $[\frac{32}{3}\pi x^6]$
215. ■■■■ Un triangolo isoscele ha la base di  $6y$  e l'altezza di  $4y$ . Viene fatto ruotare di un giro completo attorno alla base. Calcola il volume del doppio cono generato.  $[32\pi y^3]$
216. ■■■■ Un trapezio rettangolo ha la base maggiore di  $5x$ , la base minore di  $2x$  e l'altezza di  $4x$ . Ruota di  $360^\circ$  attorno alla base maggiore. Calcola il volume del solido composto risultante.  $[48\pi x^3]$
217. ■■■■ Un rettangolo di base  $a$  e altezza  $2a$  ruota di  $360^\circ$  attorno a una retta parallela all'altezza, posta a una distanza  $a$  dal rettangolo stesso (all'esterno di esso). Calcola il volume del cilindro cavo generato.  $[6\pi a^3]$
218. ■■■■ Un rombo ha le diagonali che misurano  $6a$  e  $8a$ . Ruotando di  $360^\circ$  attorno alla diagonale maggiore genera un solido. Calcolane il volume.  $[24\pi a^3]$
219. ■■■■ Un trapezio rettangolo ha le basi di  $8x$  e  $5x$  e l'altezza di  $4x$ . Ruota di  $360^\circ$  attorno alla base minore. Esprimi il volume del solido generato (un cilindro con una cavità conica).  $[112\pi x^3]$
220. ■■■■ Un quadrato di lato  $5y$  ruota di  $360^\circ$  attorno a una retta parallela a un suo lato, passante per il centro del quadrato stesso. Calcola il volume del solido generato.  $[\frac{125}{4}\pi y^3]$
221. ■■■■ Un cubo di spigolo  $4a$  è sormontato da una piramide quadrangolare regolare avente la stessa base del cubo e altezza  $3a$ . Calcola il volume totale del solido.  $[80a^3]$
222. ■■■■ Un cilindro di raggio  $5x$  e altezza  $6x$  viene forato da parte a parte, lungo il suo asse, creando una cavità cilindrica di raggio  $3x$ . Calcola la superficie totale del solido rimanente.  $[128\pi x^2]$
223. ■■■■ Una sfera di raggio  $3R$  presenta una cavità sferica concentrica di raggio  $R$ . Esprimi il volume del materiale solido.  $[\frac{104}{3}\pi R^3]$

224. ■■■■ Un solido è formato da 3 cubi identici di spigolo  $2a$ , incollati l'uno all'altro in fila in modo da combaciare perfettamente sulle facce. Calcola la superficie totale del solido.  $[56a^2]$
225. ■■■■ Un solido è costituito da un cilindro (raggio  $3y$ , altezza  $5y$ ) sormontato da un cono avente la stessa base e altezza  $4y$ . Calcola la superficie totale del solido composto.  $[54\pi y^2]$
226. ■■■■ Un cubo ha lo spigolo di  $4a$ . Su una delle sue facce viene scavata una cavità a forma di semisfera di raggio  $2a$ . Esprimi il volume del solido rimanente.  $[16(4 - \frac{\pi}{3})a^3]$
227. ■■■■ Un parallelepipedo rettangolo ha le dimensioni di  $3a$ ,  $4a$  e  $5a$ . Viene trappassato verticalmente da un foro a forma di parallelepipedo di dimensioni  $a$  e  $2a$ , profondo per tutta l'altezza  $5a$ . Calcola il volume del solido bucatto.  $[50a^3]$
228. ■■■■ Un cilindro (raggio  $2x$ , altezza  $4x$ ) è perfettamente inscritto in un prisma a base quadrata (lato di base  $4x$ , altezza  $4x$ ). Calcola il volume dello spazio vuoto compreso tra il prisma e il cilindro.  $[16(4 - \pi)x^3]$
229. ■■■■ Un solido è formato da due coni identici uniti per le basi. Il raggio di base comune è  $5a$  e l'altezza totale del solido è  $24a$ . Calcola la superficie totale del solido.  $[130\pi a^2]$
230. ■■■■ Un guscio sferico ha il raggio esterno di  $2x$  e uno spessore uniforme di  $\frac{1}{2}x$ . Esprimi il volume del guscio (la parte solida).  $[\frac{37}{6}\pi x^3]$
231. ■■■■ Un parallelepipedo rettangolo ha le dimensioni di  $2x$ ,  $3x$  e  $6x$ . Calcola la misura della sua diagonale interna.  $[7x]$
232. ■■■■ Esprimi la massa di un blocco cubico di spigolo  $2a$  sapendo che è costituito da un materiale di densità  $d$  (ricorda che  $m = d \cdot V$ ).  $[8da^3]$
233. ■■■■ Un cilindro di raggio  $4x$  e altezza  $3x$  è equivalente a un cono che ha il raggio di base di  $6x$ . Determina l'altezza del cono.  $[4x]$
234. ■■■■ Un prisma retto ha per base un triangolo rettangolo i cui cateti misurano  $3a$  e  $4a$ . L'altezza del prisma è  $10a$  e il peso specifico del materiale è  $p$ . Esprimi il peso totale del solido.  $[60pa^3]$
235. ■■■■ La diagonale interna di un cubo misura  $5\sqrt{3}x^2$ . Calcola il suo volume.  $[125x^6]$
236. ■■■■ Un tubo cilindrico ha il raggio esterno  $R = 5y$ , il raggio interno  $r = 3y$  e la lunghezza di  $10y$ . Se la densità del materiale è  $d$ , esprimi la massa del tubo.  $[160\pi y^3 d]$
237. ■■■■ Un cono ha il raggio di base  $6x$  e l'altezza  $3x$ . Viene fuso per forgiare una sfera piena. Calcola la misura del raggio della sfera ottenuta.  $[3x]$

238. ■■■ Un piccolo cubo di spigolo  $x$  viene appoggiato esattamente al centro della faccia superiore di un cubo più grande di spigolo  $2x$ . Calcola la superficie totale esposta del solido composto (inclusa la base d'appoggio inferiore).  $[28x^2]$
239. ■■■ Una clessidra è formata da due coni identici contrapposti al vertice, racchiusi in un cilindro. Se il raggio dei coni è  $3a$  e l'altezza totale della clessidra è  $8a$ , calcola il volume totale di sabbia necessario per riempire completamente uno solo dei due coni.  $[12\pi a^3]$
240. ■■■ Una tenda ha la forma di una piramide retta a base quadrata. Il lato di base misura  $10x$  e l'altezza della piramide è  $12x$ . Calcola la superficie laterale della tenda (che corrisponde alla quantità di tela necessaria per costruirla, senza il pavimento).  $[260x^2]$

## 5. Valore numerico di un'espressione letterale

**Parte Base 5.** Calcola il valore delle seguenti espressioni letterali dopo aver sostituito alle lettere i valori numerici indicati:

241. ■□□  $2x - 3y$  per  $x = 4$  e  $y = 1$   $[5]$
242. ■□□  $3a^2 + b$  per  $a = -1$  e  $b = 2$   $[5]$
243. ■□□  $x^2 - 2xy$  per  $x = -2$  e  $y = 3$   $[16]$
244. ■□□  $5a - 2b + c$  per  $a = 1$ ,  $b = -2$  e  $c = 3$   $[12]$
245. ■□□  $a^2b - 3b$  per  $a = -2$  e  $b = -1$   $[-1]$
246. ■□□  $2x^3 - x^2 + 1$  per  $x = -1$   $[-2]$
247. ■□□  $xy^2 + 2x$  per  $x = 3$  e  $y = -2$   $[18]$
248. ■□□  $-3a^2 + 2ab - b^2$  per  $a = -1$  e  $b = 2$   $[-11]$
249. ■□□  $4x^2y - xy^2$  per  $x = -1$  e  $y = -2$   $[-4]$
250. ■□□  $m^2 - 3mn + 2n^2$  per  $m = 2$  e  $n = -3$   $[40]$
251. ■■□  $(a - b)(a + b)$  per  $a = 4$  e  $b = -2$   $[12]$
252. ■■□  $x(x - 2y) - y^2$  per  $x = -2$  e  $y = 1$   $[7]$
253. ■■□  $2a(b - c) + 3c$  per  $a = -1$ ,  $b = 3$  e  $c = -2$   $[-16]$
254. ■■□  $(x + y)^2 - 2xy$  per  $x = -3$  e  $y = 2$   $[13]$
255. ■■□  $3m(n^2 - 1) + 2m^2n$  per  $m = 2$  e  $n = -1$   $[-8]$
256. ■■□  $-2a^2(b - a) + b^3$  per  $a = 2$  e  $b = -1$   $[23]$
257. ■■□  $(2x - y)(x + 3y)$  per  $x = -1$  e  $y = -2$   $[0]$

258. ■■■□  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$  per  $a = 1$  e  $b = 2$  [-1]
259. ■■■□  $x(y - z) - y(x - z)$  per  $x = 2$ ,  $y = -1$  e  $z = -3$  [9]
260. ■■■□  $(m + 2n)^2 - (m - 2n)^2$  per  $m = -1$  e  $n = -2$  [16]
261. ■■■□  $3x^2y - 2xy^2 + x^3$  per  $x = -2$  e  $y = 3$  [64]
262. ■■■□  $-a^2b^2 + 2a^3 - 3b^3$  per  $a = 2$  e  $b = -1$  [15]
263. ■■■□  $(x - 1)(x^2 + x + 1)$  per  $x = -3$  [-28]
264. ■■■□  $2m^2n^2 - (m - n)^3$  per  $m = 1$  e  $n = -2$  [-19]
265. ■■■□  $-4a^2(a - 2b) + 3ab(2a - b)$  per  $a = -1$  e  $b = 2$  [44]
266. ■■■□  $x^4 - 3x^3y + 3x^2y^2 - xy^3$  per  $x = 2$  e  $y = -1$  [54]
267. ■■■□  $(2a - 3b)^2 - (3a - 2b)^2$  per  $a = 1$  e  $b = -1$  [0]
268. ■■■□  $xyz - x^2y - y^2z - z^2x$  per  $x = -1$ ,  $y = 2$  e  $z = -2$  [14]
269. ■■■□  $-(x^2 - y^2)^2 + (x^2 + y^2)^2$  per  $x = 3$  e  $y = -2$  [144]
270. ■■■□  $5a^2b^2c - 2ab^2c^2 + 3a^2bc^2$  per  $a = -2$ ,  $b = -1$  e  $c = 1$  [12]

**Parte Avanzata 5.** Calcola il valore numerico delle seguenti espressioni letterali. Fai molta attenzione alle potenze, ai segni negativi e all'ordine delle operazioni. (Suggerimento: a volte conviene semplificare l'espressione algebrica prima di sostituire i numeri!)

271. ■■■■  $(a - b)^3 - (a + b)^3$  per  $a = 1$  e  $b = -2$  [28]
272. ■■■■  $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$  per  $x = 2$ ,  $y = -1$  e  $z = -3$  [30]
273. ■■■■  $(2a - 3b)^2 - 2(a - 2b)(a + 2b)$  per  $a = -1$  e  $b = 2$  [94]
274. ■■■■  $x^4 - 2x^2y^2 + y^4 - (x - y)^4$  per  $x = -2$  e  $y = -3$  [24]
275. ■■■■  $m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3 - (m - n)^3$  per  $m = 4$  e  $n = 5$  [0]
276. ■■■■  $(a^2 + b^2 - c^2)^2 - (a^2 - b^2 + c^2)^2$  per  $a = 1$ ,  $b = -2$  e  $c = -1$  [12]
277. ■■■■  $3x(x - 2y)^2 - 2y(x + 2y)^2$  per  $x = -1$  e  $y = -2$  [73]
278. ■■■■  $a^2b^3c - ab^2c^3 + a^3bc^2$  per  $a = -2$ ,  $b = -1$  e  $c = 2$  [40]
279. ■■■■  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) - (x - y)(x^2 + xy + y^2)$  per  $x = -2$  e  $y = 3$  [54]
280. ■■■■  $(-x^2y)^3 - (-xy^2)^2 + x^3y^3$  per  $x = -1$  e  $y = -2$  [0]
281. ■■■■  $(2m - n)^3 - 8m^3 + n^3$  per  $m = -1$  e  $n = -3$  [-18]
282. ■■■■  $(a^2 - 2ab + b^2)(a^2 + 2ab + b^2)$  per  $a = 2$  e  $b = -3$  [25]
283. ■■■■  $x^3(y - z) - y^3(x - z) + z^3(x - y)$  per  $x = 1$ ,  $y = 2$  e  $z = 3$  [-12]

284. ■■■■  $4a^2(b-c)^2 - 4b^2(a-c)^2$  per  $a = -2$ ,  $b = 1$  e  $c = -1$  [60]
285. ■■■■  $-(x-y)^2 - (y-z)^2 - (z-x)^2$  per  $x = -1$ ,  $y = 2$  e  $z = -3$  [-38]
286. ■■■■  $x^4y^2 - 2x^2y^4 + x^3y^3$  per  $x = -2$  e  $y = -1$  [16]
287. ■■■■  $(a-b+c)(a+b-c) - a^2$  per  $a = -3$ ,  $b = 2$  e  $c = -1$  [-9]
288. ■■■■  $(2x-3y)(3x+2y) - (6x^2-6y^2)$  per  $x = 2$  e  $y = -2$  [20]
289. ■■■■  $m^4 - 2m^2n^2 + n^4 - (m^2 - n^2)^2$  per  $m = -4$  e  $n = 5$  [0]
290. ■■■■  $-2a^2b(a^2 - b^2) + 3ab^2(a^2 + b^2)$  per  $a = -1$  e  $b = -2$  [-72]
291. ■■■■  $(x-2)^3 - x(x-3)^2$  per  $x = -2$  [-14]
292. ■■■■  $a^2(b+c) + b^2(a+c) + c^2(a+b)$  per  $a = -1$ ,  $b = 2$  e  $c = -3$  [-8]
293. ■■■■  $(3x-y)^2 - (2x+y)^2 - 5x(x-2y)$  per  $x = -1$  e  $y = 3$  [0]
294. ■■■■  $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$  per  $x = -1$  e  $y = -2$  [1]
295. ■■■■  $-a^3b^2c + a^2b^3c - a^2b^2c^2$  per  $a = -2$ ,  $b = -1$  e  $c = -3$  [-48]
296. ■■■■  $(m^2 - mn + n^2)(m^2 + mn + n^2) - (m^4 + m^2n^2 + n^4)$  per  $m = 3$  e  $n = -2$  [0]
297. ■■■■  $2x^2(y-z)^2 - 2y^2(x-z)^2$  per  $x = -1$ ,  $y = 2$  e  $z = 1$  [-30]
298. ■■■■  $(a-b)^4 - (a+b)^4$  per  $a = -1$  e  $b = -2$  [-80]
299. ■■■■  $x^2y^2(x-y) - y^2z^2(y-z)$  per  $x = 2$ ,  $y = -1$  e  $z = -2$  [8]
300. ■■■■  $(-x^2)^3 \cdot (-y^3)^2 - (-x^3y^2)^2 \cdot y^2$  per  $x = -1$  e  $y = -2$  [-128]

## 7. Realtà e modelli: Accetti la sfida?

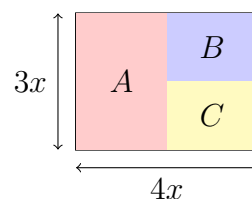
**Parte Avanzata 6.** Risolvi i seguenti problemi di modellizzazione. Leggi attentamente il testo, individua i dati e scrivi le espressioni letterali (monomi) richieste, riducendole in forma normale.

301. ■■■■ **ARTE E GEOMETRIA** Un gruppo di studenti sta realizzando una vetrata ispirata a Piet Mondrian. Il pannello rettangolare è suddiviso in tre aree rettangolari  $A$ ,  $B$  e  $C$  come in figura. L'altezza totale della vetrata è  $3x$  e la base totale è  $4x$ . Il rettangolo  $A$  ha base  $2x$  e copre tutta l'altezza. Il rettangolo  $B$  occupa la metà superiore dello spazio rimanente.

**a.** Scrivi i monomi che esprimono l'area delle tre zone  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

**b.** Se per colorare un'area di  $1 \text{ m}^2$  servono  $y$  grammi di smalto, qual è l'espressione che indica i grammi totali di smalto blu necessari per dipingere solo le zone  $B$  e  $C$ ?

[a)  $A = 6x^2$ ;  $B = 3x^2$ ;  $C = 3x^2$ ; b)  $6x^2y$ ]



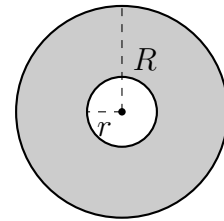
302. ■■■ **TECNOLOGIA** Una fotocopiatrice produce una copia di un disegno ingrandendolo. Il rapporto tra il lato della copia e il lato dell'originale è un fattore  $k$  (con  $k > 1$ ). Il disegno originale ha un'area pari a  $S$ . Se l'operazione di fotocopiatura in scala viene ripetuta per  $n$  volte (fotocopiando ogni volta l'ultima copia prodotta), quale monomio esprime l'area  $S_n$  dell'ennesima copia? [ $S_n = k^{2n}S$ ]

303. ■■■ **FISICA E MECCANICA** Un'officina deve produrre un componente cilindrico in acciaio forato al centro (una sorta di grossa rondella). Il raggio del foro centrale misura  $r$  ed è un terzo del raggio esterno  $R$ . L'altezza del cilindro è  $h$ .

a. Scrivi il monomio che esprime il volume del componente in funzione di  $r$  e  $h$ .

b. Sapendo che la densità dell'acciaio è  $d$  (ricorda che massa = densità·volume), scrivi il monomio che ne esprime la massa.

[a)  $8\pi r^2 h$ ; b)  $8\pi r^2 h d$ ]



304. ■■■ **MATEMATICA E FRATTALI** Il *Tappeto di Sierpiński* è una figura geometrica che si costruisce a partire da un quadrato. Al livello 1, il quadrato viene diviso in 9 quadrati identici e quello centrale viene rimosso. Al livello 2, la stessa operazione viene ripetuta per ciascuno degli 8 quadrati rimanenti.

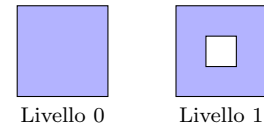
Chiamata  $L$  la misura del lato del quadrato al livello 0.

a. Scrivi il monomio che esprime l'area della parte colorata al livello 1.

b. Scrivi il monomio che esprime l'area della parte colorata al livello 2.

c. Qual è il rapporto tra l'area del livello 2 e l'area del livello 1?

[a)  $\frac{8}{9}L^2$ ; b)  $\frac{64}{81}L^2$ ; c)  $\frac{8}{9}$ ]



305. ■■■ **EDUCAZIONE FINANZIARIA** Due negozi di elettronica attivano diverse promozioni su un computer che di listino costa  $x$  euro.

Nel negozio A viene applicato uno sconto del 15% sul prezzo del computer e ti regalano un accessorio del valore di  $\frac{1}{20}x$ .

Nel negozio B viene applicato uno sconto del 20% sul prezzo del computer, ma sei obbligato ad acquistare una garanzia extra che costa  $\frac{1}{10}x$ .

a. Quali sono i monomi che esprimono la "spesa reale" (cioè i soldi che escono dal tuo portafoglio) nei due negozi?

b. Quale negozio è più conveniente e di quanto differisce la spesa? [a)  $A = \frac{17}{20}x$ ,  $B = \frac{9}{10}x$ ; b) *Conviene A per  $\frac{1}{20}x$* ]

306. ■■■ **IN GARA** Due droni,  $A$  e  $B$ , partono dallo stesso punto su una pista circolare. Il drone  $A$  percorre 10 giri in  $n$  minuti, mentre il drone  $B$  percorre 5 giri in  $m$  minuti. La pista ha un raggio pari a  $r$  metri.

a. Esprimi con dei monomi la velocità di ciascun drone in giri al minuto.

- b.** Scrivi i monomi che esprimono le distanze in metri percorse da entrambi i droni in  $t$  minuti.  $[a) v_A = \frac{10}{n}, v_B = \frac{5}{m}; b) d_A = \frac{20\pi rt}{n}, d_B = \frac{10\pi rt}{m}]$
307. ■■■ **IL PACKAGING** In una scatola di tonno a forma cilindrica, il tonno occupa i quattro quinti del volume totale, e l'olio (che ha una densità  $d$ ) occupa il restante quinto. L'altezza della scatola è esattamente la metà del suo diametro di base  $x$ .
- a.** Scrivi il volume totale  $V$  della scatola in funzione del diametro  $x$ .
- b.** Scrivi il monomio che esprime la massa in grammi dell'olio contenuto nella scatola.  $[a) V = \frac{1}{8}\pi x^3; b) M = \frac{1}{40}\pi x^3 d]$
308. ■■■ **IL DIZIONARIO** La versione standard di un dizionario contiene le pagine in un formato le cui dimensioni sono il doppio rispetto a quelle dell'edizione tascabile.
- a.** Qual è il rapporto tra l'area di una pagina standard e quella di una pagina tascabile?
- b.** Se la versione standard contiene  $p$  pagine di area  $S$ , quante pagine deve contenere la versione tascabile affinché la quantità totale di carta utilizzata per stampare il libro sia identica?  $[a) 4; b) 4p]$
309. ■■■ **INFORMATICA E DATI** Un servizio di cloud storage fa pagare una quota fissa di  $C$  euro per il primo Terabyte di dati. Per ogni Terabyte aggiuntivo, il costo è pari a  $\frac{1}{5}C$ .
- a.** Se un'azienda archivia in totale  $x$  Terabyte (con  $x > 1$ ), scrivi il polinomio che esprime il costo mensile totale.
- b.** Dimostra che il costo totale può essere scritto come monomio solo se l'azienda decide di acquistare esattamente 6 Terabyte. Quanto pagherebbe in quel caso?  $[a) C + \frac{1}{5}C(x - 1); b) 2C]$
310. ■■■ **IL CIRCOLO SPORTIVO** Gli  $n$  soci di un circolo ricreativo decidono di versare ogni mese per un anno intero una quota di  $q$  euro per la ristrutturazione del campo. Verso metà anno si accorgono che i fondi non basteranno: metà dei soci si impegna a fare un versamento extra pari al 20% di tutto ciò che hanno versato personalmente durante l'anno. Scrivi il monomio che rappresenta la somma totale raccolta dal circolo a fine anno.  $[Totale raccolto: 13nq]$

## PARTE 2: Dalla Geometria dei Vuoti alla Genesi delle Stelle

**Parte Avanzata 7.** Continua la tua sfida di modellizzazione. Leggi attentamente il testo per individuare le relazioni matematiche e scrivi l'espressione (monomio) finale, riducendola in forma normale.

311. ■■■ **ARCHITETTURA DEI VUOTI** Un architetto progetta una facciata rettangolare a forma di "L". Questa forma è ottenibile partendo da un grande quadrato di lato  $2x$  e ritagliando via da uno dei suoi angoli un quadrato più piccolo di lato  $x$ . Successivamente, all'interno della facciata rimanente, vengono praticati tre fori quadrati, ciascuno di lato  $x^2$ . **a.** Scrivi l'area totale della forma a "L" prima di praticare i fori.  
**b.** Esprimi con un monomio l'area rimanente della facciata ("solido pieno").  
**c.** Qual è il rapporto tra l'area totale dei fori e quella del solido pieno? [a)  $3x^2$ ; b)  $3x^2 - 3x^4$ ; c)  $\frac{x^2}{1-x^2}$ ]
312. ■■■ **GENERAZIONE FRATTALE** Un albero frattale è costruito a partire da un singolo cubo di lato  $L$  (Livello 0). A ogni livello successivo, ciascun cubo presente genera 8 nuovi cubetti identici, e ogni nuovo cubetto ha lo spigolo pari a  $0,8$  volte lo spigolo del cubo del livello precedente.  
**a.** Esprimi il volume totale di tutti i cubi presenti al Livello 1.  
**b.** Scrivi il monomio per il volume totale dei cubi presenti al Livello 2.  
**c.** Se chiamiamo  $n$  il livello, scrivi l'espressione del volume totale. [a)  $4,096L^3$ ; b)  $16,777216L^3$ ; c)  $(4,096)^n L^3$ ]
313. ■■■ **MATEMATICA DEI FRATTALI** Analizzando una particolare proiezione geometrica, l'area di una sezione  $A(x)$  varia in funzione della sua distanza  $x$  da un punto di origine secondo il modello  $A(x) = C \cdot x^2$ , dove  $C$  è una costante. Se decidiamo di analizzare una sezione posizionata a una distanza doppia, ovvero  $x' = 2x$ , esprimi la nuova area  $A(x')$  come monomio in funzione dell'area originale  $A(x)$ . [ $4A(x)$ ]
314. ■■■ **CLIMA URBANO** Il fenomeno dell'"isola di calore urbana" scalda l'aria sopra le metropoli. Il volume d'aria riscaldata sopra una città è modellizzabile come un parallelepipedo di base  $10H \times 5H$  e altezza  $H$ . La vicina zona rurale "pulita", invece, ha un volume d'aria modellizzabile come un prisma a base quadrata di lato  $x$  e altezza  $H$ .  
**a.** Esprimi con un monomio il volume totale di aria riscaldata sopra la città.  
**b.** Se il volume dell'aria rurale è esattamente un decimo del volume dell'aria cittadina, scrivi il monomio che esprime il valore di  $x^2$ . [a)  $50H^3$ ; b)  $x^2 = 5H^2$ ]
315. ■■■ **RETI INFORMATICHE** In una rete informatica in espansione, il traffico dati gestito dai nodi periferici scala con la quarta potenza di un parametro strutturale  $C$ . Sapendo che il traffico periferico attuale è modellizzato dall'espressione  $(0,1C)^4$ , se un aggiornamento infrastrutturale quadruplica il parametro centrale ( $C' = 4C$ ), quale monomio esprime il nuovo traffico periferico totale? [ $0,256C^4$ ]
316. ■■■ **GENETICA ED EVOLUZIONE** In una popolazione animale con due alleli dominanti/recessivi, la distribuzione di tre genotipi segue le frequenze  $p^2$ ,  $2pq$  e  $q^2$ . In una specifica generazione isolata, si osserva che la frequenza del genotipo  $2pq$  è esattamente il triplo della frequenza del genotipo  $q^2$ . Scrivi l'espressione ridotta a monomio (o frazione) che indica il rapporto tra la frequenza del genotipo  $p^2$  e quella del genotipo  $q^2$ . [ $9/4$  o  $2,25$ ]

317. ■■■ **EDUCAZIONE FINANZIARIA** La crescita di un capitale in regime di interesse composto è modellizzata geometricamente dall'area di un settore circolare in espansione, il cui raggio varia nel tempo  $t$  secondo la legge  $R(t) = C(1+r)^t$ , dove  $C$  è il capitale iniziale e  $r$  il tasso. Fissando l'ampiezza del settore a un angolo costante di  $60^\circ$  (ovvero un sesto di cerchio), scrivi il monomio che esprime la differenza di area tra il settore all'anno 2 e il settore all'anno 1.  $[\frac{1}{6}\pi C^2(1+r)^2r(r+2)]$
318. ■■■ **TECNOLOGIA E ROBOTICA** Lo spazio di lavoro operativo (il volume raggiungibile) di uno specifico braccio robotico industriale a due snodi è calcolato mediante il monomio  $V = K \cdot r_1^2 \cdot r_2$ , dove  $K$  è una costante di progettazione, e  $r_1$ ,  $r_2$  sono le lunghezze dei due bracci. Se per un nuovo modello il primo braccio viene raddoppiato ( $r'_1 = 2r_1$ ) e il secondo viene dimezzato ( $r'_2 = \frac{1}{2}r_2$ ), qual è il rapporto numerico tra il volume del nuovo modello e quello originale?  $[2]$
319. ■■■ **ASTROFISICA** In un disco di accrezione intorno a un buco nero, la densità della materia  $D$  a una distanza  $r$  dal centro è proporzionale a  $D(r) = M \cdot r^{-2}$ , mentre la temperatura  $T$  scala secondo  $T(r) = T_0 \cdot r^{-0,5}$ , dove  $M$  e  $T_0$  sono costanti. Scrivi l'espressione che definisce il rapporto tra la temperatura e la densità ( $T/D$ ) misurate a una distanza fissa di 10 unità dal centro buco nero.  $[\frac{100\sqrt{10}T_0}{M}]$
320. ■■■ **FISICA QUANTISTICA** Un array di "quantum dot" è modellizzato come una griglia di nodi. L'energia di interazione locale tra due nodi è  $E = \frac{q^2}{d^2}$ , dove  $d$  è la distanza tra loro. L'energia totale dell'intero sistema è ben approssimata dal monomio  $U = N^2 \cdot E$ , con  $N$  numero di nodi. Se la distanza  $d$  viene raddoppiata e contemporaneamente il numero di nodi  $N$  viene triplicato, scrivi il monomio che esprime la nuova energia totale del sistema in funzione di  $N$ ,  $q$  e  $d$ .  $[2, 25\frac{N^2q^2}{d^2}]$